第 22 卷 第 1 期 天 文 学 进 展 Vol.22, No.1
2004 年 3 月 PROGRESS IN ASTRONOMY Mar., 2004

**文章编号**: 1000-8349(2004)01-0057-14

# 白矮星演化与宇宙纪年学

边 霞, 赵 刚

(中国科学院 国家天文台, 北京 100012)

**摘要**: 近几年白矮星研究在理论与观测方面都取得了很大进展, 这推动了白矮星宇宙纪年学的应用和发展。白矮星宇宙纪年学, 即利用白矮星的演化结果计算白矮星理论光度函数, 并通过与观测光度函数的对比来确定天体年龄。简要描述了白矮星的基本性质, 回顾了白矮星演化研究的历史和基本方法; 介绍了白矮星宇宙纪年学研究的基本原理及其在银盘、球状星团、疏散星团以及银晕年龄确定方面的应用现状。白矮星宇宙纪年学是一个很新的研究领域, 但它已经在确定天体年龄方面显示出很大的潜力。最后讨论了目前研究中存在的问题, 并提出今后需要进一步研究的几项工作。

**关 键 词**: 天体物理学; 年龄; 综述; 白矮星; 宇宙纪年法; 恒星; 演化

**中图分类号**: P145.5 ; P192 **文献标识码**: A

## 1 引 言

质量范围在 0.07~8 $M_{\odot}$ 的恒星, 其演化的最终产物是白矮星。银河系中超过 97% 的恒星最终都会演化为白矮星, 因此白矮星是恒星演化的代表性产物。白矮星有一个显著特点是同一性, 其质量分布函数定出它们的质量峰值在 0.6 $M_{\odot}$ 处, 但几何尺度却是行星量级 ($R \approx 5000$ km) , 所以它们密度很高, 光度低, 表面重力加速度高。白矮星的优点在于它们的表面可以直接被观测到, 且可以利用经典光谱学和恒星大气模型给出可信的有效温度、表面重力加速度和元素丰度数据, 并从中得到一些参数如质量、半径和年龄。目前白矮星研究的热点之一就是利用白矮星的演化来确定天体年龄, 比如银盘、球状星团、疏散星团以及银晕的年龄, 这种方法称为白矮星宇宙纪年学。

白矮星的演化基本上是一个可分为两部分的冷却问题。首先核心的简并电子提供支持力而非简并 C 、O 离子则有储藏热量的作用; 其次非简并 He 、 H 包层的能量传输决定了白矮星能量损失率。值得注意的是, 白矮星的能损率很小, 这就使得它们的演化很缓慢而成为银河系中能被观测到的最年老的天体。同时, 由于它们的结构相对简单, 可以比较直接地计算它们的冷却曲线。这样, 一方面可以更加了解白矮星的内部结构, 为恒星演化最后阶段的质量损失提供约束; 另一方面可以建立白矮星的理论光度函数, 通过与观测光度函数的对比, 对银盘的

**收稿日期**: 2003-07-23 ; **修回日期**: 2003-09-18 ; 特约稿

年龄以及恒星形成历史作出限制。随着观测技术的不断进步，白矮星的这一应用目前已经扩展到球状星团、疏散星团以及银晕年龄的确定。

白矮星演化研究从上世纪 50 年代末才开始。 Mestel [1] 于 1952 年首先计算了白矮星的冷却，给出了白矮星演化的原始模型。之后，在 1959 年 Schmidt [2] 认识到可以利用白矮星来研究天体年龄，但是这一想法在此后很长的时间内都没有得到实际应用。其主要原因是：(1) 白矮星的光度低，观测困难； (2) 白矮星的精确演化模型所需要的初始物理参数很多都不清楚，这样就不可能得到很准确的计算结果。上述两个因素限制了白矮星在宇宙纪年学上的应用。到了 80 年代末期，白矮星宇宙纪年学研究取得了理论和观测两方面的发展。 Liebert 等人 [3] 观测到太阳邻域的白矮星在低光度的缺亏现象，第一次证明了银盘白矮星光度函数于 $\lg(L/L_{\odot}) = -4.4$ 处突然下降，对应 $M_{\rm V} = +16$ mag，他们认为这个现象可以用银盘白矮星的有限年龄来解释，并得出 $t_{\rm disk} \approx 7{\sim}10$ Gyr 。之后， Winget 等人 [4] 利用改进后的白矮星演化模型得到 $t_{\rm disk} \approx (9.3 \pm 2.0)$ Gyr 。这一工作成为白矮星宇宙纪年学研究的里程碑，随后的一些研究组都是采用该方法，利用改进的模型以及技术给出更准确的银盘年龄，并将之推广到球状星团与疏散星团的年龄确定中。

白矮星的定量研究通常依赖于对邻近样本的光度和光谱测量。其中光谱分析方法局限于本地样本，这同样是因为绝大多数白矮星都很暗，对这些天体的观测一般都局限在小距离上 ($\approx 500$ pc) 。所以，这些样本只代表了银河系的一部分，包括太阳邻域。其他一些观测手段表明太阳邻域之外也存在白矮星族，例如通过颜色 - 光度方法最初发现疏散星团和球状星团中也存在白矮星。通常利用 4 m 望远镜进行双波段测光，而哈勃空间望远镜 (HST) 以及地面 8~10 m 望远镜的出现则让天文学家可以用多波段测光来定量研究这些暗星，大大提高了观测极限星等。此外，引力透镜实验与直接成像技术也证实在银河系的晕中存在一个古老的白矮星族 [5] 。这些冷而古老的天体可能对银河系的热暗物质有很大的贡献。值得指出的是，早在 1989 年 Liebert 等人 [6] 就利用动力学方法发现本地样本中的一些白矮星具有很高的速度，这很不寻常，他们将其解释为源自银晕的窜入星 (interloper) 。对于白矮星宇宙纪年学研究而言，银晕白矮星族的发现是一大突破，因为利用它们可以对银晕独立进行年龄估计。此外，这些极年老的白矮星可能在银河系暗物质中占很大一部分，由此甚至可类推到其他星系。

上述进展使白矮星的演化再次受到关注，许多研究团组对此都表现出很大的兴趣，他们利用改进的物理参数重新计算白矮星的冷却，建立大气模型，并开始将研究延伸到极低表面温度区域 (4000 K> $T_{\rm eff}$ >1500 K) ，因为这个区域对研究银盘、银晕以及星团中的冷白矮星演化具有重要的意义。目前世界上有一些团组正在联合建立新的白矮星演化模型 (称为下一代白矮星模型 [7]) 。

