

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2022.03.05

# 黑洞交会的引力波探测

郭伟长风

(北京师范大学 天文系, 北京 100875)

**摘要:** 球状星团和星系核中拥有非常密集的恒星质量黑洞, 当两个黑洞相互靠近时, 会形成偏心率极高的轨道并发射引力波。该类信号的探测将有助于黑洞物理的进一步研究, 加强对黑洞种群的理解。然而, 这类引力波尚未被探测到, 在当前的研究里没有被广泛考虑。因此, 研究它的可探测性是重要的。根据数值相对论模拟, 最近的研究给出了抛物线黑洞交会的准确波形。利用引力波搜索工具 Minke, 在总质量和距离两个参数空间里制作了大规模的数据集, 并定量计算了探测范围。结果表明, 黑洞交会产生的引力波很可能是当前地基探测器的潜在探测对象, 同时, 下一代引力波探测器明显扩大了探测范围。最后讨论了如何判断并合信号为黑洞俘获的热点问题。利用信号在两种采样器下的后验分布, 提出了一种区分方法。通过比较不同的后验, 发现双黑洞并合与黑洞俘获信号在并合时间  $t_0$  上存在显著差异, 这将有助于在并合样本中区分这两种波源。

**关键词:** 引力波; 恒星级黑洞; 双黑洞系统

**中图分类号:** P142.8<sup>+</sup>4 **文献标识码:** A

## 1 引 言

爱因斯坦在 1915 年发表了广义相对论, 并预言了引力波<sup>[1]</sup>的存在, 引发了长达一个世纪的对引力波信号的探索。这项工作于 2015 年 9 月获得突破, 地面激光干涉仪 LIGO<sup>[2]</sup> 组织观测到一个双黑洞并合产生的引力波信号 GW150914<sup>[3]</sup>, 为天体和宇宙的观测提供了一种新的手段。这是人类历史上首次观测到引力波, 但是 LIGO 和其他探测器的使命还远未结束, 它们将继续探测和解释探测到的信号。引力波探测的时代已经到来, 随之而来的是解释无数信号, 将它们与噪声区分开, 并通过分析深入了解产生这些引力波的天体物理机制。

在过去的几年里, 引力波探测器探测到的致密双星并合事件急剧增加, LIGO-Virgo<sup>[4]</sup> 探测器网络公布的引力波暂现源星表 1<sup>[5]</sup> 和 2<sup>[6]</sup> 包含了共计 55 个引力波事件。在最新公布的引

收稿日期: 2022-02-28; 修回日期: 2022-04-25

资助项目: 国家自然科学基金重点项目 (11633001, 11920101003)

通讯作者: 郭伟长风, gwcf@mail.bnu.edu.cn

力波暂现源星表 3<sup>[7]</sup>中, 研究小组又新确定了 35 个引力波事件, 其中有 32 个最有可能是双黑洞并合<sup>[8]</sup>, 这使得自 2015 年来探测到的引力波事件总数达到 90 个, 而双黑洞并合系统已经成为其中最重要的引力波源。其形成通道引发了科学家的巨大兴趣和争论, 普遍认为, 恒星级双黑洞并合的形成通道主要有两种: 一种是孤立的大质量双星演化<sup>[9-12]</sup>, 另一种则是两个恒星起源的黑洞在动态环境中形成<sup>[13]</sup>。后者可细分为多种情形<sup>[14-17]</sup>, 其中有一种引力波源在当前的搜索中并未被广泛地考虑, 即黑洞交会 (black hole encounter)<sup>[18]</sup>。

球状星团和星系中心的空间区域内存在非常密集的致密星, 为黑洞之间的相互作用提供了一个活跃的环境。这里存在着多种引力作用过程: 其中一些黑洞双星形成束缚轨道, 发射出具有旋进、并合与铃宕三个阶段的周期性引力波, 在旋进过程中引力波带走能量使轨道圆化, 从而演化为圆轨道或低偏心率椭圆轨道的双星系统, 最终产生并合事件, 这类系统被称为双黑洞并合 (binary black hole merger); 而其他的双星则会形成非束缚轨道, 导致可能的散射或并合事件。非束缚轨道的形成条件是:

$$E_{\text{orb}} \geq 0, \quad (1)$$

其中,  $E_{\text{orb}}$  是双星系统的轨道能量。我们将非束缚轨道的黑洞双星称为黑洞交会, 它们发射强烈的爆发型引力波。与双黑洞并合相比, 其波形没有旋进阶段, 且进入 LIGO 探测器有效波段时具有非常显著的偏心率 (90%, 偏心率  $e > 0.9$ ), 在物理情景上可以与前者区分开来。在轨迹偏转角较小的情况下, 这个过程可以被认为类似于电磁辐射中的轫致辐射<sup>[19, 20]</sup>, 但是当考虑到较大的偏转角和自旋时, 引力辐射变得更加复杂。轫致辐射情况下的黑洞交会波形已经提出了很好的近似模型来解释, 它适用于具有任意轨道偏转角的低速情况<sup>[21]</sup>和黑洞的正面碰撞<sup>[22]</sup>中。根据轨道能量的条件, 数值相对论建模得到的黑洞交会波形又可由轨道类型分为双曲线型 ( $E_{\text{orb}} > 0$ ) 和抛物线型 ( $E_{\text{orb}} = 0$ )。最近的数值模拟进展已经允许为无自旋黑洞双星的双曲线交会产生 3.5 阶 PN<sup>①</sup>的波形<sup>[23]</sup>, 为无自旋黑洞双星的抛物线交会产生准确的波形<sup>[24]</sup>。进一步地, 当两个黑洞相互靠近时, 如果引力波辐射带走的能量超过轨道能量, 系统仍将形成束缚轨道并产生并合事件, 这部分的黑洞交会称之为黑洞俘获 (black hole capture); 反之, 双星会发生散射, 经过引力的相互作用, 先相互靠近而后永远分开。

关于这类波源, 除了前文提到的波形模拟, 现有的研究还关注其能谱的计算<sup>[25, 26]</sup>和探测率的估计。黑洞交会事件的探测率可以限制星系核中的恒星初始质量函数和中心黑洞质量<sup>[18]</sup>; 有几项研究<sup>[27-29]</sup>已对先进 LIGO 和 LISA 中此类事件的单位距离探测率作出估计, 其结果都为每年约  $1 \text{ Gpc}^{-3}$  的数量级, 但这类结果仍缺乏对引力波信号探测范围的估计。

本文使用抛物线黑洞交会波形, 分别对并合、非并合两种情况的波形制作模拟数据集, 并对多个探测器下的探测范围展开研究。最新的地面和空间引力波探测器可能探测到的黑洞交会引力波是研究的主要动机。由于黑洞交会缺乏良好的模板和搜索算法, 在先进 LIGO、先进 Virgo 和 KAGRA 组成的探测器网络的前三轮观测周期里并未有类似的事件得到探测和确认。未来投入使用的 LISA、DECIGO 和爱因斯坦望远镜 (Einstein Telescope, ET), 将

