

# 磁塌缩不稳定与自生间歇磁流

李 晓 卿

(南京师范大学物理系 南京 210097)

## 摘 要

太阳和天体物理吸积盘中的磁场是一种空间间歇的磁流。在整个太阳上都可发现这种间歇磁流片, 其中光球上 90% 以上的磁流呈现为强场形态, 其强度为 0.1~0.2 T, 大小为 50~300 km; 在吸积盘中, 已知脉动磁场比宏观磁场强几个数量级。

磁场的重联湮灭, 导致在薄电流片区形成小尺度的磁环胞以及高涨的横等高激元。磁流和等高激元之间的非线性相互作用引起自类似塌缩, 形成更为空间间歇的塌缩的磁环元胞。而横等高激元诱发的自生磁场具有调制不稳定性, 导致磁场塌缩, 形成高度间歇的磁流。

分别在磁流力学和等离子体动力论两种情况下, 分析了这种磁塌缩不稳定性, 并用于解释太阳上的间歇磁流以及寻求天体物理吸积盘中的反常粘滞。

关键词 磁塌缩 — 太阳: 小尺度磁场 — 吸积盘: 反常粘滞

分类号 P142

## 1 引 言

大多数天体物理学家都接受这样一个事实: 宇宙中磁场无所不在。不仅如此, 宇宙天体的活动, 例如爆发、突变、喷流和不稳定性都和磁场息息相关。吸积盘的反常粘滞问题也涉及到磁场, 否则它将会成为无法破解的悬案。天文学家总习惯于认为天体主要的磁结构是宏观大尺度场。随着观测技术的发展和理论研究的深入, 这种平均场的观念得到了修正。原来, 太阳上的所有磁结构(除黑子外)都具有相当小的尺度, 为目前仪器所不能分辨<sup>[1]</sup>。事实上, 太阳上的大部分活动都发生在 100 km 左右的尺度区<sup>[2]</sup>(太阳宏观特征尺度为  $10^4$  km)。即使是黑子, 也存在小尺度强磁流区和大间隙弱场区<sup>[3]</sup>。太阳耀斑期间观测到的微波尖峰爆具有精细结构。Mckean 等人<sup>[4]</sup>利用数值模拟仔细地研究了这种爆源。结果表明, 这种精细结构的形成依赖于甚小结构的非均匀磁场。按照该模型, 产生这种精细结构的间歇磁流的特征尺度和强度, 在太阳日冕活动区内分别为 0.02 km 和  $2.5 \times 10^{-2}$  T。类似地, 地球极区千米波辐射也呈现一种频率精细结构: 从多窄带 ( $\leq 1$  kHz) 辐射的中心频率有快速变化。研究表明<sup>[5]</sup>, 这

种频率漂移也取决于发射区中一种小尺度非均匀磁场,其特征尺度和场强分别为 260 km 和  $10^{-6}$  T (比发射区的背景磁场高出一个量级)。对于天体物理吸积盘,研究指出脉动小尺度磁场强于背景宏观磁场几个量级<sup>[6]</sup>。其它天体,包括脉冲星、灾变星、年轻星和活动星系核的情况如何?小尺度间歇磁流的推论对于它们同样是合理的。

不待言,这种磁流不会是演化过程残存下来的“化石”场。然而,这种高度间歇磁流是如何产生的?这个问题具有原则性意义。

## 2 横等离激元诱发的磁场

人们希望找到一种在甚小尺度上有效的低频自生磁场。这种小尺度一般来说远小于天体碰撞自由程  $\lambda_{\text{mfp}}$  :

$$\lambda_{\text{mfp}} = 10^3 \left( \frac{n_e}{10^8} \right)^{-1} \left( \frac{T_e}{10^6} \right)^2 \left( \frac{\ln \Lambda}{20} \right)^{-1} \text{ km}, \quad (1)$$

式中,  $\ln \Lambda$  是库仑对数,  $n_e$  (单位为  $\text{cm}^{-3}$ ) 以及  $T_e$  (单位为 K) 是局部的电子数密度和温度。对于太阳日冕以及活动星系核盘,  $\lambda_{\text{mfp}}$  分别为  $10^3$  km 和 0.01 km。因此,在特征尺度  $l_c \leq \lambda_{\text{mfp}}$  情况下,流体描述失效:给定体积  $V \propto l^3$  的流体元中粒子,随机运动使它们散开,而碰撞不断变更随机运动方向,使它们倾向于在平均速度附近作随机荡步;由于没有足够的碰撞,由同样多粒子构成的流体元概念就明显成了问题。因此,动力论的描述是必要的。另一方面,正因为在此小尺度上,系统确实可以免受天体物理吸积盘的开普勒局部剪切作用。再者,预期的低频磁场有大的调制不稳定增长率  $\gamma_{\text{MS}}$  (见第 3 节),远大于电子的碰撞频率  $\nu_e$ ,因而可以合理地略去动力论的碰撞项。如前所述,吸积盘的背景场很弱;耀斑活动区,即中性电流片附近,背景场也相当弱。在所有这些情况下,利用伏拉索夫 (Vlasov) 方程和麦克斯韦方程组来研究波-波和波-粒相互作用而导致的低频自生磁场是合适的。在具有高频横等离子体中,这种激元与激元、激元与粒子的非线性相互作用能产生甚低频电流,从而诱发出低频磁场。

荷电粒子的分布函数所满足的方程为

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F}_\alpha \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{p}} = 0,$$

其中  $\mathbf{F}_\alpha$  是电磁力,  $\mathbf{v}$  是速度,  $\mathbf{p}$  是动量。把  $f_\alpha$  和  $\mathbf{F}_\alpha$  分成未扰和扰动部分:  $f_\alpha = f_\alpha^{\text{R}} + f_\alpha^{\text{T}}$ ,  $\mathbf{F}_\alpha = \mathbf{F}_\alpha^{\text{R}} + \mathbf{F}_\alpha^{\text{T}}$ , 并把  $f_\alpha^{\text{T}}$  展开为扰动场  $E^{\text{T}}$  的幂级数。  $f_\alpha^{\text{R}}$  满足平衡的麦克斯韦分布,而且对背景电磁场,有  $\mathbf{E}^{\text{R}} = \mathbf{B}^{\text{R}} = 0$ 。于是在傅里叶空间,从麦克斯韦方程得到如下方程:

$$(k^2 c^2 - \omega^2 \epsilon_k^{\text{t}}) E_k^{\text{t}} = 4\pi i \omega \left[ e_k^{\text{t}} \cdot \left( j_k^{(2)} + j_k^{(3)} \right) \right], \quad (2)$$