人们对于白矮星越来越感兴趣，因为白矮星可以作为研究其他天体物理领域的工具，尤其是白矮星演化在纪年学方面的应用。本文，我们将对白矮星演化计算及其在宇宙纪年学方面的应用进行评述。第二部分首先介绍白矮星的一些基本性质，作为以后阐述的基础；第三部分回顾白矮星冷却计算的研究历史，并给出一些新结果；第四部分描述白矮星宇宙纪年学研究的基本原理；第五部分介绍白矮星宇宙纪年学在确定银盘、银晕以及球状星团和疏散星团年龄方面的应用进展；最后是结论和展望。

## 2　白矮星的基本性质

白矮星的一些性质可以从观测直接得到。比如，通过对其能量分布以及光学紫外谱的分析可以得到有效温度（约 1500～150000 K）；由光谱分析可以得到平均表面重力加速度（$\lg g \approx 8$），与太阳的值（≈4.4）相比高近 4 个量级。观测到的白矮星光度范围跨度较大，从 $10^3\ L_\odot$ 到 $10^{-4.7}\ L_\odot$，约为 7 个量级。经光谱证认的本地白矮星，其平均视亮度 $M_{\rm V} \approx 15.5$ mag[7]。此外，由于白矮星的高度同一性，可以对包含有足够数目的白矮星样本进行统计研究。例如，目前已经比较清楚地认识到，太阳邻域内白矮星的分布与厚盘星族一致，其标高为 250～300 pc；当 $M_{\rm bol} < 15$ mag 时，它们的空间密度约为 $0.005\ {\rm pc}^{-3}$；考虑双星系统中不可见的白矮星的贡献，它们的诞生率为 $(1.5\sim2.3)\times10^{-12}\ {\rm pc}^{-3}\cdot{\rm yr}^{-1}$。

人们普遍接受，白矮星的前身天体是行星状星云核，而行星状星云核正是中小质量恒星演化的阶段性产物。正如前所述，主序质量在 $8\ M_\odot$ 以下的恒星会演化成为白矮星，也就是说大部分恒星演化的最终产物是白矮星。从银河系形成以来，已经有很多恒星燃烧完内部的 H 和 He 而成为白矮星。众所周知，白矮星的核心是由简并电子和非简并离子构成的，简并电子几乎提供了全部压强，而非简并离子几乎提供了全部质量[8]，这是因为白矮星内部的离子是恒星演化过程中 He 燃烧的产物，大部分是 C 和 O。不过由于 He 燃烧率的不确定性，白矮星内部 C 和 O 的确切比例并不清楚，一般在计算时都假设比较简单的情况，比如假定纯 C 核或纯 O 核，或者 C/O 比例为 1 的混合核[9]。

对孤立白矮星的观测表明，白矮星质量分布有一个明显的峰值，$\approx 0.59\ M_\odot$。虽然质量整体轮廓范围从 0.2～1.3 $M_\odot$，但是峰值的弥散很小，只有 $\approx 0.13\ M_\odot$。这正是白矮星的显著特点之一，它表现出这一类天体高度的同一性。由于质量在 $8\ M_\odot$ 以下的恒星最终都会演化成白矮星，而白矮星的质量很均匀，说明在恒星演化过程中，一定存在某种机制调谐质量损失过程，使得不同初始质量恒星的最终演化产物具有如此相近的质量[10]。考虑前身恒星的热核反应历史与引力分层效应，理论预期白矮星的质量约为 $0.6\ M_\odot$，并且应该具有分层结构，内核是 C 和 O，外面包着一层很薄的 He 和 H。根据白矮星的观测特征，Sion 等人[11]在 1983 年提出了一种新的白矮星光谱分类系统，其中标记符号系统包括：首字母 D 表示白矮星的简并特性；第二个字母标记白矮星光谱中最主要的光谱成分。如 DA 表示光谱中只有巴尔末线，DB 表示光谱中只有 HeI 线，DZ 表示谱中只有金属线，其他字母意义请参阅文献 [11]；如果白矮星光谱中存在次要的光谱特征，就在上述字母后面追加相应字母表示。比如，一颗 DB 型白矮星的光谱中存在 CaII 线，则将其光谱型记为 DBZ；最后是 0～9 的温度指数，由式 $50400/T$ 确定。例如，一颗白矮星，其光谱中主要是 He 线，但是有弱的巴尔末线存在，温度为 15000 K，则按照分类法将其记为 DBA3。根据观测结果，在 McCook 和 Sion[12] 1987 年的星表中，大约 75% 的白矮星表面是 H 层，光谱型为 DA 型。而非 DA 型白矮星中，大部分白矮星的表面是纯 He 层，光谱型为 DB 型。可见绝大部分白矮星都遵循标准结构模型，外层为 H 或者 He。一般根据引力分层效应认为，白矮星在极薄 He 层外还有一层极薄的 H 层。H、He 层的厚度依赖于白矮星前身星演化的细节，而对此还不清楚。但是理论认为，白矮星前身天体行星状星云的核燃烧所遗留下的 He 最多为白矮星总质量的 1%，而 H 层质量最多

占到 0.01% 。还有一种确定 H 、He 层质量的方法，就是利用恒星振动理论，通过计算白矮星的脉动并与观测对比，定出白矮星的一些结构参数，包括 H 、He 层的质量。不过这种方法一般适用于白矮星变星 (DBV) [13] 。虽然白矮星表面的 H 、He 层极薄，但是它们对辐射是极度不透明的，相对于内部简并电子的高传导率， H 、He 层起到了绝热的作用。由此可见， H 、He 层在白矮星的演化中扮演了极为重要的角色。所以，白矮星表面 H 、He 层的质量确定是白矮星研究领域中的一个热点。

需要指出的是，很多观测证据表明白矮星会发生光谱演化 [14] 。一些 DA 型 (H 大气) 的白矮星会演变为 DB 型 (He 大气) 白矮星，反之亦然。 DA 型白矮星与非 DA 型白矮星的数目之比是有效温度的函数，它沿着冷却轨迹随有效温度变化。其中一个有趣的现象是存在 DB 间隙与非 DA 间隙：在有效温度为 30000~4500 K 的范围内没有发现任何 DB 型白矮星；在有效温度约 6000~5000 K 的范围内，也存在一个更窄的间隙，在这个区域没有发现任何非 DA 型白矮星的存在。目前对这一现象仍然没有可信的解释，尤其是冷区间的非 DA 间隙。但是 DB 型白矮星的缺亏现象可以作为经验证据，强有力地证明白矮星在演化过程中会发生表面大气成分的演化。这可能是由于几种机制同时作用，互相影响关联的结果，比如 H 和 He 的引力分层效应以及表层中对流造成的稀释与混合等。目前白矮星的光谱演化仍然是一个很不清楚的领域，它体现了白矮星在演化过程中的两面性。