<sup>①</sup>post-Newtonian (PN): 对于广义相对论中引力场的微扰解, 在  $\frac{v}{c} \ll 1$  时, 将其用级数展开,  $\frac{v}{c}$  次方数的 1/2 叫做 PN 的阶数。

加入探测器网络并贡献信噪比更高的观测数据,可以把引力波的探测频段拓展到更低频、更宽的范围,因此研究这类事件的可探测性很有意义。

关于该类引力波源中的并合波形,另一个值得研究的问题是如何将并合的波形与探测到的高质量双黑洞并合信号正确区分<sup>[30]</sup>。如前所述,典型的双黑洞并合引力波具有旋进、并合与铃宕三个阶段,其波形形状与爆发式的黑洞俘获引力波非常不同。然而,在总质量很高的情形下,前者波形中的“旋进”阶段低于 LIGO 探测器的截止频率,不能反映到记录数据里,因此这两类事件会具有相似的波形,在实际的工作中可能被误分类。典型的例子如 GW190521<sup>[31, 32]</sup>,它由一个双黑洞系统并合发出,两个黑洞的质量分别为  $85 M_{\odot}$  和  $66 M_{\odot}$ ,并合得到了一个  $150 M_{\odot}$  的中等质量黑洞。多个研究<sup>[33]</sup>表明,它的轨道可能具有很高的偏心率,因此引发了对其形成机制的关注。最近的研究已证明,将黑洞俘获用主流的圆轨道双黑洞并合模板 IMRPhenomPv2<sup>[34, 35]</sup>进行分析,仍可得到类似高质量双黑洞并合的贝叶斯推理结果<sup>[30]</sup>,这对引力波事件的正确识别和分类提出了挑战。

本文介绍了黑洞交会,一种潜在的引力波源,预计将在新一代地基引力波探测器和空间引力波探测器中具有可观的探测率。本文还利用数值相对论模拟的波形,在多个参数空间里创建了该类波源的大规模引力波数据集,然后通过信噪比的计算工作揭示了探测范围和总质量以及光度距离的关系,并探讨了其可探测性。同时,我们还将下一代探测器爱因斯坦望远镜的探测效果与先进 LIGO 进行比较。最后,针对黑洞交会和高质量双黑洞并合这两种引力波源在实际数据分析工作中可能被混淆的问题,我们提出了一种方法以区分。对黑洞交会信号的两种后验概率分布,我们计算了它们在几个主要参数上的差别,并用 JS 散度衡量其大小,然后将它们与双黑洞并合的基准值进行了比较。

本文的结构如下,第 2 章介绍了生成大规模黑洞交会引力波波形的办法,利用最新的 10 个数值相对论波形,包括 5 个并合波形和 5 个非并合波形,来制作模拟数据集,进而计算它们的信噪比和可探测性。第 3 章提出了一种区分双黑洞并合和黑洞交会的方法,通过比较两种采样器输出的后验分布,对 4 种抛物线黑洞俘获引力波波形进行分析。第 4 章是总结和展望,指出了现有工作中可以提高的部分,并对未来的工作方向进行了讨论。

## 2 可探测性估计

黑洞交会是一种尚未被探测到的引力波源。在本章中,我们使用抛物线黑洞交会波形<sup>[24]</sup>制作模拟数据,以研究它们在当前和未来探测器中的可探测性。

### 2.1 模拟数据注入

引力波的探测器应变  $h(t)$  具有  $h_+$  和  $h_{\times}$  两个分量:

$$h(t) = F_+(t)h_+(t) + F_{\times}(t)h_{\times}(t) \quad , \quad (2)$$

$$F_+ = \frac{1}{2}(1 + \sin^2 \delta) \cos 2\alpha \cos 2\psi - \sin \delta \sin 2\alpha \sin 2\psi \quad , \quad (3)$$

$$F_{\times} = \frac{1}{2}(1 + \sin^2 \delta) \cos 2\alpha \sin 2\psi - \sin \delta \sin 2\alpha \cos 2\psi \quad , \quad (4)$$

其中,  $F_+$  和  $F_\times$  是分别对应于引力波两个极化分量的天线响应,  $\delta$  是引力波源相对于探测器平面的高度角,  $\alpha$  是相对于其中一个臂的方位角, 而  $\psi$  是引力波的极化角。由此可见, 源的天空方位角将对信号的波形及幅度产生影响, 而天线响应还会降低探测器对天空某些区域的灵敏度。为了计算最佳信噪比, 我们在随后的数据模拟中选取合适的天空方位角, 以保证探测器的探测效果处于最佳水平。

我们使用 Minke 软件包来产生模拟引力波信号。Minke 是一个基于 Python 语言的引力波搜索工具, 可以根据指定的数值相对论波形和注入参数分布制作大规模的数据集。使用 Minke 进行产生模拟数据的过程如下。

(1) 指定数值相对论波形。本研究使用抛物线黑洞交会波形, 包括并合类和非并合类, 每类又根据质量比分为 1, 2, 4, 8, 16 五种, 总计有 10 种波形。