式中,  $e_k^{\text{t}}$  是该模的极化矢量;非线性流  $j_k^{(n)} \equiv j_{k,\omega}^{(n)}$  与  $f_{\alpha,k}^{(n)}$  有如下关系:

$$j_k^{(n)} = \sum_\alpha \int e_\alpha \mathbf{v} f_{\alpha,k}^{T(n)} d\mathbf{p} / (2\pi)^3;$$

$\epsilon_k^{\text{t}}$  是满足如下色散关系的横等离激元的介电常数:

$$\omega^{\text{p}} = \omega_{\text{pe}} + k^2 c^2 / 2\omega_{\text{pe}}, \quad kc \ll \omega_{\text{pe}}.$$

假定扰动场是弱的, 则有

$$\overline{W}^p \equiv \frac{|E^t|^2}{8\pi n_e k_B T_e} < 1, \quad (3)$$

从场方程 (2), 可以得到如下自生磁场的非线性控制方程组 [7,8]:

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{E} - \alpha \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = n \mathbf{E} + i \mathbf{E} \times \mathbf{B}, \quad (4)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \nabla^2 \right) n = \nabla^2 |\mathbf{E}|^2, \quad (5)$$

$$\left( -\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \nabla \times \nabla \times \right) \mathbf{B}_s = i \frac{2}{3} \nabla \times \nabla \times \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} (\mathbf{E} \times \mathbf{E}^*) \right], \quad (6)$$

式中,  $n$  为扰动数密度;  $\mathbf{E}$  是高频横模 ( $\omega^p \approx \omega_{pe}$ ) 的包络电场;  $\mathbf{B}_s$  是自生低频磁场;  $\alpha = \frac{c^2}{3v_{Te}^2}$ ,  $v_{Te}$  是电子速度. 方程组是无量纲的.

### 3 调制不稳定

事实上, 由方程 (4)~(6) 所描述的自生磁场在李雅普洛夫 (Lyapunov) 意义上相对于初始泵波  $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \zeta - i\omega_0 \tau)$  而言是不稳定的. 在  $\omega_0 = \alpha k_0^2$  (回到量纲单位, 就是横等离激元的色散关系) 及  $\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{E}_0 = 0$  情况下, 这个泵波是方程 (4)~(6) 的精确解, 这时  $n_1 = 0$ ,  $\mathbf{B}_1 = 0$ . 在初始泵波上叠加一种小振幅的周期扰动, 线性化后, 得到一个非常复杂的色散方程:  $F(\omega, k; E_0, \alpha; G(\theta)) = 0$ , 其中角  $\theta$  的函数为

$$G(\theta) = [e_0^* \cdot e_2^+ (e_0 \cdot e_0) - e_0 e_2^+] + \frac{E_0^*}{E_0} [e_0 \cdot e_2 (e_0 \cdot e_0)^* - e_0^* \cdot e_2], \quad e_0 = \frac{E_0}{E_0}.$$

式中  $e_2$  及  $e_2^+$  是扰动场的极化矢量. 在  $e_0$  为实的简单而又重要的情况下,  $G(\theta) = 0$  以及  $\mathbf{k} \perp \mathbf{k}_0 // e_0$ ; 对调制波,  $|\mathbf{k}| \gg |\mathbf{k}_0|$ . 从色散方程可得到极大的调制不稳定增长率  $\gamma_{MS}$  及相应的波数  $k_{max}$

$$(\gamma_{MS})_{max} = \sqrt{2} \alpha^{-1/2} (|E_0|^2)^{1/2}, \quad (k_{MS})_{max} = \sqrt{2} \alpha^{-2/3} (|E_0|^2)^{1/3}. \quad (7)$$

而不稳定条件是

$$l > l_c \equiv \sqrt{3} \pi d_e \sqrt{\alpha} \left( \overline{W}_0^p \right)^{-1/2}, \quad (8)$$

其中,  $l$  是场的特征尺度,  $d_e$  是电子德拜尺度,  $\overline{W}_0^p$  是横电场能量密度与背景等离子体热能密度之比. 自生磁场的调制不稳定性预示, 在日冕活动区可能存在高度间歇的磁流, 其特征尺度  $l_c \approx 0.01 \text{ km}$  [9], 这正是太阳物理学家 Mckean 等人研究太阳微波尖峰爆时所需要的 [4]. 对于地球极区千米波辐射, 情况也类似 [10].

重要的是, 这种线性不稳定的发展将不会被非线性相互作用制稳, 而是最终导致塌缩. 事实上, 我们找到了方程 (4)~(6) 的拉格朗日函数, 并得到了方程所具有的守恒量; 基于这些

守恒量, 我们证明了自生磁场有坍塌行为<sup>[8]</sup>。数值模拟也清楚地展现了这种坍塌图像, 它导致了形成了各种各样的间歇磁流, 很类似于随机的或湍动花样<sup>[7,8,11,12]</sup>。

## 4 自类似塌缩

自生磁场方程(4)~(6)是非常复杂的非线性矢量场方程, 迄今未找到它的塌缩解。然而在有些情况下, 求出它的塌缩终态解是很有用的。例如, 在太阳日冕活动区, 特征尺度为 0.01 km 的磁场强度的确定, 正需要这个终态解; 而地球极区千米波辐射, 也有类似的要求。我们后文所要论及的, 就是这种解, 它决定了吸积活动区的反常粘滞。

