

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2019.02.08

# 长波信号中周期修正项对授时精度的影响

燕保荣<sup>1,2</sup>, 李 云<sup>1,2</sup>, 郭 伟<sup>1,2</sup>, 华 宇<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600; 2. 中国科学院 精密导航定位与定时技术重点实验室, 西安 710600)

**摘要:** 周期修正项是长波授时信号的一个特征量, 它通常与长波授时信号的跟踪点有关。在授时过程中, 它是影响长波传播路径时延计算的重要因素。讨论了长波定时信号接收端感应电动势周期修正项与发射端电流信号周期修正项的不同, 分析了磁天线和电天线对周期修正项的影响, 计算了实际传播介质中周期修正项的大小。结果表明: 当传播路径上的电参数恒定时, 周期修正项与传播距离有关, 传播距离越大, 感应电动势的周期修正项也越大, 并且两者呈线性关系。同时, 周期修正项也受等效电导率等因素的影响, 在恒定的距离上, 等效电导率越小, 周期修正项反而越大。授时用户可以利用感应电动势周期修正项的数值计算结果修正传播路径上的时延, 有效地提高传播路径时延计算的精度, 从而提高授时精度。

**关 键 词:** 长波定时; 传播路径时延; 周期修正项; 感应电动势

**中图分类号:** P127.1      **文献标识码:** A

## 1 引 言

卫星导航系统的信号易受遮挡和干扰的弱点<sup>[1]</sup>, 使得其在未来战争或非常时期可能无法保障授时导航服务, 从而使国家安全存在严重的隐患。长波授时的优点在于信号传播路径较为稳定, 抗干扰性能较好, 因此, 它可以用作卫星导航系统最可行、最可靠的备份系统<sup>[1]</sup>。但是, 长波授时精度不高, 因此, 该系统的实际应用受到了限制。为充分发挥长波授时的特点, 高质量的长波授时已成为国内外学者研究的热点<sup>[2-5]</sup>。

中国的长波授时系统采用了罗兰-C 的脉冲发射体制<sup>[6]</sup>, 它通过长波发播天线将电流信号转换为电磁波信号, 使其在自由空间传播, 并在接收端利用天线将电磁波信号转换为感应电动势, 然后通过匹配电阻将信号输入到接收机进行处理, 完成定时功能。长波接收机在进行信号处理时, 通常会选择感应电动势信号第 3 周末的标准过零点 (standard zero crossing, SZC) 作为信号的跟踪点<sup>[7]</sup>。人们通常把信号电流的起点定义为脉冲信号的零点, 从零点到信号标准过零点的时间间隔, 称为信号的周期修正项<sup>[8]</sup>。长波定时信号实际上是以载频为中心向两侧扩展的通频带内许多正弦波的叠加, 并且定时信号以天波或地波的形式进行传播。由

收稿日期: 2018-08-07; 修回日期: 2018-10-18

资助项目: 中国科学院前沿科学重点研究项目 (QYZDJ-SSW-JSC034); 国家自然科学基金 (11803040)

通讯作者: 燕保荣, yanbaorong@ntsc.ac.cn

于天波传播路径比较复杂, 本文只针对地波的情况进行讨论。当信号沿地球表面传播时, 实际地面并不是严格意义上的真空, 频率高的载波分量传播速度快, 幅度衰减大; 频率低的载波分量传播速度慢, 幅度衰减小, 因此, 在接收端合成新的波形时, 波形会随着距离的增大而发生畸变, 即会产生所谓的色散<sup>[8]</sup>。色散会造成接收端感应电动势周期修正项与发射端电流信号周期修正项的不同。在以往的工作中, 特别是授时精度要求不高时, 色散造成的影响可以忽略<sup>[9, 10]</sup>, 即周期修正项对授时精度的影响可以不予考虑。但是, 对于高精度定时, 必须考虑色散对感应电动势周期修正项的影响, 以及周期修正项对授时精度的影响<sup>[10]</sup>。本文从电磁波传播的基本理论出发, 计算了发射端电流信号与接收端感应电动势信号周期修正项的不同, 并分析了不同地面类型对周期修正项的影响, 以及采用磁天线和电天线造成的差异, 以期提高长波定时中传播路径时延计算的精度。同时, 对周期修正项的详细计算和分析可为新型定时接收机的研制及接收天线的选择提供理论基础, 提高用户接收机周期识别的能力。

## 2 长波定时

### 2.1 罗兰-C 标准信号

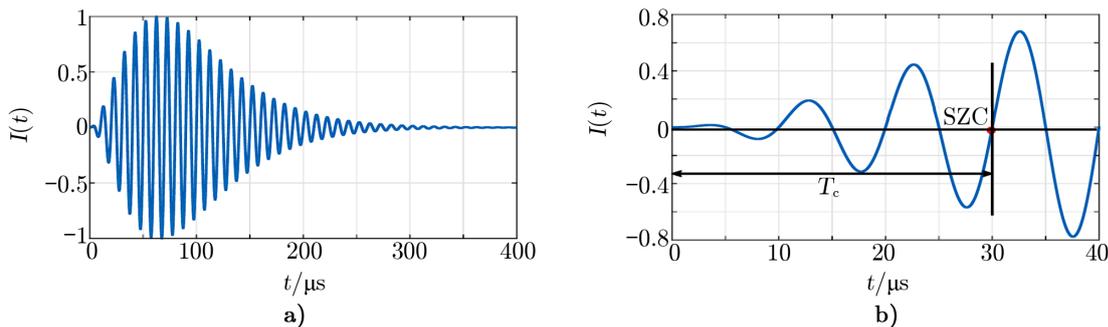
罗兰-C 系统发射天线底部馈电点的电流脉冲是一个载频为  $10^5$  Hz 的钟形脉冲, 它的时间函数可以表示为<sup>[6]</sup>:

$$I(t) = \begin{cases} f(t) \sin(\omega_0 t), & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}, \quad (1)$$

