

文章编号: 1000-8349(2005)01-0070-10



中国古代太阳中天观测及二至点测算精度

李 勇

(中国科学院 国家天文台, 北京 100012)

摘要: 研究了元代《授时历议》所保存的天象观测和推步资料, 得出: (1) 在 AD 1277~1280 年间所作的 98 次太阳中天观测的时刻及地平高度的绝对值平均误差分别为 2.64 min 和 6.78'。(2) 6 部古历——《大衍历》、《宣明历》、《纪元历》、《统天历》、《重修大明历》和《授时历》推步 BC 522 年前的 3 个冬至时刻的误差范围为 0.97~3.51 d; 而 AD 435~1280 年间的 45 个冬至时刻的绝对值平均误差则分别为 9.35、10.42、5.54、2.97、5.68、3.36 h。(3) 古代确定的 AD 442~1280 年间的 16 个二至时刻的绝对值平均误差为 199.59 min, 其中元代的误差为 27.89 min。

关键词: 天文学史; 精度; 统计; 太阳; 中天观测; 二至; 《授时历议》; 历书

中图分类号: P1-092; P182.2 **文献标识码:** A

1 引 言

《授时历》由郭守敬 (AD 1231~1316) 等人编纂, 载于《元史·历志》^[1]。历成于 1280 年, 元世祖忽必烈钦定其名。它集中国传统诸历大成, 是古代行用时间最长 (AD 1281~1644)、精度极高、最负盛名的一部名历。元至元二十年 (AD 1283), 李谦奉诏著《授时历议》^[2]。这是份详细鉴定及论证《授时历》的报告, 它既给出了与其他历法推步的比验结果, 同时还保存了较为丰富的实测天象史料。现代学者在注重对历术本身解读和研究的同时^[3~5], 已逐步认识到《授时历议》中古天象记录的重要价值和发掘潜力^[6,7]。

古代冬至时刻的测定通过对太阳的中天观测来完成, 这一工作对制历明时意义重大, 它不仅直接反映了当时的天文实测水平, 还涉及到回归年长度和基本历法常数等的确定, 历代极为重视。现在看来, 获取较为准确的冬至时刻甚至有助于研究历史时期的地球自转问题。20 世纪 80 年代, 在河南登封的古观星台曾进行过日影的模拟观测。1982 年, 陈美东先生曾

收稿日期: 2004-09-23; 修回日期: 2004-10-29

基金项目: 国家数学天元基金资助项目 (A0324673)

对元代的晷影测量结果作过分析,得到“郭守敬等人影长测量值与理论值的平均偏离在 ± 1 到 ± 4 毫米之间,冬至时刻测算的精度约达 0.01 日左右”的结论^[8]。

本文则考察了《授时历议》中有关太阳中天观测及二至点测定和推步等相关内容,利用其中的“验气”、“冬至刻”及“古今历参校疏密”3部分资料,借助由现代天文历算方法所得的结果,并与古代的观测或推步结果进行比较,详细给出了以下精度:(1)当时太阳中天观测的精度;(2)6部古历推步冬至时刻的精度;(3)古代二至时刻的推定精度。这一工作不仅可准确反映中国古代对太阳中天观测及二至点测算的水平,其相关结果甚至还可用于校正史料中可能存在的错误。

2 太阳中天观测精度

为了研制《授时历》,冬至时刻是一个必备的基本历数。为此,元代观测者在京师立表高达 4 丈,将历史上所沿用的 8 尺之表增加了 5 倍,用以精确测定日影,以便最终推定二至的准确时刻。他们在 1000 d (始于 1277 年 5 月,终于 1280 年 2 月)的范围内,独立对太阳作了 98 次中天观测。表 1 详细列出了这些观测数据及它们的误差。