(2) 设置注入参数的分布, 包括黑洞双星的总质量、源光度距离、天空方位角、源的极化角。

(3) 调用 LALSimulation 为每一组注入参数产生模拟波形。

(4) 指定探测器, 根据其天线方向图计算探测器对每一个模拟波形的天线响应, 得到模拟信号集。这里分别使用了先进 LIGO, 爱因斯坦望远镜和 DECIGO。

(5) 最终, 为每一个引力波信号注入探测器噪声, 获得模拟数据集。

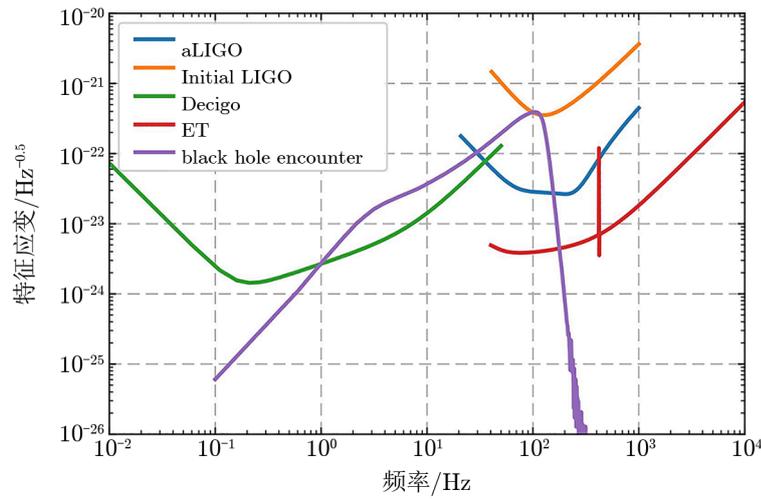
我们设置注入的双星总质量为具有 50 个点的均匀分布, 范围为  $5 M_\odot \sim 150 M_\odot$ 。黑洞根据质量可以分为恒星级黑洞、中等质量黑洞和超大质量黑洞, 其中, 已知的中等质量黑洞极其少, 黑洞质量分布在恒星级黑洞与超大质量黑洞之间存在间隙。由于探测器频率的限制, 目前观测到的并合事件都是来自两个恒星级黑洞的双星系统。因此, 我们采取的黑洞总质量上限为  $150 M_\odot$ , 它来源于迄今为止观测到的总质量最大的并合事件 GW190521。在这个质量范围里, 单个黑洞为宇宙中大量存在的恒星级质量黑洞, 且波源有间接的光学观测可相互验证。我们设置注入的光度距离的最小值为 1 Mpc, 根据每个波形来确定不同的最大值, 也形成 50 个注入值的均匀分布。信号的起始 GPS 时间设为  $t_s = 1\,126\,259\,642.0$  s。我们先对先进 LIGO 注入信号, 由前面的质量和距离分布, 每一个波形得到了 2500 个信号样本。图 1 展示了其中一例信号的频谱特征应变与探测器灵敏度的比较, 该信号由 “black hole encounter” 表示, 它来自质量比  $q = 1$  的黑洞俘获波形, 总质量为  $150 M_\odot$ , 光度距离为 5000 Mpc。图 2 展示了 10 种黑洞交会波形的各一例信号, 它们的区别在于双星质量比  $q$  的不同和双星最终是否并合。10 种波形都拥有  $150 M_\odot$  的总质量, 和 50 Mpc 的光度距离。相比最终没有并合的黑洞交会, 黑洞俘获在波形上具有并合与铃宕两个阶段的独特形状。

## 2.2 信噪比限制探测范围

引力波信号的最佳信噪比  $\rho_{\text{opt}}$  可表示为:

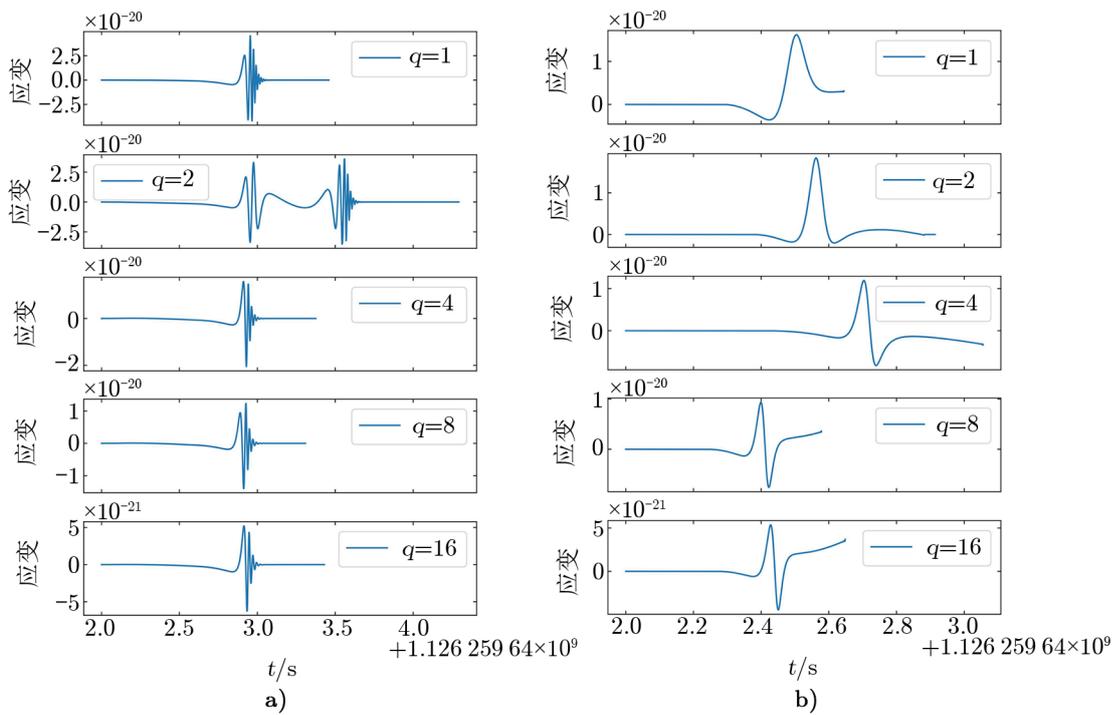
$$\rho_{\text{opt}} = 2 \left[ \int_{f_{\text{min}}}^{f_{\text{max}}} \frac{|h^2(f)|}{S_h(f)} df \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

其中,  $h(f)$  是引力波信号的频域形式,  $S_h(f)$  是以  $\text{Hz}^{-1}$  为单位的单边噪声谱密度,  $f_{\text{min}} \leq f \leq f_{\text{max}}$  对应于仪器的工作频段, 例如先进 LIGO 有  $(f_{\text{min}}, f_{\text{max}}) \approx (10, 10^4)$  Hz。可以看



注: black hole encounter, 质量比  $q = 1$  的黑洞交会波形, 总质量为  $150 M_{\odot}$ , 光度距离为  $5000 \text{ Mpc}$ .