其中,  $\sin(\omega_0 t)$  是载波信号,  $\omega_0$  为载波的角频率, 且  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $f_0 = 10^5$  Hz, 为载波的中心频率, 载波周期为  $T = 10 \mu\text{s}$ 。  $f(t)$  为单脉冲的归一化波形, 它是指数不对称形函数, 其解析表达式为:

$$f(t) = \left(\frac{e}{\tau} t\right)^2 e^{-2t/\tau}, \quad (2)$$

其中,  $e$  是自然常数。  $\tau$  为脉冲前沿, 即脉冲从 0 上升到峰值的时间。在中国, BPL 长波发射信号中, 脉冲前沿  $\tau$  取为  $65 \mu\text{s}$ 。图 1 给出了中国长波发射信号单脉冲的标准波形, 以及标准过零点和周期修正项  $T_c$ 。可以看出, 标准过零点的位置在  $30 \mu\text{s}$  处, 且  $T_c = 30 \mu\text{s}$ 。



注: a) 标准信号的单脉冲波形; b) 信号标准过零点以及周期修正项。标准过零点是长波接收机的跟踪点, 可用于信号到达时间的测量<sup>[7]</sup>。

图 1 长波发射信号单脉冲标准波形

## 2.2 长波授时原理

长波授时是利用长波(低频)进行时间频率传递与校准的方法,该方法具有作用距离远,稳定性好,抗干扰能力强等优点<sup>[11]</sup>。长波接收机接收长波发播台发出的信号,并可根据一定的算法获得本地接收机时钟与标准时间的偏差 $\Delta T$ ,以完成定时<sup>[12]</sup>。定时过程的时间原理如图2所示<sup>[11]</sup>。在统一的时间轴上 $\Delta T$ 满足以下关系:

$$\Delta T = T_m + T_p + T_r - N \quad (3)$$

其中, $T_m$ 为发播台参考秒脉冲(1 pulse per second, 1PPS)与标准时间的间隔; $T_p$ 为长波信号传播路径时延,即长波信号从发播台到接收机当前位置的绝对传播时间; $T_r$ 为接收系统时延; $N$ 是接收机组触发脉冲(group trip pulse, GTP)与接收机1PPS之间的时间间隔。如果 $T_m, T_p, T_r, N$ 已知,就能计算出 $\Delta T$ 。从计算过程可知, $T_p$ 的计算精度对 $\Delta T$ 有显著影响。另外,长波接收机内置计数器,用于测量接收机本地秒与触发脉冲之间的时间间隔。由于接收机本地秒与标准秒信号不一定同步,故测量值中包含了接收机钟差。

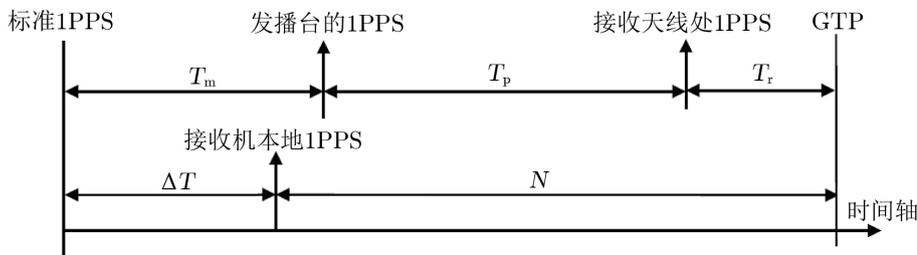


图2 长波接收机定时原理示意

## 2.3 传播路径时延中的周期修正项

传播路径时延 $T_p$ 一般是指从发射信号起点到接收信号起点所经历的时间延迟。但是,由于长波接收机跟踪信号标准过零点,故这里的传播路径时延指的是信号标准过零点的传播时延。如图3所示,其中, $I(t)$ 为发射端电流信号, $\xi(\mathbf{r}, t)$ 为接收端感应电动势信号。发射端电流信号标准过零点在 $30 \mu\text{s}$ 处,即周期修正项为 $30 \mu\text{s}$ 。信号在真空或者实际传播介质中传播时, $T_p$ 可用下式表示:

$$T_p = \frac{r}{c} n_s \times 10^6 - 30 + T_c \quad (4)$$

其中, $r$ 为信号在真空中传播的距离, $c$ 为真空中的光速。 $n_s$ 为传播介质的折射指数,当传播介质为真空时, $n_s = 1$ ;当传播介质为空气时,通常取 $n_s = 1.000315$ ;  $T_c$ 为接收端感应电动势的周期修正项,其单位为微秒。从式(4)可以看出,如果接收端感应电动势的周期修正项与发射端电流信号的周期修正项相同,即 $T_c = 30 \mu\text{s}$ ,则 $T_p = \frac{r}{c} n_s \times 10^6$ ,它只与传播的距离和传播介质有关;如果 $T_c \neq 30 \mu\text{s}$ ,则感应电动势的周期修正项将直接影响传播路径时延的计算结果,从而影响最终的定时精度。因此,本文主要讨论用户接收端感应电动势的周期修正项问题及其对授时精度的影响。

