

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2015.04.03

暗晕的并合

董符煜, 汪 洋

(中国科学院 上海天文台 星系与宇宙学重点实验室, 上海 200030)

摘要: 系统介绍暗晕—暗晕并合在理论方面的形成与发展, 并简要介绍了其在数值模拟检验 (冷暗物质模型) 及拟合方面的进展。暗晕—暗晕并合率问题可与星系—星系并合率联系, 正确地定义暗晕—暗晕并合率很重要, 影响并合率的因素却很多, 从数值模拟所得到的拟合公式往往存在较大差异, 这些差异主要来自于定义: 对并合的定义 (并合树的建立), 对暗晕质量的定义以及并合暗晕前身质量比的定义。数值模拟输出的时间步长也会对此有所影响, 此外暗晕并合率也与环境强烈相关。对这些因素所导致的差异做了简单比较。此外, 对于暗晕并合率的统计可分为对不同红移处的拟合和对 $z=0$ 时刻对其并合历史的拟合, 其中后者对不同质量的暗晕往往能给出一个较统一的拟合公式。

关键词: 暗物质晕; 暗晕—暗晕并合率; 暗晕质量; 解析模型; 拟合; 并合树

中图分类号: P159

文献标识码: A

1 引 言

Λ CDM (Λ 冷暗物质模型的简称) 宇宙学模型是当前最流行的宇宙学模型, 目前理论上认为宇宙组成为: 72.1% 的暗能量, 27.9% 的物质, 其中重子物质约占物质中的 4.63%。通常假设, 星系以及它们所追踪的结构是宇宙极早期暴胀时刻产生的微小高斯密度扰动在引力作用下形成的。根据结构形成的等级成团理论, 这些扰动的幅度随尺度的增加而减小, 使得小尺度上的低质量结构先形成, 然后小尺度的结构通过与周围的结构并合, 逐渐形成大质量结构。这一过程可以利用数值模拟进行研究, 暗物质晕主要通过吸积周围更小的暗晕完成质量增长。并合之后, 一些前身暗晕并未消失, 而是作为子暗晕存活下来。人们可以追踪这些子结构来了解并合行为。暗晕的并合树可以描述暗晕的形成历史, 它在暗晕的形成历史中描述了它的并合历史。发生并合的暗晕其前身暗晕的质量比是暗晕形成过程最直接的反映。通常认为星系在位力化的暗晕中形成, 气体能够冷却并在引力作用下坍缩为致密的核, 从而形成

收稿日期: 2014-10-22; 修回日期: 2015-07-02

资助项目: 国家自然科学基金 (10303004, 10533030, 10873028, 10821302, 10878001)

通讯作者: 董符煜, dfy2015@sjtu.edu.cn

恒星。星系随暗晕运动, 并随它们并合, 所以暗晕的并合可以和星系的并合 (比如卫星星系) 紧密联系起来, 可以帮助人们更好地理解星系形成过程。

1.1 宇宙历史背景简介

一般认为宇宙诞生于 137.4 亿年前的大爆炸, 在宇宙极早期的暴胀中量子扰动被放大, 逐渐演化形成今天的宇宙。暴胀之后, 真空相变释放势能, 同时产生通常粒子和辐射; 相变过程中真空场产生微小不均匀性, 引起物质密度涨落, 这些微小的原初密度涨落是今天宇宙结构演化的种子。暴胀结束后宇宙处于辐射为主时期, 四种基本相互作用完全分离开来, 早期核合成完成之后, 宇宙进入物质为主时期, 此时物质处于电离状态, 辐射与物质耦合并达到热平衡; 当宇宙的温度下降到 4000 K 以下, 自由电子都已与原子核复合结合到中性原子中, 辐射与物质脱耦—复合时期, 形成宇宙中的背景辐射。复合之后, 物质具有 $\delta\rho \simeq 10^{-5}$ 的密度涨落。宇宙由物质主导, 在引力作用下增长, 小结构首先进入非线性阶段, 坍缩形成暗物质晕, 更大的结构依次进入非线性阶段, 即等级成团的结构增长。我们此篇文章中主要描述暗物质的扰动增长, 不涉及星系的形成部分。

1.2 线性增长理论简介

宇宙中第一代天体大约形成于 $z \simeq 20$, $z > 20$ 时所有扰动可认为处于线性演化阶段。对于小尺度扰动, 可以用牛顿近似, 在共动坐标系下结合欧拉方程, 得到线性密度扰动方程, 并得到增长解, $\delta(x, t) = \delta(x) \times D(t)$ 。 $D(t) \propto H(t) \int \frac{dt}{a^2 H^2(t)}$, 对于 Einstein-de Sitter 宇宙, $D(z) \propto 1/(1+z)$, 对于其他宇宙模型, 可用数值解得到 $D(z)$ 。关于这部分知识具体可见 Peebles 的专著《The large-scale structure of the Universe》^[1]。

$z > 20$ 时所有扰动都可认为处于线性演化阶段, 可用上述线性扰动方程处理。此阶段的物理作用主要有引力、压力以及暗物质粒子的自由流动。引力使扰动增强, 压力阻止扰动增长, 无碰撞的暗物质粒子, 其自由流动可使所经之处的密度扰动被抹平, 光子阻尼也使重子成分中的扰动衰减。上述这些作用在不同尺度上的影响结果不同, 使得初始功率谱形状发生改变, 这种谱形状的改变可用线性转移函数 $T(k) \equiv \frac{\delta(k, t_f)}{\delta(k, t_i) D(t_i, t_f)}$ 描述, $\delta(k, t_i)$ 表示开始时刻 t_i 的扰动值, $\delta(k, t_f)$ 表示线性演化阶段结束时刻 t_f 扰动值。Bardeen 等人^[2] 年曾给出 CDM 的转移函数。

1.3 球坍缩模型

当扰动增长到 $\delta \simeq 1$ 时, 线性理论已不再适用, 描述引力作用下结构非线性增长的最简单模型是球坍缩模型^[3]。

假设复合结束后某时刻 t_i , 在膨胀宇宙背景 (平均密度为 ρ_b) 中一球对称扰动区域密度为 ρ_p 、半径为 R_p , 它可以看成是膨胀宇宙背景中的一个正曲率“小宇宙”, 该小宇宙演化方程与 Friedmann 宇宙模型类似, 满足:

$$\left(\frac{\dot{R}_p}{R_i}\right)^2 = H_p(t_i)^2 \left[\Omega_i \left(\frac{R_p(t_i)}{R_p} - 1\right) + 1 - \Omega_p(t_i) \right], \quad (1)$$

其中 t_i 表示初始时刻, 并令 $\Omega_\Lambda = 0$ 。

R_p 先增长到最大值 R_{\max} , 然后扰动区域开始坍缩, 若忽略压力, 则当时间为 $t_c = 2t_{\max}$ 时, 中心密度会达到无穷大。实际上, 坍缩物质动能转化为随机热运动能量, 扰动区域很快达到位力平衡, 坍缩停止。我们称此位力化结构为暗物质晕。位力化后, 密度反差定义为 $\Delta_{\text{vir}} \equiv \frac{\rho_{\text{vir}}}{\rho_c(t_{\text{vir}})}$, 对于曲率为 1 的宇宙, 一个精确拟合公式为^[4]:

$$\Delta_{\text{vir}} = 18\pi^2 + 82(\Omega_m(z) - 1) - 39(\Omega_m(z) - 1)^2 . \quad (2)$$

如果对此过程进行线性扰动分析, 我们可以得到坍缩时刻 $t_c = 2t_{\max}$, 线性理论预测的密度反差为常数: $\delta_c = 1.686$ 。

本文结构如下: 第 2 章和第 3 章将分别从理论模型和数值模拟两方面介绍暗晕并合的统计, 并对数值模拟中采用的不同定义导致结果的差异稍作讨论, 最后一章进行简单的总结和展望。

2 暗晕的形成及并合统计的理论模型

人们观测到的各种形态的宇宙成团结构, 跨越不同量级, 但只要所考虑系统的扰动质量大于 Jeans 质量, 就会发生引力坍缩, 从而形成自引力束缚系统。从 1.3 节的球坍缩模型中可以看到, 扰动按线性理论增长到 δ_c 时, 该位置处实际已坍缩形成暗晕。只要对初始扰动场进行线性推演, 并找出在红移 z 时大于 δ_c 的扰动, 我们就可以得到此时已形成的所有暗晕, 在不同尺度上操作, 可以得到不同质量的暗晕数目。

基于这种思路, Press-Schechter (PS) 第一次推导了暗晕质量函数的解析表达式, 它基于球对称坍缩模型, 只从统计规律出发得出坍缩天体数目随质量的分布及其时间演化, 避开了复杂的物理规律^[5]。他们假设宇宙内物质分布为高斯密度扰动场, 密度扰动功率谱形式 $P(k) \propto k^n$, 且只有质量涨落 $\delta_M > \delta_c \simeq 1.69$ 时, 扰动才可进一步发展成为引力束缚系统, 从而得到 PS 函数质量形式:

$$N(M)dM = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\rho}}{M} \frac{d\nu}{dM} \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right) dM , \quad \nu = \frac{\delta_c}{\sigma_M} . \quad (3)$$

Bond 等人^[6]考虑了 PS 理论中的云中云问题, 利用随机行走的方法, 通过扩散方程, 更简洁地得到了 PS 公式, 并且自然地解决了 PS 理论中因子 2 的问题, 而且它与数值模拟结果符合得很好, 因而在非线性引力成团中被广泛应用。

Lacey 和 Cole (简称 LC93)^[7]进一步将随机行走的方式扩展到暗晕的增长与并合历史的统计中, 发展出了 Extended Press-Schechter (EPS) 理论。其思路是: 将初始扰动场线性推演到 $z = 0$, 考虑 $z = 0$ 时刻的线性高斯扰动场, 将其用窗函数在尺度 R 平滑后, 密度偏差大于 $\delta_c(z)$ 的质点在 $z=0$ 时刻位于已形成的暗晕 $M(R)$ 中, 不妨记 $\sigma(M)^2 = S(M)$, $\langle |\delta(S)|^2 \rangle = S$; 若将同一质点在不同尺度上平滑, 则可能密度偏差多次超过临界值, 为避免同一质点同时被计入多个暗晕, 我们只将其计入最大的暗晕。对处于同一位

置处的不同实现 (realizations) 之间做平均代替在空间平均, 又因为密度扰动为高斯形式, 不同 k 扰动彼此独立。增加平滑尺度 R 后, 由于不同 k 分量位相随机性 $\delta_s(x; R)$ 加入新的随机波的贡献, δ_s 随 S 的变化满足扩散方程

$$\frac{\partial Q}{\partial S} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \delta^2}, \quad (4)$$