表 1 AD 1277~1280 年间 98 组太阳中天观测及其误差

序号	农历日期	公历日期	景长 / 丈	ALT / ($^{\circ}$)	$BJET$	时刻误差 / min	高度误差 / ($'$)
1	14 年 6 月 5 日癸亥	1277-05-08	1.30800	69.0651	12 : 19 : 45	-5.90	-169.63
2	14 年 10 月 21 日丙子	1277-11-18	7.09710	29.1304	12 : 12 : 47	-1.73	-16.54
3	14 年 11 月 1 日丙戌	1277-11-27	7.59865	27.6723	12 : 16 : 16	-0.68	-5.43
4	14 年 11 月 2 日丁亥	1277-11-28	7.63770	27.5459	12 : 16 : 45	-0.53	-5.76
5	14 年 11 月 9 日甲午	1277-12-05	7.86355	26.8718	12 : 19 : 59	0.03	-5.37
6	14 年 11 月 14 日己亥	1277-12-10	7.94855	26.6220	12 : 22 : 30	0.35	-5.47
7	14 年 11 月 21 日丙午	1277-12-17	7.95410	26.6027	12 : 26 : 06	0.63	-5.67
8	14 年 11 月 22 日丁未	1277-12-18	7.94550	26.6315	12 : 26 : 35	0.63	-5.43
9	14 年 11 月 26 日辛亥	1277-12-22	7.87935	26.8253	12 : 28 : 37	0.68	-5.38
10	14 年 11 月 27 日壬子	1277-12-23	7.85500	26.8932	12 : 29 : 06	0.67	-5.60
11	14 年 11 月 28 日癸丑	1277-12-24	7.83045	26.9689	12 : 29 : 35	0.67	-5.41
12	14 年 12 月 6 日庚申	1277-12-31	7.58510	27.7119	12 : 32 : 49	0.47	-5.58
13	14 年 12 月 7 日辛酉	1278-01-01	7.54170	27.8478	12 : 33 : 13	0.82	-5.58
14	14 年 12 月 8 日壬戌	1278-01-02	7.49595	27.9909	12 : 33 : 38	0.75	-5.67
15	14 年 12 月 9 日癸亥	1278-01-03	7.44860	28.1412	12 : 34 : 03	0.70	-5.71
16	14 年 12 月 12 日丙寅	1278-01-06	7.29725	28.6344	12 : 35 : 11	0.48	-5.70
17	14 年 12 月 13 日丁卯	1278-01-07	7.24545	28.8125	12 : 35 : 33	0.40	-5.36
18	14 年 12 月 14 日戊辰	1278-01-08	7.19090	28.9975	12 : 35 : 55	0.33	-5.27
19	14 年 12 月 15 日己巳	1278-01-09	7.13430	29.1890	12 : 36 : 16	0.27	-5.35
20	14 年 12 月 16 日庚午	1278-01-10	7.07600	29.3872	12 : 36 : 34	0.15	-5.51
21	14 年 12 月 17 日辛未	1278-01-11	7.01565	29.5918	12 : 36 : 52	0.03	-5.88
22	15 年 5 月 1 日癸未	1278-05-23	1.30385	71.9256	12 : 20 : 33	-5.58	-1.22

续表

序号	农历日期	公历日期	景长 / 丈	ALT /(°)	BJET	时刻误差 /min	高度误差 /(')
23	15年5月2日甲申	1278-05-24	1.29205	72.0725	12:20:40	-5.57	-1.58
24	15年5月19日辛丑	1278-06-10	1.17775	73.5662	12:23:40	-5.38	-1.64
25	15年5月28日庚戌	1278-06-19	1.17800	73.5620	12:25:35	-5.62	-1.70
26	15年5月29日辛亥	1278-06-20	1.18055	73.5271	12:25:46	-5.65	-1.78
27	15年6月26日戊寅	1278-07-17	1.44525	70.0954	12:29:26	-6.15	-2.35
28	15年6月27日己卯	1278-07-18	1.46380	69.8825	12:29:29	-6.15	-1.04
29	15年11月2日辛巳	1278-11-17	7.75950	29.3735	12:12:23	-1.87	126.15
30	15年11月3日壬午	1278-11-18	7.14060	29.1757	12:12:41	-1.78	-4.85
31	15年11月4日癸未	1278-11-19	7.19575	28.9845	12:13:03	-1.63	-5.07
32	15年11月5日甲申	1278-11-20	7.25050	28.8000	12:13:25	-1.50	-5.09
33	15年11月6日乙酉	1278-11-21	7.30335	28.6222	12:13:46	-1.38	-5.22
34	15年11月8日丁亥	1278-11-23	7.40375	28.2875	12:14:29	-1.20	-5.60
35	15年11月9日戊子	1278-11-24	7.45205	28.1307	12:14:55	-1.05	-5.68
36	15年11月10日己丑	1278-11-25	7.50035	27.9809	12:15:20	-0.93	-5.43
37	15年11月11日庚寅	1278-11-26	7.54495	27.8384	12:15:45	-0.83	-5.53
38	15年11月12日辛卯	1278-11-27	7.58815	27.7031	12:16:10	-0.73	-5.54
39	15年11月13日壬辰	1278-11-28	7.63015	27.5751	12:16:35	-0.65	-5.40
40	15年11月19日戊戌	1278-12-04	7.83185	26.9641	12:19:21	-0.15	-5.45
41	15年闰11月9日戊午	1278-12-24	7.83635	26.9500	12:29:29	0.62	-5.50
42	15年闰11月10日己未	1278-12-25	7.80825	27.0317	12:29:58	0.83	-5.60
43	15年闰11月15日甲子	1278-12-30	7.63665	27.5537	12:32:15	0.43	-5.48
44	15年闰11月16日乙丑	1278-12-31	7.59530	27.6804	12:32:40	0.37	-5.57
45	15年闰11月17日丙寅	1279-01-01	7.55045	27.8145	12:33:02	0.70	-5.93
46	15年闰11月20日己巳	1279-01-04	7.41200	28.2599	12:34:18	0.57	-5.66
47	15年闰11月21日庚午	1279-01-05	7.36145	28.4226	12:34:40	0.47	-5.75
48	16年1月19日丁卯	1279-03-03	3.85015	46.0099	12:35:41	-4.98	-5.02
49	16年2月3日庚辰	1279-03-16	3.21955	51.1228	12:31:40	-5.58	-2.82
50	16年2月18日乙未	1279-03-31	2.60345	56.9070	12:26:41	-6.05	-2.06
51	16年3月1日戊申	1279-04-13	2.16110	61.5866	12:23:01	-6.15	-1.93
52	16年3月2日己酉	1279-04-14	2.13050	61.9276	12:22:47	-6.18	-1.89
53	16年3月21日戊辰	1279-05-03	1.63905	67.6978	12:19:50	-6.00	-1.21
54	16年4月2日戊寅	1279-05-13	1.44810	70.0735	12:19:43	-5.77	-1.50
55	16年4月19日乙未	1279-05-30	1.23695	72.7930	12:21:28	-5.50	-1.41
56	16年4月20日丙申	1279-05-31	1.22935	72.8962	12:21:38	-5.48	-1.18
57	16年4月29日乙巳	1279-06-09	1.18630	73.5235	12:23:23	-5.40	2.55
58	16年4月30日丙午	1279-06-10	1.17830	73.5591	12:23:34	-5.42	-1.63
59	16年5月19日乙丑	1279-06-29	1.22640	72.9305	12:27:24	-5.78	-1.44
60	16年6月16日壬辰	1279-07-26	1.60995	68.0493	12:29:16	-6.35	-1.59
61	16年6月17日癸巳	1279-07-27	1.63110	67.7908	12:29:12	-6.38	-1.49
62	16年7月7日壬子	1279-08-15	2.11955	62.0489	12:26:19	-6.68	-1.95