白矮星主要由内部简并电子提供压强，简并压与温度无关，它阻止了白矮星的进一步塌缩，所以在白矮星的演化过程中，其半径是基本不变的。可见，简并电子对白矮星的结构有很重要的影响。例如，电子简并直接造成了白矮星的质量半径关系，即质量越大，半径越小 [8] 。同时，由相对论性简并得出了白矮星的极限质量 $\approx 1.44\,M_{\odot}$ ，即著名的 Chandrasekhar 极限。另一方面，简并电子的高热传导率使白矮星的内部可视为一个等温核，它包含了白矮星 99% 以上的质量。而白矮星的包层则很薄，不透明并且是非简并的，可以将之视为绝热层。比如，已经发现的白矮星中大部分表面的有效温度在约 16000~8000 K 范围内，而与之对应的核温度却在约 $2\times10^{7}$~$5\times10^{6}$ K 之间，由此可以看出包层的不透明度很高，且温度梯度很大，它造成了核温度与表面有效温度之间的巨大落差。对于更冷的白矮星，其包层中的温度梯度会引起表面对流层的形成。而在之后的演化中，对流层扮演了很重要的角色，因为它直接影响了冷却速率。当表面对流层的底部延伸到简并内核时，简并核与包层耦合，从而增加了内部能量经过包层的损失率，这个过程被称为对流耦合。 Fontaine 等人 [7,15] 认为这个效应对于冷白矮星的演化有根本的影响，但它之前一直被人们忽略。

冷白矮星中的一个结构特点是内核的晶化现象 (crystallization) [16~18] 。随着白矮星的冷却，简并电子会占据低能态，以阻止被再冷却，而内核中非简并离子逐渐损失动能，振幅减小，开始互相关联，离子开始发生从气态 - 液态 - 固态的相变。由于从液态 - 固态的相变是一级相变，所以伴随有潜热 (latent heat) 的释放，量级约为每个离子 1 kT ，这是不可忽视的能量贡献，它能够明显减缓白矮星晚期的演化 [9] 。所以，晶化现象以及与其相伴的潜热释放，是白矮星演化过程中的又一个重要事件。

了解白矮星的一些性质和结构特点之后，就可以对白矮星进行冷却计算。

# 3　白矮星的演化

## 3.1　白矮星演化研究历史

Mestel [1] 在 1952 年的工作可以视为最早的白矮星冷却计算工作，之后在 1967 年 Mestel 与 Ruderman [19] 比较详细地描述了白矮星冷却理论，他们认识到，简并电子虽提供压强，但是对于费米气体的热容 $c_{\rm v}$ 贡献不大，$c_{\rm v}$ 由式 $c_{\rm v}/k_{\rm B} = \pi^2/2\ (T/T_{\rm F})$ 确定，其中 $T_{\rm F}$ 是白矮星中心密度处的电子费米温度，$\approx 10^9$ K 。而离子虽对压强几乎没有贡献，但是它提供了大部分的热能。当 Abrikosov [16] 、 Kirzhnitz [17] 和 Salpeter [18] 于 20 世纪 60 年代初分别独立提出在冷白矮星内部存在晶化现象之后， van Horn [20] 在 1968 年首先发展了一套白矮星晶化的自洽理论，其后， 1975 年 Lamb 和 van Horn [21] 第一次计算了纯 C 晶化白矮星的演化，他们的程序最先详细描述了液态 / 固态核等离子体的热力学演化，并计入晶化过程中释放的潜热，是以后演化程序的雏形。 Winget 等人 [4] 在 1987 年的工作中就使用了与 Lamb 和 van Horn 同样的工具，计算了纯 C 白矮星的演化，并得出理论光度函数，通过与 Liebert 等人 [3] 观测的对比，对银盘年龄初步进行了估计。之后， Wood [9] 在其博士论文中，基于 Winget 等人的程序，使之推广到更复杂的核化学成分，建立了从纯 C 到纯 O 以及 C/O 混合白矮星的模型，并在模型中使用了当时最新的物理参数，研究了白矮星演化过程中内核成分以及大气结构对计算结果的影响。 Wood [22] 的一些主要结果发表在 1992 年的文章中。在此之前，人们一般都考虑 DA 型白矮星，并且认为其最外的 H 层极薄，$\approx 10^{-6}\ M_{\rm wd}$ ($M_{\rm wd}$ 为白矮星质量) ，在白矮星的演化中不会有很重要的作用。因此 Wood 在 1992 年发表的这篇文章中，也只考虑了表面没有 H 层的 DB 型白矮星，主要讨论 He 层在白矮星演化中的作用。随后，人们的研究兴趣开始由极薄 H 层向“厚” H 层转移。 1995 年， Wood [23] 发表了具有最大 H 层质量 ($\approx 10^{-4}\ M_{\rm wd}$) 的 DA 型白矮星的冷却计算结果。这一工作覆盖了很宽的参数选择范围，直到今日，仍被视为白矮星宇宙纪年学研究中的标准参考模型。

但是必须指出， Wood 的模型中存在一些限制。首先，模型考虑的是静态包层情况，这样在白矮星演化晚期，当光度很低时，该模型不允许内核的晶化锋面延伸到包层中，所以只能使用外推法将结果推广到低温区域，而这个区域恰好是宇宙纪年学研究感兴趣的区域，尤其在银晕以及星团年龄的研究中。其次是灰大气模型的使用。在低温区域，光度很低时，对流耦合开始起作用，这时灰大气模型就不再适用了。最后，模型中没有包含晶化导致的内核 C/O 分层效应 (sedimentation) 。事实上，在 Abrikosov [16] 、 Kirzhnitz [17] 和 Salpeter [18] 分别独立提出冷白矮星内部会发生晶化之后，白矮星演化计算只涉及单成分 (纯 C 或纯 O) 的等离子体，这种模型与内核为 C/O 的大多数白矮星不符。 1980 年 Stevenson [24] 首先研究了晶化 C/O 核白矮星中的元素分层效应，计算了 C/O 混合物晶化的相图。分层效应也会释放一小部分能量，造成冷却时间的明显延迟。于是一些人依据 Stevenson 的工作同样进行了这方面的计算，考虑分层对白矮星演化的影响以及对于光度函数的影响 [25~27] 。 Chabrier 等人 [28] 在 2000 年计算了一颗典型白矮星 ($0.6\ M_\odot$) 演化至 $10^{-4.5}\ L_\odot$ 处的冷却时间。他们发现，计入 C/O 分层效应后，冷却时间增加了大约 14% 。