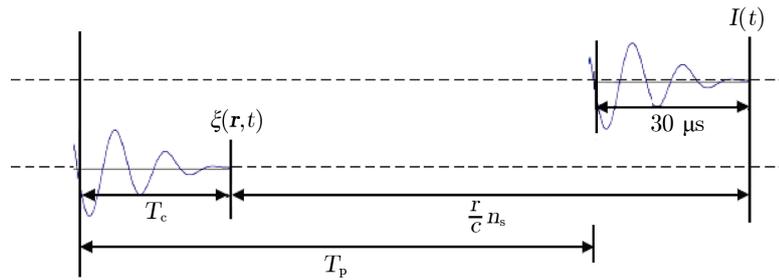


图 3 传播路径时延基本关系示意

### 3 基本理论

#### 3.1 信号电流的近似表示

前面已经指出, 发射天线馈电点的信号电流是  $f(t)$  与角频率为  $\omega_0$  的正弦信号的调制脉冲。为简化相关计算, 发射天线馈电点电流信号用指数  $e^{\pm j\omega_0 t}$  的形式表示<sup>[8]</sup>:

$$\tilde{I}(t) = f(t)e^{-j\omega_0 t} = f(t) \cos(\omega_0 t) - jf(t) \sin(\omega_0 t), \quad (5)$$

其中, 有意义的部分为:

$$I(t) = f(t) \sin(\omega_0 t) = -\text{Im} \tilde{I}(t), \quad (6)$$

即发射天线馈电点电流信号  $I(t)$  等于  $\tilde{I}(t)$  虚部的负值。

将  $\tilde{I}(t)$  进行傅里叶变换, 可以得到:

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega_0 t} e^{j\omega t} dt = \int_0^{\infty} f(t)e^{-j\omega_0 t} e^{j\omega t} dt. \quad (7)$$

对其进行分部积分, 可以得到:

$$G(\omega) = \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \frac{2}{[-j(\omega - \omega_0) + 2/\tau]^3}. \quad (8)$$

$\tilde{I}(t)$  可以用  $G(\omega)$  表示为:

$$\tilde{I}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)e^{-j\omega t} d\omega. \quad (9)$$

计算后可以得到:

$$\tilde{I}(t) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \int_0^{\infty} \{R_1(\omega)e^{-j[\omega t - \phi_1(\omega)]} + R_2(\omega)e^{j[\omega t - \phi_2(\omega)]}\} d\omega, \quad (10)$$

其中,

$$\begin{cases} R_1(\omega) = \frac{1}{[(\omega - \omega_0)^2 + (2/\tau)^2]^{3/2}} \\ \phi_1(\omega) = 3 \arctan \frac{\omega - \omega_0}{2/\tau} \\ R_2(\omega) = \frac{1}{[(\omega + \omega_0)^2 + (2/\tau)^2]^{3/2}} \\ \phi_2(\omega) = 3 \arctan \frac{\omega + \omega_0}{2/\tau} \end{cases} . \quad (11)$$

根据式 (6) 可以得到:

$$I(t) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \int_0^\infty \{R_1(\omega) \sin[\omega t - \phi_1(\omega)] - R_2(\omega) \sin[\omega t - \phi_2(\omega)]\} d\omega . \quad (12)$$

因此, 发射天线馈电点的信号电流  $I(t)$  既可以用解析表达式 (1) 表示, 也可以用谐波叠加的式 (12) 表示。

中国 BPL 发播台发射信号的中心频率为  $f_0 = 10^5$  Hz。当  $\omega_0 = 2\pi \times 10^5$  rad·s<sup>-1</sup> 时, 比较  $R_1(\omega)$  与  $R_2(\omega)$  可以看出,  $R_2(\omega) \ll R_1(\omega)$ , 因此, 式 (12) 可近似表示为:

$$I(t) \approx \frac{1}{\pi} \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \int_0^\infty R_1(\omega) \sin[\omega t - \phi_1(\omega)] d\omega . \quad (13)$$

式 (13) 表明, 信号电流  $I(t)$  的积分范围为  $[0, +\infty]$ 。实际的电流信号具有一定的带宽, 从中心频率向两侧扩展。为计算式 (13), 可以选择一定的频率范围, 将积分变为求和, 进行数值计算<sup>[13]</sup>。取  $d\omega = 2\pi\Delta f$ ,  $\Delta f = 10^3$  Hz, 式 (13) 可以简化为:

$$I(t) \approx 2 \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \sum_{n=\min}^{\max} R_1(\omega_n) \sin[\omega_n t - \phi_1(\omega_n)] \Delta f , \quad (14)$$

其中,  $n$  为整数, 表示  $\Delta f$  的倍数。当  $n = 100$  时,  $\omega_{100} = 100\Delta f$ , 并且,

$$\begin{cases} R_1(\omega_n) = 10^{-9} / [4\pi^2(n - 100)^2 + (2000/65)^2]^{3/2} \\ \phi_1(\omega_n) = 3 \arctan \frac{2\pi(n - 100)}{2000/65} \\ \omega_n t = 2\pi n t \times 10^{-3} \\ 2 \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \Delta f = 2 \times \left(\frac{2.7182818284}{65}\right)^2 \times 10^{15} \end{cases} , \quad (15)$$

其中,  $t$  的单位为微秒。

为了比较电流信号的解析表达式 (1) 与近似表达式 (14) 的差异, 我们选择不同的积分 (求和) 范围进行数值计算。计算结果表明, 电流信号谐波叠加的近似形式与其解析表达式在波形上相同, 可以代替解析形式进行计算。图 4 给出了不同积分 (求和) 范围下, 数值计算结果与解析形式之间的误差曲线, 所选择的积分频率范围分别为 30~170 kHz, 40~160 kHz,