续表

序号	农历日期	公历日期	景长 / 丈	<i>ALT</i> /(°)	<i>BJET</i>	时刻误差 /min	高度误差 /(')
63	16 年 7 月 8 日癸丑	1279-08-16	2.14865	61.7093	12 : 26 : 05	-6.70	-2.86
64	16 年 7 月 9 日甲寅	1279-08-17	2.19155	61.3666	12 : 25 : 50	-6.70	5.06
65	16 年 7 月 21 日丙寅	1279-08-29	2.58990	57.0460	12 : 22 : 25	-6.73	-1.92
66	16 年 7 月 22 日丁卯	1279-08-30	2.62590	56.6711	12 : 22 : 07	-6.72	-2.70
67	16 年 8 月 5 日庚辰	1279-09-12	3.15965	51.6623	12 : 17 : 48	-6.93	-1.92
68	16 年 8 月 6 日辛巳	1279-09-13	3.20265	51.2701	12 : 17 : 30	-6.88	-2.82
69	16 年 8 月 18 日癸巳	1279-09-25	3.78230	46.5530	12 : 13 : 40	-6.48	-2.96
70	16 年 8 月 19 日甲午	1279-09-26	3.83105	46.1618	12 : 13 : 22	-6.45	-4.45
71	16 年 9 月 20 日甲子	1279-10-26	5.64925	35.2605	12 : 08 : 34	-4.60	-2.41
72	16 年 9 月 22 日丙寅	1279-10-28	5.78250	34.6302	12 : 08 : 37	-4.37	-2.58
73	16 年 10 月 1 日乙亥	1279-11-06	6.38700	32.0191	12 : 09 : 35	-3.25	-2.32
74	16 年 10 月 7 日辛巳	1279-11-12	6.77450	30.5130	12 : 10 : 50	-2.53	-2.80
75	16 年 10 月 8 日壬午	1279-11-13	6.83725	30.2824	12 : 11 : 05	-2.42	-2.79
76	16 年 10 月 9 日癸未	1279-11-14	6.89775	30.0579	12 : 11 : 23	-2.27	-3.09
77	16 年 10 月 14 日戊子	1279-11-19	7.19225	29.0301	12 : 12 : 53	-1.73	-3.04
78	16 年 10 月 15 日己丑	1279-11-20	7.24690	28.8441	12 : 13 : 14	-1.62	-3.17
79	16 年 10 月 16 日庚寅	1279-11-21	7.30150	28.6649	12 : 13 : 36	-1.48	-3.03
80	16 年 10 月 18 日壬辰	1279-11-23	7.40525	28.3269	12 : 14 : 23	-1.23	-2.95
81	16 年 10 月 19 日癸巳	1279-11-24	7.45450	28.1684	12 : 14 : 44	-1.17	-2.95
82	16 年 10 月 20 日甲午	1279-11-25	7.50250	28.0169	12 : 15 : 10	-1.03	-2.86
83	16 年 10 月 24 日戊戌	1279-11-29	7.67400	27.4829	12 : 16 : 50	-0.68	-2.85
84	16 年 11 月 25 日己巳	1279-12-30	7.65800	27.5233	12 : 32 : 05	0.33	-3.37
85	16 年 11 月 26 日庚午	1279-12-31	7.61425	27.6484	12 : 32 : 30	0.27	-3.96
86	16 年 11 月 28 日壬申	1280-01-02	7.53200	27.9204	12 : 33 : 22	0.60	-3.06
87	16 年 11 月 29 日癸酉	1280-01-03	7.48525	28.0673	12 : 33 : 47	0.55	-3.12
88	16 年 12 月 1 日甲戌	1280-01-04	7.43650	28.2213	12 : 34 : 09	0.46	-3.24
89	16 年 12 月 2 日乙亥	1280-01-05	7.38715	28.3824	12 : 34 : 34	0.41	-3.14
90	16 年 12 月 3 日丙子	1280-01-06	7.33200	28.5505	12 : 34 : 56	0.35	-3.86
91	16 年 12 月 4 日丁丑	1280-01-07	7.28425	28.7255	12 : 35 : 17	0.25	-2.82
92	16 年 12 月 5 日戊寅	1280-01-08	7.22725	28.9072	12 : 35 : 39	0.18	-3.34
93	16 年 12 月 12 日乙酉	1280-01-15	6.81450	30.3623	12 : 37 : 48	-0.45	-3.00
94	16 年 12 月 18 日辛卯	1280-01-21	6.42975	31.8457	12 : 39 : 08	-1.09	-2.42
95	16 年 12 月 19 日壬辰	1280-01-22	6.36250	32.1124	12 : 39 : 18	-1.20	-2.67
96	16 年 12 月 28 日辛丑	1280-01-31	5.75800	34.7389	12 : 40 : 12	-2.55	-2.90
97	16 年 12 月 29 日壬寅	1280-02-01	5.69150	35.0538	12 : 40 : 16	-2.60	-2.75
98	17 年 1 月 1 日癸卯	1280-02-02	5.62500	35.3728	12 : 40 : 16	-2.70	-2.66