在白矮星冷却计算理论发展过程中，另一个重要的进展归功于 Hansen [29] 。 Hansen 在

1999 年的工作中强调，计算老年白矮星冷却时，边界条件应采用精确大气模型。这很重要，以往的工作都是将灰大气模型作为标准大气模型。 Hansen 发展了一套完整的演化程序，其中包括他建立的精确大气模型以及大气不透明度，这样保证了程序的自洽性。此外，他还将冷却计算延伸到低温 ($T_{\rm eff} \leq 4000$ K) 区域，而无需借助于外推法。 Isern 等人 [30] 对 Hansen 的工作进行了评论，认为他对于核心致密等离子体的热力学处理还是很粗糙，而且低估了晶化过程中出现的 C/O 分层对白矮星演化时间的延迟效应。所以， Hansen 的工作只给出了基本的研究方向，有待进一步完善。 Chabrier [31] 的工作也表明白矮星冷却强烈依赖于大气的成分与结构。 1999 年， Saumon 和 Jacobson [32] 计算了 4000 K 到 1500 K 范围内更详细的 DA 大气模型。 2001 年， Bohrmann [33] 针对表面重力加速度 $6.5 \leq \lg g \leq 9.0$ 、温度范围为 2500 K$\leq T_{\rm eff} \leq$60000 K 的白矮星，计算了其大气热力学结构以及能流。

2001 年， Fontaine 等人 [7] 发展了一套完整的演化程序，他们采用最新的大气模型输入，物理参数基本参考 Bergeron 等人 [34] 1995 年的工作，同时计入当时一些新进展 [35,36] 。结果表明，延长白矮星演化时间的因素除了内核晶化外，还有对流耦合，并认为对流耦合对白矮星冷却的影响甚至大于晶化。他们以 0.1 $M_\odot$ 为间隔，计算了质量范围从 0.2 $M_\odot$ 到 1.3 $M_\odot$ 白矮星的演化序列，见图 1 所示。图中横坐标为光度，纵坐标代表冷却速率的倒数。为了更清楚地显示变化趋势，只有第一条 0.2 $M_\odot$ 的曲线是按照坐标画的，其余 11 条曲线都依次下移了约 0.4 dex 。每条曲线从左到右即是相应质量白矮星随光度的演化。可以看出，随光度降低， d

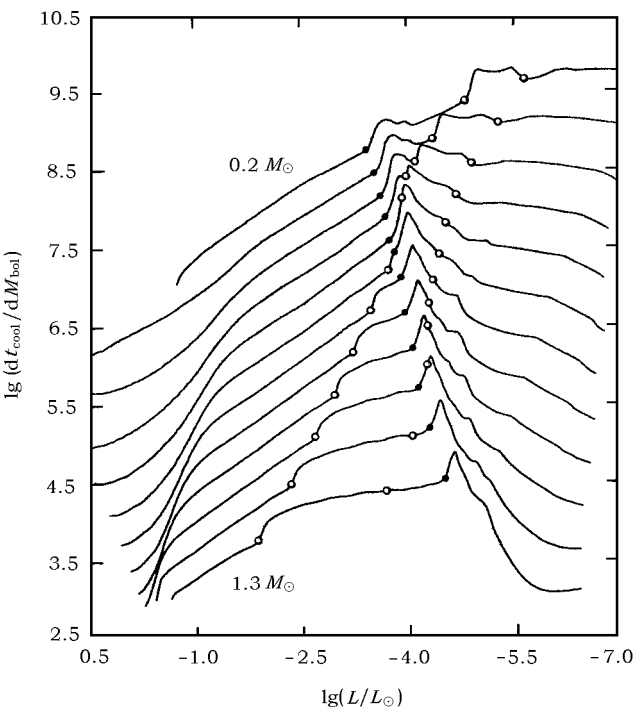


图 1 白矮星演化轨迹 [7]

由上至下每条曲线依次表示质量从 0.2 $M_\odot$ 到 1.3 $M_\odot$ 白矮星的演化曲线．其中，曲线上左方的圆圈代表核心开始晶化，而右方的圆圈代表白矮星 98% 的质量已经在晶化作用下变为固态；圆点表示对流耦合出现的起始点．

$t_{\rm cool}/{\rm d}M_{\rm bol}$ 开始呈上升趋势，之后随着内核晶化 (大质量) 与对流耦合的出现， ${\rm d}t_{\rm cool}/{\rm d}M_{\rm bol}$ 开始呈下降趋势。大质量白矮星在较高光度时最先出现晶化现象，而小质量白矮星在稍低光度处最先产生对流耦合，可以看到随之而来的延迟。很明显，晶化现象覆盖了很宽的光度范围，而对流耦合在很窄的光度范围内发生，它对演化序列形状的影响要大过晶化现象。其实，早在 1990 年， Tassoul 等人 [37] 就已经指出对流耦合在白矮星演化过程中的重要性，只是一直未被重视。 Fontaine 的工作还描述了不同核心化学成分对于冷却曲线的影响， C 核白矮星演化最慢， O 核白矮星演化最快，而 C/O 核则处于两者之间。

最近， Prada 等人 [38] 探讨了白矮星演化序列中的理论不确定性。他们主要是从传导不透明度入手，利用最新的物理参数计算了典型 0.6 $M_{\odot}$ DA 型 C/O 核白矮星的冷却曲线。计算时分别采用了 Hubbard 和 Lampe [39] 1969 年的结果 (图中标记为 HL69) 、 Itoh 等人 [40] 1993 年的结果 (图中标记为 I93) ，并与之前 Potekhin [41] 的结果进行了对比，见图 2 。结论是传导不透明度会给年龄带来 17% 的不确定性，对应给定年龄，其不确定性约为 2 Gyr 。可见，传导不透明度的计算对于白矮星宇宙纪年学的研究还是很有必要的。

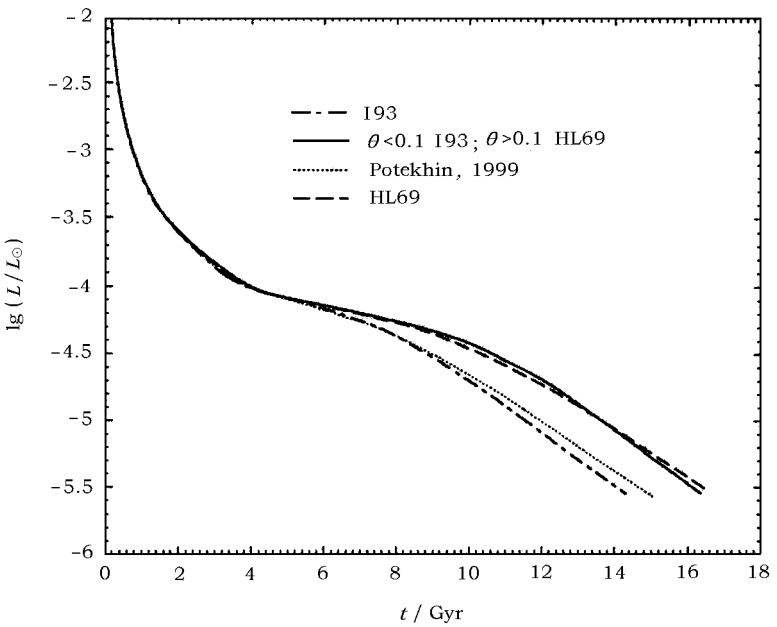


图 2　采用不同传导不透明度时 0.6 $M_{\odot}$ DA 型 C/O 核白矮星的冷却曲线 [38]

