doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2017.01.08

# 火星指向模型与重力场模型的 发展回顾与使用

曹建峰<sup>1,2,3</sup>,刘 磊<sup>1,2</sup>,黄 勇<sup>3</sup>,昌胜骐<sup>3</sup>,胡松杰<sup>1,2</sup>

(1. 航天飞行动力学技术重点实验室,北京 100094;
 2. 北京航天飞行控制中心,北京 100094;
 3. 中国科
 学院 上海天文台,上海 200030)

**摘要:** 首先回顾了火星重力场模型的发展历程; 然后介绍了火星重力场模型使用中涉及的坐标系统,并给出了各坐标系之间的相互转换关系,再比较了基于不同火星指向参数模型进行坐标转换的差异:最后从重力异常与星历积分两个方面对最新的火星重力场模型 GMM-3 与 JGMRO\_120d 进行了比较,结果表明两个重力场模型在精度上较为一致,对于 10 m 量级精度的定轨要求,模型的选取无特殊要求。

关键词:火星;重力场;坐标转换中图分类号:P185.3 文献标识码:A

#### 1 引 言

对目标天体开展重力探测与科学理论研究是行星探测计划中必不可少的一部分,原因主要有两点: (1) 天体重力场是对环绕探测航天器开展精密定轨计算所必需的基础模型; (2) 重力场是天体表面地形、质量分布和内部物理结构的重要体现。重力探测的方法可以分为直接测量和间接测量,最简单直接的方法是在行星表面放置重力测量仪器,以获取绝对的重力值,对于全局重力场的测定,直接测量法基本无法实现。当前对地外天体重力场的研究一般通过对环绕型航天器的轨道及其变化的精确来实现,进而反演出全局的重力场模型。

中国首个火星探测计划——"萤火一号",是中国与俄罗斯的合作项目<sup>[1,2]</sup>,任务实施 中,探测器在地火转移轨道上与地面失去联系,任务失败。在萤火一号的任务准备中,测 控系统拟选取的火星重力场模型为 GMM-2,该模型采用 IAU 指向参数模型<sup>[3]</sup>,足以满 足工程定轨精度的需求。当前,自主火星探测已经立项,计划于 2020 年发射,一步完成

收稿日期: 2016-07-18; 修回日期: 2016-11-06 资助项目: 国家自然科学基金 (11303001, 61573049, 11373013, 61304233) 通讯作者: 胡松杰, husongjie@aliyun.com "绕"、"落"、"巡"的工程目标,对测控系统提出更高的精度需求。届时,测定轨工作将再 面临着火星重力场的选取与使用问题。

本文围绕火星重力场反演与应用问题,对火星重力场模型的发展历程进行回顾,描述火 星重力场模型使用中涉及的参考系及相互转换关系,最后对最新的火星重力场模型 GMM-3 与 JGMRO\_120D 进行比较分析,为重力场模型的使用选取提供依据。

# 2 火星重力场模型发展历程

火星空间探测活动可以追溯至 20 世纪 60 年代,前苏联曾先后发射了"火星"、"火卫" 系列的火星探测器,但是大部分探测活动以失败告终,"火星 3 号"着陆舱实现了软着陆,成 为第一个抵达火星表面的探测器。美国发射的"水手 4 号"则是第一个真正开展并测定火星 重力场的探测器,最早实现了火星引力常数与扁率的测定。此后,前苏联与美国先后多次完 成火星探测任务,如水手 4 号、6 号、7 号,但是这些任务飞行弧段短,获取的有效测量数 据有限,因此,早期火星重力场的研究仍然局限于引力常数和扁率的解算<sup>[4]</sup>。

首次真正意义上的火星全球重力场测定得益于"水手9号"任务的实施,该探测器于1971年发射,位于轨道倾角为64°的大偏心率轨道,轨道周期为12h,最近距离火星1390~1650km,在轨飞行周期约11月。科研人员对有限的测量数据开展了大量的研究工作,但是"水手9号"因为轨道高度较高,测量数据仅对低阶重力场的反演有一定贡献。诸多因素决定了基于"水手9号"仅能解算低阶次的全球重力场模型<sup>[5]</sup>:1973年,Lorell使用了近40d的环绕数据反演了10×10阶次的重力场模型;1974年,Born结合水手9号与火卫一、火卫二的光学数据解算了6×4阶次的模型;Reasenberg使用水手9号更长弧段的数据,于1975年解算了6×6阶次的重力场模型。