其中 Q 表示质量为 S 处, 处于 δ 到 $\delta + d\delta$ 的轨迹数密度。在 $\delta_s = w = \delta_c(t)$ 加上吸收性边界, 可解出 Q , 并利用轨迹数守恒, 可得到首次在 S 到 $S+dS$ 之间被边界吸收的粒子轨迹数:

$$f_s(S, w) = -\frac{\partial}{\partial S} \int_{-\infty}^w Q d\delta = \frac{w}{(2\pi)^{1/2} S^{3/2}} \exp\left[-\frac{w^2}{2S}\right] dS. \quad (5)$$

利用上式可以得到 PS 函数, 并且还可以得到条件概率函数 (把起始位置从 $z = 0$ 改为 z_1): 统计随机游走过程中在 $S_2(M_2)$ 处首次穿越 $w(z_2)$ 的轨迹在 $S_2(M_1)$ 首次穿越 $w(z_1)$ 的概率 ($z_1 > z_2, S_1 > S_2$), 即可得到质量为 M_2 的暗晕其前身是 M_1 的概率。利用这个方程进行拓展可以得到非常多其他的信息, 比如暗晕的形成时间, 存活时间等统计量。

利用上述方法, EPS 可以给出暗晕的并合率形式:

$$\frac{d^2 p}{d \lg \Delta M dt} (M_1 \rightarrow M_2 | t) = 2\sigma(M_2) \left| \frac{d\sigma_2}{dM_2} \right| \Delta M \left| \frac{dw}{dt} \right| \frac{d^2 p}{dS_2 dw} (S_1 \rightarrow S_2 | w). \quad (6)$$

但是实际上暗晕的坍塌并非各向同性的, Sheth 和 Tormen 于 2002 年^[8], Sheth 等人于 2001 年^[9] 将 EPS 理论中的球塌缩模型修正为椭球坍塌模型: 某红移处吸收边界不再为常数, 而是随质量等变化的, 第一次穿越边界的轨迹数不能给出解析表达式, 他们通过数值模拟产生大量随机行走轨迹给出拟合公式的表达式:

$$f(S) dS = |T(S)| \exp\left[-\frac{B(S)^2}{2S}\right] \frac{dS/S}{\sqrt{2\pi S}}, \quad (7)$$

$$T(S) = \sum_{n=0}^5 \frac{-S^n}{n} \frac{\partial^n B(S)}{\partial S^n}, \quad (8)$$

$$B(S, z) = \sqrt{\alpha} \delta_s c(z) [1 + \beta(\alpha\nu)^{-\alpha}], \quad (9)$$

$T(S)$ 为 $B(S)$ 的泰勒展开式, $B(S)$ 为吸收边界。

虽然吸收边界是随质量变化的, 但在很大程度上不同红移处的吸收边界在形状上相像, 所以在这种近似下, 我们仍可以用 $B(s) - B(S)$ 取代式 (7) 中的 S 来得到条件概率函数的形式 (据此可得暗晕并合率):

$$f(s|S) ds = \frac{T(s|S)}{\sqrt{2\pi(s-S)}} \exp\left(s \frac{[B(s) - B(S)]^2}{2(s-S)}\right) \frac{ds}{s-S}, \quad (10)$$

$$T(s|S) = \sum_{n=0}^5 \frac{S - s^n}{n} \frac{\partial^n [B(s) - B(S)]}{\partial s^n}. \quad (11)$$

Zhang 等人^[10]也曾讨论这个问题,并给出椭球坍缩模型下当时间间隔很小时第一次穿越吸收边界的随机行走轨迹的解析公式、条件概率函数以及暗晕并合率公式。他们的公式与 Millennium 数值模拟结果符合较好。

Neistein 等人 (简称 ND08)^[11]在 EPS 理论框架中给出了暗晕并合率的解析式,他们发现,当在 EPS 理论中考虑到在时间间隔很小的两步之间发生了不止一次并合时, EPS 给出的暗晕并合率是自洽的。修正过的 EPS 暗晕并合率对主并合要比 Lacey 和 Cole 给出的并合率精确 20%,对于次并合精确度提高了 3 倍。

这里先介绍两个名词,未演化子暗晕质量函数和演化的子暗晕质量函数。前者等同于一个暗晕在其质量增长历史中所有时刻所吸积的子暗晕质量分布函数,与我们所关心的暗晕并合率本质相同;后者是指 $z = 0$ 时暗晕中仍存活的子暗晕此刻的质量函数。

Yang 等人^[12]对暗晕的子晕在吸积时刻的质量函数及暗晕在吸积时刻的分布形式提出了一个解析模型。他们经过反复试验后对 EPS 公式做了修正并给出了一个更精确的条件概率函数模型:

$$F(s_a, \delta_a | S_0, \delta_0; M_a) d \ln \delta_a = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\delta_a - \delta_M}{(s_a - S_M)^{3/2}} \times \exp \left[-\frac{(\delta_a - \delta_M)^2}{a(s_a - S_M)} \right], \quad (12)$$

其中 δ_M 对应于当暗晕的主支质量为 $M_{\max} = \text{MIN}(\mathcal{M}_a + m_{\max}, M_0)$ 时刻, \mathcal{M}_a 是指吸积时刻暗晕主支质量的中值。并且作出假设:对具有相同最终质量的暗晕,其在 $z > 0$ 时暗晕主支质量的分布对暗晕中值质量增长成对数正态分布。从而得出平均的条件概率分布函数的形式 $\mathcal{F}(s_a, \delta_a | S_0, \delta_0; \bar{M}_a)$ 。这一模型可以预测非演化子暗晕质量函数,主并合随时间的演化等量。他们的模型与数值模拟结果符合较好,我们将在第 3 章介绍这一部分。

本章的目的是给出一个暗晕并合解析理论的大致印象,除了上述工作外,还有一些基于 EPS 产生并合树的工作,例如参考文献 [13–15] 等。

3 数值模拟结果比较

1994 年, Lacey 和 Cole^[16]用数值模拟检验了他们在 1993 年提出的理论模型。当时他们所用的数值模拟粒子数为 128^3 , 所用宇宙学为尺度自由 (scale free) 的自相似模型 ($\Omega = 1$)。文章对不同的初始功率谱 ($P(k) \propto k^n$, $n = -2, -1, 0$) 都进行了比对,寻找暗晕时分别用了朋友链 (FoF) 方法和球形密度异常 (SO) 找团方法,结果与理论预言符合较好。

通过数值模拟研究暗晕的并合问题,要比理论晚一些。早期关于并合率的工作有:

(1) Governato 等人^[17]研究了在 open CDM, $\Omega_m = 1$ 的宇宙学模型中, $z < 1$ 时星系大小的暗晕中主并合的统计,所用数值模拟大小为 100 Mpc, 粒子数为 144^3 。

(2) Gottlöber 等人^[18]使用了大约 4000 个暗晕来研究 $z < 2$ 时 Λ CDM 模型中暗晕的并合率。他们发现当 $z < 2$ 时暗晕的并合率可以用一个简单的幂律形式 $(1+z)^3$ 表达。文章的主要目的是探求暗晕在 $z = 0$ 时刻的环境因素对暗晕并合率的影响,并发现主并合随红移的演化对环境有较强依赖。

(3) Berrier 等人^[19]用 171 Mpc 大小、512³ 个粒子的数值模拟来研究主并合与观测上星系近邻星系对统计的关系等。

但这些研究所基于的样本很小, 暗晕的质量范围有限。本章中我们主要介绍近些年的进展, 并对其中几篇作详细介绍及讨论。

我们将基于数值模拟的工作分为两部分介绍: 3.1 节是不同时刻的暗晕瞬时吸积率统计, 3.2 节是暗晕的历史并合统计。

3.1 不同时刻暗晕的瞬时吸积率统计

3.1.1 暗晕并合率对并合树的构建以及暗晕质量的依赖

Fakhouri 和 Ma(简称 FM08)^[20]使用 Millennium 数值模拟(简称 MS1)^[21]以及 SUBFIND^[22]寻找子暗晕, 对 $10^{12} \leq M_0 \leq 10^{15} M_\odot$ 质量范围的暗晕, 在红移 0 到 6 之间, 前身暗晕并合质量比在 $10^{-3} \leq \xi \leq 1$ 范围做了统计(见图 1), 并对在此宇宙学模型中的暗晕平均并合率得出了一个对不同质量的暗晕几乎通用的拟合形式:

$$\frac{dN_m}{d\xi dz}(M, \xi, z) = A \left(\frac{M}{10^{12} M_\odot} \right)^\alpha \xi^\beta \exp \left[\frac{\xi^\gamma}{\bar{\xi}} \right] (1+z)^\eta, \quad (13)$$

拟合参数为 $\alpha = 0.133$, $\beta = -1.995$, $\gamma = 0.263$, $\eta = 0.0993$, $A = 0.0104$, $\bar{\xi} = 9.72 \times 10^{-3}$ 。

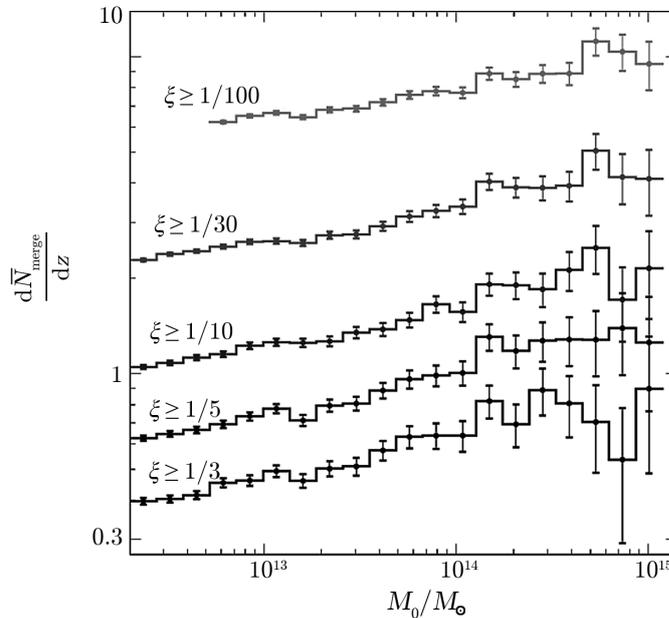


图 1 在 MS1 数值模拟中暗晕平均并合率与质量的关系^[20]