图 1 黑洞交会的特征应变与多种引力波探测器灵敏度的对比

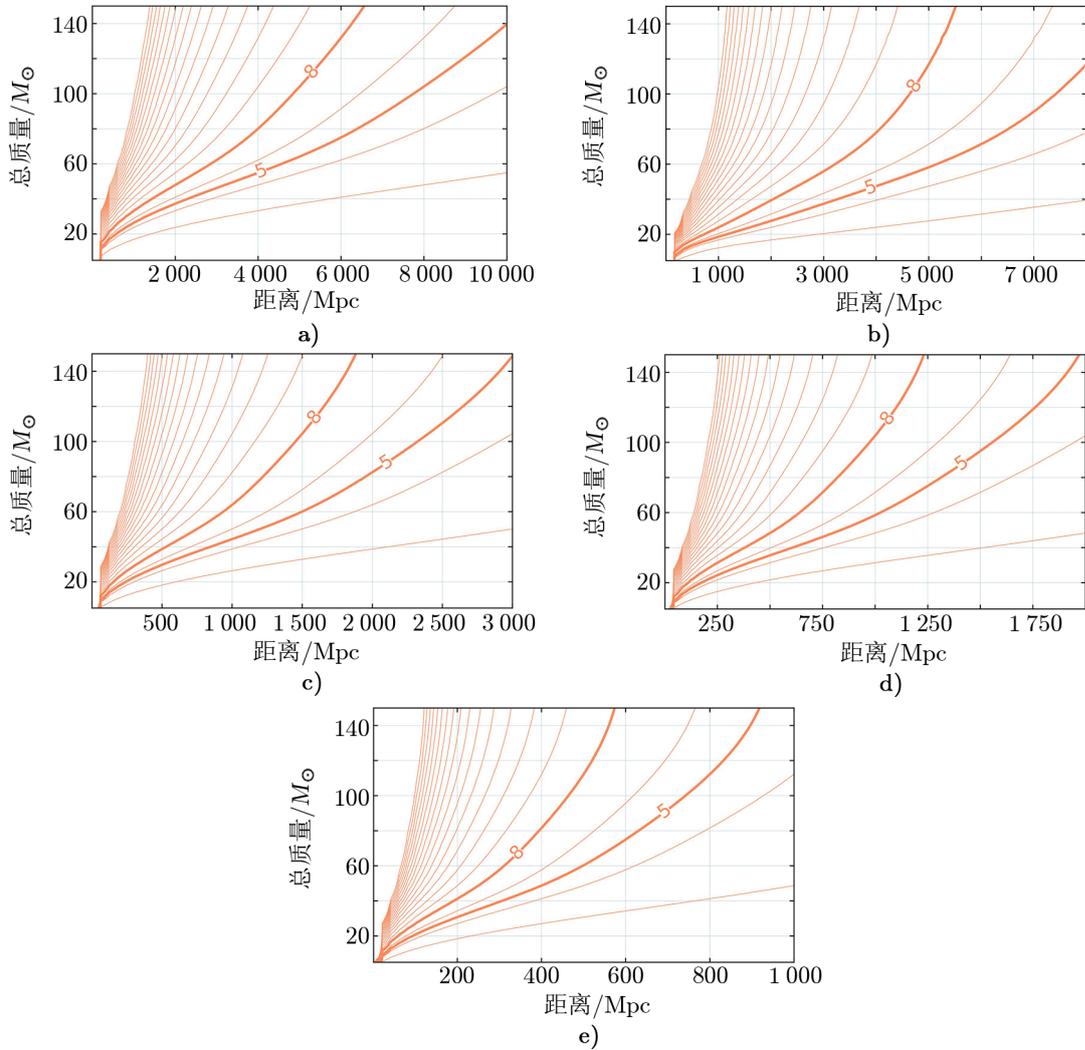


注: a) 黑洞俘获波形; b) 非并合的黑洞交会波形。质量比用  $q$  表示。可以看出, 两种波形都没有旋近阶段。黑洞俘获波形拥有明显的并合、铃宕阶段, 该阶段的时间尺度为  $0.1 \text{ s}$ ; 其中质量比为  $2$  的波形在并合前具有额外的振荡。黑洞交会波形则只有短暂的振荡过程, 黑洞双星由引力作用相互靠近而后永远分开。

图 2 不同质量比的黑洞交会波形和黑洞俘获波形

出，最佳信噪比考虑了噪声功率谱密度的影响，因此噪声功率谱密度高的频段对信噪比的贡献小于低的频段。

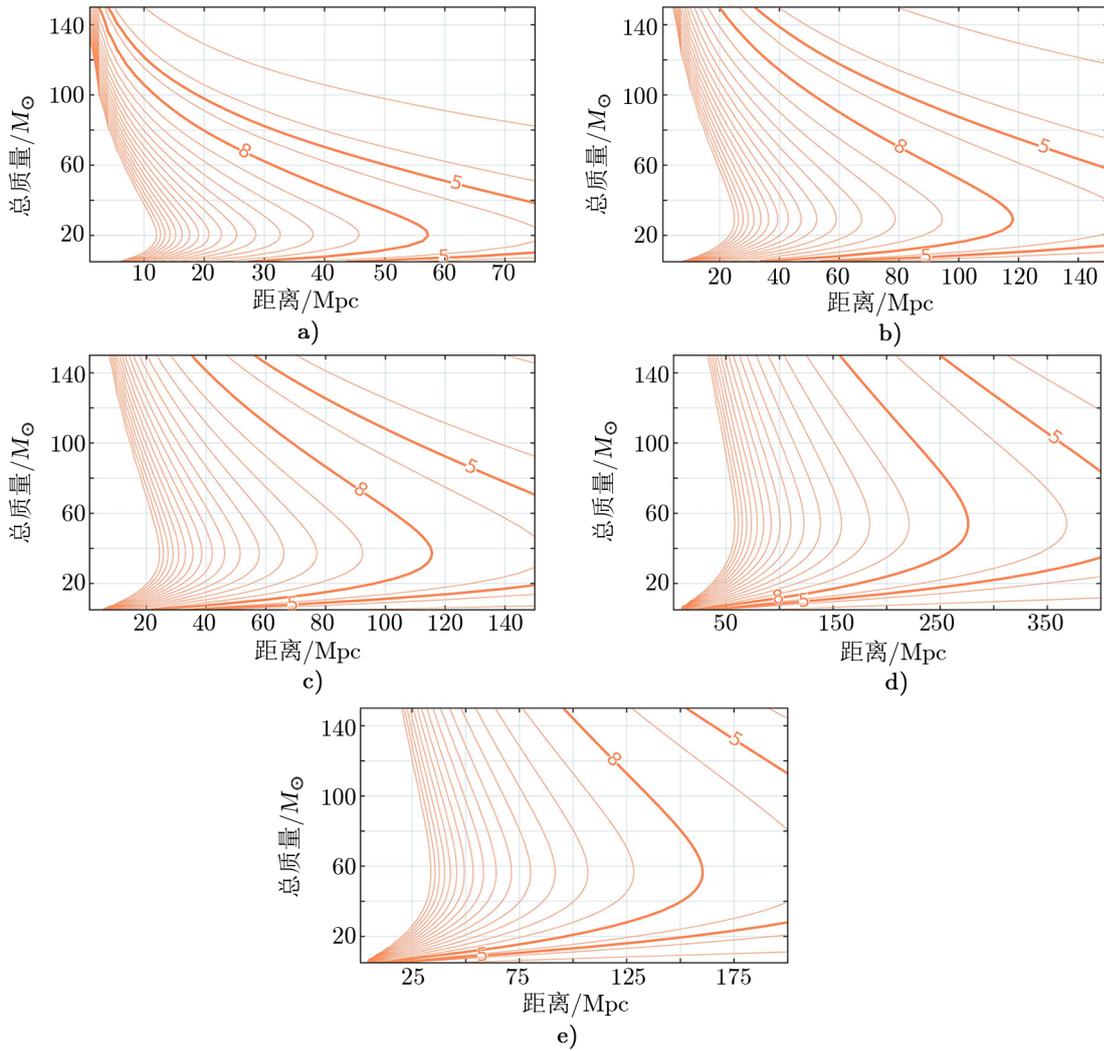
对于每种波形，我们使用公式 (5) 为每个信号计算信噪比，然后将它们绘制成图，如图 3 和图 4 所示。



注：a)  $q = 1$ ; b)  $q = 2$ ; c)  $q = 4$ ; d)  $q = 8$ ; e)  $q = 16$ 。信噪比为 8 的曲线代表了具有该信噪比的所有信号样本。位于该曲线右下方的信号样本，等值线梯度下降，其信噪比均低于 8，因此不能被先进 LIGO 探测到；位于该曲线左上方的信号样本由于信噪比高于 8 而可以被探测。由于总质量的上限限制，5 个波形都在纵坐标（双星总质量）最大时取得最大探测距离，且黑洞双星的质量比  $q$  越接近 1，其产生的引力波可探测范围越大。