注: 表中“*ALT*”和“*BJET*”分别指用现代方法计算得到的太阳中天时的地平高度和时刻(所列为东经 120° 的历书时)。

在元代, 计时单位及计时精度均为刻, 相当于 0.01 d (14.4 min)。此外, 中天观测的时间取为正午 (相当于现在的 12:00), 这并不精确。先人不明其理, 不仅没有记录下太阳中天的真实时刻, 甚至还可能用这一时刻来校准当时的计时仪器。本文以为, 观测时间 12:00 应为当时首都 (北京, 东经 116.47°) 的地方真太阳时。在计算时刻误差时, 该时间须转化为东经 120° 平太阳时 (即现在所说的北京时间)。于是有

$$\text{时刻误差} = BJET - \Delta T - (0.5 - \eta + (120 - \text{首都经度})/360),$$

$$\text{高度误差} = \text{现代方法计算值} - \text{古代实测值} = ALT - \text{arcctg}(\text{景长} / \text{表高}).$$

式中, 平太阳时钟差 $\Delta T = ET - UT$ 。AD 1277~1280 年间, 本文所取的逐年 ΔT 数据分别为 894.03、890.67、887.31、883.96 s; 时差 $\eta = \text{真太阳时} - \text{平太阳时}$, 可由天文年历查得; 表高 = 4.0 丈; 其余数据取自表 1。

由表 1 得, 当时观测时刻、地平高度的平均误差分别为 -2.32 min 和 $-4.05'$, 相应的绝对值平均误差为 2.64 min 和 $6.78'$ 。时刻误差主要源于古代取正午 (12:00) 作为中天时刻, 而实际上中天往往并不刚好发生在正午。其次, 这一误差还与公式中采用的 ΔT 和 η 值有关。高度误差则主要产生于测量误差与仪器误差, 包括表高误差、圭表摆放误差, 此外还受现代计算所采用的大气折射模型等因素的影响。

表 1 中序号 1 和序号 29 的高度误差较大, 都超过 2° 。图 1 是排除这 2 个点后所得的观测误差图, 其中景长曲线的 3 个峰处分别表示 AD 1277~1279 年的 3 个冬至点; 2 个谷部则为 AD 1277~1278 年的 2 个夏至点。元代所作的 98 次太阳中天观测就是为了能够确定这 5 个二至点的准确时刻, 最后《授时历》以 1280 年的冬至时刻作为历法推步的基本常数。图 1 还