纵坐标为单位红移间隔内每个暗晕的平均并合率 dN_m/dz , 它是 M_0 、前身暗晕质量比 ξ 以及红移 z 的函数, 误差棒采用泊松误差。图中不同高度的线对应不同大小的并合。

文章中他们使用的暗晕质量为 FoF 质量, 所说的并合也是 FoF 暗晕之间的并合行为。对于 FoF 暗晕, 不仅存在暗晕之间的并合, 也会出现一些暗晕分裂产生多个后裔 FoF 暗晕,

针对这种破碎情况,他们对两种算法进行操作:裁剪法 (snip) 和缝补法 (stitch),当采用不同算法构建并合树时结果不同。文章的统计结果中他们采用了后一种算法,即去掉那些未来 3 步内仍会落入同一暗晕的碎片带来的假并合,关于这两种算法具体可见参考文献[20]中的介绍。他们的拟合公式和 EPS 差异明显。

Fakhouri 等人 2010 年 (简称 FM10)^[23] 使用分辨率更好的 Millennium-II 数值模拟 (简称 MS2) 把暗晕质量范围扩展为 $10^{10} \sim 10^{15} M_{\odot}$, 红移范围扩大到 $0 \sim 15$, 前身暗晕质量比扩大到: $10^{-5} \leq \xi \leq 1$ 。他们采用的是 split-3 算法 (具体介绍可参见 Fakhouri 等人 2009 年 (简称 FM09)^[24] 的工作) 来处理暗晕碎片问题 (与 Genel 等人^[25] 引入的算法相似), 他们发现 FM08 使用的 stitch3 (见 FM10 附录) 与 split3 (见 FM09) 算法在所考虑的红移和暗晕质量范围内, 两者差异在 10% 内。例外的是对于低红移 ($z \leq 1$) 的低质量暗晕, stitch3 会比 split3 在主并合上高估大约 30%。他们本篇文章中使用了 split3 算法来构建并合树, 并更新了暗晕平均并合率的拟合形式 (见图 2)。拟合公式与式 (13) 相同, 拟合参数为 $\alpha = 0.133$, $\beta = -1.995$, $\gamma = 0.263$, $\eta = 0.0993$, $A = 0.0104$, $\bar{\xi} = 9.72 \times 10^{-3}$ 。但他们在低红移处的值仍比用力半径定义的并合要高很多 (可比较图 2 与图 9, 关于图 9 的介绍可见第 3.1.3 节)。

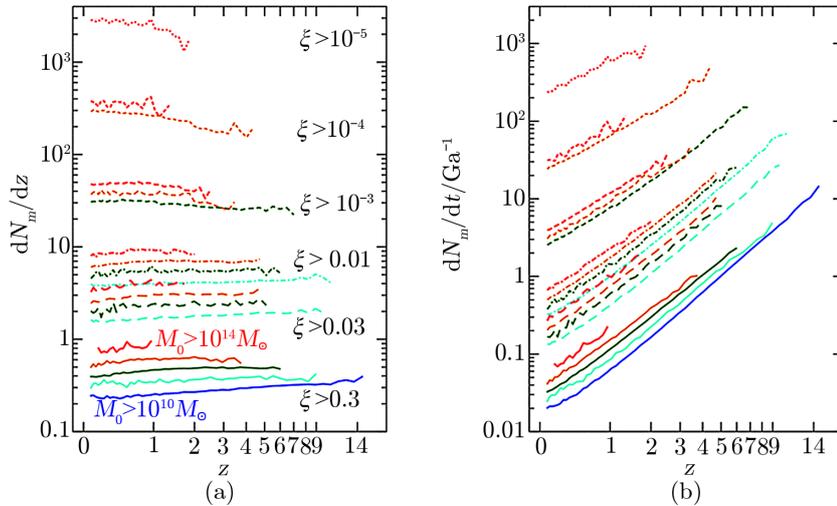


图 2 使用 MS2 数值模拟拟合暗晕平均并合率随红移演化情况^[23]

(a) dN_m/dz , (b) dN_m/dt . M_0 为暗晕质量, ξ 为暗晕前身质量比; M_0 分成 4 个量级并分别用不同的颜色代表: $\approx 10^{10}$ (蓝色), 10^{11} (蓝绿色), 10^{12} (绿色), 10^{13} (橙色), $> 10^{14}$ (红色)。不同的线型代表不同级别的并合 (ξ), 从大的并合 (实线) 到小的并合 (虚线)。

Genel 等人^[25] 也使用了 MS1 数值模拟, 但在处理暗晕破碎问题上采用了和 FM08 不同的方法: 先找出那些在红移 z_p 时刻至少包含两个及以上子晕的暗晕及所包含的子晕, 并且这些子晕在 $z_f < z_p$ 时刻属于不同的 FoF 暗晕; 然后采用 Helley 等人^[26] 中的算法来处理这些暗晕碎片, 即在 z_p 时刻将这些碎片的前身 FoF 暗晕分成不同的碎片并单独当做 FoF 暗晕处理。这去除了由于 FoF 寻找暗晕的算法导致的非真实的多余并合, 过程中他们定义暗晕的质量为其束缚质量, 并假设并合过程中, 所有发生并合的暗晕的前身暗晕都与质量最大的前身

暗晕并合 (即不考虑在与最大前身暗晕并合之前彼此的并合)。他们采用与 FM08 十分类似的形式分别对单位前身暗晕的并合率和单位后裔暗晕的并合率做拟合。

当讨论单位后裔暗晕并合率时, 他们的拟合结果与 EPS 更接近; 当与 FM08 的结果比较时, 他们发现在处理小的并合时, FM08 会得到更高的并合率, 其中一部分原因是由于 FM08 中采用的构建并合树的算法允许那些 FoF 暗晕之间暂时的连接成为并合。并且他们还讨论不同的暗晕质量定义, 并得出质量定义对结果影响也很大的结论 (例如暗晕的束缚质量和 FoF 质量带来的差异), 从图 3 看出, 采用暗晕的束缚质量时, 暗晕并合率明显下降。由于暗晕的 FoF 质量对那些即将要发生并合的暗晕质量高估了 50%, 这会导致暗晕并合率高估大约 20%。上述这两方面对与 FM08 的差异贡献相当, 尤其在低红移处。

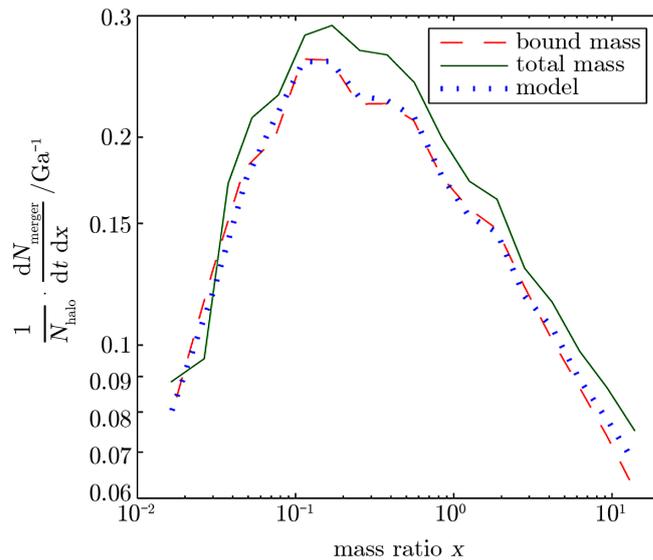


图 3 采用不同质量定义时的暗晕并合率比较^[25]

暗晕质量为 $10^{12} M_{\odot}$ 、红移 $z = 3$ 处的并合率。实线是暗晕的 FoF 所有粒子质量, 虚线为束缚质量统计结果, model 是指以束缚质量拟合结果。

从图 4 可以看出, 在 $x \leq 30$ ($x = 1/\xi$) 时, 两种 EPS 方法 (Neitein 等人^[11] 和 LC93) 的结果相似, 都比两种用 Millenium 数值模拟得出结论的方法高了大约 70%, 当 x 逐渐增加时, FM08 会得到最高的并合率并且斜率最缓, 而 LC93 最陡峭, 得到最少的并合率; 而此篇文章的结果与 ND08 的 EPS 方法得到的结果在曲线的斜率上一致, 只是幅度上相差了数倍。

Genel 等人^[27] 2010 年对暗晕的并合和光滑吸积问题进行了讨论, 在处理暗晕破碎问题上 (并合树的构建方式) 与 2009 年的工作采取了相同的方法。但文章中同时使用了 MS1 与 MS2, 以及 FM08 的拟合公式, 并得到此宇宙学模型下的拟合参数; 然后又对 FM08, FM10 在处理暗晕碎片问题上的算法差异导致的结果差异进行了比较 (如图 5 (a))。图中的纵坐标是指不同大小的并合对暗晕质量增长的贡献积分值, 横坐标 x 与我们前面的 ξ 关系为 $x = 1/\xi$ 。图中的比较结果与 Genel 等人^[25] 的结论类似。此文的主要结论是: 指出 60% 的暗晕质量增长由处于 $1 < x < 10^5$ 范围内可分辨的并合贡献, 40% 由光滑吸积贡献。

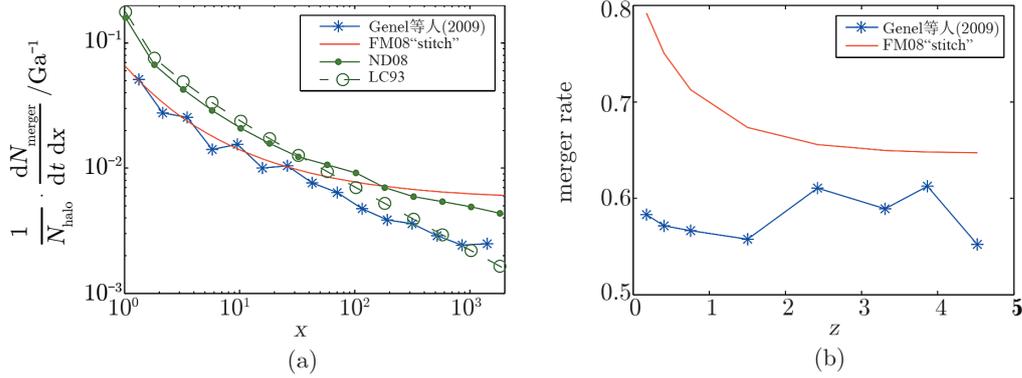


图 4 两种 EPS 与数值模拟得到的不同拟合公式比较^[25]