图 3 先进 LIGO 中抛物线黑洞俘获波形的信噪比等值线图

图 3 展示了黑洞俘获波形的信噪比，它是光度距离和总质量的函数。信噪比的标准阈值为 8，信号超过该阈值才能视为被探测到，并用较粗的线绘制。图 3 清楚地表明，来自这

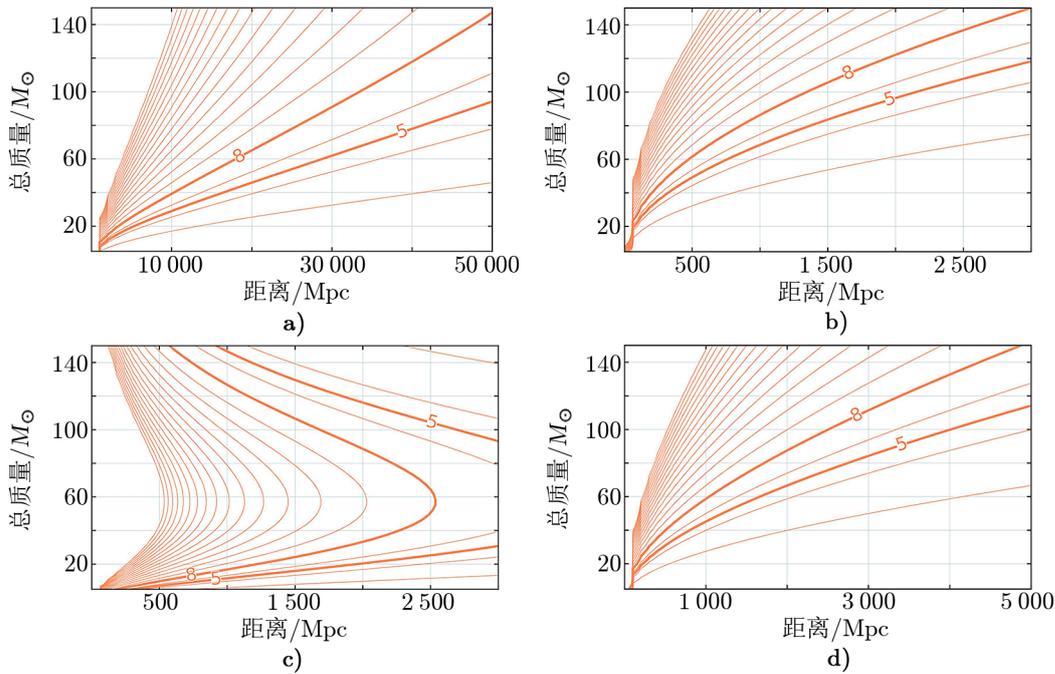


注: a)  $q = 1$ ; b)  $q = 2$ ; c)  $q = 4$ ; d)  $q = 8$ ; e)  $q = 16$ 。同图 3, 不同的是, 在恒星质量黑洞的范围内, 信噪比等值线出现拐点, 此拐点横坐标便对应波形的最大探测距离; 且黑洞双星的质量比  $q$  越接近 1, 取得拐点的纵坐标 (双星总质量) 越小。

图 4 先进 LIGO 中非并合抛物线黑洞交会波形的信噪比等值线图

样一个系统的引力波, 在双星总质量最大为  $150 M_{\odot}$  的假设下, 最远可以在  $6500 \text{ Mpc}$  (质量比为 1 的黑洞双星) 的距离探测到, 考虑到联合观测对灵敏度的提升, 这个数值可能会更高。同时, 质量比为 2, 4, 8, 16 的双星分别具有  $5500, 1800, 1250, 580 \text{ Mpc}$  的最大探测距离, 质量比越接近于 1 的系统探测范围越大。图 4 展示了非并合黑洞交会波形的信噪比。最大探测距离在  $20 M_{\odot} \sim 60 M_{\odot}$  的总质量范围内取得, 分别为  $57, 118, 115, 275, 160 \text{ Mpc}$ , 对应质量比为 1, 2, 4, 8, 16 的黑洞双星。因此, 黑洞俘获比非并合的黑洞交会在先进 LIGO 中的探测范围更远, 也更有希望被发现。

在考虑下一代探测器对黑洞交会引力波的探测能力时，我们使用爱因斯坦望远镜和 DECIGO 探测器执行了与先进 LIGO 相同的信号注入与信噪比分析。结果表明，对于黑洞俘获，爱因斯坦望远镜在双星质量比  $q = 1$  的情况下获得最大探测距离，可达到  $5 \times 10^4$  Mpc；对于非并合的黑洞交会，则可以在最远 2 500 Mpc 的距离上被探测到，此时对应  $q = 8$  的波形。另一方面，DECIGO 对黑洞俘获的探测效率一般，最大可达 3 000 Mpc，低于目前正在运行的先进 LIGO 的探测能力；但其对非并合的黑洞交会拥有最大的探测范围，最远可达 5 000 Mpc，此时波形质量比有  $q = 1$  (如图 5 所示)。



注：a)  $q = 1$  的黑洞俘获，爱因斯坦望远镜；b)  $q = 1$  的黑洞俘获，DECIGO；c)  $q = 8$  的非并合黑洞交会，爱因斯坦望远镜；d)  $q = 1$  的非并合黑洞交会，DECIGO。同图 3，不同的是，本文以爱因斯坦望远镜和 DECIGO 为例，分别选取了黑洞俘获和非并合黑洞交会里拥有最大探测范围的等值线图作为展示。

图 5 下一代探测器中抛物线黑洞交会波形的信噪比等值线图

### 3 利用 JS 散度区分黑洞俘获与双黑洞并合

目前的参数估计工作主要采用双黑洞并合模板 IMRPhenomPv2 执行贝叶斯推理。根据贝叶斯理论，后验概率分布可表示为：

$$p(x|y, H) \propto p(y|x, H)p(x, H) \quad , \quad (6)$$

其中， $x$  是模型参数， $y$  是观测数据， $H$  是模型， $p(x|y, H)$  是后验， $p(y|x, H)$  是似然函数，而  $p(x, H)$  是这些参数的先验。在公式右边我们省略了一个比例系数，贝叶斯证据  $p(y)$  的

倒数, 这么做是因为  $p(y)$  是常数且我们只对后验分布的形状感兴趣。这类分析对双黑洞并合与黑洞俘获的推理存在简并性<sup>[30]</sup>。我们从最近的研究<sup>[30]</sup>中获得黑洞俘获和双黑洞并合事件主要参数的后验概率分布, 它们在双黑洞并合的零自旋 IMRPhenomPv2 近似下使用 dynesty<sup>[36]</sup>和 VItamin<sup>[37]</sup>两种采样器分别进行了参数估计。dynesty 采用了嵌套采样的方法, 而 VItamin 基于深度学习技术给出双黑洞并合的后验估计。

