

# 中性大气折射映射函数和 大气折射母函数方法

严 豪 健

(中国科学院上海天文台 上海 200030)  
(中国科学院国家天文观测中心 北京 100012)

## 摘 要

回顾了作为实用天文学和大地测量学中基础研究课题之一的大气折射映射函数研究的最新进展;介绍了近几年发展的大气折射母函数方法。对如今广泛地应用在空间测量技术中的几种映射函数,如 CfA2.2、MTT 等模型作出评述;特别分析了 NMF 模型的优点和不足之处。还介绍了由大气折射母函数方法引出的大气延迟新连分式映射函数和天文大气折射的映射函数方法。利用 VLBI 实验中高度截止角与基线长度变化的关系和探空气球 (radiosonde) 观测资料,比较了在射电波段上各个大气折射映射函数的精度。还特别指出了映射函数方法对天文大气折射精度的改进。母函数方法建立的新连分式映射函数不仅有很高的理论精度和更低的高度观测角,并且可以应用到光学波段中。相比于原来的公式,在低高度角的观测精度上可能有一定的提高。结合当前高精度空间测量的发展要求,还分析了大气折射映射函数研究中的主要问题和今后可能的发展方向。

**关键词** 大气折射 — 映射函数 — 母函数方法

**分类号**: P126.2

## 1 引 言

天文大气折射 (蒙气差) 和大气延迟是电磁波信号从信号源到接收机在地球大气中传播的两种不同观测效应。正如 Newcomb 在 90 多年前所说的<sup>[1]</sup>: “在实用天文学中,或许没有那一个分支像天文折射问题发表这样多的文章,而其状态又仍然是那样的不能令人满意”。大气折射,尤其是天文大气折射已经有数百年的研究历史,但是在很长的一段时期中,它的基

国家重点资助项目 (G1998040700) 国家攀登计划项目 (97023110)

国家自然科学基金资助项目 (19833030) 中国科学院“九五”重大项目 (KJ951-1-304)

中国科学院射电天文联合实验室资助项目

1999-04-13 收到

本数学方法还是只局限于级数展开方法之中<sup>[2,3]</sup>。近几十年中,空间测量新技术的出现和发展给大气折射的研究提出新的要求。从观测方式而言,大气折射的主要研究方向已经从信号偏折(即天文大气折射)转向信号延迟。对观测波段而言,也从过去的单一可见光学波段延伸到其它波段;尤其是射电天文学的诞生和发展给古老的天文学开拓了新的观测手段和目标。从60年代以来,空间新技术的测量精度不断地提高,VLBI、GPS、SLR等技术的精度已经达到厘米级或更好,并可望在今后的一段时间内有新的突破。但由于理论研究和大气模型上的困难,大气延迟的计算精度却仍在同一数量级上徘徊,远不能满足现代空间新技术发展的需要<sup>[4]</sup>。完整的地球大气层的折射效应涉及较低的中性大气层和较高的电离层。电离层的大气折射效应可以用双频观测有效地消除,其结构和特性与太阳活动密切相关,已形成大气折射研究的另一个分支。本文只限于讨论中性大气中的情况。

根据 Fermat 定理:介质中,信号在源和接收机之间的传播时间取为极小值。由此,天文大气折射 (astronomical refraction) $\Delta z$  和大气延迟 (refractive delay) $\Delta\sigma$  的定义可分别写成:

$$\Delta z = \int_l^{n_0} \frac{\tan z}{n} dn \quad (1)$$

$$\Delta\sigma = \int_l n dl - \int_s ds = \int_l (n-1) dl + \delta\sigma, \quad (2)$$

其中  $n$  是大气折射指数 (refractive index),  $l$  是信号在大气中的几何路径,  $s$  是信号源到接收机之间的直线距离,  $z$  是在信号路径上某一场点上的视天顶距,而下标“0”表示在地面上的相应值,  $\delta\sigma$  被称为信号弯曲改正,它是信号路径的几何长度同几何直线距离之差。大气延迟研究的基本原理、历史背景、研究方法和一些存在的问题的详细介绍请参见文献 [5,6]。

以上两个方程在数学上都可以通过级数展开方法来求解<sup>[3]</sup>。由于上述两个被积函数的收敛性较差,因此在精度上受到观测高度角的限制。作者曾经通过试算发现:无论用怎样复杂的级数形式,大气延迟积分在高度角  $10^\circ$  以下时就很难收敛。而天文大气折射被积函数的级数展开式的收敛性略好一些,这可能正是它如今还沿用级数展开的研究方法和结果的原因。为了避免被积函数收敛性差的困难,Marini 在 1972 年首先提出<sup>[7]</sup>:可以把 (2) 式在形式上写成天顶延迟 (zenith delay) $\Delta\sigma_z$  和映射函数 (mapping function) $m(E,p)$  的乘积:

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_z \cdot m(E,p) \quad (3)$$

其中  $E$  是相关的高度角或天顶距,  $p$  是相应的气象和地球物理参数<sup>[8]</sup>。关于天顶延迟,在文献 [5,6] 中已有详细论述,它可以很好地用测站地面气象参数来确定。从 Marini<sup>[7]</sup> 开始,(3) 式中的映射函数一般都采用连分式的形式(详细数学公式和分析在文献 [5,6] 中已有介绍)。结果证明,连分式函数明显比传统上所用的级数展开法在大气延迟的计算上有更高的精度。在 Marini 使用了常系数的连分式形式以后,在射电波段空间新技术中出现的连分式映射函数还有 Davis<sup>[8]</sup> 和 Yan 等人<sup>[9,10]</sup> 的与测站地面气象记录相关的 CfA2.2 和 UNSW931、UNSW932 模型、Herring 的 MTT 模型<sup>[11]</sup>、Niell 的 NMF 模型<sup>[12]</sup>。而文献 [13] 进一步把映射函数的思想应用到天文大气折射的计算公式中,并且分别给出在光学和无线电波段中映射函数的系数,同时详细讨论了各种相应的改正项。在文献 [14] 中,利用了探空气球观测资料的比对结果,证实映射函数方法可能把天文大气折射的精度提高了约一个量级。

## 2 大气延迟研究中存在的问题和连分式映射函数的发展

如果说 Marini 是第一个引入连分式映射函数的人, 那么 Davis 在 CfaA2.2 模型中首次在连分式的系数中引入气象和地球物理参数, 并考虑了映射函数在天顶方向的收敛性, 改进了连分式的形式; 在 Herring 的 MTT 模型中应用了一个不同的天顶方向收敛形式, 并且提出把连分式系数从与气象参数相关改成与温度和地理位置相关。仔细地分析映射函数的发展过程, 可以看到有两个因素是在映射函数的研究中值得考虑的: (1) 从 Marini 的初始连分式形式到 Davis 的 CFA2.2 模型<sup>[8]</sup>、Herring 的 MTT 模型<sup>[11]</sup>、Niell 的 NMF 模型<sup>[12]</sup>的各种连分式形式均是基于平行平面地球大气层近似下的一种假设, 其数学证明不能算是严格的, 由此在低高度角时可能有一些误差。寻求一种满足球对称地球大气假设、具有较好收敛性质的连分式形式是映射函数研究中的一个数学问题, 它可能会提高低高度角观测的归算精度。(2) 在建立映射函数的过程中, 连分式系数拟合时所用的大气模型与测站上空真实大气的分布存在差别, 此项误差会直接影响到连分式系数的选取效果, 它们的影响在映射函数的研究中应该是最主要的。我们分析了目前使用的各种连分式映射函数的特性以后, 把它们归纳成表 1。表中最后一行“参数表”是指连分式中的参数是否使用列表形式。Marini 的常参数连分式模型最为原始, 误差也最大; 利用地面气象参数的 CfaA2.2 和 UNSW931 模型都存在着一个共同的问题: 当地面气象条件偏离连分式中所用的气象参数规范值时, 连分式系数模型中含有误差, 而且这个误差会随着气象参数偏离的增大而快速增大。计算结果表明: 即使引入气象参数的高阶项, 也不能解决这个问题。可以认为, 这是在 Niell 的 NMF<sup>[12]</sup> 模型出现以前在大气折射研究中的主要困难。

表 1 各种连分式映射函数的比较

映射函数模型	Marini	CfaA2.2	MTT	NMF	UNSW931
所用大气模型	指数模型	标准大气	探空气球	探空气球	标准大气
大气层假设	平行平面层	平行平面层	平行平面层	平行平面层	球对称大气层
角变量	视天顶距	真天顶距	真天顶距	真天顶距	真天顶距
选用参数	常参数	地面气象参数	温度, 地理位置	地理位置, 日期	地面气象参数
参数表	无	无	无	有	无

### 2.1 Niell 的 NMF 模型

从 1996 年以来, Niell 的 NMF 模型<sup>[12]</sup> 已经成为当前在 VLBI 技术中最广泛应用的映射函数之一。他所用的连分式数学形式来自 MTT 模型<sup>[11]</sup>。可以证明: 从 Marini 模型到 CfaA2.2、MTT 和 NMF 等连分式模型, 在数学上基本是等价的<sup>[15]</sup>, 区别仅在于对天顶方向收敛性的处理不同。为了解决在 CfaA2.2、UNSW 和其它一些映射函数中存在的模型大气与真实大气的偏离以及系数中参数的非线性这两个问题, Niell 在 NMF 模型中作了如下两项改进: (1) 利用一个全球分布的无线电探空气球网的结果, 建立了一个只与测站地理位置(纬度和高度)和观测日期相关的连分式系数; (2) 这些系数用一个与纬度相关的表列值来表示。全球分布的无线电探空气球资料能部分克服测站上空实际大气与理论模型的偏离。与此对比, 在 CfaA2.2 和 UNSW931 模型中, 所用的大气模型则是基于全球气象资料所建立的标准大气<sup>[8,16]</sup>, 它与测站上空的真实大气确有一定的偏离。但是, 这两个模型的最大问题还是在