比较不同结果的并合率, 比较的是红移 $z \approx 0.4$ 、质量 $M \approx 10^{14} M_{\odot}$ 的暗晕; 比较了 4 种不同的方法以及质量定义。在 $x \leq 30$ 时, 两种 EPS 方法 (绿色实线表示 ND08 EPS 方法^[11], 绿色虚线非实心圆表示参考文献[7]中 EPS 方法) 有相似的结果并都超出 ($\approx 70\%$) 两种依赖 Millennium 数值模拟的统计方法。当 x 增大 (次并合) 时, FM08 趋势最缓慢并找到最多的次并合, 此文中的结果则与 Neistein 等人^[11] 的 EPS 方法结果一致, LC93^[7] 的 EPS 则找到最少的次并合。

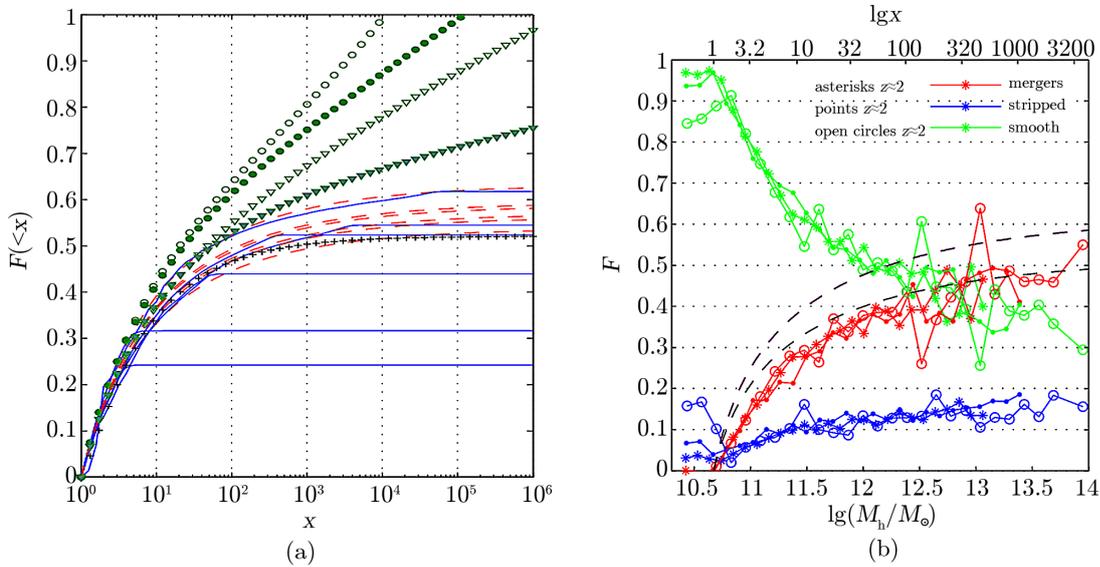


图 5 (a) 处理暗晕碎片的不同算法导致的结果差异; (b) 三种形式的吸积对暗晕质量增加的贡献^[27]

(a) 蓝色实线是指 MS1 数值模拟中对质量为 $10^{11} M_{\odot}$, $10^{13} M_{\odot}$, $10^{14} M_{\odot}$ 暗晕的统计值和 MS2 值模拟中对质量为 $10^9 M_{\odot}$, $10^{10} M_{\odot}$, $10^{13} M_{\odot}$ 暗晕的统计值。红色虚线是指他们对并合树采用 splitting 算法后得到的拟合公式所算出的结果。绿色的线对应 MS1 数值模拟中质量为 10^{12} 的暗晕, 但采用了其他方式来处理并合树: 圆对应 snip (FM08), 实心圆对应 stitching-3 (FM10a), 三角形对应 splitting-3 (FM10a), 实心三角形对应 splitting-3 (FM10b), 十字形对应 Stewart 等人的文章^[28] (可见第 3.1.3 节) 中的算法。暗晕质量为 $10^{12} M_{\odot}$ 、红移 $z = 3$ 处的并合率; 实线是暗晕的 FoF 所有粒子质量, 虚线为束缚质量统计结果, model 是指以束缚质量拟合结果。(b) 三种吸积形式对暗晕质量增加的贡献比例。

此外, 他们定义了三种暗晕对粒子的吸积形式, 分别是“merge accretion”(以这种形式被吸积的粒子跟随可辨别的子结构被吸积)、“smooth accretion”(以这种形式被吸积的粒子在被吸积之前并不属于任何束缚结构)和“stripped accretion”(以这种形式被吸积的粒子在被吸积之前属于一个独立的 FoF 暗晕, 但吸积时并不是作为 FoF 暗晕的一部分被吸积), 并进行了统计, 比较了这三种吸积形式对暗晕质量增加的贡献比例, 如图 5 (b), 由粒子所做的吸积模式的统计与图 5 (a) 是一致的, 两者相互印证。

此节中介绍的 4 篇文章在处理暗晕并合率的思路大体是相同的, 在拟合形式上与 FM08 文章的拟合公式类似。在此节中我们比较并说明在处理 FoF 暗晕破碎问题上, 不同的算法构建的并合树导致的差异是显而易见的。此外, Stewart 等人^[28] 采用了与此节 FoF 质量不同的位力质量作为暗晕质量, 所以在并合率问题上的差异也有部分来自于此; 在并合率进行拟合问题上, 虽然形式稍有不同, 但思路与此节的几篇文章类似。

3.1.2 暗晕并合率与环境的关系

Wetzel 等人^[29] 使用 $\Omega_m = 0.25$, $\Omega_\Lambda = 0.75$, $h = 0.72$, $\sigma_8 = 0.8$ 等参数的宇宙学数值模拟, 对暗晕的主并合在红移 $0.6 \sim 5$ 之间做了统计。他们将暗晕的并合率与星系的并合率联系起来, 并讨论了暗晕并合率与星系并合率演化的不同会导致暗晕的平均伴星系占有率的如何演化。

当对暗晕并合率进行讨论时, 他们对暗晕和子暗晕 (一个暗晕可以包含多个子暗晕) 的主并合率都做了统计, 并且对它们的行为做了比较 (见图 6)。这也从侧面反映了不同环境中的暗晕并合率的差异。图中可以发现子暗晕的并合率对其自身质量以及红移有更强依赖, 而相反的暗晕的并合率对自身质量有轻微依赖。比如, FM08 发现 $z < 6$ 的所有质量的暗晕对红移有依赖 ($\alpha = 2 \sim 2.3$), 对自身质量则依赖微弱。子暗晕并合率的幅度小于暗晕, 特别是在 $z > 2.5$ 时子暗晕并合率随红移变化的斜率较暗晕并合率缓慢。

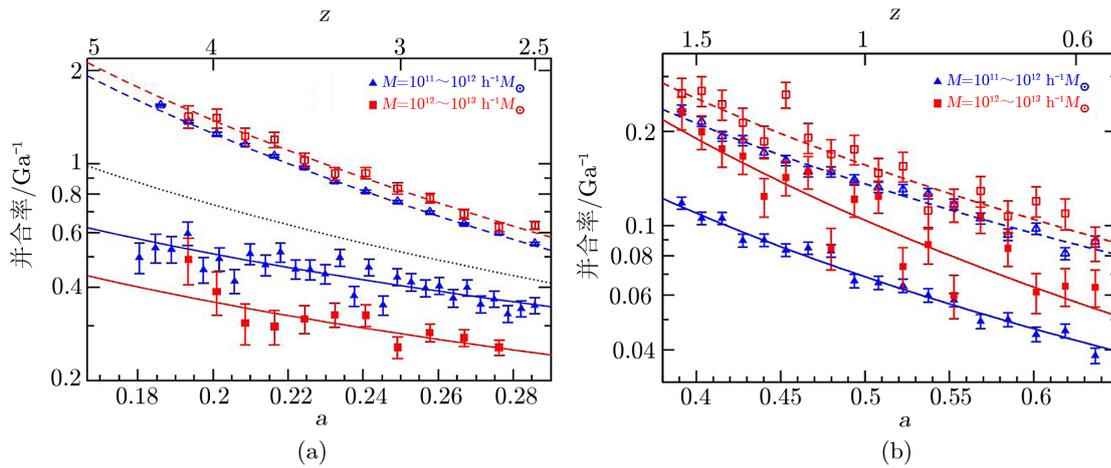


图 6 暗晕和子暗晕的主并合率的统计示意图^[29]

(a) 红移 $z = 5 \sim 2.5$; (b) $z = 1.6 \sim 0.6$ 。其中 y 轴为子暗晕的并合率 (实心点) 和暗晕并合率 (空心点), x 轴为尺度因子 a 。实线 (虚线) 对应子暗晕 (暗晕) 由式 (14) 所拟合的曲线。

他们用如下形式对不同类别暗晕的主并合率分别进行拟合:

$$\frac{n_{\text{merge}}}{n_{\text{obj}}dt} = A(1+z)^\alpha . \quad (14)$$

Fakhouri 和 Ma^[24] 定量地定义了不同的环境, 并对不同环境中暗晕的并合率做了比较。他们在以空间坐标 x 为中心的球内用 $\delta_R \equiv \frac{\rho_R(x - \bar{\rho})_m}{\bar{\rho}_m}$ 定义暗晕的环境, 其中 $\bar{\rho}_m$ 为数值模拟中的平均密度。他们又提出了另一种暗晕环境的定义形式 $\delta_R \equiv \delta_R - \frac{M}{V_R \rho_m}$, V_R 为对应半径 R 的体积, 这种形式减掉了半径 R 内 FoF 暗晕的质量。