我们提出一种基于 JS 散度<sup>[38]</sup>的区分方法, 用来在实际探测中判断类似双黑洞并合的信号是否为黑洞俘获。这一方法的基础思想是, 一个模型对符合其物理机制的数据具有更好的推理结果。在双黑洞并合模型下, 该类信号本身可以得到非常精确的推断, 而黑洞交会信号则得到了具有偏见的推断。在后一种情况下, 推理的结果仅仅是数学的, 对应到每个参数上则不具有实际意义。因此, 当我们比较两种采样器的偏见推断时, 每个参数的后验分布可能有很大的差异。而对于符合物理机制的信号, 不同采样器的推断将趋近于一致。我们用 JS 散度来量化这种差异, 则对于一个具有类似双黑洞并合后验的未知信号, JS 散度的大小便可以表明信号是否来源于该模型的物理机制。这种方法提供了一种判据, 可以从双黑洞并合事件中找出如黑洞俘获之类的未建模或不良建模的瞬态信号。

JS 散度是衡量两个分布  $p(x)$  与  $q(x)$  之间差异度的量, 其定义为:

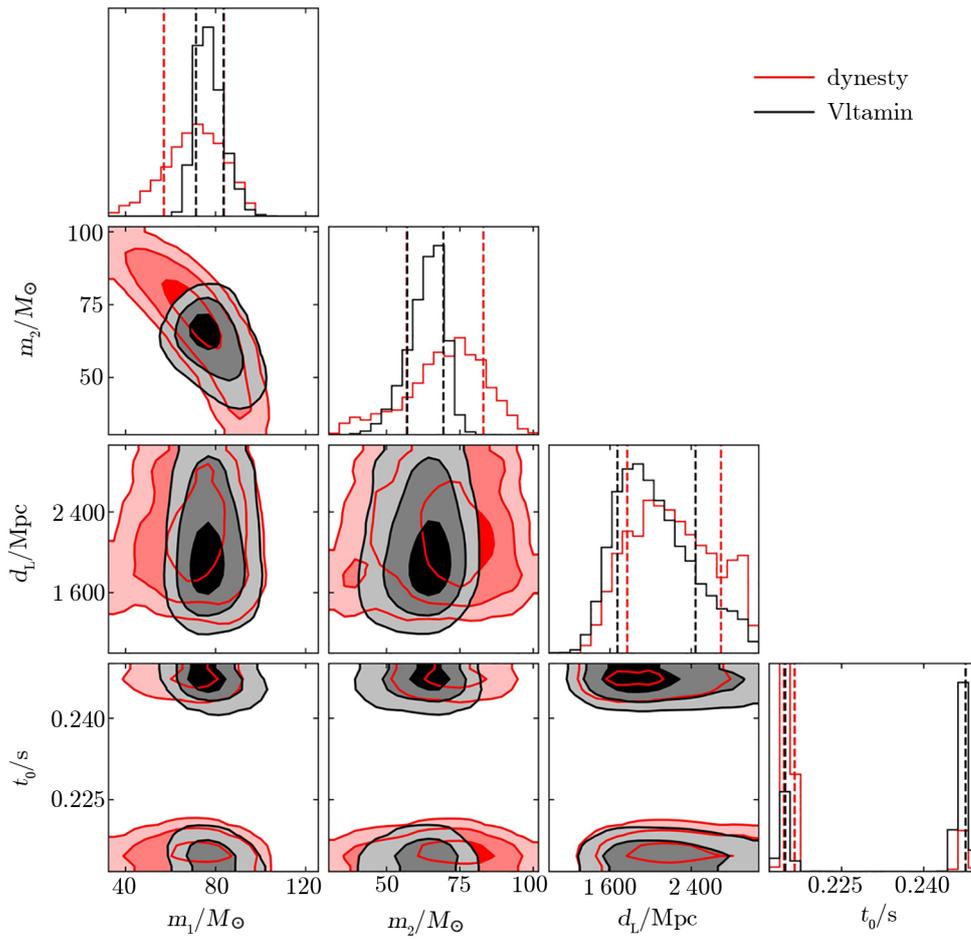
$$D_{\text{JS}}(p | q) = \frac{1}{2} [D_{\text{KL}}(p | s) + D_{\text{KL}}(q | s)] , \quad (7)$$

$$D_{\text{KL}}(p | q) = \int p(x) \log_2 \left( \frac{p(x)}{q(x)} \right) dx , \quad (8)$$

其中,  $s = 1/2(p + q)$ ,  $D_{\text{KL}}$  是 KL 散度。

JS 散度在  $[0, 1]$  取值, 其值越大说明两个分布的差异越大。接下来, 我们考虑这种分析方法选取的参数。无自旋的圆轨道双黑洞并合模型具有 9 个参数, 分别是双黑洞的质量 ( $m_1, m_2$ )、光度距离 ( $d_L$ )、天空方位角 ( $\alpha, \delta$ )、双星的轨道倾角 ( $\Theta_{jn}$ )、引力波极化角 ( $\psi$ )、并合时间 ( $t_m$ )、并合相位 ( $\phi_0$ )。选取参考时间  $t_{\text{ref}} = 1\,126\,259\,642.5$  s, 则相对并合时间为  $t_0 = t_m - t_{\text{ref}}$ , 我们选取  $m_1, m_2, d_L$  和  $t_0$  分别进行散度分析。对于 dynesty 和 VItamin 采样器输出的后验分布, 我们先对两种后验中的样本数较大的一个进行随机抽样, 获得的新样本和样本数较小的后验一致, 然后对  $m_1, m_2, d_L$  和  $t_0$  4 个参数的分布分别进行 JS 散度的计算和比较。我们选取了 4 种质量比的抛物线黑洞俘获波形 ( $q = 1, 4, 8, 16$ ) 和一例零自旋的双黑洞并合信号执行这种分析。篇幅所限, 这里的黑洞俘获仅展示了质量比为 1 的波形的后验分布, 如图 6 所示; 同时还展示了双黑洞并合波形作为对比标准, 如图 7 所示。所有的 JS 散度值记录在表 1 中。

从图 6 和图 7 可以看出, 与 dynesty 相比, VItamin 对两种波形里  $m_1$  和  $m_2$  的采样都具有更尖锐的峰。此外, dynesty 和 VItamin 对双黑洞并合的并合时间  $t_0$  具有非常相近的估计, 对黑洞俘获则不具有这种特点, VItamin 的  $t_0$  后验峰值比真值和 dynesty 的后验峰值晚了约 0.03 s。这点从表 1 反映得更为清楚, 两者的 JS 散度分别为 0.05 和 0.22。除了质量比为 16 的波形, 其他黑洞俘获也获得了类似的结果, VItamin 采样器总是倾向于把  $t_0$  估计为具有双峰, 且主峰远离真值的后验分布, 这导致  $t_0$  具有很高的 JS 散度。质量比为 16 的