可以证明<sup>[13]</sup>, 方程组(4)~(6)有如下自类似渐近塌缩律:

$$|E| \approx \tau^{-1/2} F(\zeta/\tau),$$

其中  $\tau = \omega_{pe}(t_0 - t)$ ; 函数  $F$  的形式由初始条件决定, 这种场具有类薄饼 (pancake) 结构,  $\zeta$  是它的短尺标。上式的解之所以称之为“自类似”, 是因为随着时间的演化, 初始的空间形状  $F(\zeta/\tau_0)$  保持不变。虽然上式中  $\tau$  取代了  $\tau_0 (= \omega_{pe} t_0)$ , 但  $F(\zeta/\tau)$  的形状仍然保持不变, 它只是被压缩了。因此解  $|E|$  尽管变窄了, 也变强了, 但它在塌缩过程中同样保持着相类似的形状。根据这种自类似解, 可以得到塌缩中的最小时标  $\tau_{\text{coll}} = \tau_{\text{MS}}(\zeta_c/\zeta_{\text{MS}})$ , 其中  $\tau_{\text{MS}} = \frac{1}{\gamma_{\text{MS}}}$  (参见(7)式) 是调制不稳定的时标;  $\zeta_c$  是无量纲的临界尺度 (见(8)式);  $\zeta_{\text{MS}} = 2\pi/(k_{\text{MS}})_{\text{max}}$  (参见(7)式) 是达到极大增率  $(\gamma_{\text{MS}})_{\text{max}}$  时的尺度。因此利用方程(6), 可以得到自类似塌缩的终态解<sup>[13]</sup>:

$$\frac{\delta(B_{\text{MS}}^2)_{\text{max}}}{8\pi} = \frac{16}{9} \mu c^2 \rho \frac{(|E_0|^2)^{4/3}}{\alpha^{2/3}}, \quad (9)$$

式中  $\mu$  是质子质量与电子质量之比,  $\rho$  是等离子体背景的质量密度。

应该指出, 自生磁场的数值模拟也呈现了这种自类似塌缩的倾向。数值计算结果<sup>[7,8,11,12]</sup> 与从(9)式得到的结果在一个因子  $x \leq 3$  范围内是一致的。这意味着, 数值解渐近地达到自类似塌缩终态。

## 5 磁元和有质动力

太阳磁场是空间间歇的, 太阳上到处存在着这种间歇磁流。在光球中 90% 以上的磁流具有小尺度和高强度特征, 其特征尺度为 50~300 km, 强度为 0.1~0.2 T<sup>[1]</sup>。这种磁流元的磁流体力学 (MHD) 过程是统一理解太阳物理的关键<sup>[1]</sup>。由于对流塌缩不稳定性<sup>[14]</sup>, 太阳表面竖直弱磁场能自发地收缩, 达到  $10^{-1}$  T 量级强磁流状态。然而, 这种不稳定性很难解释磁元内磁压为何远远高于引起收缩的对流湍压力——这个均分值<sup>[15]</sup>。

研究指出<sup>[6]</sup>, 在湍动等离子体中, 存在一种自组织为磁流片和磁流元胞的倾向。事实上, 磁重联能改变磁拓扑结构, 形成大量分离的小磁环<sup>[1]</sup>。在发生多重磁环结合时, 洛伦兹力驱动磁流从两边向电流片挤压, 引起阻抗不稳定性, 使流进的磁流湮灭, 磁能转化为粒子动能、

等离子体热能和辐射。结果, 在电流片区形成众多的磁环胞和高涨的等离激元。通过有质动力 (ponderomotive force), 磁环胞和等离激元发生耦合, 从而导致电流片区的磁环塌缩, 形成  $10^{-1}$  T 态的间歇磁流元胞。

对于天体物理吸积盘, 情况是类似的: 重联改变磁拓扑结构, 形成众多的离散磁环<sup>[16]</sup>; 由于有质动力的作用, 磁环发生塌缩。最近一个研究报告指出<sup>[17]</sup>, 大质量黑洞周围的吸积盘有和太阳相类似的结构。

太阳光球是弱电离等离子体, 从宏观上看, 这些弱电离等离子体组成了三元混合流体。而对于电子和质子组成的电离流体, 由于它们之间的质量相差很大, 快、慢时标的双时标近似是合理的。因此场量, 诸如密度、流速和电磁场均可分为快、慢时标成分:  $A = (n_e, n_i; \mathbf{v}_{e,i}, \mathbf{E}, \mathbf{B}) = A_f + A_s$ , 且在慢时标尺度上平均有  $\langle A_f \rangle = 0$ 。在慢时标尺度上, 准中性条件成立:  $n_s^e = n_s^i \equiv n_s$ 。在此情况下, 通过估计电离气体双时标成分方程中各项大小以及用标准方法在质心系合并包括中性气体方程在内的三元流体, 只要 (3) 式仍满足 (这时  $\bar{W} \approx |\mathbf{v}_f|^2/2v_{Te}^2$ ), 就可得到考虑高频场对慢运动影响的有质动力的 MHD 方程<sup>[18,19]</sup>。其中动量方程为

$$\rho \left[ \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \frac{1}{4} \frac{m_e}{m_i} \rho_{ie} \nabla (|\mathbf{v}_{f0}|^2) + \mathbf{F}_g - \nabla P, \quad (10)$$

这里,  $\rho_{ie} = \rho_i + \rho_e$ ,  $\mathbf{F}_g$  是中心体引力; 方程右边第二项是有质动力。同时, 高频场的包络  $\mathbf{v}_{f0}$  满足传输方程:

$$2i\omega_{pe} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_{f0} + c^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{v}_{f0} - 3v_{Te}^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_{f0}) + \frac{\delta n}{n_0} \omega_{pe} \mathbf{v}_{f0} = 0,$$

式中,  $\delta n$  是密度扰动。

电流片区的磁环, 在  $(x, y)$  平面上的特征尺度为  $l$ , 在竖直方向 ( $z$  向) 的延伸长标为  $\delta$ 。假定  $l \gg \delta > \lambda_{mfP}$ , 对于适合于 MHD 描述的这种薄磁环, 可以从电离气体的两个方程按  $z$  向平均, 得到<sup>[13]</sup>

$$\frac{\delta n}{n_0} = -\frac{1}{4c_s^2} \mu |\mathbf{v}_{f0}|^2,$$

其中  $\mu = m_e/m_i$ ,  $c_s$  为声速。在此情况下, 传输方程成为如下无量纲形式:

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{v}_{f0} + \alpha_{Te} \nabla \times \nabla \times \mathbf{v}_{f0} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}_{f0}) - |\mathbf{v}_{f0}|^2 \mathbf{v}_{f0} = 0, \quad (11)$$

式中,  $\alpha_{Te} = c^2/3v_{Te}^2$ 。

通常假设初始磁压远小于等离子体热压强,  $\beta = 8\pi P/B^2(t_0) > 1$ 。对吸积盘,  $P$  是电离气体压强; 而对光球,  $P$  是以中性气压为主的总压强。因此, 从方程 (10) 可以看到, 磁环胞可以与等离激元相互作用, 建立如下非线性平衡<sup>[13,20]</sup>:

$$\frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = \frac{1}{4} \mu \rho_{ie} \nabla (|\mathbf{v}_{f0}|^2). \quad (12)$$

## 6 磁塌缩不稳定性和阈

磁环胞的场结构可用如下简单的矢量位函数来描述<sup>[16]</sup>：

$$A_z = \frac{B_0(t)}{2l}(x^2 + y^2), \quad x^2 + y^2 \leq l^2.$$

与之相应的磁场成分为

$$B_x = -B_0(t)y/l, \quad B_y = B_0(t)x/l, \quad (13)$$

式中,  $B_0(t)$  是特征磁场强度, 它依赖于时间  $t$ 。注意, 这种磁场不是无力场。

如同方程 (4)~(6) 一样, 方程 (11) 所描写的场  $v_{r0}$  在李雅普诺夫意义上是不稳定的。可以验证<sup>[21]</sup>, 对于单色泵波  $v_{r0}^0$ , 当且仅当

$$\frac{|v_{r0}^0|^2}{v_{Te}^2} > 6 \left( \frac{k}{k_d} \right)^2$$

时, 调制不稳定出现, 式中  $k_d = 1/d_e$ 。显然, 从上式可以看出, 这种不稳定是零阈 (zero-threshold) 不稳定。实际上, 湍动场是有一定宽度的波包<sup>[22]</sup>。然而, 如果波包的频宽  $\Delta\omega$  和波数宽  $\Delta k$  满足条件

$$\Delta\omega \ll (\gamma_{ML})_{\max}, \quad \Delta k \ll (k_{ML})_{\max},$$

其中  $(k_{ML})_{\max}/k_d = \frac{1}{2\sqrt{3}} (|v_{r0}^0|^2/v_{Te}^2)^{1/2}$ , 就不可能在时间和空间上区分扰动是否是单色<sup>[23]</sup>。

据此, 得到湍动场调制不稳定的阈为

$$\bar{W}_0^P \approx \frac{|v_{r0}^0|^2}{2v_{Te}^2} \gg \bar{W}_{ML} \equiv 6 \left( \frac{\Delta k}{k_d} \right)^2. \quad (14)$$

类似地, 对于自生磁场情况, 当泵波是非单色的波包 (有宽度  $\Delta k$ ), 亦可得到如下不稳定性的阈 (回到有量纲单位):

$$\bar{W}_0^P = \frac{|E_0|^2}{8\pi n_e k_B T_e} > \bar{W}_{MS} \equiv 34\alpha_{Te}^2 \left( \frac{\Delta k}{k_d} \right)^3. \quad (15)$$

由于  $\alpha_{Te}^2 = \left( \frac{c^2}{3v_{Te}^2} \right)^4 \gg 1$ , 从上面两式可以看出, 一般地有:  $\bar{W}_{MS} \gg \bar{W}_{ML}$ 。

当泵波场能量高于不稳定阈值时, 调制不稳定的发展将导致波场“破碎”, 产生有各种强度的间歇结构, 类似于混沌和湍动花样。这就是磁塌缩不稳定。

哥列夫 (Gorev) 等人曾经找到了方程 (11) 的薄塌缩场的自类似解<sup>[24]</sup>, 为研究需要, 我们推广了这个解。结合非线性平衡方程 (12), 我们获得<sup>[13,20]</sup>:

$$\frac{(\delta\bar{B})^2}{8\pi} = 2 \left( \bar{B}_y^2/8\pi \right) = \frac{1}{18} \left( \frac{k_0 l}{\tilde{\tau}_0} \right)^2 \frac{P_1}{(1-t/t_0)^2}, \quad (16)$$

式中,  $k_0 = \omega_{pe}/c$ ,  $\tilde{\tau}_0 = \omega_{pe} t_0$ ,  $P_1 = 2n_0 k_B T_e$  是电离气体压强,  $n_0$  是电子或质子的数密度。  $\tau_0$  实际上是一个积分常数, 取  $\tau_0 = k_0 l / 3\sqrt{2}$ , 得到初态场值  $(\delta B(0))^2/8\pi = P_1$ 。对于地球, 其初态场值相当于  $7 \times 10^{-3}$  T 的磁场。另一方面, 当  $\beta \approx 1$  时, 平衡方程 (12) 就不再正

确了, 我们从方程 (16) 得到一个塌缩极小时标限制, 此时  $(\delta\bar{B})_{\max}^2/8\pi = P$ , 其中  $P$  主要是中性气体压强, 它相应于光球上的  $10^{-1}$  T 量级的场强。另外, 从 (3) 式可看出, 当  $\bar{W}^p \approx 1$  时, 方程 (11) 也不再正确了, 因此我们得到另一个塌缩的极小时标限制。结合自类似解可找到塌缩终态的尺度  $r_{\min} \approx 80$  km。原来, 当大尺度 ( $r_0 \gg 200$  km) 磁流从太阳内部浮出到光球时, 由于预收缩<sup>[1]</sup> 它处于  $10^{-2}$  T 状态, 而这种态的磁流和塌缩的等离激元相互作用, 导致大尺度磁流的“撕裂”, 以致于相当快地塌缩到 100 km 尺度, 且强度增大一个量级, 达到  $10^{-1}$  T 态。