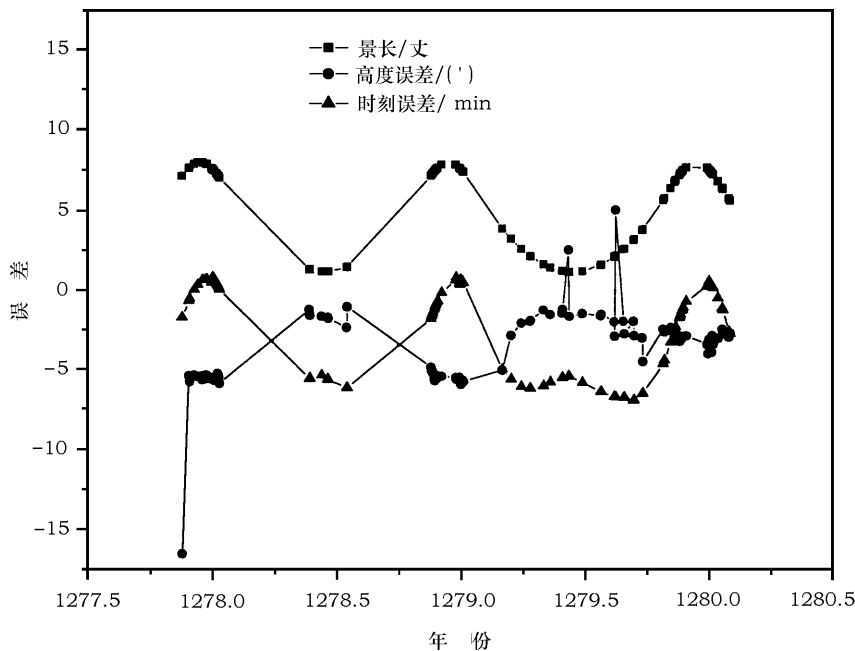


图 1 AD 1277~1280 年间太阳中天观测的误差

显示出时刻误差与景长基本同步，而高度误差则与其大致反相。就精度而言，两者的观测值大多偏高。只是在冬至点附近，时刻误差才较小，但高度误差偏大；夏至点附近则反之。

3 古历推步冬至时刻的精度

《授时历议》称：“然古今历法，合于今必不能通于古，密于古必不能验于今。今《授时历》，以之考古，则增岁余而损岁差；以之推来，则增岁差而损岁余；上推春秋以来冬至，往往皆合；下求方来，可以永久而无弊；非止密于今日而已。仍以《大衍》等六历，考验春秋以来冬至疏密，凡四十九事，具列如后。”然观其下文，实记四十八事，脱一事，正如校勘记所言。所涉的 6 部历法分别是《大衍历》、《宣明历》、《纪元历》、《统天历》、《重修大明历》和《授时历》。

考虑到《授时历议》所列古历推步的冬至时刻应系当时首都的地方时，在作精度分析时还须统一时间系统。于是本文取

$$\text{各历推步冬至时刻的精度} = \text{现代方法计算的时间} - \text{《授时历议》记录各历时间} - (120 - \text{首都经度})/360.$$

表 2 详细列出了 BC 884~AD 1280 年间，由 6 部古历推步 48 个冬至时刻的精度。除 BC 522 年前春秋时期(表 2 序号 1~3) 3 次冬至时刻的误差达 0.97~3.51 d 外，《大衍历》、《宣明历》、《纪元历》、《统天历》、《重修大明历》、《授时历》在 AD 435~1280 年间的平均误差分别为 -2.05、-3.24、4.04、2.63、4.78、2.93 h，相应的绝对值平均误差为 9.35、10.42、5.54、2.97、5.68、3.36 h。可见，它们推步冬至时刻的精度似低于其朔望推步。另据《授时历议》，6 部古历中，《授时历》的符合率最高，但也有 10 次不合。当然，这并不能否认其在行用年代所具有的较高精度水准。

表 2 6 部古历推步 48 个冬至时刻的精度

序号	冬至年	公历日期	LT /d	ΔT /min	冬至时刻精度 /d					
					大衍历	宣明历	纪元历	统天历	重修大明历	授时历
1	献公 15 年	-883-12-29	54.5075	377.15	2.2567	2.5967	1.1619	3.4880	1.1759	3.5077
2	僖公 5 年	-655-12-28	49.9182	316.16	1.9475	2.2275	1.1626	2.6487	1.0467	2.7684
3	昭公 20 年	-522-12-27	27.2387	283.06	1.7580	2.0080	0.9731	2.3192	0.9671	2.3989
4	宋元嘉 12 年	435-12-20	4.8209	98.78	0.4401	0.4701	0.4153	0.3114	0.4293	0.3411
5	宋元嘉 13 年	436-12-20	10.0676	98.63	0.4468	0.4668	0.4220	0.3181	0.4360	0.3478
6	宋元嘉 15 年	438-12-20	20.5502	98.35	0.4394	0.4594	0.4146	0.3107	0.4286	0.3504
7	宋元嘉 16 年	439-12-20	25.7892	98.20	0.4284	0.4584	0.4036	0.3097	0.4376	0.3394
8	宋元嘉 17 年	440-12-20	31.0310	98.06	0.4302	0.4502	0.4054	0.3115	0.4194	0.3412
9	宋元嘉 18 年	441-12-20	36.2776	97.92	0.4268	0.4568	0.4120	0.3081	0.4260	0.3378
10	宋元嘉 19 年	442-12-20	41.5154	97.78	0.4246	0.4446	0.3998	0.3059	0.4238	0.3356
11	宋大明 5 年	461-12-20	21.1311	95.09	0.4003	0.4203	0.3855	0.2415	0.4095	0.3313
12	陈天嘉 6 年	565-12-19	26.4034	81.04	0.2526	0.2426	0.3378	0.1639	0.3418	0.2236
13	陈光大 2 年	568-12-19	42.1342	80.65	0.3034	0.2434	0.3286	0.1647	0.3426	0.2244