1976年,美国发射了 Viking Orbit 1-2 火星探测器,近火点高度最低降低至 300 km,这 为更精细的重力场反演工作提供了良好的数据条件。受限于计算能力,该时期 Balmino 所解 算的最好的重力场模型也仅为 18×18 阶次。20 世纪 90 年代后,随着计算机的飞速发展,更 高精度的重力场模型反演成为可能。Smith 等人综合了水手 9 号和 Viking orbit 的数据,发 布了 50×50 阶次的火星重力场模型 GMM-1<sup>[5]</sup>,为了克服跟踪数据的分布不均引起的高阶项 发散,重力场解算中引入了考拉约束。GMM-1 采用的火星固联坐标系遵循 IAU 协议,最初 的建立中计划采用 J2000.0 参考框架,但在数据处理中发现,水手 9 号 S 频段的多普勒数据 的拟合与 J1950.0 参考框架更为吻合。GMM-1 重力场建立中使用了共计 1142 d 的测轨数 据,共 232 323 个观测数据。美国喷气推进实验室的 Konopliv 于 1995 年亦解算了 50×50 阶 次的重力场模型 Mars50C。"水手 9 号"与 Viking orbit 在火星两极地区有效测量数据较少, 且分布不均匀,制约了更高精度的重力场模型的解算。

火星全球勘测者由美国国家航空航天局于 1996 年 11 月发射,探测器超期服役,整个任务于 2006 年结束,近火点高度最低为 110 km。MGS 的成功发射为火星重力场的深度认识提供了更为丰富的数据。MGS 除了拥有较低的飞行轨道高度,在测量手段上也得到了大幅

提升,如测控频段由早期的S频段提升至X频段,将多普勒测速精度提升至0.3~1.0 mm/s; 在数据预处理中,为了预防太阳系等离子区的影响,把探测器、太阳相对于地球的张角小于 10°的数据全部剔除。Lemoine 等人融合了 MGS 测轨数据及测高数据解算 80 阶次的火星重 力场模型 GMM-2B<sup>[6]</sup>。在随后的数年中,哥达德飞行中心又对 GMM-2B 重力场模型进行了 多次改进,发布了 80 阶次的 GGM1025 和 90 阶次 GGM1041C 重力场模型。GGM 系列的重 力场模型仍然是基于 IAU 指向参数模型。利用 MGS 的测轨数据,JPL 也进行了火星重力场 模型的研究工作,同样采用了 IAU 指向参数模型,基于 DE405 行星历表,综合了历史上水 手 9 号,Viking1-2 以及 MGS 的测轨数据。JPL 也对重力场模型进行持续改进,在 MGS95J 模型中考虑了火星卫星的影响,并且采用了基于 Pathfinder 的更为精细的火星指向参数模 型<sup>[7,8]</sup>。虽然采用了不同的指向参数模型,但是该阶段 JPL 与 GSFC 所解算的重力场模型精 度仍大致相当,这主要是因为可用的测轨数据仍然比较有限,不足以发挥精细指向参数模型 的优势。

JPL 与 GSFC 在重力场反演工作中采用了完全不同的软件。GSFC 使用的 GEODYN/SOLVE<sup>[9]</sup>,GEODYN 软件提供了轨道确定与大地测量相关的功能,采用最小二乘法,在重力反演中可以提供法方程矩阵,其结果直接提供给 SOVLE 软件进行解算。JPL 采用的是自行研发的行星探测器定轨软件 ODP (Orbit Determination Program),采用残差平方根信息滤波器对重力场系数在内的各待估参数进行加权最小二乘估算。

2001 年和 2005 年,NASA 又分别发射了 Odyssey 和 Mars Reconnaissance Orbiter (MRO) 探测器,这两颗探测器都采用了小偏心率的极轨轨道<sup>[10]</sup>:如 Odyssey 的成图阶段工 作轨道为 (390×455) km; MRO 的轨道高度则更低,为 (255×320) km。综合 MGS, Odyssey 和 MRO 的测轨数据,JPL 与 GSFC 分别发布了各自的火星重力场模型 JGMRO\_120D<sup>[11]</sup>和 GMM-3<sup>[12]</sup>。至此,JPL 与 GSFC 都放弃了使用 IAU 的指向参数模型,转而都使用基于 Pathfinder 的火星指向参数模型;但是在模型的具体使用中仍存在一定的差异,主要由于指 向参数模型的估算策略上不同,因而使用两家单位提供的重力场模型时,仍需要进行指向参 数模型的选取。GSFC 选取的是 Konopliv 等人发布的指向参数模型<sup>[7]</sup>,而 JPL 在重力场反 演的同时对指向参数进行解算。两个重力场模型的反演都对力模型进行了精化,尤其是火星 大气部分,分别采用了 DTM/GRAM2010 模型<sup>[13-15]</sup>,并利用大气制动期间的测轨数据对模 型进行了修正,另外动量轮卸载及太阳辐射压也都进行重新处理,这些工作使得重力场模型 的精度得到了大幅提升。表 1 给出了各个时期火星重力场模型的发展状况。