## 7 粘性吸积盘

现在来讨论天体物理吸积盘中的间歇磁流问题。宇宙中有一类活动天体, 包括 X 射线源、灾变变星、年轻星、类星体和活动星系核, 它们的辐射谱特征与预期的中心天体 (致密星、黑洞和中子星) 有所不同; 此外, 偶然地也观测到它们具有双峰的谱线轮廓。据此, 天文学家相信, 这类中心天体吸积外围物质, 形成一种绕转的盘结构。最近, 从哈勃空间望远镜传送回来的照片清晰地展现了活动星系核 NGC 4261 中心美丽的盘结构<sup>[25]</sup>, 从而证实了天文学家的推断是正确无误的。

中心天体的磁力线近乎垂直地穿过它周围的吸积盘面, 物质能够无阻碍地沿着磁力线向盘平面坍塌, 故而大多数吸积盘可能是一种薄薄的楔形平盘, 其盘厚  $H(r)$  远较矢径  $r$  小得多,  $H(r)/r \ll 1$ 。薄薄的旋转盘一定处于引力与离心力平衡状态, 这是一种开普勒运动, 旋转角速度为  $\Omega = \Omega_k(r) = (GM)^{1/2}/r^{3/2}$ , 其中  $M$  是中心天体的质量,  $G$  是万有引力常数。对于孤立的引力系统, 在给定质量和角动量情况下, 容易证明, 系统的最小能量态对应于大部分质量集中在小尺度的中心体上, 而大距离上绕转的分子或原子却携带有大部分角动量。过去、现在和将来, 引力系内的吸积都朝着这个能态演化。因此, 在物质向中心体旋进时, 引力势能的释放有利于这种演化态过程。物质不断释放能量“掉”向中心体, 同时使角动量向外转移。物质旋进所释放的引力能一半转化为粒子轨道的动能, 另一半则转化为热和辐射。假设吸积率  $\dot{M}$  是常数, 则盘的总吸积光度  $L_{\text{acc}} = \frac{1}{2R_{\text{in}}} G M \dot{M}$ , 其中  $R_{\text{in}}$  是吸积盘的内半径。吸积释放能量的效率是非常高的, 约等于吸积物质静质量的 6%, 比核聚变能量转化率高出一个量级。典型的质量吸积率  $\dot{M} = 10^{-8} \sim 10^{-10} M_{\odot}/\text{yr}$ 。对于白矮星,  $L_{\text{acc}} = 10^{26} \sim 10^{28}$  J/s; 对于黑洞或中子星,  $L_{\text{acc}} = 10^{29} \sim 10^{31}$  J/s。

在开普勒旋转盘中, 物质沿不相交的轨道运行, 这就使得能发生的机械能或引力能耗散量极小。那么, 什么原因造成物质向中心体吸积并同时使角动量向外转移呢? 早在 20 世纪 70 年代, 天体物理学家就认识到: 吸积是由于在开普勒旋转盘的剪切流层有内磨擦所致。然而, 始料不及的是, 这种粘滞必须至少比普通分子的粘性大 8 个数量级! 事实上, 物质的吸积来自某种粘滞力矩引起的角动量向外转移:  $-\dot{M} \frac{\partial}{\partial r} L = \frac{\partial}{\partial r} \tau$ 。其中角动量  $L = r^2 \Omega(r)$ ;  $\tau = (2\pi r \cdot 2H) r t_{r\varphi} = -6\pi H(\rho\nu) r^2 \Omega$  是  $z$  向平均过的力矩, 对于轴对称稳态薄盘, 它是  $\varphi$  向动量方程的直接结果。从质量守恒的连续方程易得  $-\dot{M} = 2\pi r \times 2H \times \rho\nu_r = \text{const}$ 。联合两者, 得到

$$\dot{M} = 6\pi H\eta, \quad (17)$$

这里,  $\eta = \rho\nu$  是动力学粘滞。对于恒星级别的典型参量  $\dot{M} = 10^{-8}M_{\odot}/\text{yr}$ ,  $H < 10^{10}$  cm, 则从方程 (17) 可得到,  $\eta > 10^7 \text{g} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ 。为了比较, 列出物质的动力学粘滞系数  $\eta$  的通常取值: 水,  $\eta = 0.01$ ; 空气,  $\eta = 1.8 \times 10^{-4}$ ; 甘油,  $\eta = 8.5$ ; 汞,  $\eta = 0.0156$ 。而对于完全电离氢等离子体,

$$\eta = 7 \times 10^{-4} \left( \frac{T_e}{10^5 \text{K}} \right)^{5/2}, \quad (18)$$

对于如此大的反常粘滞系数, 没有理由认为它是常数。一般地说,  $\nu$  (以及  $\eta$ ) 应该是温度、密度和矢径等物理量的函数。可以说, 反常粘滞是理解天体物理吸积盘的关键。不知道  $\nu$ , 实际上就无法确定吸积盘的基态 (未扰态) 的结构。实验表明, 湍流运动的粘滞系数要比通常的粘滞系数大得多。因此, 天体物理学家必须认真地研究吸积盘的湍流运动, 特别是引起湍流的不稳定性。