他们比较了在不同红移处具有不同质量的暗晕其并合率与环境的关系 (如图 7)。

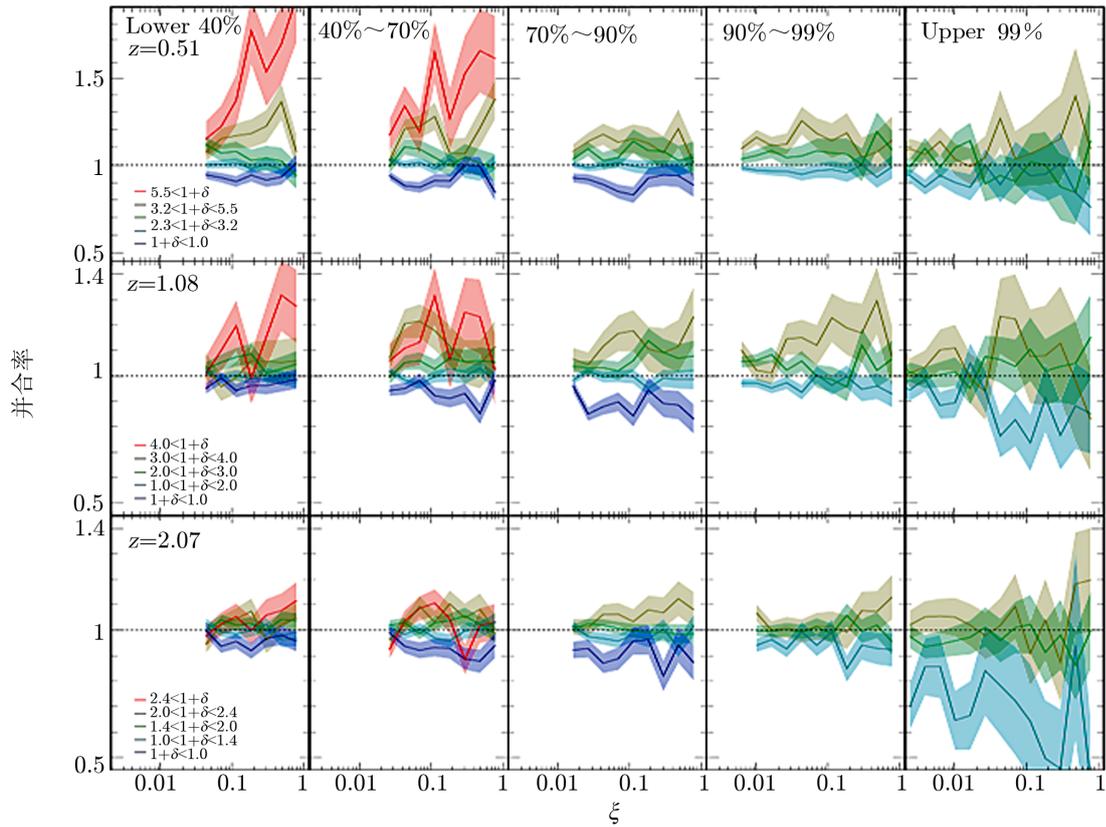


图 7 不同红移处具有不同质量的暗晕其并合率与环境的关系^[24]

从上到下分别代表红移为 0.51、1.08 和 2.07, 每行中从左到右 5 幅图分别为表 1 中的 5 个质量百分比 bin。每幅图中不同颜色的线代表不同的 $1 + \delta_{7-\text{FoF}}$ 。 $\delta_{7-\text{FoF}}$ 表示在减去中央 FoF 暗晕质量之后的暗晕周围 7 Mpc/h 内的密度差 (local overdensity)。5 个不同 $1 + \delta_{7-\text{FoF}}$ 内的并合率随红移变化, 并合率随 $\delta_{7-\text{FoF}}$ 的正相关关系直到 $z = 2$ 仍存在。

暗晕并合率的幅度与环境密度强烈正相关, 暗晕周围密度越高则暗晕拥有更高的并合率。对具有星系质量大小的暗晕, 处于密度较高区域的暗晕比处于空洞 (void) 环境中的暗晕并合率高了约 2.5 倍。对质量更高的暗晕也有相似的趋势。他们对处于不同环境中的暗晕并

表 1 文献 [24] 所用的 MS1 数值模拟分别在红移为 0, 0.51, 1.08 和 2.07 处的暗晕质量 bin 和数量统计

Redshift	Quantity	Mass Percentile				
		0%~40%	40%~70%	70%~90%	90%~99%	99%~100%
$z = 0,$ ($\Delta z = 0.06$)	Number of haloes	192 038	144 028	96 019	43 208	4800
	Mass bins ($10^{12} M_{\odot}$)	1.2 ~ 2.1	2.1 ~ 4.5	4.5 ~ 14	14 ~ 110	> 110
	ν bins	0.75~0.81	0.81~0.92	0.92~1.11	1.11~1.63	1.63~4.30
$z = 0.51,$ ($\Delta z = 0.06$)	Number of haloes	188 258	141 194	94 129	42 358	4706
	Mass bins ($10^{12} M_{\odot}$)	1.2 ~ 2.0	2.0 ~ 4.1	4.1 ~ 12	12 ~ 74	> 74
	ν bins	0.95~1.03	1.03~1.15	1.15~1.37	1.37~1.93	1.93~4.66
$z = 1.08,$ ($\Delta z = 0.09$)	Number of haloes	172 568	129 426	86 284	38 827	4314
	Mass bins ($10^{12} M_{\odot}$)	1.2 ~ 1.9	1.9 ~ 3.7	3.7 ~ 9.5	9.5 ~ 48	> 48
	ν bins	1.22~1.32	1.32~1.46	1.46~1.70	1.70~2.27	2.27~4.73
$z = 2.07,$ ($\Delta z = 0.17$)	Number of haloes	116 830	87 622	58 415	26 286	2920
	Mass bins ($10^{12} M_{\odot}$)	1.2 ~ 1.8	1.8 ~ 3.0	3.0 ~ 6.5	6.5 ~ 24	> 24
	ν bins	1.74~1.86	1.86~2.01	2.01~2.27	2.27~2.85	2.85~5.20

注: 将暗晕质量排序后按表中固定的百分比来将暗晕分到每个 bin 中, 从而可以得到每个 bin 中暗晕质量的范围。

合率分别给出了对应的拟合公式:

$$\frac{dN_{\text{merge}}}{dz}(\delta, M, z) \approx \frac{dN_{\text{merge}}}{dz}(M, z) \times f(\delta, M, z), \quad (15)$$

其中 $\frac{dN_{\text{merge}}}{dz}(M, z)$ 为 FM08 中提出的公式暗晕平均吸积率, 式 (15) 中用 f 来表示对环境的依赖与 ξ 无关。

Fakhouri 和 Ma^[30] 在处理上类似于 FM09^[24], 不同之处在于增加了“弥散吸积”的定义。一般来说数值模拟中后裔暗晕的质量 M_0 并不等于所有前身暗晕的质量和 $\sum_{i=1}^{N_P} M_i$, 所以可以定义 $\delta M = M_0 - \sum_{i=1}^{N_P} M_i$, 其中 δM 为不能被分辨的并合对应的质量变化, 可以小于 0。为了量化并合和弥散的吸积对暗晕质量增长的贡献, 可以按如下形式定义 z_0 时刻暗晕 M_0 的增长率:

$$\begin{aligned} \dot{M}_{\text{mer}} &\equiv \frac{\sum_{i \geq 2} M_i}{\delta}, \\ \dot{M}_{\text{dif}} &\equiv \frac{\Delta M}{\Delta t}, \\ \dot{M}_{\text{tot}} &= \dot{M}_{\text{mer}} + \dot{M}_{\text{dif}} = \frac{M_0 - M_1}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (16)$$

其中 \dot{M}_{mer} 来自于可分辨的暗晕并合, \dot{M}_{dif} 来自于光滑吸积。

如图 8 (a), 暗晕的并合吸积率和弥散吸积率对环境产生了明显相反的依赖。当暗晕增加相同质量时, 相较低密度区, 高密度区的暗晕经历了更多的并合和更少的弥散吸积, 低密度区则相反。这两个相反的趋势导致暗晕的总体平均值对环境密度有一个微弱的负依赖性, 这在三个较低的暗晕质量段内可以看出, 对较高的一个暗晕段内这种趋势则不明显。

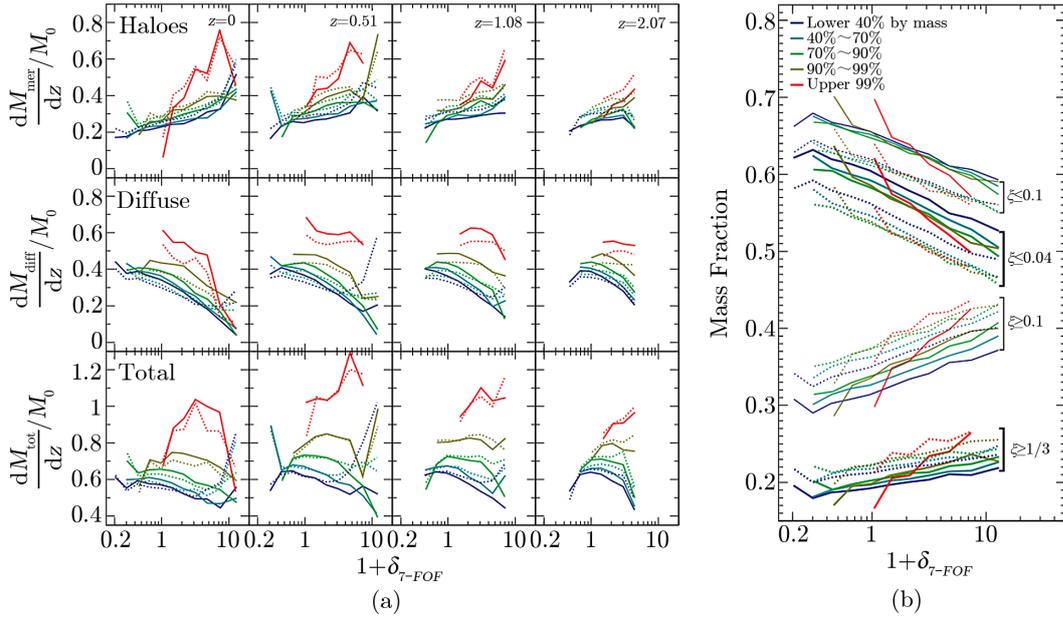


图 8 暗晕吸积率对环境的依赖^[30]

线的颜色代表不同的暗晕质量，对应的质量 bin 可参见表 2，红色到蓝色代表暗晕质量的减小。(a) 上中下三行图的纵坐标分别对应于式 (16) 中的定义，分别为 $dM_{\text{mer}}/dz/M_0$ ， $dM_{\text{diff}}/dz/M_0$ ， $dM_{\text{tot}}/dz/M_0$ 。每行中从左到右为 4 个红移： $z = 0$ ，0.051，1.08，2.07。处于高密度区的暗晕当增加相同质量时经历了更多的并合更少的弥散吸积，低密度区的暗晕则反之。这两个相反趋势导致所有暗晕的平均值对环境有一个微弱的负相关关系。(b) 展示了不同大小的吸积对暗晕质量的增长百分比的贡献随环境的变化。不同线型代表不同的质量定义，虚线对应暗晕的束缚质量，实线对应暗晕的 FoF 质量定义。

表 2 红移为 0, 0.51, 1.08, 和 2.07 的暗晕质量 bin 和数量统计^[30]