回顾白矮星演化研究历史可以看出，在 Wood 标准模型基础上，针对内在限制，目前白矮星的研究主要向精确大气模型、包层结构、核心化学成分等方面努力，以完善其演化模型。

### 3.2　白矮星冷却计算基本原理

为了利用白矮星进行宇宙纪年学的研究，就必须计算白矮星的冷却速率。白矮星的冷却速率基本上依赖于两个方面： (1) 白矮星内部储存了多少热能； (2) 能量从热的内核以多快的速率经过稀薄而不透明的外层损失掉。因此，先要根据热力学计算白矮星内部包含的总能量，然后再求解整颗星的能量传输问题。这需要精确的热力学描述方程以及包层的辐射与传

导不透明度。此外，还要解决对流输运问题，并且需要用更精确的大气模型作为外边界条件。

Mestel [1,19] 对白矮星冷却的计算被视为经典冷却理论，以后的模型都是在这个基础上不断完善和发展起来的。Mestel 给出

$$t_{\rm cool}^{\rm Mestel} \propto A^{-1}\mu^{-2/7}M^{5/7}L^{-5/7} \ , \tag{1}$$

其中 $A$ 为核心物质的原子量，$\mu$ 为包层物质的平均分子量，$M$ 和 $L$ 分别代表白矮星的质量与光度。(1) 式虽然不够完善，但是从中可以看出白矮星的冷却时间与核心化学成分、包层化学成分、质量和光度有关。Lamb [43] 在此基础上做了一些修正，并发展了第一个白矮星演化程序，随后这个程序被不断发展完善，直到今天仍在不断改进之中。

Chabrier [44] 1998 年的工作比较详细地描述了白矮星冷却计算的基本原理。考虑基本的物理因素，从热力学原理出发，他推导出白矮星冷却计算的基本公式：

$$L = -\int_0^M \frac{{\rm d}q}{{\rm d}t}{\rm d}m - \int_0^M \varepsilon_{\rm v}{\rm d}m = -\int_0^M \frac{{\rm d}u + {\rm d}\Omega}{{\rm d}t}{\rm d}m - \int_0^M \varepsilon_{\rm v}{\rm d}m \ , \tag{2}$$

其中 ${\rm d}q/{\rm d}t$ 表示单位质量的热量损失率；${\rm d}u$ 和 ${\rm d}\Omega$ 分别表示单位内能和引力能的变化；$\varepsilon_{\rm v}$ 为单位质量的中微子发射率。(2) 式描述了白矮星冷却的基本过程：损失的能量等于内能与引力能的变化及中微子带走的能量之和。这虽然是个简化的模型，但是可以从中了解到白矮星演化模型建立的基本方法。

## 4 白矮星宇宙纪年学研究原理

得到白矮星冷却计算结果之后，为了将之应用到白矮星宇宙纪年学中，理论光度函数的计算是一个基本步骤。在一个年龄为 $t$ 的恒星系统中，白矮星的微分光度函数形式，即光度 $L$ 处每热星等、每单位体积 (每立方秒差距) 内所预期的白矮星数目为 [45]

$$n(L) = \int_{M_{\rm l}}^{M_{\rm u}} \frac{{\rm d}t_{\rm cool}}{{\rm d}M_{\rm bol}}(L, M[m_{\rm wd}]) \times \psi[t - t_{\rm cool}(L, M[m_{\rm wd}]) - t_{\rm ms}(M)] \times \phi(M){\rm d}M \ . \tag{3}$$

对白矮星主序前身星的质量 $M$ 进行积分，上限由中子星前身星统计确定，目前数值定为 $8\,M_\odot$；下限由下式定出：

$$t_{\rm cool}(L, M_{\rm l}[m_{\rm wd}]) + t_{\rm ms}(M_{\rm l}) = t \ , \tag{4}$$

其中，$t_{\rm cool}(L, M[m_{\rm wd}])$ 表示主序前身星质量为 $M$ 的白矮星演化到光度 $L$ 处所需的时间；$t_{\rm ms}(M)$ 为该前身星的主序寿命；$M[m_{\rm wd}]$ 为初 - 末质量关系 (IFR)，即白矮星质量 $m_{\rm wd}$ 与前身星质量 $M$ 之间的关系。(4) 式表示光度为 $L$ 时，最老白矮星的总年龄 (即主序年龄与冷却年龄之和) 等于恒星系统的年龄。质量低于 $M_{\rm l}$ 的主序恒星演化得太缓慢，在 $t$ 时刻还不能演化到光度 $L$ 处。(3) 式中 ${\rm d}t_{\rm cool}/{\rm d}M_{\rm bol}$ 表示冷却速率的倒数；$\psi$ 为恒星形成率 (SFR)；$\phi$ 为初始质量函数 (IMF)。

考虑银盘白矮星族，假定 SFR 为一常数，即 $\psi$ = 常数；IMF 取 Salpeter 经典值，即 $\phi = M^{-2.35}$；IFR 取为 $m_{\rm wd} = 0.4{\rm e}^{0.125M}$；主序寿命 $t_{\rm ms} = 10M^{-2.5}$ Gyr。其中，$M$ 与 $m_{\rm wd}$

均以 $M_\odot$ 为单位。积分上限 $M_{\rm u}=8\ M_\odot$ 。由所取的 IFR 知道，在单星演化情况下，银盘中白矮星的最大质量为 $1.087\ M_\odot$ 。另外，积分中所需的 $\mathrm{d}t_{\rm cool}/\mathrm{d}M_{\rm bol}(L,M[m_{\rm wd}])$ 产生于冷却程序计算得出的冷却序列。这样就可以对微分光度函数 $n(L)$ 进行数值积分，得到所需的理论光度函数 [9] ，如图 3 所示。