## 3 火星重力场的时变性

早期发布的火星重力场模型都属于静态模型,不考虑时变特性。事实上,季节性的温度 变化会引起火星大气中的 CO<sub>2</sub> 全球性的大尺度环流,对重力场影响是低阶项。火星大气中 95% 的成分是 CO<sub>2</sub>,气温的周年变化,导致两极冰盖的冷凝或升华,使得大气在南北两极之 间发生周年循环,质量的交换使得火星重力场与自转都有季节性的变化<sup>[12]</sup>。MGS 项目第一

农 1 个问时别结果的人生重力切供至							
模型名称	数据使用	火星指向模型	阶次数	${\rm GM/km^3 \cdot s^{-2}}$	方差		
M4 fly-by	M4			42828.32			
M6 fly-by	M6	—		42828.32	_		
GMM-1	M9, VO1, VO2	IAU 1991	$50{\times}50$	42828.2	0.05		
Mars50c	M9, VO1, VO2	IAU 1991	$50{\times}50$	42828.37	$8.6 \times 10^{-3}$		
MGS75b	M9,VO1, VO2, MGS	IAU 1991	$75 \times 75$	42828.382	$8 \times 10^{-4}$		
GMM-2	MGS	IAU 1991	$80 \times 80$	42828.372	$7 \times 10^{-5}$		
MGS95J	MGS, ODY,	Pathfindar modal	$05 \times 05$	42 828 374 40	$2.8 \times 10^{-4}$		
	Pathfinder, VL	i atililider model	90×90	42 020.074 40	2.0×10		
MGGM08A	MGS, ODY	${\it Path finder\ model}$	$95{ imes}95$	42828.375			
	MGS, ODY,						
$\rm JGMRO_{-120D}$	MRO, Pathfinder,	${\it Path finder\ model}$	$120{ imes}120$	42828.37501040	$1.82 \times 10^{-4}$		
	VL, MER						
GMM-3	MGS, ODY, MRO	Pathfinder model	$120 \times 120$	$4282\overline{8.37285418775}$	$1.62 \times 10^{-5}$		
注: M4: Mariner-4; M9: Mariner-9; VO1: Viking Orbiter-1; VO2: Viking Orbiter-2; MGS: Mars Global							

表 1 不同时期经典的火星重力场模型

注: M4: Mariner-4; M9: Mariner-9; VO1: Viking Orbiter-1; VO2: Viking Orbiter-2; MGS: Mars Global Surveyor; ODY: Mars Odyssey; MRO: Mars Reconnaissance Orbiter; VL: Viking Lander: MER: MER Opportunity。此处对考虑火星岁差章动的模型的坐标系都称为 Pathfinder model, 但实际应用中各个模型仍存在一定的 差异。

次直接测定了火星低阶重力场系数的时变。基于 MRO 的数据, JPL 与 GSFC 都提供了各自时变重力场模型的相关公式, JPL 主要对 J<sub>3</sub> 项进行了修正,

$$\Delta J_3 = 2.958\,705\,874\,08 \times 10^{-9} \times \sin(n\Delta t) \quad , \tag{1}$$

式中, n 为火星平均公转角速度, Δt 为自 1999-01-01T00:00:00 (UT) 起算的天数。

GSFC 发布的时变模型更为精细,为

$$\Delta \overline{C}_{lm} = \sum_{k} A^{k}_{\overline{C}_{lm}} \cos\left(\frac{2k\pi}{T}\Delta t\right) + B^{k}_{\overline{C}_{lm}} \sin\left(\frac{2k\pi}{T}\Delta t\right) \quad , \tag{2}$$