续表

序号	冬至年	公历日期	LT /d	ΔT /min	冬至时刻精度 /d						
					大衍历	宣明历	纪元历	统天历	重修大明历	授时历	
14	陈太建 4 年	572-12-19	3.1052	80.14	0.2445	0.2945	0.3196	0.1557	0.1437	0.2254	
15	陈太建 6 年	574-12-19	13.5906	79.88	0.2399	0.2299	0.3250	0.1611	0.3390	0.2208	
16	陈太建 9 年	577-12-19	29.3159	79.49	0.2451	0.2251	0.3103	0.1564	0.3343	0.2261	
17	陈太建 10 年	578-12-19	34.5537	79.37	0.2229	0.2229	0.3081	0.1542	0.3321	0.2139	
18	隋开皇 4 年	584-12-19	6.0187	78.60	0.2179	0.2079	0.3131	0.1592	0.3271	0.1489	
19	隋开皇 5 年	585-12-19	11.2692	78.47	0.2284	0.2184	0.3336	0.1597	0.7376	0.1594	
20	隋开皇 6 年	586-12-19	16.5086	78.34	0.2278	0.2178	0.3130	0.1691	0.3370	0.1588	
21	隋开皇 7 年	587-12-19	21.7540	78.21	0.2232	0.2132	0.3184	0.1645	0.3324	0.1542	
22	隋开皇 11 年	591-12-19	42.7202	77.71	0.2095	0.1995	0.2746	0.1507	0.3287	0.1504	
23	隋开皇 14 年	594-12-19	58.4384	77.33	0.1976	0.1876	0.2928	0.1389	0.3168	0.1386	
24	唐贞观 18 年	644-12-18	20.6012	71.12	0.1404	0.1204	0.2756	0.1017	0.2996	0.1514	
25	唐贞观 23 年	649-12-18	46.8054	70.51	0.1247	0.0947	0.2598	0.0859	0.2838	0.1356	
26	唐龙朔 2 年	662-12-19	54.9719	68.95	0.1111	0.0811	0.2663	0.0924	0.2803	0.1421	
27	唐仪凤 1 年	676-12-18	8.3684	67.28	0.0876	0.0576	0.2528	0.0888	0.2668	0.1386	
28	唐永淳 1 年	682-12-18	39.8285	66.58	0.0777	0.0477	0.2429	0.0689	0.2669	0.1387	
29	唐开元 10 年	722-12-18	9.5388	61.96	0.0180	-0.0320	0.2132	0.0392	0.2372	0.0690	
30	唐开元 11 年	723-12-18	14.7823	61.84	0.0115	-0.0185	0.2166	0.0427	0.2407	0.0724	
31	唐开元 12 年	724-12-18	20.0257	61.73	0.0150	-0.0350	0.2101	0.0362	0.2341	0.0659	
32	宋景德 4 年	1007-12-16	3.7688	33.82	-0.4120	-0.5220	0.0132	-0.0507	0.0472	-0.0410	
33	宋皇祐 2 年	1050-12-16	49.2262	30.30	-0.4546	-0.5946	-0.0095	-0.0234	0.0246	-0.0136	
34	宋元丰 6 年	1083-12-16	42.2304	27.73	-0.5303	-0.6503	-0.0452	-0.0391	-0.0111	-0.0394	
35	宋元丰 7 年	1084-12-15	47.4792	27.65	-0.5216	-0.6516	-0.0364	-0.0303	-0.0024	-0.0406	
36	宋元祐 3 年	1088-12-15	8.4517	27.35	-0.5191	-0.6591	-0.0439	-0.0278	-0.0099	-0.0381	
37	宋元祐 4 年	1089-12-15	13.6948	27.28	-0.5260	-0.6560	-0.0409	-0.0248	-0.0068	-0.0350	
38	宋元祐 5 年	1090-12-15	18.9410	27.20	-0.5298	-0.6498	-0.0346	-0.0285	-0.0006	-0.0288	
39	宋元祐 7 年	1092-12-15	29.4181	27.05	-0.5327	-0.6627	-0.0475	-0.0314	-0.0135	-0.0417	
40	宋元符 1 年	1098-12-15	0.8762	26.60	-0.5445	-0.6745	-0.0494	-0.0333	-0.0154	-0.0436	
41	宋崇宁 3 年	1104-12-15	32.3324	26.15	-0.5583	-0.6883	-0.0532	-0.0271	-0.0191	-0.0474	
42	宋绍熙 2 年	1191-12-15	8.4623	20.11	-0.6884	-0.8384	-0.1233	-0.0072	-0.0892	-0.0075	
43	宋庆元 3 年	1197-12-14	39.9212	19.72	-0.6996	-0.8496	-0.1244	0.0017	-0.0904	-0.0086	
44	宋嘉泰 3 年	1203-12-15	11.3800	19.34	-0.7008	-0.8608	-0.1256	0.0104	-0.0916	0.0002	
45	宋嘉定 5 年	1212-12-14	58.5601	18.77	-0.7207	-0.8807	-0.1455	0.0005	-0.1015	-0.0097	
46	宋绍定 3 年	1230-12-14	32.9294	17.65	-0.7513	-0.9313	-0.1562	0.2999	-0.1221	-0.0004	
47	宋淳祐 10 年	1250-12-14	17.7951	16.45	-1.1757	-0.9457	-0.1805	0.0255	-0.1265	0.0053	
48	元至元 17 年	1280-12-14	55.0776	14.73	-0.8232	-1.0032	-0.1880	0.0380	-0.1440	0.0078	
首都及东经					西安	西安	开封	杭州	哈尔滨	北京	
					108°.92	108°.92	114°.38	120°.17	126°.63	116°.47	
历法行用初年					728	822	1106	1199	1127	1281	