70~130 kHz。结果表明, 数值计算结果与解析式的结果十分相近, 其误差量级很小。但是不同的积分区间, 误差存在差异, 积分 (求和) 范围越大, 对应的误差越小。同时, 积分范围越大, 相应的计算量也越大。我们选择 30~170 kHz 的积分范围作为数值计算的频率选择。

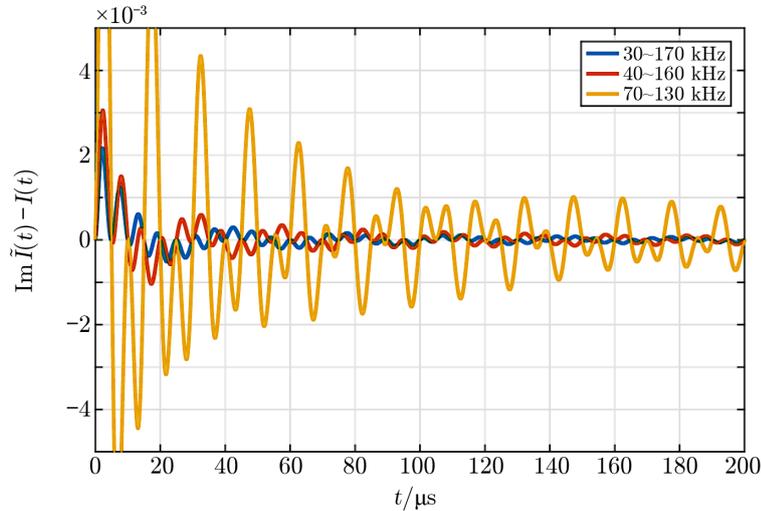


图 4 数值计算结果与解析式计算结果的误差曲线

### 3.2 信号接收端的电磁场

电磁波是从交变运行的电荷系统辐射出来的。从宏观的角度看, 电磁波由载有交变电流的天线辐射出来; 从微观的角度看, 变速运动的带电粒子导致电磁波的辐射。当交变电流分布给定时, 计算辐射场的基础是推迟势公式。这里以自由空间中的传播为例进行阐述, 推迟势  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  的公式为<sup>[14]</sup>:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{x}') e^{-j(\omega t - kr)}}{r} dV' , \quad (16)$$

其中,  $\mu_0$  为真空中的磁导率;  $\mathbf{J}(\mathbf{x}')$  是一定频率的交变电流密度;  $\mathbf{x}'$  表示电流所处的位置, 它只与电流的分布区域有关;  $t$  表示发射端的信号时间;  $k$  为相位常数;  $r$  为接收端到发射端的距离;  $e^{jkr}$  是推迟作用因子, 它表示电磁波传播至接收端时对应的相位延迟  $kr$ ;  $V'$  表示电流的分布区域。长波的发射天线可以看成是一个简单的振荡电偶极子系统, 天线的长度为  $\Delta l$ 。当天线上有交变电流  $I(t)$  时, 接收端由振荡电偶极矩产生的辐射的幅值为:

$$|\mathbf{A}(\mathbf{r})| = \frac{\mu_0 e^{jkr}}{4\pi r} I(t) \Delta l . \quad (17)$$

根据推迟势可以计算出接收端磁感应强度  $\mathbf{B}$  和电场强度  $\mathbf{E}$  的幅值的表示式:

$$|\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega, t)| = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 c^3 r} e^{jkr} \frac{dI(t)}{dt} \Delta l , \quad (18)$$

$$|\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega, t)| = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 c^2 r} e^{jkr} \frac{dI(t)}{dt} \Delta l , \quad (19)$$

其中  $\varepsilon_0$  为真空介电常量。将  $I(t)$  的近似表达式 (13) 代入式 (18) 和式 (19)，并进行关于时间的一阶求导，可以得到以下公式：

$$|\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega, t)| = \frac{-j\Delta l}{4\pi\varepsilon_0 c^3 r} e^{jkr} \frac{1}{\pi} \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \int_0^\infty \omega R_1(\omega) e^{-j[\omega t - \phi_1(\omega)]} d\omega, \quad (20)$$

$$|\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega, t)| = \frac{-j\Delta l}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r} e^{jkr} \frac{1}{\pi} \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \int_0^\infty \omega R_1(\omega) e^{-j[\omega t - \phi_1(\omega)]} d\omega. \quad (21)$$

比较接收端磁场和电场的公式可以看出，电场和磁场具有相同的相位，即当磁场幅值达到最大时，电场的幅值也将达到最大。需要注意的是，上述推导过程的传播介质为真空，它与实际介质存在一定差异。

## 4 感应电动势及周期修正项

在接收端，天线接收长波信号。在接收天线上产生的感应电动势信号，由接收机进一步处理。根据接收端离发射端距离的远近，电磁波表现为不同的特性。当传播距离小于一个波长时， $kr \ll 1$ ，推迟作用因子  $e^{jkr} \approx 1$ ，电磁场保持恒定场的主要特点，因此，在近场区域内的情况可暂不考虑。当接收端位于辐射区时，需分析其电动势的波形及其周期修正项。