## 8 流体不稳定性

在轴对称 ( $\partial/\partial\varphi = 0$ )、不可压 ( $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ ) 的无粘滞流体中, 从  $\varphi$  向的动量方程易得  $dL/dt = 0$ , 这表示当跟着流元一起运动时, 单位角动量  $L = r^2\Omega(r)$  保持为常数。对于共轴旋转两柱体间的环流 (所谓 Couette 流), 若位于  $r$  处的流元位移到  $r_1$  ( $r_1 > r$ ) 时, 由于  $L(r)$  守恒, 此时作用在该流元的离心力为  $L^2(r)/r_1^3$ , 但在  $r_1$  处平衡 (引力或压力与离心力平衡) 时的离心力为  $L^2(r_1)/r_1^3$ , 如果  $L^2(r)/r_1^3 < L^2(r_1)/r_1^3$ , 则表示位移到  $r_1$  处的流元将要回到原处。换句话说, 稳定判据是

$$\frac{d}{dr}L^2(r) > 0, \quad (19)$$

即所谓的瑞利稳定性判据。解析研究表明<sup>[26]</sup> 对于有粘性的 Couette 流,  $\Omega(r)$  不是任意函数, 瑞利判据仍然是正确的。现在来看开普勒盘 ( $L^2 \propto r$ ), 尽管通常的雷诺数很大  $\approx 10^{14}$ , 瑞利判据告诉我们, 相对于轴对称扰动, 盘流体是线性稳定的。然而是否有非线性不稳定呢? 答案是肯定的, 但得到的粘滞系数仍然很小<sup>[6]</sup>。这表明, 纯流体力学过程不可能产生吸积盘所需要的角动量传输<sup>[6]</sup>。

## 9 磁旋转不稳定

很自然, 下一步必须去研究磁流体 (MHD) 的不稳定性。考虑最简单的情况。假设有一弱的均匀磁场穿过盘面,  $\mathbf{B} = B_0\mathbf{z}$ 。不可压缩的盘流体基态处于引力和离心力平衡状态。现在, 如果  $r_0$  处的流元从它的环行轨道位移一个不可压缩的量  $\delta\mathbf{r} = \zeta \propto \exp[i(kz - \omega t)]$ , 此时磁场变化  $\delta\mathbf{B}$  可由冻结的磁感应方程确定:  $\delta\mathbf{B} = ikB_0\zeta$ ; 而磁张力  $(\mathbf{B} \cdot \nabla)\delta\mathbf{B}/(4\pi\rho) = ikB_0\delta\mathbf{B}/(4\pi\rho) = -k^2v_A^2\zeta$ , 其中  $v_A$  是阿尔芬 (Alfvén) 速度, 同时假设  $\delta B_z = \zeta_z = 0$ 。在共转



坐标系中, 应有一扰动的柯氏 (Coriolis) 力,  $-2\Omega(r) \times \mathbf{u}$ , 并且流元受到小位移引起的等效重力:  $(\delta g + \Omega^2(r_0)\delta r)\hat{r} = 3\Omega^2(r_0)\zeta_r = -\frac{d\Omega^2}{d\ln r}\zeta_r$ . 因此运动方程为 [25]

$$\ddot{\zeta}_r - 2\Omega\dot{\zeta}_\varphi = -\left(\frac{d\Omega^2}{d\ln r} + k^2v_A^2\right)\zeta_r,$$

$$\ddot{\zeta}_\varphi + 2\Omega\dot{\zeta}_r = -k^2v_A^2\zeta_\varphi.$$

从上面方程可得到一个  $\omega^4$  的色散方程. 当  $\omega$  为实数时, 给出系统的稳定条件为

$$k^2v_A^2 > -\frac{d\Omega^2}{d\ln r}. \quad (20)$$

由此可以推论, 一个竖直的弱磁场可使开普勒盘变得不稳定. 这个磁旋转不稳定性首先由维里柯夫 (Velikhov) [27] 指出, 然后由钱德拉塞卡 (Chandrasekhar) [26] 独立地予以解析处理; 而帕波斯 (Balbus) 和郝里 (Hawley) [25] 强调了它对吸积盘的重要性. 值得注意的是, 这种磁旋转不稳定在  $B_0 \rightarrow 0$  的极限下是不能过渡到纯流体情况的. 原因在于: 即使  $B_0 \rightarrow 0$ , 已分出的方向仍然存在. 这和回旋共振条件不可能极限过渡到切仑柯夫 (Čerenkov) 条件一样. 此外, 应该强调, 当竖直磁场变得很强时, 稳定条件 (20) 可能被满足, 这时上述的不稳定性就不会出现.

## 10 不稳定性与湍流

似乎是, 磁场旋转不稳定性打开了通往湍流的大门. 在这里, 应该提及朗道 [28] 的有关湍流发生的串级图像. 在流体动力学的定常解上叠加一个非定常的小扰动  $\mathbf{A}_1 \propto e^{-i\omega t}$ , 如果线性色散方程允许有复频率  $\omega$ , 那么  $\text{Im } \omega > 0$  的定常运动是不稳定的. 不稳定的运动事实上根本不可能存在. 然而, 如果上面所论及的非定常运动——定常解加上小扰动——又变成不稳定, 那么第二个小扰动频率又将出现正虚部, 这时出现两个周期的准周期运动, 运动具有两重自由度. 如此下去, 将出现一系列串级的新周期, 从大尺度运动传输到小尺度运动, 最后达到具有相当大自由度的运动, 呈现出混乱的运动特征, 从而进入湍流运动状态.

当中心天体的磁场穿过吸积盘时, 由于开普勒剪切流不断地拉伸场线, 使经向场 (toroidal) 和  $r$  向场放大, 当这种水平场变得足够强时, 帕克 (Parker) 浮力不稳定性将使它向盘面上膨胀, 转变成竖直场. 而当竖直场变得足够强时, 条件 (20) 被满足, 这种旋转不稳定性就停止了. 因此, 使之过渡到湍流的串级不稳定发展也中断了. 换言之, 人们很难证明这种旋转不稳定性一定会导致湍流的出现. 此外, 即便是基于这种不稳定性来估计实际有效的湍流粘滞也是不可信和有争议的 [29]. 这并不奇怪: 由于描述湍流的矩方程不封闭, 目前人们对湍流的发生、发展和特性缺乏较好的理解. 据传, 连海森堡这样的顶级科学家都说过, 他希望死后上帝能给他解释湍流运动. 与此相关, 反常粘滞的求索再次陷入困境.