其中, $A_{\overline{C}_{lm}}^k$ , $B_{\overline{C}_{lm}}^k$ 表示各周期项的振幅。表 2 给出了带谐项系数,T为火星的平均公转轨道周期 (686.98 d), $\Delta t$ 表示从 2000-01-01T00:00:00 (UT) 起算的天数。

表 2 时变重力场系数

	k = 1		k = 2		k = 3	
	A	В	A	В	A	В
$J_2 \times 10^{-9}$	2.39	-0.83	1.23	0.73	0.53	0.46
$J_3 \times 10^{-9}$	1.67	2.35	0.32	0.21	0.13	0.15
$J_4 \times 10^{-9}$	0.85	-1.56	0.35	-0.24	-0.51	-0.64
$J_{5} \times 10^{-9}$	0.38	1.30	0.15	0.42	0.32	-0.02

35 卷

## 4 重力场模型涉及的坐标系统

火星重力场模型在火星固联坐标系中描述,而轨道计算中涉及的星历积分采用的是局部 惯性坐标系 (火星天球参考系),本节针对重力场模型使用的坐标系进行描述,并给出相互的 转换关系。

#### 4.1 坐标系的定义

IAU 地图坐标及旋转参数工作组 (Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements) 每三年发布一次太阳系大天体的指向参数模型报告<sup>[3,16]</sup>。报告中采用国际天球参考系 (ICRS),该参考系与 J2000.0 历元平赤道坐标系存在微小的旋转 (小于 0.1"),通常可忽略该差别。IAU 各天体指向参数模型没有考虑各天体岁差章动的影响,通过简单关系式将各天体的天球坐标系、固联坐标系直接与地球的天球坐标系、固联坐标系联系起来。 萤火一号任务的基本天文常数选 IAU 指向参数模型作为使用标准,主要是考虑当时的轨道精度需求以及使用的方便。除上述 IAU 工作组的定义之外,火星另有一套基于火星探路者计算的高精度的坐标转换方案。IAU 方案只是为了提供一种备选策略,而非最佳方案,后续分析使用的 IAU 指向模型为 IAU 2009 标准<sup>[3]</sup>。

(1) 基于 IAU 指向参数模型的火星固联坐标系

IAU 矢量由火星质心指向火星历元平赤道与地球 J2000.0 历元平赤道面的交点 Q, 点 Q 定义为火星平赤道相对于地球平赤道的升交点。火星固联坐标系的参考平面选取为火星平赤道面, 主方向定义为本初子午线与参考平面的交点 (图 1 a))。IAU 指定在火星平赤道平面上自西向东, 从点 Q 开始至本初子午线角度为 W。本初子午面选取为通过位于南半球的Airy-0 撞击坑的经圈。

$$W = 176^{\circ}.630 + 350^{\circ}.891\,982\,26\,\Delta t \quad , \tag{3}$$

式中, $\Delta t$ 为从J2000.0 历元起算的天数。



图 1 火星坐标参考系

132

火星天球坐标系坐标原点选取为火星质心,参考平面为地球历元平赤道,参考方向为历 元平春分点方向。该坐标系与地心天球坐标系完全对应,不同之处为坐标原点由地球质心移 至火星质心。

(3) 火星平赤道坐标系

IAU 矢量由火星质心指向火星历元平赤道与地球 J2000.0 历元平赤道面的交点 Q, 点 Q 定义为火星平赤道相对于地球平赤道的升交点。火星平赤道坐标系用于描述相对火星的状态量,选取火星历元平赤道为参考平面, IAU 矢量为参考方向 (图 1 b))。

(4) 火星平赤道平春分点坐标系

火星平赤道平春分点坐标系与火星平赤道坐标系采用相同的参考平面,不同之处是参考 方向采用的是火星历元平春分点(图1c))。

#### 4.2 各坐标系之间的相互转换关系

IAU 定义了火星天极在 J2000.0 地球平赤道平春分点坐标系中的方向,其形式为:

$$\begin{cases} \alpha = 317.681\,43 - 0.106\,1\,T \\ \beta = 52.886\,5 - 0.060\,9\,T \end{cases},\tag{4}$$

其中,*T*表示从 J2000.0 起算的儒略世纪数 (36 525 d), *α*, *β*的单位为角度。则历元 J2000.0 火星北天极可以表示为:

 $\boldsymbol{r}_{\text{Mars pole}} = \left[\cos\beta\cos\alpha \quad \cos\beta\sin\alpha \quad \sin\beta\right] = \left[0.446\,159 \quad 0.406\,238 \quad 0.000\,000\right] \ . \tag{5}$ 