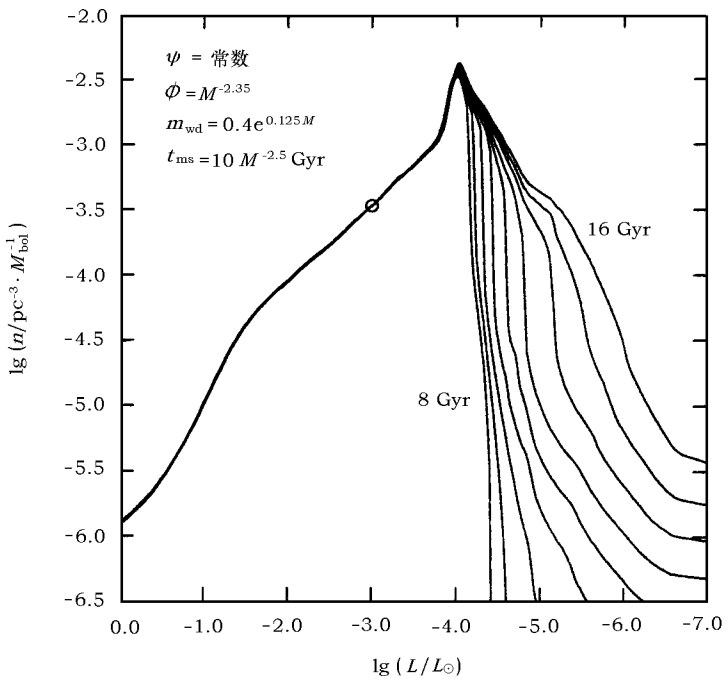


图 3　白矮星理论光度函数 [7]

每条曲线代表给定演化年龄，白矮星数目随光度的演化。

从图中可以看到一个明显的拐点，即 $L/L_\odot\approx10^{-4}$ 处。之前，白矮星数目呈上升趋势；在拐点处达到峰值；其后，则是一个很陡峭的下降区，即光度函数的低光度部分，这正是我们感兴趣的区域。光度函数的上升区域对年龄不敏感，所以一般是将其归一化。图 3 即是归一化后的光度函数。在低光度区域，光度函数对年龄变化非常敏感，所以利用这一部分与观测数据的对比可以定出年龄。确定年龄的方法比较简单直接：找到系统中最老的白矮星，将其年龄作为系统年龄下限。最老的白矮星已经充分冷却，光度很低，观测上表现为低光度区域光度函数的截止 (见 5.1 节) 。由白矮星演化定天体年龄正是利用光度函数的这种特性，通过其与观测光度函数的对比，可很方便地定出年龄。

# 5　白矮星宇宙纪年学的应用

## 5.1　银盘年龄的确定

利用太阳邻域白矮星光度函数来推断银盘年龄，就可以知道银盘恒星形成的开始时刻。如

前所述， Winget 等人在 1987 年做了最初的工作，之后随着白矮星观测数据与理论物理参数两方面的发展，很多人对这方面都进行了研究。目前最新的数据来自 Bergeron 等人 [46] 2001 年的工作 (BLR)， BLR 给出了 135 颗冷白矮星在质量 - 有效温度图上的分布，并利用白矮星冷却计算在分布图上作出等龄线，通过简单比较即推断出银盘年龄。但是推断银盘年龄更准确的方法是利用光度函数，而 BLR 给出的白矮星样本在这方面不够完善。实际上， Leggett 等人 [47] 1998 年的工作和 Knox 等人 [48] 1999 年的工作都提供了目前最好的对本地白矮星光度函数的估计。 Fontaine 即是与他们的数据进行对比，推断出银河系年龄略小于 11 Gyr，见图 4 所示。可以看出， $\lg(L/L_{\odot}) < -4.4$ 的区域没有观测到白矮星。这就是说，没有白矮星有足够的时间演化到这个光度以下， $\lg(L/L_{\odot}) \approx -4.4$ 左右的白矮星是银盘中最古老的白矮星，它们的年龄可以定出银盘的年龄。与理论光度函数对比，可以得到最老的白矮星年龄稍低于 11 Gyr，这样就很直观地推出了银盘年龄。更加详细的讨论认为，其中的不确定性使得银盘年龄范围在 8.5~11 Gyr 之间 [14]。

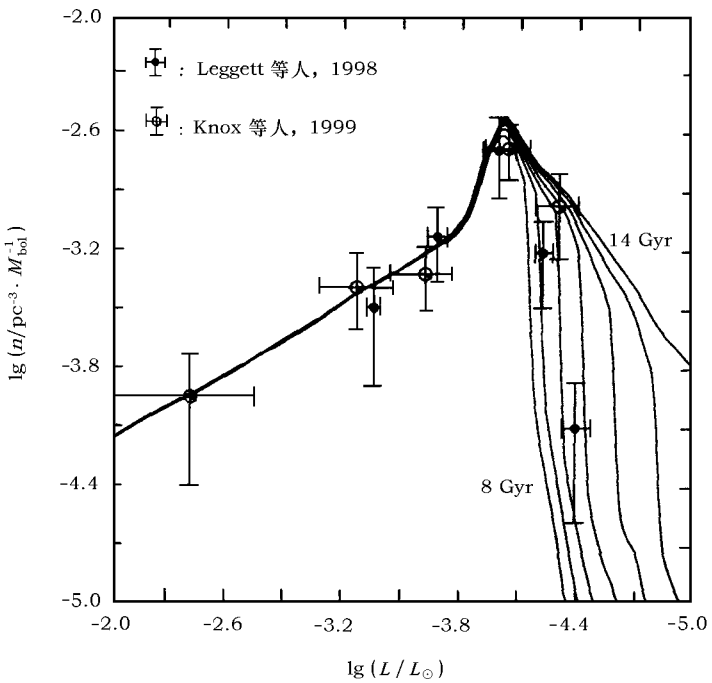


图 4 本地白矮星理论光度函数与观测光度函数的对比以及银盘的年龄 [7]

### 5.2 疏散星团与球状星团年龄的确定

为了研究遥远系统比如疏散星团和球状星团中很暗的白矮星，需要处理白矮星的颜色 - 星等图 (CMD)，然后通过计算白矮星演化轨迹，在 CMD 上作出等龄线再进行分析。此外，对 CMD 进行统计研究得出观测光度函数，并与理论光度函数比较也可以确定天体年龄。

以疏散星团 M67 为例， Richer 等人 [49] 在 1998 年观测发现了 CMD 图上白矮星序列底端的白矮星聚集现象，这一现象表现为光度函数的最大值即拐点，由此定出的 M67 年龄稍小

于 6 Gyr [50]，与用传统的主序等龄线拟合方法得出的值基本一致。

2002 年，Andreuzzi 等人 [51] 利用白矮星演化序列确定了老年疏散星团 NGC 188 的年龄下限 5 Gyr，而传统方法给出的年龄约为 7 Gyr [52]。

球状星团一般被认为是宇宙中最老的天体，若能测定它的年龄，就可以对银河系以及宇宙年龄下限作出限制，同时影响宇宙学参数的选取。测定球状星团绝对年龄的传统方法是利用主序转折点 (turnoff) 的绝对星等。但是这个方法也存在很多困难和不确定性，比如说距离与年龄的耦合性等，所以利用白矮星来确定球状星团年龄无疑提供了另外一种独立方法，它可以避免主序拟合技术的一些内在问题，起到相互比较补充的作用。