## 11 走向湍运动

然而, 对于与反常粘滞有关的湍流问题的困难, 天体物理学家也并非一筹莫展。20 世纪 70 年代, 与天体物理吸积盘理论相平行发展, 等离子体非线性物理有了长足的进步。1948 年 Burgers 提出了如下方程:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$$

来描写湍流运动。就定性的描写来说, 这个方程确实较好地取代了极复杂的纳维 - 斯托克斯 (Navier-Stokes) 方程。类似地, 在等离子体物理领域, 人们也一直想寻找强湍动的等离激元, 例如朗缪尔波的非线性控制方程。直到 1972 年, 这种方程被查哈诺夫 (Zakharov) [30] 找到了, 通常称之为 Zakharov 方程。已经证明 [22,31], Zakharov 方程具有大的调制不稳定, 这种不稳定的发展将导致朗缪尔激元塌缩, 由大尺度波花样转移到小尺度的多自由度的波花样, 这就是强朗缪尔湍动 [32]。至此, 我们应该在更广义的含意上来理解湍流这个概念: 湍流是把最大尺度与耗散开始出现的小尺度相耦合的一种运动状态 [33]。

概念的更新为我们深入研究指明了方向。目标很清楚, 即要寻找一种塌缩不稳定性, 使大尺度小振幅的磁流输运到小尺度、大振幅的间歇磁元, 类似一种混乱的湍动花样。事实上, 如前几节所述, 这种磁塌缩不稳定性已经找到。而吸积盘的反常粘滞就直接与这种强间歇磁元的麦克斯韦应力有关。至此, 我们看到了解决反常粘滞问题的一线曙光。

## 12 反常粘滞

现在可以来处理塌缩的间歇磁流引起的反常粘滞问题了。间歇流引起的磁粘滞应力是

$$f_i^m = \nabla_j t_{ij}^m, \quad t_{ij}^m = \langle \delta B_i \delta B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} (\delta B)^2 \rangle / 4\pi.$$

这个应力在每单位时间内对体积元  $d\mathbf{r}$  所做的功为  $-(\partial t_{ij}^m / \partial x_j) v_i d\mathbf{r}$ , 由于粘滞耗散, 功转化为热, 使体元内的熵增加,

$$\dot{S} = \int \frac{1}{T} \left( -\frac{\partial t_{ij}^m}{\partial x_j} v_i \right) d\mathbf{r} = \int t_{ij}^m \frac{v_{ij}}{T} d\mathbf{r},$$

式中  $v_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ 。这意味着广义流 “ $t_{ij}^m$ ” 与广义力 “ $-\frac{v_{ij}}{T}$ ” 有线性关系 [34]:

$$t_{ij}^m = \gamma_{ij;lk} \frac{v_{lk}}{T} = \eta_{ij;lk} v_{lk},$$

或者

$$t_{ij}^m = \eta_m \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right),$$

式中  $\eta_{ij;lk} = \eta_m \left( \delta_{il} \delta_{jk} + \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \delta_{lk} \right)$ ;  $\eta_m$  是间歇流的磁粘滞系数, 也就是反常粘滞;  $\eta_m = \eta_{lk;lk}$  ( $l \neq k$ , 对  $lk$  不求和)。对于吸积盘,  $v_{ij}$  中  $r\varphi$  成分为主项, 因而  $t_{ij}^m$  的主分量是

$\langle \delta B_r \cdot \delta B_\varphi \rangle / 4\pi \approx \frac{1}{3} \langle (\delta \mathbf{B})^2 \rangle / 4\pi$ , 在此情况下, 利用 (9) 式, 得到 [13]

$$\nu_m = \frac{\eta_m}{\rho} = 7 \times 10^{-12} \frac{c^2}{r \left| \frac{\partial \Omega(r)}{\partial r} \right|} T_0^{2/3} \left( \frac{T_e}{T_0} \right)^{2/3} \left( \frac{\overline{W}_{0s}^p}{10^{-5}} \right)^{4/3} \text{ cm}^2/\text{s}. \quad (21)$$

如果用参数  $\alpha_{tS}$  表示,  $\eta_m = \alpha_{tS} c_s H \rho$ , 则有 [13]

$$\alpha_{tS} = 0.17 \left( \frac{T_e}{3 \times 10^7} \right)^{-1/3} \left( \frac{\overline{W}_{0s}^p}{10^{-5}} \right)^{4/3}. \quad (22)$$

如果浮力限制是正确的话, 则它也确实介于普适的间隔之内:  $0.01 < \alpha_{tS} \leq 1$ . 可以验算, 对活动星系核的盘,  $\nu_m$  确实比 (18) 式给出的完全电离氢的粘滞  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  高出 8 个数量级.

### 13 双态吸积率

有一类灾变星 (如白矮新星) 以及金牛 T 型星、X 射线暂现源和大质量黑洞——天鹅 X-1 等天体, 它们的盘有两种状态: 宁静低态, 吸积率  $\alpha_t \approx 0.05$ ; 活动高态, 吸积率  $\alpha_t = 0.2$  [35]. 一般认为, 在高态 MHD 湍流是强的 [6]. 因而双态问题又成为不解悬案. 然而, 事情很明白: 双态简单就是塌缩的初态和终态.

对两维环胞元,  $\frac{1}{2} \langle (\delta \mathbf{B})^2 \rangle \approx \langle \delta B_r \delta B_\varphi \rangle$ , 利用 (16) 式, 有 [20]

$$\frac{(\delta \mathbf{B})_{\max}^2}{8\pi} = \frac{3}{4} \alpha_{tL} P, \quad (23)$$

式中,

$$\alpha_{tL} = \frac{2}{27} \frac{k_0^2 l}{(\tilde{\tau}_0 - \tilde{\tau})^2}. \quad (24)$$

因而, 在低态横等离激元能量密度  $\overline{W}_0^p$  低于磁塌缩不稳定的阈 (见方程 (14)) 时, 就是宁静态  $\alpha_{tL} = \alpha_q = \frac{2}{27} \frac{k_0^2 l^2}{\tilde{\tau}_0^2}$ ; 当  $\overline{W}_0^p$  高于不稳定阈时, 磁塌缩不稳定出现, 很快塌缩到终态, 相应方程  $\overline{W}^p \approx 1$ , 这时有 [20]:  $\alpha_{tL} = \alpha_a = 0.2 \left( \frac{n_0}{10^{14}} \right) (\varepsilon^3 l^2)$ . 取  $ct_0 \approx l$ ,  $\varepsilon^3 l^2 \approx 1$ , 得到  $\alpha_q = 0.07$ ,  $\alpha_a = 0.2$ .