### 4.1 信号在真空中传播时的感应电动势

接收天线按照其特性，可以分为磁天线和电天线<sup>[15, 16]</sup>，下面对此分别进行讨论。

(1) 若接收天线为单圈的磁性天线，且线圈的面积为  $S$ ，则接收端磁天线上指数形式的感应电动势  $\tilde{\xi}_B(\mathbf{r}, t)$  正比于接收天线内磁通量  $\Phi(t)$  对时间的导数<sup>[13]</sup>，即：

$$\tilde{\xi}_B(\mathbf{r}, t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -S \frac{d\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega, t)}{dt} \cdot \mathbf{s}, \quad (22)$$

其中， $\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega, t)$  为接收端的磁感应强度， $\mathbf{s}$  表示线圈的法向矢量。当线圈方向平行于电磁波的传播方向，且磁场垂直于线圈的平面时，电磁场产生的感应电动势最大。这里，有意义的感应电动势为  $\xi_B(\mathbf{r}, t) = -\text{Im} \tilde{\xi}_B(\mathbf{r}, t)$ 。在接收端感应电动势的幅值可以简化为：

$$\xi_B(\mathbf{r}, t) = 2C_0 \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \sum_{n=30}^{170} \omega_n^2 R_1(\omega_n) \sin[\omega_n t - \phi_1(\omega_n)] \Delta f, \quad (23)$$

其中， $C_0 = \frac{S\Delta l}{4\pi\varepsilon_0 c^3 r}$ 。在恒定距离上， $C_0$  为一个固定的归一化常数。比较式 (14) 与式 (23) 可以看出， $\xi_B(\mathbf{r}, t)$  的求和项比  $I(t)$  的求和项多一个  $\omega_n^2$  的因子，这是由磁天线的接收特性引起的。

(2) 若接收天线为鞭状的电性天线，接收天线的长度为  $L$ ，则接收端电天线上指数形式的感应电动势可以表示为：

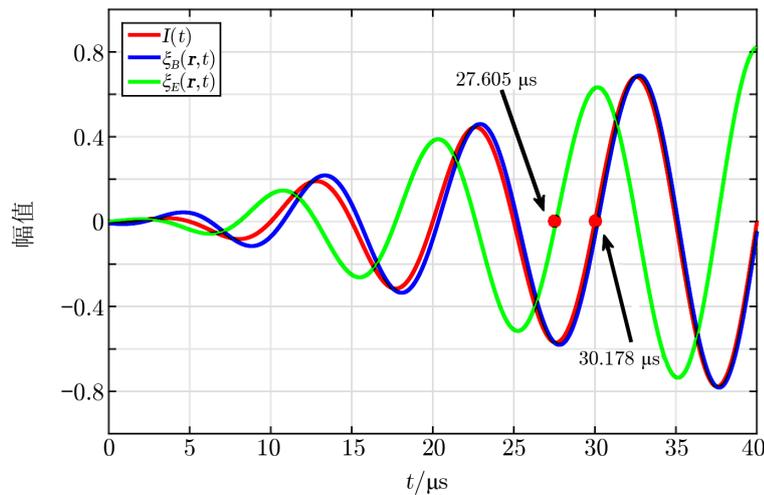
$$\tilde{\xi}_E(\mathbf{r}, t) = L \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega, t) \cdot \mathbf{l}, \quad (24)$$

其中,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega, t)$  为接收端电场强度,  $\mathbf{l}$  表示接收天线的方向矢量。当电场方向与天线方向相同时, 电磁场产生的感应电动势最大, 接收端感应电动势的幅值可以表示为:

$$\xi_E(\mathbf{r}, t) = 2C'_0 \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \sum_{n=30}^{170} \omega_n R_1(\omega_n) \sin[\omega_n t - \phi_1(\omega_n) + \frac{\pi}{2}] \Delta f, \quad (25)$$

其中,  $C'_0 = \frac{L\Delta l}{4\pi\epsilon_0 c^2 r}$ 。在恒定距离上,  $C'_0$  为固定的归一化常数。同样, 电性天线感应电动势的求和项中多了  $\omega_n$  的因子, 这是由电天线的接收特性引起的。

磁天线与电天线接收的感应电动势的表达式不同。比较式 (23) 和式 (25) 可知, 当载频为单一频率时, 例如  $n = 100$  时,  $\omega_n^2$  和  $\omega_n$  为常数, 此时, 电天线感应电动势的相位比磁天线感应电动势的相位超前  $\pi/2$ , 即  $1/4$  周, 载波周期是  $10 \mu\text{s}$ , 因此, 电天线感应电动势的波形应超前  $2.5 \mu\text{s}$ 。实际上, 载频具有一定的带宽, 接收天线的特性会改变感应电动势信号的周期, 造成  $\xi(\mathbf{r}, t)$  与  $I(t)$  波形的差异, 因此, 电天线感应电动势的相位超前磁天线感应电动势的相位, 但并不是严格的  $2.5 \mu\text{s}$ , 而是跟接收天线的特性有关。选择频率的求和范围为  $30 \sim 170 \text{ kHz}$ , 按在真空中传播进行计算, 数值计算结果如图 5 所示。从图中可看出, 电天线感应电动势的周期修正项  $T_c = 27.605 \mu\text{s}$ , 磁天线感应电动势的周期修正项  $T_c = 30.178 \mu\text{s}$ , 两者相差  $2.573 \mu\text{s}$ 。此外, 电天线和磁天线的感应电动势的周期修正项也与电流信号的周期修正项有差异, 因此, 在计算传播路径时延时, 需要考虑周期修正项的影响。