如图 2 所示, IAU 矢量可以通过 J2000.0 历元地球北天极矢量与火星北天极矢量叉乘计算,对于 J2000.0 历元时刻, IAU 矢量为:

$$\boldsymbol{r}_{\text{IAU}} = \boldsymbol{r}_{\text{Earth pole}} \times \boldsymbol{r}_{\text{Mars pole}} = \begin{bmatrix} 0.673\,251 & 0.739\,413 & 0.000\,000 \end{bmatrix}$$
 . (6)



图 2 火星坐标转换关系

火星轨道面法向可由瞬时火星公转位置速度矢量计算得到,位置速度矢量可以通过 JPL 提供的行星历表计算。严格来讲,通过 JPL 历表计算获取的火星位置速度为瞬时轨道,而非 平均轨道,但是该差异对于火星坐标系的转换影响甚微。

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{Mars}} = \boldsymbol{r}_{\mathrm{Mars}} \times \boldsymbol{v}_{\mathrm{Mars}} \quad . \tag{7}$$

火星春分点方向矢量可以通过火星北天极方向矢量与轨道面法向叉乘计算,

$$r_{
m vernal\ equinox} = r_{
m Mars\ pole} imes H_{
m Mars}$$
 . (8)

则火星春分点与 IAU 矢量的关系可以表示为:

$$\cos \Psi = \mathbf{r}_{\rm IAU} \times \mathbf{r}_{\rm vernal\ equinox} \quad . \tag{9}$$

由春分点至本初子午线的角度为:

$$V = \Psi + W \quad . \tag{10}$$

至此,不同火星局部惯性坐标系可以通过绕轴 z 分别旋转角度 Ψ,W 与 V 进行相互转换。

#### 4.3 考虑岁差与章动的坐标系转换

火星属于类地行星,其自转变化与地球非常相似。太阳及火星的自然卫星的引力作用使 得火星的自转轴围绕公转轨道面的极轴旋转,这种受迫运动就是岁差;而太阳与自然卫星的 相对位置的变化使得受迫运动存在周期性的变化,也就是章动。目前的观测显示,火星的经 度章动变化幅度为 (-7608.3 ± 2.1) mas/a<sup>[11]</sup>。

图 3 给出了火星固联坐标系与火星天球参考系之间的转换关系,可以直接使用如下的火 星固联坐标系与天球参考系的转换公式<sup>[4]</sup>:

$$\boldsymbol{r}_{\rm in} = R_z(-N)R_x(-J)R_z(-\psi)R_x(-I)R_z(-\phi)R_y(X_p)R_x(Y_p)\boldsymbol{r}_{\rm bf} = (RT2C)\boldsymbol{r}_{\rm bf} \quad , \qquad (11)$$

$$\begin{cases} \psi(t) = \psi_0 + \dot{\psi}_0 t + \psi_{\rm nut} \\ I(t) = I_0 + \dot{I}_0 t + I_{\rm nut} \end{cases}$$

式中,  $\mathbf{r}_{in}$  为火星天球参考系位置矢量,  $\mathbf{r}_{bf}$  为火星固联坐标系位置矢量,  $\psi_{nut}$  与  $I_{nut}$  分别为 经度和倾角章动修正, t 为从 J2000.0 起算的时间,  $\psi_0$ ,  $I_0$  为 J2000.0 历元时刻的常量,  $\dot{\psi}_0$  为 火星章动变率,  $\dot{I}_0$  火星轨道倾角的长期变化。表 3 给出了基本天文常数, 表 4 给出了章动修 正系数。

$$\psi_{\text{nut}} = \sum_{m=1}^{9} \psi_{m0} \sin(\alpha_m t + \theta_m) \quad , \tag{12}$$

$$I_{\rm nut} = I_{00} + \sum_{m=1}^{9} I_{m0} \cos(\alpha_m t + \theta_m) \quad .$$
(13)

火星自转角  $\phi(t)$  为:

$$\phi(t) = \phi_0 + \dot{\phi}_0 t - \psi_{\text{nut}} \cos I + \sum_{j=1}^4 (\phi_{cj} \cos(jl') + \phi_{sj} \sin(jl')) + \sum_{j=1}^3 \phi_{rj} \sin(jl') \quad , \qquad (14)$$