注：表中“ LT ”是用现代方法计算得到的东经 120° 标准时（即北京时），所列整数部分表示日期的干支序号，取甲子 = 1。 ΔT 系本文采用的数值。

图 2 则更为直观地反映了古历推步的精度变化情况。这些古历推步不仅在 BC 500 年前的春秋时期大失水准,而且诸如《大衍历》、《宣明历》这样公元 8、9 世纪的名历,在推步 AD 1000 年以后的冬至时刻时,精度也直线下降。另 4 部历法虽在图中没有如此严重的精度下滑趋势,但恐怕在 AD 1400 年后也难免会与《大衍历》、《宣明历》情况相仿。故古代历法大多只可在其行用年保持较好的精度,若试图作大时间跨度的上推下求均难成功。《授时历》也是如此,否则它们就不会被取代。

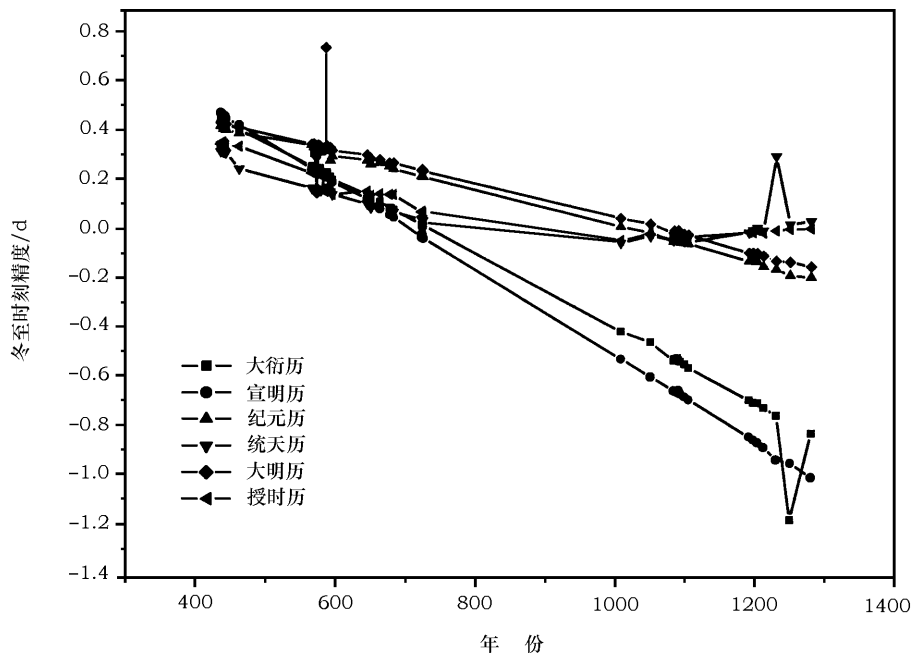


图 2 6 部古历推步 45 个冬至时刻的精度

4 古代确定二至时刻的精度

《授时历议》的“古今历参校疏密”部分给出了 10 个冬至时刻,并用《授时历》与他历作推步比验。本文则考察了这 10 个观测数据(表 3 序号 1~10)的精度问题,同时还包括由“验气”部分推定的 4 个冬至和 2 个夏至(表 3 序号 11~16)的精度。这里取

$$\text{精度} = BJET - \Delta T - (\text{古代观测值} - \eta + (120 - \text{首都经度})/360),$$

其中首都为北京,经度为 116.47° ,则 16 次观测的平均误差为 -94.76 min ,元代所推的 6 个二至点(表 3 序号 11~16)的平均误差为 8.76 min ,相应的绝对值平均误差分别为 199.59 、 27.89 min 。

实际上,由于冬至时刻的确定是历法制定的一个基本要数,古代由太阳中天观测资料来测定冬至时刻的理论已较成熟,方法本于冲之。《授时历议》指出:“刘宋祖冲之尝取至前后二十三、四日间晷景,折取其中,定为冬至,且以日差比课,推定时刻”。对此方法及所存缺