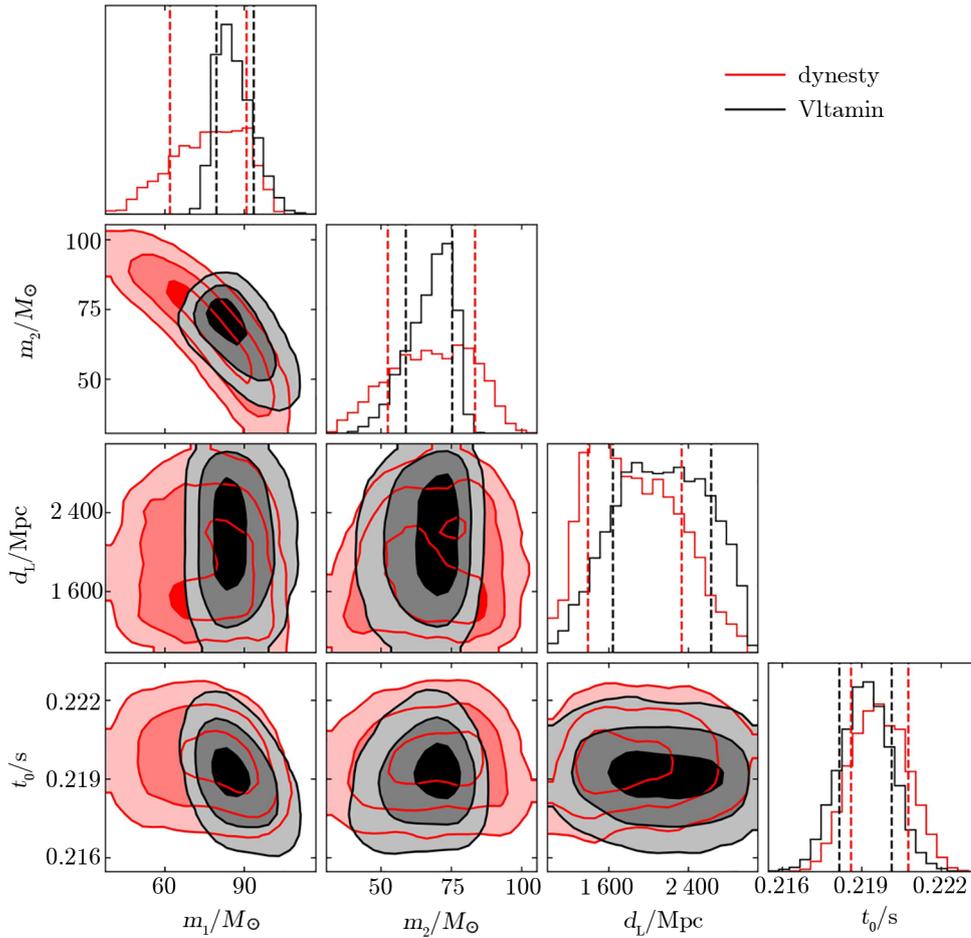


注：Vitamin 在  $m_1$  和  $m_2$  上具有更陡峭的峰；两种采样器在  $t_0$  上具有位置相同的双峰，但主峰位置不一致。

图 6 抛物线黑洞俘获的后验分布比较，使用 dynesty 和 Vitamin 两种采样器

表 1 dynesty 和 Vitamin 采样器后验的 JS 散度

|          | $m_1$ | $m_2$ | $d_L$ | $t_0$ |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| $q = 1$  | 0.10  | 0.16  | 0.03  | 0.22  |
| $q = 4$  | 0.32  | 0.05  | 0.19  | 0.36  |
| $q = 8$  | 0.05  | 0.28  | 0.14  | 0.34  |
| $q = 16$ | 0.27  | 0.16  | 0.08  | 0.06  |
| 双黑洞并合    | 0.19  | 0.09  | 0.07  | 0.05  |



注: VItamin 在  $m_1$  和  $m_2$  上具有更陡峭的峰; 两种采样器在  $t_0$  上具有单峰。

图 7 双黑洞并合的后验分布比较, 使用 dynesty 和 VItamin 两种采样器

波形在  $t_0$  上的散度较小, 这是因为它的两个后验主峰几乎重合。在其他几个参数上, 黑洞俘获的 JS 散度则没有明显地与双黑洞并合区分开来。

散度分析为区分双黑洞并合与黑洞俘获提供了一种判据: 当一个类似双黑洞并合的未知信号被探测到时, 用 dynesty 和 VItamin 分别获得并合时间  $t_0$  的后验分布, 并计算它们之间的 JS 散度, 若其值远大于双黑洞并合具有的值 0.05, 则表明其很有可能是黑洞俘获信号。

## 4 总结与展望

本文讨论了抛物线黑洞交会引力波的探测。本研究的主要目标有两个方面:

(1) 在总质量和距离两个参数空间上产生大批量的引力波信号样本，用以评估先进 LIGO 和下一代引力波探测器对多个波形的探测能力；

(2) 提出一种区分方法，通过比较信号的两种后验分布来解决黑洞俘获和高质量双黑洞并合在实际工作中的后验结果简并问题。

第一项研究的结果表明，在双星最大总质量为  $150 M_{\odot}$  的前提下，目前的先进 LIGO 可以对最远 6500 Mpc 的黑洞交会产生可探测的信噪比。值得注意的是，即使是不同波形中最小的探测范围，其值也达到了 57 Mpc，超过本超星系团的直径，使得这类事件成为非常有希望的引力波源候选者。先进 LIGO 对并合与非并合的两类波形取得最大探测范围的条件也不同。黑洞俘获的总质量越大，其探测距离越大；而非并合黑洞交会则在总质量为  $(20 \sim 60) M_{\odot}$  时有最大探测距离。我们还将波形注入到爱因斯坦望远镜和 DECIGO 中，比较了未来一代探测器对该类事件探测能力的提升。爱因斯坦望远镜将大大提高黑洞俘获的最远探测距离，最远可达  $5 \times 10^4$  Mpc，DECIGO 则拓展了非并合黑洞交会的探测范围，最远可达 5000 Mpc。在第二章，我们为了解决参数估计工作中黑洞交会的误分类问题，提出了一种基于 JS 散度的区分方法。我们比较了波形在两种采样器 Vitamin 和 dynesty 下的后验分布，这些后验分布数据来自先前的一项研究<sup>[30]</sup>，包括 4 个黑洞俘获波形和 1 个双黑洞并合波形。分析结果显示，黑洞俘获在并合时间  $t_0$  这一项拥有的 JS 散度远高于圆轨道双黑洞并合，因此它将有有助于在探测到的并合样本中区分这两种引力波源。