Redshift	Mass Percentile (Masses in units of $10^{12} M_{\odot}$)				
	0%~40%	40%~70%	70%~90%	90%~99%	99%~100%
$z = 0(\Delta z = 0, \Delta t = 0.83 \text{ Ga})$	1.2 ~ 2.1	2.1 ~ 4.5	4.5 ~ 14	14 ~ 110	> 110
$z = 0.51(\Delta z = 0.51, \Delta t = 0.38 \text{ Ga})$	1.2 ~ 2.0	2.0 ~ 4.1	4.1 ~ 12	12 ~ 74	> 74
$z = 1.08(\Delta z = 1.08, \Delta t = 0.34 \text{ Ga})$	1.2 ~ 1.9	1.9 ~ 3.7	3.7 ~ 9.5	9.5 ~ 48	> 48
$z = 2.07(\Delta z = 2.07, \Delta t = 0.25 \text{ Ga})$	1.2 ~ 1.8	1.8 ~ 3.0	3.0 ~ 6.5	6.5 ~ 24	> 24

图 8 (b) 展示了不同大小的吸积对暗晕质量的增长百分比的贡献随环境的变化，结论与图 8 (a) 相同。平均来说暗晕通过主并合增加了约 20% 到 25% 的质量，通过 $\xi > 0.1$ 的并合增加了大约 30% 到 40% 的质量。

由上述工作可知，暗晕的质量增长方式以及暗晕的并合率是与环境强烈相关的。处于高密度区的暗晕其质量增长更趋向于通过可分辨的暗晕—暗晕并合完成，处于低密度区具有相同质量的暗晕则倾向于有更多的弥散吸积，从而导致不同环境中的暗晕在并合率上的差异。

3.1.3 暗晕并合率对“并合”定义的依赖

Stewart 等人^[28]使用暗晕的位力质量为暗晕质量, 对暗晕的并合给了两种新的定义后提出了统一的拟合公式。这两种定义分别是: (1) 子暗晕第一次落入更大暗晕的位力半径 (落入率); (2) 子暗晕在它们落入的更大暗晕中解体并失去它们落入质量的 90% (解体率)。这两种定义中的“落入”是指进入更大暗晕的位力半径, 区别于前面几节中所讲的 FoF 暗晕之间的并合。他们提出了并合率的拟合公式:

$$\frac{dN}{dt}(> m/M) = A_t(z, M)F(m/M) \quad , \quad (17)$$

$$F(m/M) \equiv \left(\frac{M}{m}\right)^c \left(1 - \frac{m}{M}\right)^d \quad , \quad A_z(z, M) = 0.27(d\delta_c/dz)^2 M_{12}^{0.15} \quad . \quad (18)$$

他们主要采用“第一次落入”作为暗晕并合的定义, 第一次落入是以暗晕的位力半径为界, 与 FoF 暗晕中的并合定义不同。然后与其他工作做了比较。在定义方面与其他工作的不同之处在两方面: 暗晕的质量 (使用位力质量和 FoF 质量) 和落入的定义 (以落入位力半径为界和 FoF 之间的结合作为并合)。其结果与 FM08 的结果相较, 后者在前身暗晕质量比为 $m/M \geq 0.7$ 时会高出大约 1.5 倍, 在 $m/M \leq 0.01$ 且 $z \leq 0.3$ 时会高估大约 2 倍, 在低红移处差异较为明显; 在 $\xi \simeq 0.05 \sim 0.5$ 范围内两者符合还是较好的。与 Genel^[25] 的结果更为接近, 与 Wetzel 等人^[29] 给出的主并合部分的统计也符合, 可见图 9。

此外文章还对他们自己定义的两类并合率稍做了比较 (见图 9 (b)), “解体率”对暗晕的质量依赖更强烈些。他们在处理暗晕并合率拟合问题上, 虽然形式与 FM08 稍有不同, 但思路与第 3.1.1 节中的几篇文章类似。

3.1.4 暗晕并合率与数值模拟输出的时间步长

在暗晕并合过程中对于暗晕的质量比有很多种计算方式, 当我们将质量比定义为并合子暗晕在并合前的质量与主暗晕在并合后质量的比值时, 暗晕并合率与时间步长有强烈关联 (如图 10 所示), 时间步长越长所对应暗晕并合率越低, Hopkins^[31] 曾用 FM08 的并合树讨论这一问题。步长越长主暗晕在前后两步之间质量变化越大 (并合后质量越大)。

3.2 基于暗晕历史的吸积统计

Stewart 等人^[32]使用 $\Omega_M = 1 - \Omega_\Lambda = 0.3$, $h = 0.7$, $\sigma_8 = 0.9$ 的 Λ CDM 宇宙学数值模拟, 使用了大约 17 000 个 $z=0$ 时质量为 $M_0 \equiv (10^{11} \sim 10^{13}) h^{-1} M_\odot$ 的暗晕来追踪统计这些暗晕历史上的并合率, 所用数值模拟为 Λ CDM 模型, 大小为 $80 h^{-1} \text{Mpc}$ 。他们发现, 当用 $z=0$ 时暗晕的最终质量来归一吸积质量 m 时, 暗晕历史上经历过的并合是自相似的, 可以用一个简单的公式拟合给出:

$$n(> x) = Ax^{-\alpha}(0.5 - x)^\beta \quad , \quad (19)$$

其中 $\beta = 2.3$, $\alpha = 0.61$, $x \leq 0.5$ (见图 11 (a))。同时他们对图 11 (a) 进行了分析, 发现吸积质量在 $m \simeq (0.03 \sim 0.3)M_0$ 范围内的吸积主导了暗晕 M_0 质量的构建。

2008 年, Giocoli 等人^[33]使用了 N 体宇宙学数值模拟及一个对于星系团大小的暗晕的再模拟样本, 研究了子晕的质量丢失率和 $z=0$ 时暗晕的未演化子晕的质量函数 (见图 12)。

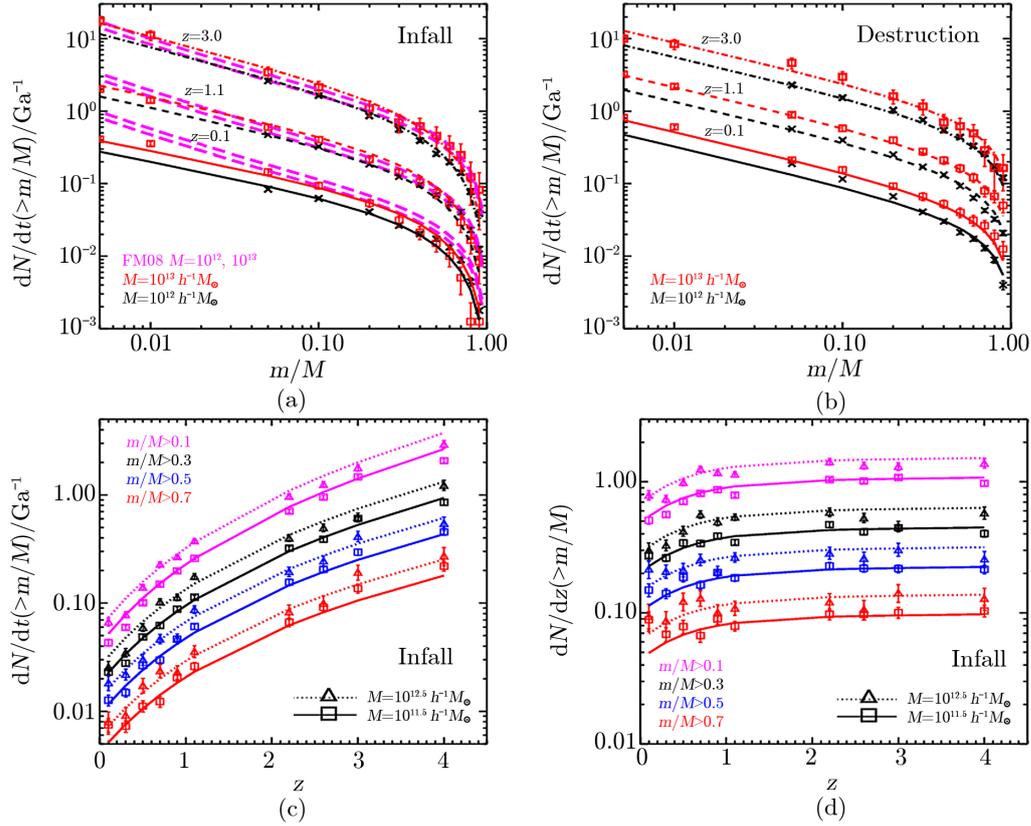


图 9 两种新定义下给出的暗晕并合率拟合^[28]

(a) 落入率, 粉色的线为 FM08 对质量为 $10^{12} M_{\odot}$ 以及 $10^{13} M_{\odot}$ 暗晕的拟合曲线; (b) 解体率; (c) 纵坐标为 dN/dt ; (d) 纵坐标为 dN/dz 。暗晕质量 bin 为 $\Delta \lg M = 0.5$ 。

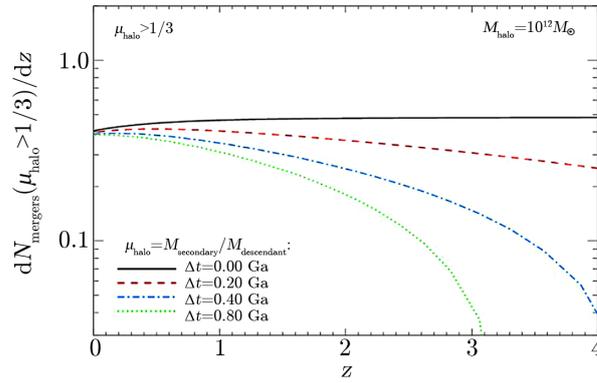


图 10 暗晕并合率与数值模拟输出的时间步长的关系^[31]

利用 FM08 中的并合树来比较输出步长对暗晕主并合率的影响。 Δt 代表数值模拟中的输出补偿间隔大小, 图中不同颜色的线对应不同的 Δt 。

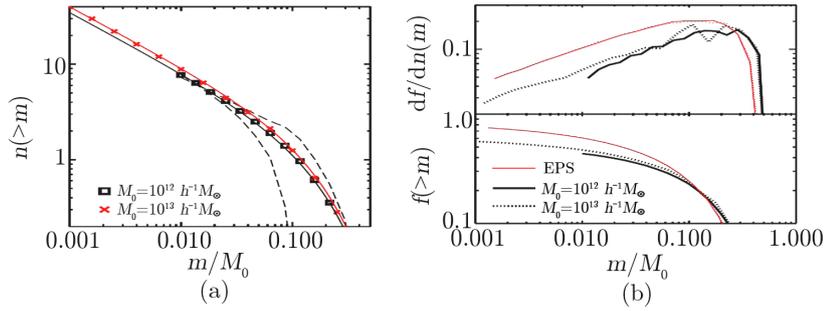


图 11 基于暗晕历史的吸积统计^[32]