最后, 应该指出, 我们已经有两个获得反常粘滞的通道: 自生磁场的间歇流和磁环胞塌缩的间歇流. 由于这两个通道是不相关的, 因而实际有效的  $\alpha_t$  为

$$\alpha_t = \alpha_{tS} + \alpha_{tL}.$$

当  $\overline{W}_0^p$  大于自生磁场的磁塌缩不稳定阈  $\overline{W}_{MS}$  时, 一般来说  $\alpha_t$  是塌缩两个终态的  $\alpha$  值之和; 当  $\overline{W}_{MS} > \overline{W}_0^p > \overline{W}_{ML}$  时,  $\alpha_{tS}$  为 0, 即  $\alpha_t = \alpha_{tL}$ . 对于总的磁流, 如果浮力限制是正确的话, 总有  $\alpha_t \leq 1$ .

## 参 考 文 献

- 1 Stenflo J Q. *Astron. Astrophys. Rev.*, 1989, 1: 3
- 2 Parker E M. *Sol. Phys.*, 1989, 121: 271
- 3 Ma Y H, Li X Q. *Chin. Phys. Lett.*, 1997, 14: 77
- 4 Mckean M E, Winglee R M, Dulk G A. *Sol. Phys.*, 1989, 122: 53
- 5 Mekean M E, Winglee R M. *J. Geophys. Res.*, 1991, 96: 21055
- 6 Schramkowski G P, Torkelsson U. *Astron. Astrophys. Rev.*, 1996, 7: 55
- 7 Li X Q, Ma Y H. *Astron. Astrophys.*, 1993, 270: 534
- 8 Li X Q, Ma Y H. *Phys. Plasmas*, 1994, 1(9): 3008
- 9 Li X Q, Zhang Z D. *Sol. Phys.*, 1996, 169: 69
- 10 Li X Q, Zhang Z D. *Astrophys. Space Sci.*, 1997, 253: 253
- 11 Liu S Q, Li X Q. *Astron. Astrophys.*, 2001, 364: 785
- 12 Liu S Q, Li X Q. *Phys. Plasmas*, 2001, 8(2): 625
- 13 Li X Q, Zhang H. *Astron. Astrophys.*, 2002, 390: 767
- 14 Parker E M. *Ap. J.*, 1978, 221: 368
- 15 Tagger M, Falgarone E, Shukurov A. *Astron. Astrophys.*, 1995, 299: 940
- 16 Coroniti F V. *Ap. J.*, 1981, 244: 587
- 17 Zang S M et al. *Science*, 2000, 287: 1239
- 18 Li X Q, Zhang Z D. *Ap. J.*, 1997, 479: 1028
- 19 Li X Q, Song M T, Hu F M et al. *Astron. Astrophys.*, 1997, 320: 300
- 20 Li X Q, Zhang H. *J. Plasma Phys.*, 2002, 将发表
- 21 Li X Q. *Astrophys. Space Sci.*, 1989, 153: 311
- 22 李晓卿. 湍动等离子体物理, 北京: 北京师范大学出版社, 1987: 43
- 23 Thornhill S G, ter Haar D. *Phys. Rep.*, 1978, 43c: 70
- 24 Gorev V V, Kingsep A S, Rudakov L I. *Radiophys. Quantum Electron*, 1976, 19: 486
- 25 Balbus S A, Hawley J F. *Rev. Mod. Phys.*, 1998, 70(1): 1
- 26 Chandrasekhar S. *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, New York: Dover Pub., 1961: 384
- 27 Velikhov E P. *Sov. Phys. JETP*, 1959, 9: 995
- 28 Landau L D, Lifshitz L. *Fluid Mechanics*, New York: Pergamon Press, 1975: 131
- 29 Shu F H. *The Physics of Astrophysics, Volume 2, Gas Dynamics*, California: Uni. Sci. books, 1992: 87
- 30 Zakharov V E. *Sov. Phys. JETP*, 1972, 35: 908
- 31 李晓卿. *物理学进展*, 1993, 13(4): 595
- 32 Rudakov L I, Tsytovich V N. *Phys. Rep.*, 1978, 40: 1
- 33 Zahn J P. In: Bertouli C et al. eds. *Structure and Emission Properties of Accretion Disks*, Singapore: Editions Frontieres, 1991: 87
- 34 Lifshitz E M, Pitaevskii L P. *Physical Kinetics*, Oxford: Pergamon Press, 1981: 27
- 35 Cannizzo J K, Shafter A W, Wheeler J C. *Ap. J.*, 1998, 333: 227

## Magnetic Collapsing Instabilities and Self-Generated Intermittent Flux

Li Xiaoqing

(*Department of Physics, Nanjing Normal University, Nanjing 210097*)

### Abstract

It is shown that magnetic fields in the Sun and astrophysical accretion disks are of a spatially intermittent nature. The intermittent flux fragments can be found all over the Sun, showing that more than 90% of the flux occurs in strong-field form with strengths of 0.1~0.2 T and sizes of 50~300 km in the photosphere. And the fluctuating magnetic field can be orders of magnitude stronger than the global one in accretion disks.

A reconnective annihilation of the magnetic field leads to the formation of magnetic flux loop cells with small scales, followed by the enhanced transverse plasmons occurring in the thin current sheet. The nonlinear interaction between the flux and plasmons results eventually in self-similar collapse, giving rise to more spatially intermittent, collapsing magnetic loop cells. And the self-generated magnetic fields by the transverse plasmons are modulationally unstable, leading to magnetic flux collapse and forming the highly intermittent magnetic flux.

Such a magnetic collapsing instabilities are analyzed in both cases of magneto-hydrodynamics and kinetic plasma physics, with their applications to solar intermittent flux and anomalous viscosity in astrophysical accretion disks, respectively.

**Key words** magnetic collapse—Sun: magnetic fields with small scales—accretion disks: anomalous viscosity