图 3 火星固联坐标系与火星天球参考系转换关系

表 3 基本天文常数<sup>[7,11]</sup>

指向参数	参数值	JGMRO_120d 模型		表 4	章动修	正系数 <sup>[11]</sup>
$N/(^{\circ})$	3.37919183	3.37919183		m	$I_{m0}$	$\psi_{m0}$
$J/(^{\circ})$	24.67682669	24.67682669		0	-1.4	0
$\Omega/(^{\circ})$	49.6167	49.6167		1	-0.4	-632.6
$\varepsilon/(^{\circ})$	23.4392811	23.4392811		2	0	-44.2
$\chi/(^{\circ})$	46.5307	46.5307		3	0	-4.0
$i/(^{\circ})$	1.185137	1.185137		4	-49.1	-104.5
$\psi/(^{\circ})$	81.9683671267	81.9683988032		5	515.7	1097.0
$\dot{\psi}_0/(^\circ)\cdot\mathrm{d}^{-1}$	0.000005756	-0.0000057863		6	112.8	240.1
$I_0/(^\circ)$	25.1893984585	25.1893822930		7	19.2	60.9
$\dot{I}_0/(^\circ)\cdot\mathrm{d}^{-1}$	0.000000005	-0.000000001		8	3.0	6.5
$arphi_0/(^\circ)$	133.38465	133.386276647		9	0.4	1.0
$\dot{arphi}_0/(^\circ) \cdot \mathrm{d}^{-1}$	350.891985286	350.891985307	-			

$$\alpha_m = \begin{cases} mn' & m = 1, 2, 3\\ (m-3)n' & m = 4, 5, 6, \cdots, 9 \end{cases},$$
  
$$\theta_m = \begin{cases} ml'_0 & m = 1, 2, 3\\ (m-3)l'_0 + q & m = 4, 5, 6, \cdots, 9 \end{cases}$$

其中, n' 表示火星的平均公转角速度,  $l'_0$  为 J2000.0 火星平近点角, 取值为 19.3871°, l' 为 火星平近点角,  $q = 2\omega$ ,  $\omega$  为近星点幅角, q 也可表示为 q = 142°.0 + 1°.3t, t 表示 J2000.0 起算的儒略世纪数, 表 5 给出了相关系数。

极移的计算公式可以表示为:

$$\begin{cases} X_p(t) = \sum_{j=1}^5 (X_{cj} \cos m(j) + X_{sj} \sin m(j)) \\ Y_p(t) = \sum_{j=1}^5 (Y_{cj} \cos m(j) + Y_{sj} \sin m(j)) \end{cases},$$
(15)

,

35 卷

表 5 火星季节性自转系数

					mas		
	参数值 <sup>[11]</sup>		JGMR	计算值 <sup>[18]</sup>			
j	$\phi_{cj}$	$\phi_{sj}$	$\phi_{cj}$	$\phi_{sj}$	$\phi_{rj}$		
1	$398\pm31$	$-222\pm41$	481	-155	-176		
2	$-110\pm31$	$-128\pm30$	-103	-93	-8		
3	$7\pm26$	$-30\pm24$	-35	-3	-1		
4	$-16\pm22$	$6\pm22$	-10	-8			
注:	注: $\phi_{rj}$ 由于相对论效应引起,一般不在重力场反演中解算。						

其中 $m(j) = \begin{cases} jl' & j = 1, 2, 3, 4\\ 3.34l' & j = 5 \end{cases}$ , l'为火星平近点角。

但实际上因为极移的幅值与火星质量的分布及 Chandler 摆动密切相关,而该参数仍待 解决,所以通常可以设置该系数为 0,待模型进一步精化后再使用<sup>[7]</sup>。

可以推导出,速度转换关系为:

$$\dot{\boldsymbol{r}}_{\rm in} = (RT2C)\dot{\boldsymbol{r}}_{\rm bf} + (RT2CD)\dot{\boldsymbol{r}}_{\rm bf} \quad , \tag{16}$$

忽略章动项的变化,

$$(RT2CD) = R_z(-N)R_x(-J)R_z(-\psi)R_x(-I)\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}R_z(-\phi)\right]R_y(x_p)R_x(Y_p) \quad . \tag{17}$$