注: 红线表示电流信号的波形, 其周期修正项为  $30 \mu\text{s}$ ; 蓝线表示接收天线为磁天线时感应电动势的波形, 其周期修正项为  $30.178 \mu\text{s}$ ; 绿线表示接收天线为电天线时感应电动势的波形, 其周期修正项为  $27.605 \mu\text{s}$ 。

图 5 数值计算结果与解析式的误差曲线

#### 4.2 介质中传播的感应电动势

根据地波传播理论, 当传输介质不为真空时, 天线电流产生的磁场  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega, t)$  和电场

$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega, t)$  的幅值分别由下面的式子给出:

$$|\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega, t)| = \frac{-j}{4\pi\epsilon_0 c^3 r} e^{jkr} \frac{1}{\pi} \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \int_0^\infty |W(\omega)| R_1(\omega) e^{-j[\omega t - \phi_1(\omega) - \arg W(\omega)]} d\omega, \quad (26)$$

$$|\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega, t)| = \frac{-j}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} e^{jkr} \frac{1}{\pi} \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \int_0^\infty |W(\omega)| R_1(\omega) e^{-j[\omega t - \phi_1(\omega) - \arg W(\omega)]} d\omega, \quad (27)$$

其中,  $W(\omega)$  表示衰减函数, 是传播介质中传播频率、传播距离、传播路径上的相对介电常数、等效电导率等诸多因素的综合影响;  $\arg W(\omega)$  表示衰减函数的幅角。关于衰减函数的计算公式在很多文献中都有阐述<sup>[17-19]</sup>, 这里不再重复。由此求得的磁天线和电天线所对应的感应电动势的表达式分别为:

$$\xi_B(\mathbf{r}, t) = 2C_0 \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \sum_{n=30}^{170} |W(\omega_n)| \omega_n^2 R_1(\omega_n) \sin[\omega_n t - \phi_1(\omega_n) - \arg W(\omega_n)] \Delta f, \quad (28)$$

$$\xi_E(\mathbf{r}, t) = 2C'_0 \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \sum_{n=30}^{170} |W(\omega_n)| \omega_n R_1(\omega_n) \sin[\omega_n t - \phi_1(\omega_n) + \frac{\pi}{2} - \arg W(\omega_n)] \Delta f. \quad (29)$$

可以看出, 感应电动势波形及其周期修正项都受到传播介质的影响。根据国际电联 (ITU, 即原 CCIR) 关于大地传播类型的划分, 参考地面可分为平均海水、良导电地、潮湿地面、平均陆地、较干燥地、干燥地面和甚干燥地七种典型的类型, 相应的相对介电常数、等效电导率等参数的取值见参考文献[17]。根据式 (28) 和式 (29), 表 1 和表 2 分别给出了利用磁天线和电天线时不同介质中数值计算的周期修正项, 其中, 地球等效半径系数取 4/3。

表 1 用磁天线时感应电动势的周期修正项

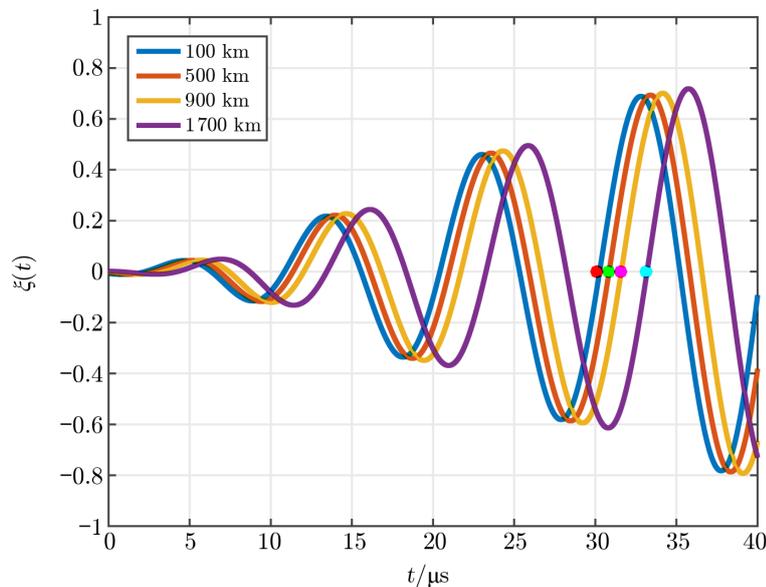
距离/km	周期修正项/ $\mu\text{s}$						
	平均海水	良导电地	潮湿地面	平均陆地	较干燥地	干燥地面	甚干燥地
100	30.265 5	30.628 5	30.912 5	31.451 5	32.250 5	33.483 5	34.424 5
200	30.382 5	30.900 5	31.302 5	32.052 5	33.105 5	34.433 5	34.915 5
300	30.522 5	31.164 5	31.661 5	32.571 5	33.787 5	35.046 5	35.268 5
500	30.851 5	31.707 5	32.362 5	33.535 5	34.969 5	36.019 5	36.031 5
700	31.217 5	32.269 5	33.069 5	34.473 5	36.070 5	36.969 5	36.885 5
900	31.603 5	32.844 5	33.784 5	35.408 5	37.157 5	37.959 5	37.801 5
1 100	31.996 5	33.427 5	34.505 5	36.347 5	38.248 5	38.983 5	38.756 5
1 300	32.394 5	34.013 5	35.230 5	37.290 5	39.345 5	39.345 5	39.731 5
1 500	32.792 5	34.601 5	35.956 5	38.235 5	40.450 5	41.091 5	40.717 5
1 700	33.192 5	35.189 5	36.684 5	39.181 5	41.561 5	42.157 5	41.709 5