陷，现代研究者已有详述^[9]，本文在此不赘。正是据此法，历家通过 98 次太阳中天观测，得到了 5 个二至点时刻。同时，《授时历》最终所采用的基本常数——1280 年冬至时刻，也是精度最高的。

表 3 古代确定二至时刻的精度

序号	资 料	冬至日期	<i>BJET</i> /d	ΔT /min	精 度 /min
1	宋文帝元嘉十九年壬午岁十一月乙巳日十一刻冬至	442-12-20	41.5833	97.78	571.74
2	隋大业三年丁卯岁十一月庚午日五十二刻冬至	607-12-19	6.6617	75.69	116.81
3	唐武德元年戊寅岁十一月戊辰日六十四刻冬至	618-12-19	4.3252	74.31	-539.18
4	开元十五年丁卯岁十一月己亥日七十二刻冬至	727-12-18	35.7982	61.39	40.17
5	长庆元年辛丑岁十一月壬子日七十六刻冬至	821-12-17	48.6237	51.23	-258.07
6	宋太平兴国五年庚辰岁十一月丙午日六十三刻冬至	980-12-16	42.2411	36.12	-606.22
7	咸平三年庚子岁十一月辛卯日五十三刻冬至	1000-12-16	27.0973	34.41	-667.58
8	崇宁四年乙酉岁十一月辛丑日六十二刻冬至	1105-12-15	37.5945	26.08	-72.40
9	金大定十九年己亥岁十一月己巳日六十四刻冬至	1179-12-15	5.5674	20.90	-135.04
10	庆元四年戊午岁十一月己酉日一十七刻冬至	1198-12-15	45.1772	19.66	-18.89
11	推至元十四年丁丑岁冬至：癸卯日辰初三刻	1277-12-14	39.3679	14.90	42.56
12	推十五年戊寅岁夏至：乙巳日亥正三刻	1278-06-14	41.9470	14.84	-27.90
13	推十五年戊寅岁冬至：戊申日未初三刻	1278-12-14	44.6062	14.84	25.77
14	推十六年己卯岁夏至：辛亥日寅正二刻	1279-06-15	47.1872	14.79	-29.50
15	推十六年己卯岁冬至：癸丑日戌初二刻	1279-12-14	49.8456	14.79	24.96
16	推至元十八年辛巳岁前冬至：己未日夜半后六刻， 即丑初一刻	1280-12-13	55.0878	14.73	16.67

注：表中“*BJET*”指用现代方法计算得到的东经 120° 标准历书时，所列整数部分表示日期的干支序号，取甲子 = 1，小数部分则为日的小数。

致谢 对审稿者提出的修改建议深表感谢！

参考文献：

- [1] 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编, 北京: 中华书局出版社, 1976: 3371~3443
- [2] 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编, 北京: 中华书局出版社, 1976: 3299~3369
- [3] 钱宝琮. 天文学报, 1956, 2: 193
- [4] 王应伟. 中国古历通解, 沈阳: 辽宁教育出版社, 1998: 739~801
- [5] Needham J. *Science & Civilisation in China*, Cambridge: Cambridge University Press, 1959, 3: 171~494
- [6] 李勇, 吴守贤. 自然科学史研究, 1999, 18(3): 234
- [7] 李勇. 见: 胡祥培, 杨德权编. 经济管理与社会科学前沿研究 (2000 年中国博士后学术大会论文集), 北京: 中国金融出版社, 2000: 323
- [8] 陈美东. 天文学报, 1982, 23(3): 299

[9] 中国天文学史整理研究小组. 中国天文学史, 北京: 科学出版社, 1981: 88~97

The Accuracy of the Sun's Meridian Observation and the Solstices Survey and Calculation in Ancient China

LI Yong

(National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China)

Abstract: This paper investigates the Sun's meridian observation and the solstices survey and calculation, which recorded in Shoushi Liyi in the 13th century, an ancient treatise for reviewing Shoushi calendar in Yuan dynasty of China. It is derived that (1) from 1277 to 1280 and after 98 meridian observations of the Sun, the absolute value of average error of the time is 2.64 min and for altitude is 6.78'; (2) to all the six ancient calendars of the Dayan, Xuanming, Jiyuan, Tongtian, Chongxiu Daming and Shoushi, the errors when three winter solstices reckoned before BC 522 are within 0.97 to 3.51 d and to other 45 data calculated from the period of AD 435 to 1280, the absolute value of mean error of the six calendars are 9.35, 10.42, 5.54, 2.97, 5.68, 3.36 h; (3) the absolute value of mean error of 16 ancient solstices times within AD 422 to 1280 is 199.59 min and in Yuan dynasty the result is just 27.89 min.

Key words: astronomy history; accuracy; statistics; Sun; meridian observation; solstices; Shoushi Liyi (an ancient treatise for reviewing Shoushi calendar); ephemeris