Richer 等人 [53] 1997 年发表了球状星团 M4 的 CMD 图，其数据来自 HST 观测，极限星等 $m_{\rm V}\approx$28 mag，但是结果并未得到预期中的白矮星聚集现象。通过等龄线分析得到 M4 的年龄至少为 9 Gyr。2001 年，HST 对 M4 进行了极深成像观测，Hansen 等人 [54] 随后得到 M4 的年龄为 (12.7±0.7) Gyr。但是 de Marchi 等人 [55] 指出，利用这些数据仅能得到 M4 的年龄下限 10 Gyr。由此可以看出，目前这一研究的争议很大，仍存在很多不确定性。

总之，在利用白矮星演化确定星团年龄方面，尚有许多问题有待解决。然而有一点是很明确的：用更合理的白矮星演化模型来拟合更高精度的观测数据是确定天体年龄的一条新的有效途径。

### 5.3　银晕白矮星族年龄的确定

过去几年中，越来越多的证据表明银晕中存在一个古老的白矮星族。第一类观测证据来自太阳邻域高速度的白矮星，对此最合理的解释是这些白矮星来自银晕中的白矮星族。Ibata 等人 [56] 2000 年发表了两颗具有这种性质的白矮星。第二类观测证据来自 MACHO (MAssive Compact Halo Objects) 引力透镜实验 [5]。理论方面，Hansen [57] 作出了显著的贡献，他首先指出 DA 型白矮星在 4000 K 以后的演化并不是随冷却变红，而是重新回到蓝端，并由此推断 Hubble 深场中未证认的蓝端天体可能与晕中极老的 DA 型白矮星相关。虽然目前有很多银晕白矮星的候选体，但是要证认它们属于银晕中的老年白矮星仍需作出很大努力。

对于白矮星宇宙纪年学研究而言，银晕白矮星族存在的可能性受到了广泛的关注，许多研究组都开始研究白矮星低温时的演化 [7,58~61]，并由此推断银晕年龄，这有可能对银晕白矮星的候选体进行限制。但问题是，模型在边界条件、物理参数等方面的差异造成了不同研究组的结果差别较大。以核心成分不同为例。纯 C 核白矮星在 $\lg(L/L_{\odot})=-6$ 时的年龄比纯 O 核白矮星的年龄大 3.6 Gyr，而如果再考虑核心 C/O 混合成分分层的话，则又增加 1 Gyr 的不确定性 [59,60]。Fontaine 等人 [7] 利用光度函数法定出银晕年龄约为 13 Gyr。而 Prada 等人 [62] 2002 年的工作指出，在白矮星冷却序列的低光度区域 ($\lg(L/L_{\odot})\approx-5.5$)，目前的理论不确定性造成的年龄误差在 20% 左右，相当于 3 Gyr。但这可以通过向传导不透明度 (尤其是部分电离区域) 以及核心 C/O 分布方面的努力来减少年龄误差。

## 6　总结与展望

本文对白矮星的性质及其演化、白矮星宇宙纪年学的研究原理及应用现状进行了详细的介绍和讨论。可以看到，虽然白矮星宇宙纪年学是一个很新的领域，但是利用白矮星演化确定

年龄的方法已经在许多方面都展示出很大的潜力。白矮星高度的同一性，使得建立统一模型来计算它们的演化并建立自洽的理论光度函数成为可能。而且，白矮星宇宙纪年学的研究方法非常直观，可信度高，利用理论光度函数与观测对比可以很方便地确定天体年龄。此外，白矮星宇宙纪年学提供了一种全新而且独立的纪年方法，通过与其他纪年方法对照可以提高年龄确定的准确度。目前由白矮星宇宙纪年学给出的银盘年龄在 8.5~11 Gyr 之间，银晕年龄在 13 Gyr 左右。

但是必须看到，白矮星宇宙纪年学中也存在着很多不确定性，关键在于白矮星精确演化模型的建立。首先，白矮星核心的成分不确定。一般纯 C 核白矮星相对比较简单，纯 O 核复杂一些，但是实际情况很可能是 C/O 混合核。而目前恒星演化晚期到白矮星形成这一时间段里还有很多问题不清楚，导致核心 C/O 的比例不能确定，只能肯定 C 、O 不是均匀分布的，这些都对白矮星的演化计算造成影响，进而影响纪年的精确度。目前利用 C 核计算给出的年龄被认为是年龄上限。其次，计算白矮星演化时，包层的一些性质也是重要的模型参量，因为它决定了白矮星的能量传输以及损失率，直接影响冷却计算结果。其中最先需要确定的是包层中 He 层与 H 层的质量。目前通过星震学 (asteroseismology) 研究给出的 H 层质量范围很宽，从 $10^{-10}$~$10^{-4}$ $M_{\rm wd}$ ，而微小的 H 层质量变化就会引起冷却计算结果上的很大差异。如文中所述，虽然目前普遍使用“厚” H 层模型，但是实际情况中不可能所有 DA 型白矮星都有质量达 $10^{-4}M_{\rm wd}$ 的 H 层。所以，包层中 H 、He 质量的不确定性也是引起年龄误差的一个很大因素。这方面，期待星震学研究能够给出更好的结果。

由于纪年学研究需要，冷或极冷白矮星的演化越来越受关注，这对传统的白矮星演化模型提出了极大的挑战。首先，传统模型普遍采用的灰大气模型不再适用。低温时，包层中对流区的扩张使得大气结构出现了很多变化，需要更精确的大气模型来描述。其次，在低温包层中，对流尚未取得主导地位时，如何得到可信的辐射不透明度数值还有待研究，因为这将直接影响冷白矮星的演化计算。此外，白矮星演化到晚期，随温度降低，其核心开始出现晶化现象，并伴随着潜热的释放，这会明显延长白矮星演化的时间。同时，若考虑更符合实际的 C/O 混合核，则在晶化时还伴随着化学分层现象，这也对白矮星的演化有影响。最后值得指出的是，最近提出的对流耦合也给精确演化模型的建立带来很多困难。

只能说，白矮星宇宙纪年学的研究还处在初级阶段，其给出的年龄结果也比较粗略，但是它的发展潜力不容忽视。理论上存在的不确定性恰恰为以后的研究提供了动力和努力的方向。为了使白矮星宇宙纪年学得到更加可信的结果，一方面要提高观测技术，尤其是极限星等，以便观测到更暗的白矮星，建立完备的观测光度函数；另一方面就是从白矮星演化理论入手，建立更加完备的演化模型。针对目前模型的不足，可以从低温区的大气结构、不透明度、核心成分与分布、晶化与分层等方面对模型进行完善，以期得到更好的结果。

**参考文献:**

[1] Mestel L. MNRAS, 1952, 112: 583
[2] Schmidt M. ApJ, 1959, 129: 243
[3] Liebert J, Dahn C C, Monet D G. ApJ, 1988, 332: 891
[4] Winget D E, Hansen C J, Liebert J *et al.* ApJ, 1987, 315: L77