图 6 给出了平均海水 (相对介电常数为 70, 等效电导率为 5 S/m) 中, 不同传播距离时感应电动势的波形 (磁天线) 及其对应的周期修正项。从图中可以看出, 对于单一的传播介质, 随着传播距离的增加, 感应电动势的波形会出现一定程度的平移, 周期修正项的值也会随之

表 2 用电天线时感应电动势的周期修正项

距离/km	周期修正项/ $\mu\text{s}$						
	平均海水	良导电地	潮湿地面	平均陆地	较干燥地	干燥地面	甚干燥地
100	27.693 5	28.056 5	28.339 5	28.876 5	29.669 5	30.889 5	31.830 5
200	27.809 5	28.327 5	28.728 5	29.473 5	30.517 5	31.835 5	32.331 5
300	27.949 5	28.591 5	29.085 5	29.990 5	31.194 5	32.449 5	32.688 5
500	28.277 5	29.132 5	29.785 5	30.949 5	32.369 5	33.428 5	33.454 5
700	28.642 5	29.692 5	30.489 5	31.882 5	33.467 5	34.381 5	34.310 5
900	29.026 5	30.266 5	31.201 5	32.814 9	34.551 5	35.375 5	35.226 5
1 100	29.419 5	30.848 5	31.922 5	33.750 5	35.640 5	36.405 5	36.181 5
1 300	29.815 5	31.433 5	32.645 5	34.689 5	36.737 5	37.460 5	37.154 5
1 500	30.212 5	32.020 5	33.369 5	35.632 5	37.846 5	38.530 5	38.136 5
1 700	30.611 5	32.607 5	34.095 5	36.576 5	38.954 5	39.608 5	39.119 5

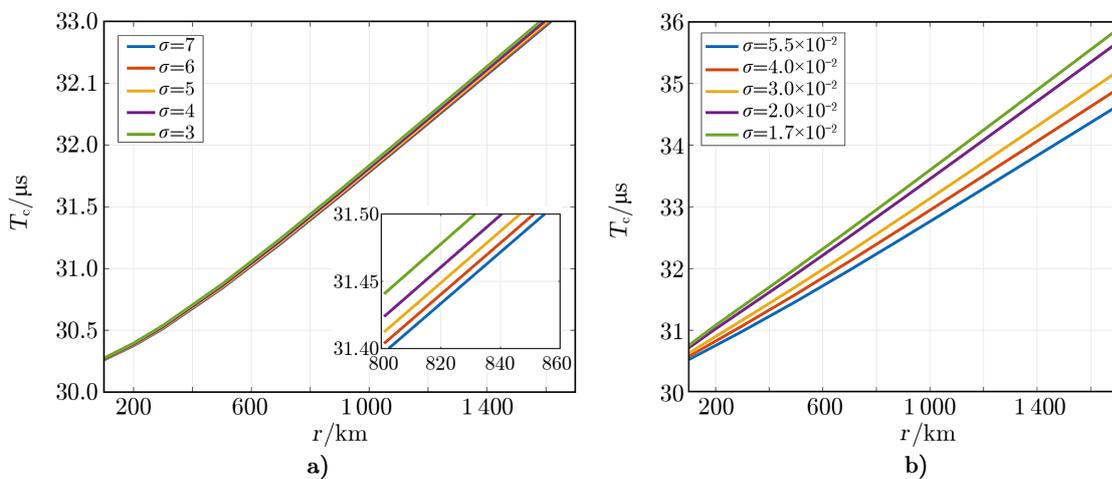
增大: 在 100 km 处,  $T_c = 30.265 5 \mu\text{s}$ ; 而在 1700 km 处,  $T_c = 33.192 5 \mu\text{s}$ 。两者相差了近  $3 \mu\text{s}$ , 这是因为实际传播介质不同于真空, 并且不同频率的载波传播速度不同。 $T_c$  的变化说明: 利用长波进行高精度的时间传递时, 需要考虑周期修正项的改变对传播路径时延的影响。实际介质中周期修正项的影响更为显著。



注: 红色点表示 100 km 处对应的周期修正项,  $T_c = 30.265 5 \mu\text{s}$ ; 绿色点表示 500 km 处对应的周期修正项,  $T_c = 30.851 5 \mu\text{s}$ ; 紫色点表示 900 km 处对应的周期修正项,  $T_c = 31.603 5 \mu\text{s}$ ; 蓝色点表示 1700 km 处对应的周期修正项,  $T_c = 33.192 5 \mu\text{s}$ 。

图 6 不同传播距离上感应电动势波形

在计算接收端的感应电动势时,等效电导率的取值也是影响感应电动势和周期修正项的重要因素。当相对介电常数恒定时,等效电导率 $\sigma$ 对 $T_c$ 的影响也可以根据式(28)和式(29)进行仿真计算。根据长波地波传输信道计算方法中典型地面相对介电常数和电导率的取值<sup>[17]</sup>,选择相对介电常数分别为70和40,接收天线为磁天线时进行分析。不同 $\sigma$ 对 $T_c$ 的影响如图7所示,其中, $\sigma$ 取值范围分别为 $3 \sim 7 \text{ S/m}$ 和 $1.7 \times 10^{-2} \sim 5.5 \times 10^{-2} \text{ S/m}$ 。从图中可以看出,当 $\sigma$ 恒定时, $T_c$ 随传播距离的增加而近似线性增大。在恒定的传播距离上, $\sigma$ 减小时, $T_c$ 反而会增大,这是因为电导率越小,所对应的衰减函数越大,从而造成周期修正项也越大。比较相对介电常数为70和40两种情况的结果,前者 $\sigma$ 的影响并不明显,而后者影响较为显著。结合图6的内容,计算出恒定 $\sigma$ 时 $T_c$ 的变化斜率,用于修正传播路径时延的计算,可以有效地扣除周期修正项的影响,提高路径时延的计算精度,从而进一步提高长波授时的精度。