根据一项最新的估计，黑洞交会的事件率约为每年  $0.9 \text{ Gpc}^{-3}$ <sup>[29]</sup>。本文计算的探测范围可以表明，黑洞交会的事件率可能是相当可观的，搜索它们是对已有观测资源的充分有效利用，并且将在新一代探测器中持续进行。为了在引力波数据中提取出准确的信号，我们需要更加精确的相对论模拟波形，这项工作可能会促进这些搜索。此外，对于第二项研究，我们将在本文的基础上进行更多的测试和验证。首先，受到计算资源的限制，目前所用的事件略少，未来的工作将考虑更多模拟波形在并合时间  $t_0$  上的表现。例如，将双黑洞并合波形拓展到不同质量比，以及将黑洞俘获波形注入不同的总质量。其次，本文使用的后验分布来自零自旋的双黑洞并合模型 IMRPhenomPv2，在自旋、轨道偏心率和进动三个方面可以进行改进。通过动态俘获形成的黑洞双星很可能具有各向同性的自旋方向<sup>[39]</sup>，这个特征是孤立大质量双星演化形成的双黑洞系统所不具备的；因此，自旋的分析对于这类事件的区分具有重要意义。此外，该模型利用单自旋的后牛顿旋转来描述进动效应，而最新的模型允许双自旋旋转；该模型还只限于圆轨道的双黑洞系统，因此可以考虑在下一步引入偏心轨道的 SEOBNRE 模型，虽然它的建模也无法达到这类波源的超高轨道偏心率，但预计有比圆轨道模型更好的拟合效果。第三，主流的参数估计工作普遍使用了多种采样器，除了本文提到的两种，还有 CPnest<sup>[40]</sup>，emcee<sup>[41]</sup> 等。测试它们对于同一波形的后验分布采样效果，有助于模型的改进和完善。我们将在接下来的工作中进行深入研究。

## 参考文献:

- [1] Sathyaprakash B S, Schutz B F. *Living Reviews in Relativity*, 2009, 12: 141
- [2] Aasi J, Abbott B P, Abbott R, et al. *ApJ*, 2015, 32: 074001
- [3] Abbott B P, Abbott R, Abbott T, et al. *Physical Review L*, 2016, 116(6): 061102
- [4] McCarthy D W, Probst R C, Low F J. *ApJ*, 1985, 290: 9
- [5] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. *Physical Review*, 2019, 9: 031040
- [6] Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. *Physical Review*, 2021, 11: 021053
- [7] Abbott R, Abbott T D, Acernese F, et al. <https://arxiv.org/abs/2111.03606>
- [8] Peters P C. *Physical Review*, 1964, 136: B1224
- [9] Bethe H A, Brown G E. *ApJ*, 1998, 506: 780
- [10] Dominik M, Belczynski K, Fryer C, et al. *ApJ*, 2012, 759: 52
- [11] Belczynski K, Holz D E, Bulik T, O'shaughnessy R. *Nature*, 2016, 534: 512
- [12] Bavera S S, Fragos T, Zevin M, et al. *A&A*, 2021, 647: A153
- [13] Portegies Z S F, McMillan S L W. *ApJ*, 2000, 528: L17
- [14] Downing J M B, Benacquista M J, Giersz M, et al. *MNRAS*, 2010, 407: 1946
- [15] Rodriguez C L, Chatterjee S, Rasio F A. *Physical Review D*, 2016, 93: 084029
- [16] Banerjee S. *MNRAS*, 2017, 467: 524,
- [17] di Carlo U N, Giacobbo N, Mapelli M, et al. *MNRAS*, 2019, 487: 2947
- [18] O'Leary R M, Rasio F A, Fregeau J M, et al. *APJ*, 2016, 637: 937
- [19] Peters P C. *Physical Review D*, 1970, 1: 1559
- [20] Kovacs S J, Thorne K S. *ApJ*, 1999, 519: 834
- [21] Turner M. *ApJ*, 1977, 216: 610
- [22] D'Eath P D, Payne P N. *Physical Review D*, 1992, 46: 694
- [23] Gihyuk C. *Physical Review D*, 2018, 98: 024039
- [24] Bae Y B, Lee H M, Kang G, et al. *Physical Review D*, 2017, 96: 084009
- [25] De Vittori L, Jetzer P, Klein A. *Physical Review D*, 2012, 86: 044017
- [26] Gröbner M, Jetzer P, Haney M, et al. *CQGra*, 2020, 37: 067002
- [27] Kocsis B, Gaspar M E, Marka S. *ApJ*, 2006, 648: 411
- [28] Garca-Bellido J, Nesseris S. *Physics of the Dark Universe*, 2017, 123: 18
- [29] Mukherjee S, Mitra S, Chatterjee S. *MNRAS*, 2021, 508: 50645073
- [30] Guo W, Williams D, Heng I S, et al. <https://arxiv.org/abs/2203.06969>
- [31] Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. *ApJ*, 2020, 900: L13
- [32] Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. *Physical Review L*, 2020, 125: 101102
- [33] Gayathri V, Healy J, Lange J, et al. *Nat Astron*, 2022, 6: 344
- [34] Ajith P, Babak S, Chen Y, et al. *Classical and Quantum Gravity*, 2007, 24: S689
- [35] Khan S, Husa S, Hannam M, et al. *Physical Review D*, 2016, 93: 044007
- [36] Speagle J S. *MNRAS*, 2020, 493: 3132
- [37] Gabbard H, Messenger C, Heng I S, et al. <https://arxiv.org/abs/1909.06296>
- [38] Lin J. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1991, 37: 145
- [39] Stone N C, Metzger B D, Haiman Z. *MNRAS*, 2017, 464: 946
- [40] Veitch J, Del Pozzo W, Cody, et al. <https://doi.org/10.5281/zenodo.835874>
- [41] Foreman-Mackey D, Hogg D W, Lang D, et al. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2013, 125: 306

# The Detection of Gravitational Waves from Black Hole Encounter

GUO Wei-chang-feng

*(Department of Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)*

**Abstract:** Globular clusters and galactic nuclei contain very dense stellar-mass black holes (BHs), and when two BHs approach each other, they could form highly eccentric orbits and emit gravitational waves (GWs). The detection of such signals will contribute to further research on BH physics and enhance our understanding of BH populations. However, such a GW source has not yet been detected and has not been widely considered in the current study. Therefore, it is important to research its detectability. Based on the numerical relativistic simulation, a recent study has given accurate waveforms for parabolic BH encounters. Using the GW burst search tool Minke, a large-scale data set is produced in the two-parameter spaces of total mass and distance, and the detection range was quantitatively calculated. The result shows that BH encounter is a potential candidate for current ground-based detectors. Finally, a focus question that how to distinguish the BH capture from a binary BH merger is discussed. Using the posterior distributions of the signal under the two samplers, a distinguishing method is proposed. By comparing different posteriors, it is found that there is a significant difference in the merger time  $t_0$  of the BH capture and binary BH merger signal, which contributes to distinguishing the two GW sources.

**Key words:** gravitational wave; stellar-mass black hole; binary black hole