另外,需要说明的是,不同版本重力场使用火星指向参数模型不一致,该差异包括本初 子午面的选取。如 MGS95J 中本初子午面选取与 IAU 2000 标准的 J2000.0 历元的一致<sup>[7]</sup>, 而 JGMRO\_120d 模型设定 Viking Lander 的经度为 –47.951 37°,然后再估计本初子午面<sup>[11]</sup>, 因而不同模型选取与比较必须考虑指向参数模型的差异。

#### 4.4 不同火星指向参数模型的比较

早期火星重力场模型的建立主要依赖于 IAU 发布的指向参数模型,当前的重力场模型都 采用 Reasenberg 建立的指向参数模型<sup>[4]</sup>,后者考虑了火星的岁差章动效应,因而模型更为精 细。对 JGMRO\_120d 选用的指向参数模型与 IAU 2009 模型进行比较,诚如前面所述,这两 个模型的本初子午面存在细微的差异,本节人为将 JGMRO\_120d 选用模型的本初子午面进 行旋转 (旋转角度为 0.001 6°),使之与 IAU 2009 模型的本初子午面一致。

分别使用两个模型计算自转轴 z (0 km, 0 km, 3 396 km) 与轴 x (3 396 km, 0 km, 0 km) 转换至火星天球参考系的坐标,并比较两者的差异。图 4 给出了两个轴转换坐标后的差异, 至 2030 年,轴 x 转换差异约 100 m,变化幅度较小;轴 z 变化幅度较大,达 30 m,且周年 与半周年 (火星年) 变化项显著。





## 5 重力场模型的使用比较

就目前的火星重力场现状而言,重力场模型的最佳选择是 JPL 与 GSFC 于 2016 年发布的最新重力场模型。本节比较分析这两个重力场模型,为模型的选取和使用提供参考。

#### 5.1 自由空气重力异常比较

GMM-3 与 JGRMO\_120d 在发布中都给出了各自的模型精度水平,其误差阶方差大体相当,但是比较模型系数仍会发现较大的差异,如 $\Delta J_2 = 9.6 \times 10^{-10}$ ,  $\Delta J_3 = 9.8 \times 10^{-10}$ ,这 远大于各自给出的误差水平,这也说明各模型所提供的系数不确定度仅是内符合精度。可以 采用直接计算两个模型重力异常的方法来细致地比较相互之间的差异。

为了描述天体外部的重力位,通常近似选取一个形状规则的自转质体,要求天体外部的 重力场计量与实际外部的重力场接近,外表面为自身重力位的等值面,且尽量与大地水准面 接近<sup>[17]</sup>,在两个模型重力异常计算中都取参考半径为3396 km。图5 给出了两个模型的自由 空气重力异常(为了方便比较,文中对两组异常都进行了重新作图,原始重力异常图选取的 刻度、投影方式均不相同,不便于比较),采用赫墨尔等面积投影方式,中心选取的是经度 270°位置,给出的是±600 mGal 之间的值,两者计算的重力异常一致性非常好。图6 给出 了两个重力异常之间的差异,两者的差异基本都在±50 mGal 之内,北极区域的误差相对稍 大,但也满足±100 mGal 的范围约束。

#### 5.2 星历积分与定轨计算的比较

为了直接反映两个重力场模型对定轨计算的影响,分别选取两个重力场模型进行星历积 分,轨道设置为400 km 高度的圆轨道,轨道倾角每30°一个取值,共7组。星历积分采用 11 阶的阿达姆斯-考威尔定步长数值积分方法,积分步长设置30 s。对两个模型的积分星历 进行比较,分别统计各个弧段内的位置、速度的最大偏差值,每5d置为一个弧段。图7给 出了不同类型轨道计算的误差。积分5d时间内,各组轨道的位置差异均小于50 m,速度差 异小于5 cm/s;积分30 d,两组重力场模型引起的轨道差异最大偏差近300 m,速度偏差小 于 0.3 m/s。使用 JGRMO\_120d 重力场模型对400 km 高度的轨道进行3d 的星历积分,将 积分星历作为观测数据,使用 GMM-3 重力场模型进行定轨计算,定轨星历与积分星历之间 的最大偏差小于8 m。

两个重力场模型都提供了时变重力场部分,为了最大限度分析时变重力场产生的影响, 直接使用公式 (1) 和 (2) 的幅值计算时变重力场,忽略周期变化。图 8 给出了时变重力场对 1期





120

150

180

90

0

0

30

60

400 km 高度轨道积分引起的星历变化:积分 30 d,GSFC 时变重力场模型引起的差异均约 为 60 m, JPL 时变重力场引起的差异小于 40 m; 5 d 的星历积分差异更小,两个模型时变重 力场引起的星历积分差异均小于10 m。