[5] Alcock C, Allsman R A, Alves D R *et al.* ApJ, 2000, 542: 281
[6] Liebert J, Dahn C C, Monet D G. In: Wegner G ed. Proc. of IAU colloq. No. 114, Berlin: Springer, 1989: 15
[7] Fontaine G, Brassard P, Bergeron P. PASP, 2001, 113: 409
[8] 黄润乾. 恒星物理，北京：科学出版社， 1998: 335
[9] Wood M A. Ph. D. Thesis, Austin: Univ. Texas at Austin, 1990: 70
[10] Weidemann V. ARA&A, 1990, 28: 103
[11] Sion E M, Greenstein J L, Landstreet J D *et al.* ApJ, 1983, 269: 253
[12] McCook G P, Sion E M. ApJS, 1987, 65: 603
[13] Metcalfe T S. ApJ, 2003, 587: L43
[14] Koester D. Astron. Astrophys. Rev., 2002, 11: 33
[15] Fontaine G, Brassard P. In: Martino D de, Silvotti R, Solheim J E eds. Proc. of White Dwarf Conf. No. 105, Napoli: Kluwer, 2003: 11
[16] Abrikosov A A. J. Exp. Theor. Phys., 1961, 12: 1254
[17] Kirzhnitz D A. Sov. Phys. J. Exp. Theor. Phys., 1960, 38: 503
[18] Salpeter E E. ApJ, 1961, 134: 669
[19] Mestel L, Ruderman M A. MNRAS, 1967, 136: 27
[20] van Horn H M. ApJ, 1968, 151: 227
[21] Lamb D Q, van Horn H M. ApJ, 1975, 200: 306
[22] Wood M A. ApJ, 1992, 386: 539
[23] Wood M A. In: Koester D, Werner K ed. Proc. 9th European Workshop on White Dwarfs, Berlin: Springer, 1995: 41
[24] Stevenson D J. J. Phys. Suppl., 1980, 41: C2-53
[25] Barrat J L, Hansen J P, Mochkovitch R. A&A, 1988, 199: L15
[26] Mochkovitch R. A&A, 1983, 122: 212
[27] Garcia-Berro E, Hernanz M, Isern J *et al.* A&A, 1988, 193: 141
[28] Chabrier G, Brasard P, Fontaine G *et al.* ApJ, 2000, 543: 216
[29] Hansen B M S. ApJ, 1999, 520: 680
[30] Isern J, Garcia-Berro E, Hernanz M *et al.* ApJ, 2000, 528: 397
[31] Chabrier G. In: Solheim S E, Meistas E G eds. 11th European Workshop on White Dwarfs, ASP Conf. Ser., San Francisco: ASP, 1999: 369
[32] Saumon D, Jacobson S B. ApJ, 1999, 511: L107
[33] Bohrmann R D. MNRAS, 2001, 323: 699
[34] Bergeron P, Saumon D, Wesemael F. ApJ, 1995, 443: 764
[35] Bergeron P, Ruiz M T, Leggett S K. ApJS, 1997, 108: 339
[36] Bergeron P, Leggett S K, Ruiz M T. ApJS, 2001, 133: 413
[37] Tassoul M, Fontaine G, Winget D E. ApJS, 1990, 72: 335
[38] Prada Moroni P G, Straniero O. Mem. Della Societa Astronomica It., 2003, 74: 508
[39] Hubbard W B, Lampe M. ApJS, 1969, 18: 297
[40] Itoh N, Hayashi H, Kohyama Y. ApJ, 1993, 418: 405
[41] Potekhin A Y. A&A, 1999, 351: 787
[42] van Horn H M. In: Luyten W J ed. Proc. of IAU colloq. No. 42, Dordrecht: Reidel, 1970: 97
[43] Lamb D Q. Ph. D. Thesis, Richester: Univ. Rochester, 1974: 59
[44] Chabrier G. In: Bedding T R, Booth A J, Davis J eds. Proc. of IAU Symp. No. 189, Dordrecht: Kluwer, 1998: 381
[45] Noh H R, Scalo J. ApJ, 1990, 352: 605
[46] Bergeron P, Leggett S K, Ruiz M T. ApJS, 2001, 133: 415
[47] Leggett S K, Ruiz M T, Bergeron P. ApJ, 1998, 497: 294

[48] Knox R A, Hawkins M R S, Hambly N C. MNRAS, 1999, 306: 736
[49] Richer H B, Fahlman G G, Rosvick J *et al.* ApJ, 1998, 504: L91
[50] Richer H B, Hansen B, Limongi M *et al.* ApJ, 2000, 529: 318
[51] Andreuzzi G, Richer H B, Limongi M *et al.* A&A, 2002, 390: 961
[52] Sarajedini A, von Hippel T, Kozhurina-Platais V *et al.* AJ, 1999, 118: 2894
[53] Richer H B, Fahlman G G, Ibata R A *et al.* ApJ, 1997, 484: 741
[54] Hansen B M S, Brewer J, Fahlman G G *et al.* ApJ, 2002, 574: L155
[55] de Marchi G, Paresce F, Li C G. Am. Astron. Soc., 2002, 201: 0712
[56] Ibata R A, Irwin M, Bienaymé O *et al.* ApJ, 2000, 532: L41
[57] Hansen B M S. Nature, 1998, 394: 860
[58] Montgomery M H, Klumpe E W, Winget D E *et al.* ApJ, 1999, 525: 482
[59] Salaris M, Garcia-Berro E, Hernanz M *et al.* ApJ, 2000, 544: 1036
[60] Chabrier G, Brassard P, Fontaine G *et al.* ApJ, 2000, 543: 216
[61] Serenelli A M, Althaus L G, Rohrmann R D *et al.* MNRAS, 2001, 325: 607
[62] Prada M, Pier G, Straniero O. ApJ, 2002, 581: 585

## White Dwarf Evolution and Cosmochronology

BIAN Xia, ZHAO Gang

(*National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China*)

**Abstract:** The recent significant progress on both the theoretical and observational researches on white dwarfs promotes the application and development of white dwarf cosmochronology. The idea of such a chronometry is to calculate the theoretical luminosity function using white dwarf cooling tracks and compare it with observational luminosity function to constrain the ages of various populations of evolved stars in the Galaxy accordingly. In this review, we first briefly describe the basic properties of white dwarfs, and then review the history and basic methods of white dwarf evolution researches. We also describe the basic principle of white dwarf cosmochronology and its application in defining the age of the Galactic disk, globular clusters, open clusters and Galactic halo. Although white dwarf cosmochronology is still in its infancy, it already shows its potential as a powerful tool for estimating the ages of the various objects. Finally we discuss the uncertainties existed in current research and suggest some further investigations on it.

**Key words:** astrophysics; age; review; white dwarf; cosmochronology; stars; evolution