注: a) 相对介电常数为70; b) 相对介电常数为40。

图7 电导率对周期修正项的影响

## 5 总结与展望

周期修正项是影响长波定时精度的重要因素。本文从标准罗兰信号电流及基本概念出发,首先给出了长波发射电流信号的近似表达,即电流信号可以表示成一系列不同频率谐波的叠加。数值计算的结果表明:谐波叠加的电流信号与标准电流信号近似相同。结合电磁波传播理论,数值计算了接收端感应电动势的周期修正项,结果表明其与发射端电流信号周期修正项的 $30 \mu\text{s}$ 不同,传播介质为真空时,磁天线感应电动势的周期修正项为 $30.178 \mu\text{s}$ 。实际传播介质中,感应电动势周期修正项的数值往往比真空中的数值还大,如果对此不予考虑,势必影响传播路径时延的计算精度,因此,在利用长波进行高精度授时时,需要考虑感应电动势周期修正项的影响。感应电动势周期修正项与实际传播介质的相对介电常数、等效电导率

和传播距离有关。无论是磁天线还是电天线, 当接收的信号为地波时, 数值计算的结果都表明: 传播距离越大, 感应电动势所对应的周期修正项的值也会越大; 传播距离和相对介电常数恒定时, 传播路径上等效电导率越小, 所对应的感应电动势的周期修正项反而越大。综上所述, 对于长波定时接收机, 在信号处理时需要考虑接收端感应电动势周期修正项对授时精度的影响。我们可以利用恒定电参数时, 周期修正项与传播距离的近似线性关系, 预估周期修正项的具体修正值, 以提高用户接收机的授时精度。

#### 参考文献:

- [1] Volpe Center. Vulnerability Assessment of the Transportation Infrastructure Relying on the Global Positioning System. Cambridge, MA: Office of the Secretary of Transportation, 2001
- [2] Hargreaves C, Williams P, Bransby M. Proceedings of the 2012 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium. Piscataway, NJ: IEEE, 2012: 1169
- [3] Yu D H. International Journal of KIMICS, 2010, 8: 524
- [4] <https://www.congress.gov/bill/115th-congress/house-bill/2518/text#toc-H58203DFFC5EF45B6B11AE285E75DD73E>
- [5] Zhou L L, Xi X L, Zhang J S, et al. Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(3): 1738
- [6] 吴海涛. 博士论文. 北京: 中国科学院研究生院, 2002: 11
- [7] Chris H. Dissertation. Nottingham: Univ of Nottingham, 2010: 6
- [8] 梁仲寰. 陕西天文台台刊, 1988, 11(1-2): 34
- [9] 苗永瑞, 杨克俊, 郑恒秋, 等. 陕西天文台台刊, 1979, 2(1): 12
- [10] 梁仲寰, 屠鲁征. 时间频率公报 (增刊), 1983, 6: 1
- [11] 李实锋. 博士论文. 北京: 中国科学院大学, 2013: 12
- [12] 车爱霞. 时间频率学报, 2011, 34(1): 23
- [13] 刘长虹, 季丹. 时间频率学报, 2014, 37(1): 49
- [14] 郭硕鸿. 电动力学. 北京: 高等教育出版社, 1997: 193
- [15] 崔国恒, 曹可劲, 许江宁, 等. 弹箭与制导学报, 2010, 30(6): 180
- [16] 车爱霞, 王玉林, 刘长虹, 等. 宇航计测技术, 2012, 32(1): 13
- [17] 中华人民共和国信息产业部. 长波地波传输信道计算方法: SJ20839-2002. 北京: 中国电子技术标准化研究所, 2003
- [18] 李瑞敏. 硕士论文. 北京: 中国科学院研究生院, 2012: 12
- [19] 温芳茹. 电波科学学报, 1987, 2(1): 26

## Effect of Periodic Correction Term of Long Wave on Timing Accuracy

YAN Bao-rong<sup>1,2</sup>, LI Yun<sup>1,2</sup>, GUO Wei<sup>1,2</sup>, HUA Yu<sup>1,2</sup>

(1. National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China; 2. Key Laboratory of Precise Positioning and Timing Technology, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

**Abstract:** The periodic correction term is a characteristic quantity of long wave timing sig-

nal. It is often associated with signal trace point. In timing service, the periodic correction term is an important factor of the influence on long wave propagation delay. We discussed the difference of periodic correction term between the induced electromotive force at acceptance point and current signal at emission point. The influence of a magnetic antenna and an electric antenna is presented. The value of periodic correction term in real material is calculated in numeric method. The results show that the period correction term is related to the propagation distance, and the larger the propagation distance, the larger the period correction term. Meanwhile, periodic correction items are also affected by factors such as equivalent conductivity, and the smaller the equivalent conductivity, the larger the periodic correction is. Through the analysis of periodic correction items, the precision of propagation path delay calculation can be improved effectively and the timing precision can be improved.

**Key words:** long wave timing; delay of transmission path; periodic correction term; induced electromotive force