考虑到环火星探测器实际定轨计算弧长一般小于3d,将考虑了时变重力场模型的3d星 历数据作为观测量进行定轨计算,定轨计算采用的重力场模型不考虑时变重力场,图9给出 了两个模型定轨计算结果,轨道误差在一定程度上吸收了时变重力场模型产生的影响,定轨 弧段内轨道偏差小于1m,但是时变重力场引起的周期性变化(航天器轨道周期)无法吸收。



图 8 时变重力场对星历积分的影响

需要再次强调的是,这里的分析考虑了时变重力场系数的幅值影响,也就是误差最大的情况, 一般情况下时变重力场的影响会更小。



图 9 时变重力场对定轨计算产生的影响

# 6 结束语

我国自主火星探测计划将于 2020 年实施,本文对测定轨工作所面临的重力场选取问题 进行分析,回顾了重力场模型的发展历程,给出了模型使用中涉及的坐标系转换关系,并就 当前最新的两个重力场模型——GMM-3 与 JGMRO\_120d 进行了分析比较。当前两个重力场 模型对于星历积分与轨道计算的差异较小,均可满足工程任务中测控系统 100 m 精度的指标 需求,而时变重力场对轨道计算的影响甚微,对于工程定轨计算亦可以忽略。

#### 参考文献:

[1] 何志洲, 黄乘利, 张冕. 天文学进展, 2012, 30(2): 220

- [2] 吴季, 朱光武, 赵华, 等. 空间科学学报, 2009, 29(5): 449
- [3] Archinal B A, A'hearn M F, Bowell E, et al. Celestial Mech Dyn Astr, 2011, 109: 101
- [4] Reasenberg R D, King R W. JGR, 1979, 84(11): 6231
- [5]~ Smith D E, Lerch F J, Nerem S N, et al. JGR, 1993, 98(11): 20871
- [6] Lemoine F G, Smith D E, Rowlands D D, et al. JGR, 2001, 106(10): 23359
- [7] Konopliv A S, Yoder C F, StandishH E M, et al. Icarus, 2006, 182: 23
- [8] Folkner W M, Yoder C F, Yuan D-n, et al. Science, 1997, 278: 1749
- [9] Rowlands D D, Marshall J A, Mccarthy J, et al. GEODYN II System Description. Volume 1. Maryland: Hughes STX Corp, 1993
- [10] Smith J C, Bell J L. Journal of Spacecraft and Rockets, 2005, 3: 406
- [11] Konopiv A S, Park R S, Folkner W M. Icarus, 2016, 274: 253
- [12] Genova A, Goossens S, Lemoine F G, et al. Icarus, 2016, 272: 228
- [13] Justus C G, James B F, Bougher S W, et al. Adv. Space Res., 2002, 2: 193
- [14] Brunisma S, Lemonie F G. JGR, 2002, 107(10): 15
- [15] Justh H L. Mars global reference atmospheric model 2010 version: user guide, NASA/TM-2014-217499[R/OL]. Huntsville: Marshall Space Flight Center, 2014: 1
- [16] Seidelmann P K, Archinal B A, Ahearn M F, et al. Celestial Mech Dyn Astr, 2007, 98: 155
- [17] Wieczorek M A. Geophysics, 2007, 10: 165
- [18] Yoder C F, Standish E M. JGR, 1997, 102: 4065

# Review and the Utilization of Martian Orientation Model and Gravity Field Model

CAO Jian-feng<sup>1,2,3</sup>, LIU Lei<sup>1,2</sup>, HUANG Yong<sup>3</sup>, CHANG Sheng-qi<sup>3</sup>, HU Song-jie<sup>1,2</sup>

(1. Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Beijing 100094, China; 2. Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094, China; 3. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** In this paper, the development histories of Martian gravity field models are first reviewed, then the related reference coordinate systems of the utilization of gravity model are described, and the mutual transformation relation among the systems is given. Additionally, the coordinate transformation difference based upon two mars orientation parameter model is analyzed. Finally, the latest Mars gravity field model GMM-3 and JGMRO\_120d are compared from two aspects: gravity anomaly and the ephemeris integration. Results show that the two gravity models are consistent in terms of accuracy, and there is no special requirement in the model selection for orbital accuracy of 10 m order.

Key words: Mars; gravity field; Coordinate transformation