(a) 吸积物质的质量函数, 图中所示的是对暗晕经历的所有大于 m/M_0 的并合进行积分的均值曲线; 正方形对应暗晕质量 $M_0 = 10^{12} M_\odot/h$, 叉形对应 $M_0 = 10^{13} M_\odot/h$, 通过数据点的实线是拟合曲线。上下两条虚线分别代表质量为 $10^{12} M_\odot/h$ 的暗晕恰好经历过 2 次 $m \geq 0.1 M_0$ 并合的积分曲线 (25%) 和经历过 0 次 $m \geq 0.1 M_0$ 的并合部分的积分曲线 (20%); 大约有 45% 经历过 1 次 $m \geq 0.1 M_0$ 的并合, 与平均值几乎重合。(b) 暗晕最终质量 M_0 从并合 m/M_0 所吸积的分布图 (对所有时间积分), 上图是微分布图, 下图是积分图; 可以看出 $m \simeq (0.03 \sim 0.3) M_0$ 的并合主导了 M_0 的构成, 分布对于不同最终质量的暗晕是相似的。

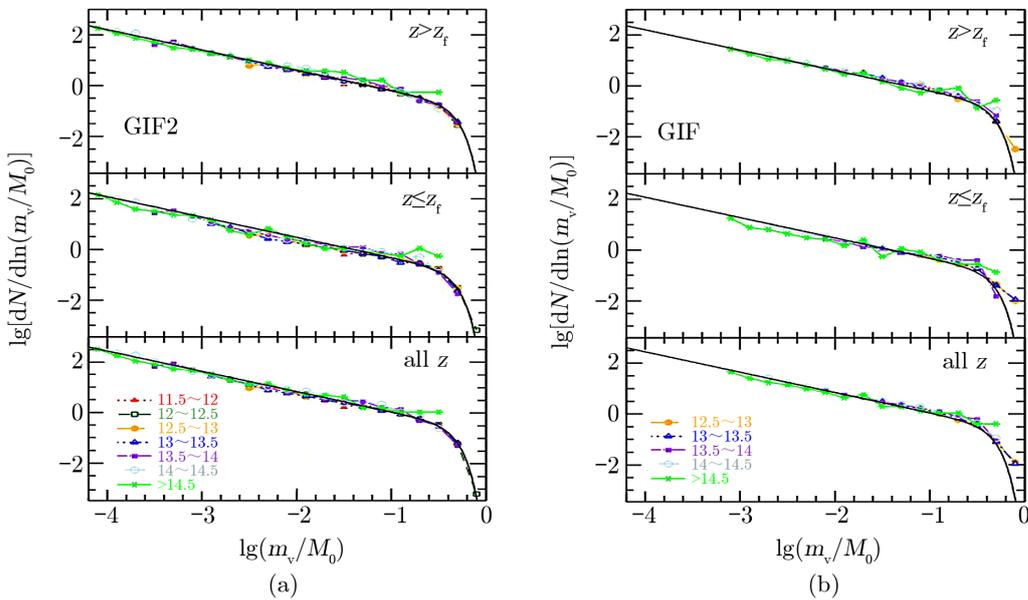


图 12 用再模拟样本研究子晕的质量丢失率和红移为 0 时的暗晕未演化子晕的质量函数^[33]

质量单位为 $\lg M_\odot/h$ 。最上面的图是只统计了在 $z = 0$ 时质量为 M_0 的暗晕的未演化子晕质量函数, 中间的图是只统计主暗晕形成之后, 最下面的图是对所有红移都统计之后的未演化子暗晕质量函数。(a) 是第一个宇宙学模拟 GIF2, (b) 是第二个模拟一再模拟。

他们设位力质量为暗晕质量 (不妨记 $z = 0$ 时暗晕的最终质量为 M_0), 并且只统计了那些对最终的暗晕质量 (M_0) 贡献大于 50% 其自身质量的子暗晕。他们发现, 当用 M_0 来归一子暗晕吸积时刻的质量 m_v 时, 未演化子暗晕质量函数会拟合得到一个统一的形式:

$$\frac{dN}{d \ln(m_v/M_0)} = N_0 x^{-\alpha} e^{-6.283x^3}, \quad x = \left| \frac{m_v}{\alpha M_0} \right|. \quad (20)$$

Neistein 等人^[34]用了四种不同的宇宙学数值模拟 (包括尺度自由的数值模拟) 对条件概率函数做了拟合, 他们用一个类似于 EPS 条件概率函数的形式来做拟合并确定参数。他们的拟合形式对不同的宇宙学模型和暗晕的质量以及红移都成立, 其中应用之一是产生蒙特卡罗并合树。

前面已经提到 Yang 等人^[12]的解析模型, 他们用数值模拟 (较高分辨率: 100 Mpc, 较低分辨率: 300 Mpc; 粒子数都为 1024^3) 对此模型进行了检验, 并且也得到了未演化子暗晕质量函数的统一形式。图 13 和 14 分别描述了他们对暗晕增长过程中的条件概率函数以及得到统一的非演化子暗晕质量函数, 做了模型和数值上的相互印证。

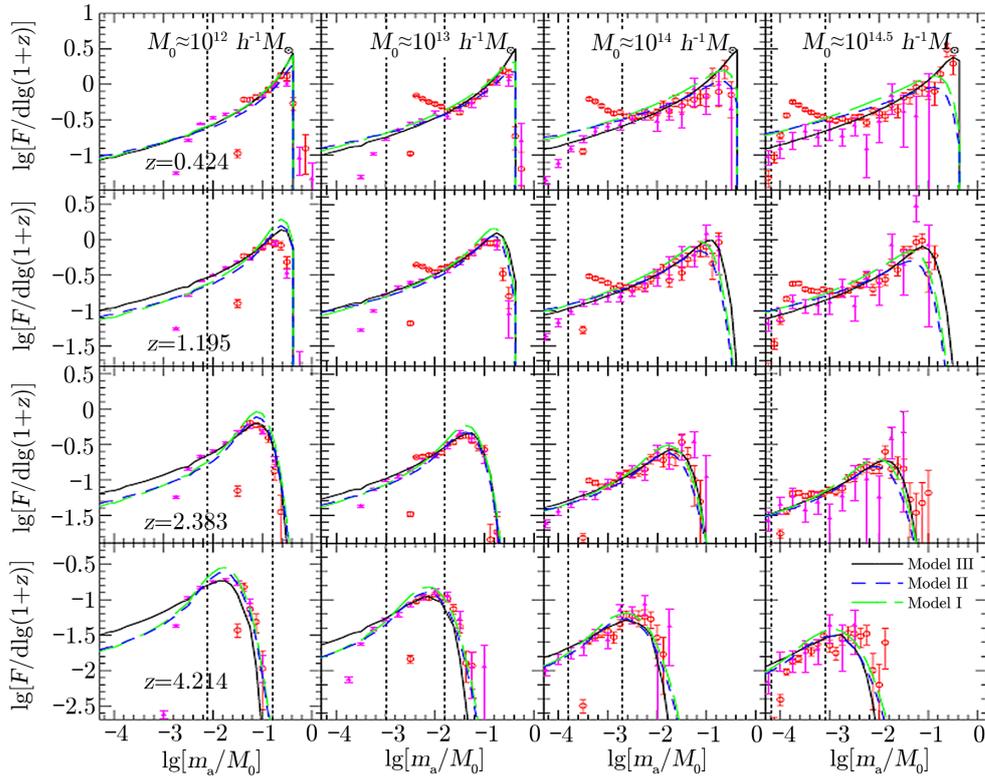


图 13 不同质量暗晕增长过程中不同红移处的条件概率函数^[12]

符号标号是数值模拟的数据, 实心三角形是 100 Mpc/h, 高分辨模拟的结果; 空心圆是 300 Mpc/h 较低分辨率的结果。线代表文献中提出的模型: 长虚线以及短虚线是前两种模型, 最好的模型是实线 (model 3)。竖直的虚线是对应于两种分辨率 100 个粒子质量极限。

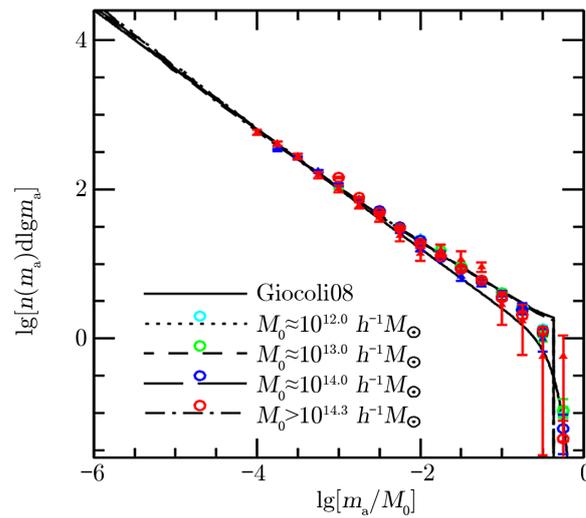


图 14 演化子暗晕质量函数的统一形式模型和数值模拟结果比较^[12]

纵坐标为 $z = 0$ 时刻非演化子暗晕质量函数。模型预测是上面一条线, 实心三角符号和空心圆分别对应高分辨率和低分辨率的两个数值模拟结果, 实线是利用文献^[33]中的拟合公式所得的结果。

这 4 篇文章在如何给出未演化子暗晕质量函数的统一形式上思路大致相同。Neistein 等人^[34]对条件概率函数做了拟合, 再依此研究暗晕的未演化质量函数; Yang 等人^[12]则提出了解析模型, 然后提出新的条件概率函数形式, 并依此进行了并合率的统计及未演化质量函数。

3.3 其他工作

2011 年之后, 关于这方面的研究就少了, 2014 年 Jiang 等人^[35]比较了前人基于 EPS 产生的并合树算法与数值模拟 (不同学者得到的拟合公式) 的对比, 在以下四个方面展开比较: 暗晕的前身质量函数, 暗晕的质量吸积历史, 暗晕并合率以及非演化子暗晕质量函数。我们只列出他们在并合率方面的对比图 (见图 15), 其中 SK99, C00, P08, Z08B[SC], Z08B[EC] 分别对应基于 EPS 的不同并合树产生的算法, 作者分别为 Somerville 和 Kolatt^[13]、Cole 等人^[14]、Parkinson 等人^[15]、Zhang 等人^[36] (基于球坍缩)、Zhang 等人^[37] (基于椭球坍缩)。图中椭球坍缩模型和球坍缩模型所产生并合树在并合率方面的差别较大。唯一符合的是 P08 与 FM10^[23] (数值模拟), 但是我们前面提到, 即使是 FM10, 在低红移处不同并合及质量定义导致的差异还是较大的。

但与这方面有关联的研究还有很多, 例如暗晕并合率与星系并合率的关系, 某种大质量恒星的形成与暗晕并合率的关系^[38], 暗晕并合率与观测上的联系, 对于落入暗晕质量丢失行为的研究^[39]等。我们不再对这些问题一一进行讨论。

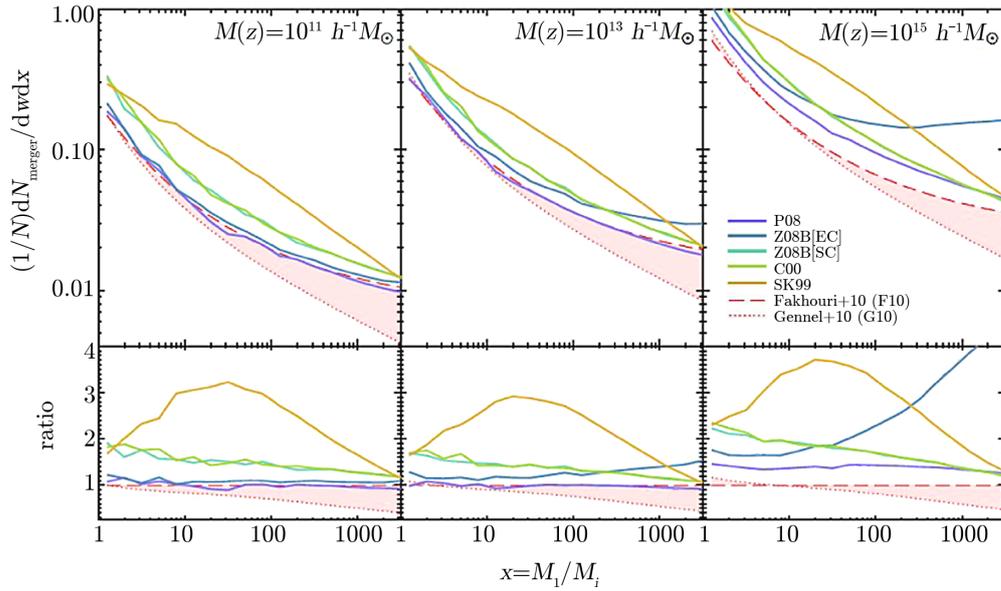


图 15 前人基于 EPS 产生的并合树算法与数值模拟在并合率方面的对比图^[35]

上图的纵坐标是平均每个 descendent 暗晕并合率，横坐标为 $x \equiv M_1/M_i$ ($i = 2, 3, \dots$)。下图是将上图用 FM10 的线归一后的画法。

4 总结与展望

我们在第 2 章简要介绍了 EPS 一系列的理论发展，以及从解析理论得到暗晕并合率；第 3 章则介绍了利用数值模拟拟合暗晕并合率形式的发展。在利用数值模拟来给出暗晕并合率拟合形式时，Stewart 等人^[32]以及 Giocoli 等人^[33]对 $z = 0$ 时刻暗晕的并合历史做了追踪，其中 Giocoli 等人是根据条件概率函数进行拟合，并对这一问题开展联系，Yang 等人^[12]则从解析理论上提出新的条件概率函数形式并给出并合率形式，两者有异曲同工之效。同时，他们在如何给出未演化子暗晕质量函数的统一形式上思路大致相同，都是用暗晕最终质量 M_0 来归一吸积子暗晕前身质量后，未演化子暗晕质量函数对不同质量的暗晕可以给出一个统一的形式。其他人 2008 年之后在拟合方面的工作则大部分是对各红移时刻（只是一步之内的并合统计而非历史）进行统计，并给出了对所有红移都适用的拟合函数形式。特别是在 FM08 的工作提出以后，接下来不同人对于相同问题的讨论基本都是基于相似的思路，只是在数值模拟中的各种定义和具体处理方式上有所不同，其局限是不能同时适用于不同的宇宙学模型。另外我们还讨论了暗晕所处环境和数值模拟输出的步长对暗晕并合的影响。此外，也可以从子暗晕的质量函数出发来得到暗晕并合率形式，但我们未对这一方法的工作进行介绍。

在公式的普适性方面，Neistein 等人^[34]使用了不同的宇宙学模型对条件概率函数给出了统一的拟合公式；Yang 等人^[12]的解析模型中由于使用了 Zhao 等人^[40]的暗晕吸积历史的中值公式（这个公式对所有宇宙学模型适用），所以也对不同宇宙学模型适用。其他通过数值模

拟得到的拟合公式则只能适用于对应的宇宙学数值模拟。

在暗晕并合率统计方面, 我们也做了相关的工作, 并很好地给出了适用于不同宇宙学模型、在物理上有重要意义、在数学上简单明了的暗晕自相似并合形式, 它能帮我们更好地理解暗晕并合行为, 此处不作详述。

目前人们更倾向于认为我们的宇宙是等级成团模式, 暗晕通过并合增长。因此, 正确理解暗晕并合过程对于理解宇宙中结构的形成很重要。对于这一问题可从解析理论以及数值模拟两方面完成认知, 模拟与理论的发展又是相互认证, 相互推动完善的。我们系统地介绍了暗晕的并合在理论与数值模拟方面的发展, 并就依赖于数值模拟所做的不同工作的方法、定义、结果做了对比与阐述。不同定义所导致的暗晕—暗晕并合率差异因子在 2 之内, 而“定义”的概念也包含范围很广, 例如: 并合树(历史)的建立, 对于暗晕破碎问题的处理, 暗晕质量的选取, 处于不同环境中的暗晕, 甚至是数值模拟输出的时间步长都会影响并合率的统计结果。

参考文献:

- [1] Peebles P J E. Principles of Physical Cosmology. Princeton: Princeton Univ.Press, 1993
- [2] Barden J, Bond J R, Kaiser N, Szalay A S. ApJ, 1986, 304: 15
- [3] Gunn J E, Got T. ApJ, 1972, 176: 1
- [4] Bryan G L, Norman M L. ApJ, 1998, 495: 80
- [5] Press W H, Schechter P. ApJ, 1974, 187: 425
- [6] Bond J R, Cole S, et al. ApJ, 1991, 379: 440
- [7] Lacey C, Cole S. MNRAS, 1993, 262: 627
- [8] Sheth R K, Tormen G. MNRAS, 2002, 329: 61
- [9] Sheth R K, Mo H J, et al. MNRAS, 2001, 323: 1
- [10] Zhang J, Ma C P, Fakhouri O. MNRAS, 2008, 381: L13
- [11] Neistein E, Dekel A. MNRAS, 2008, 388: 1792
- [12] Yang X H, Mo H J, Zhang Y, Rrank C. ApJ, 2011, 741: 13
- [13] Somerville R S, Kolatt T S. MNRAS, 1999, 305: 1
- [14] Cole S, Lacey C G, Baugh C M, et al. MNRAS, 2000, 319: 168
- [15] Parkinson H, Cole S, Helly J. MNRAS, 2008, 383: 557
- [16] Lacey C, Cole S. MNRAS, 1994, 271: 676
- [17] Governato F, Gardner J P, et al. AJ, 1999, 117: 1651
- [18] Gottlöber S, Klypin A. ApJ, 2001, 546: 223
- [19] Berrier J C, Bullock J S, et al. ApJ, 2006, 652: 56
- [20] Fakhouri O, Ma C P. MNRAS, 2008, 386: 577
- [21] Springel V. MNRAS, 2005, 364: 1105
- [22] Springel V, White S D, et al. MNRAS, 2001, 328: 726
- [23] Fakhouri O, Ma C P, Michael B K. MNRAS, 2010, 406: 2267
- [24] Fakhouri O, Ma C P. MNRAS, 2009, 394: 1825
- [25] Genel S, Genzel R, Bouche N, et al. ApJ, 2009, 701: 2002
- [26] Helley J C, Cole S, Frenj C S, et al. MNRAS, 2003, 338: 903
- [27] Genel S, Bouche N, Naab T, et al. ApJ, 2010, 719: 229
- [28] Stewart K R, Bullock J S, Barton E J, et al. ApJ, 2009, 702: 1005

- [29] Wetzel A R, Cohn J D, Martin W. MNRAS, 2009, 395: 1376
[30] Fakhouri O, Ma C P. MNRAS, 2010, 401: 2245
[31] Hopkins P F, Croton D, Bundy K, et al. ApJ, 2010, 724: 915
[32] Stewart K R, Bullock J S, Wechsler R H, et al. ApJ, 2008, 683: 597
[33] Giocoli C, Tormen G, et al. MNRAS, 2008, 386: 2135
[34] Neistein E, Macciò D A, Avishai D. MNRAS, 2010, 403: 984
[35] Jiang F, van den Bosch F C. MNRAS, 2014, 440: 193
[36] Zhang J, Ma C P, Fakhouri O. MNRAS, 2008, 387: L13
[37] Zhang J, Fakhouri O, Ma C P. MNRAS, 2008, 389: 1521
[38] Bovino S, Latif M A, Grassi T, Schleicher D R. GMNRAS, 2014, 441: 2181
[39] Behroozi P S, Wechsler R H, Yu L, et al. ApJ, 2014, 787: 156
[40] Zhao D H, Jing Y P, Böberner G. ApJ, 2009, 707: 354

The Merger in Halo Mass Accretion

DONG Fu-yu, WANG Yang

(Key Laboratory for Research in Galaxies and Cosmology, Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China)

Abstract: The article makes a basic introduction to the halo formation theory. The mass growth of dark matter halos includes two components: halo-halo merger and continuous accretion. Halo-halo merger can be associated with galaxy-galaxy merger, so a proper definition to it is important. However there're a lot of influencing factors preventing us from getting a reliable fitting form. The difficulties mainly comes from definitions: the definitions of halo-halo merger, the definition of constructing a merger tree, the definition of the halo mass and even the time step. We make some comparisons between different definitions and obtain the halo merger rates corresponding to them. In addition, we find the environment of haloes can also lead to different behaviors in merger rate. There fitting to the halo-halo merger rate with simulations can be carried out two folded: fitting to different redshift or fitting to the halo merging histories. Usually, the latter gives a universal fitting formula to haloes with different mass.

Key words: dark matter halo; halo-halo merger rate; halo mass; analytic model; fitting formula; merger tree