恶劣气候和低温条件下, 连分式系数与气象参数的非线性所带来的误差。如果像 NMF 模型那样, 只考虑测站的高度和纬度以及观测日期与映射函数的相关性, 结果中也可能带来其它一些问题, 如它忽略了地理位置 (如海洋和陆地, 沿海和内陆, 沙漠和绿地等)、气候条件 (晴天和下雨)、气流 (冷、暖气流)、洋流、地形、昼夜变化、人类活动、城市和农村等因素对大气结构的影响, 也没有考虑反常气候对大气的影响, 拟合的映射函数中还可能存在着相当大的误差。文献 [15] 用模拟方法比较了各种气象因素 (温度、压力、湿度) 对映射函数的影响, 发现地面温度的变化虽然对天顶延迟几乎没有影响, 但是对映射函数有较大影响, 地面温度变化  $15^\circ$  带给映射函数的影响在低高度观测时就往往不能忽略 (图 1); 虽然地面气压的变化对天顶延迟起了决定性的作用, 但它对映射函数的影响则相对较小。可以认为: Herring 在 MTT 模型中, 采用测站地理位置作为映射函数系数的主要参数的同时, 仍保留温度为气象参数的做法是比较合理的。而 NMF 映射函数则仅采用一个通过探空气球建立的、以纬度带和观测日期为平均的大气模式。

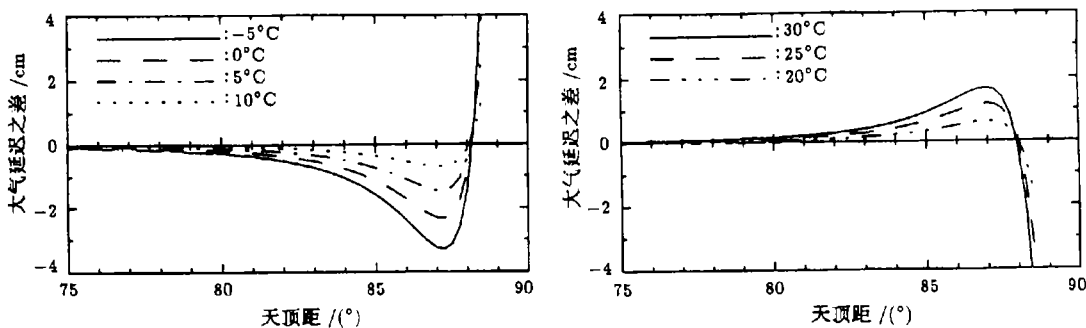


图 1 温度偏离对映射函数的影响<sup>[15]</sup>

相对于  $15^\circ\text{C}$  的地面温度并归算成大气延迟

## 2.2 高度改正

在 MTT 模型中, Herring 已经把测站高度改正作为连分式系数的拟合参数之一。而在 NMF 模型中, Niell 把映射函数  $m(\varepsilon)$  的高度改正写成<sup>[12]</sup>:

$$\frac{dm(\varepsilon)}{dh} = \frac{1}{\sin(\varepsilon)} - f(\varepsilon, a_{ht}, b_{ht}, c_{ht}) \quad (4)$$

$$\Delta m(\varepsilon) = \frac{dm(\varepsilon)}{dh} H \quad (5)$$

其中  $\varepsilon$  是真高度角,  $H$  是以 km 为单位的测站高度,  $f$  是与映射函数有相同结构的连分式形式,  $a_{ht}, b_{ht}, c_{ht}$  分别是其中的常数参数。(4) 和 (5) 式中明显存在一个量纲问题。从 (4) 式右边第一项, NMF 模型似乎希望采用一个归一化的无量纲测站高度单位, 那么公式中的高度  $H$  的单位就不应是 km。其实 Niell 所采用的高度改正公式在数学形式上也不一定是合理的, 如果对任意一个连分式映射函数 (文献 [12] 的 (2), (3), (4) 式) 进行微分运算, 就不难发现以上两个方程含有很大的偏离 (请注意在文献 [12] 中的 (4) 式有印刷错误)。另一方面, 通

过数值模拟<sup>[15]</sup>我们的计算结果也表明(图2):与沿信号路径数值积分的结果相比较,NMF模型的高度改正含有较大的偏离。对一个1km高度的台站,高度角为 $20^\circ$ 时,NMF模型的可能偏离大约为1~2cm;当高度角下降到 $10^\circ$ 时约为4cm; $5^\circ$ 时约为6~7cm。这个偏离还会随着台站高度的增加而很快上升。即使对一个高度为500m的台站,NMF模型的高度改正误差在低高度角时也不能忽略。这个误差可能在某种条件下大大地降低了NMF模型的精度。因此,有必要进一步研究NMF模型中台站高度对映射函数的影响;借用MTT模型中的高度改正公式可能会较合理地修正这个误差<sup>[11]</sup>。

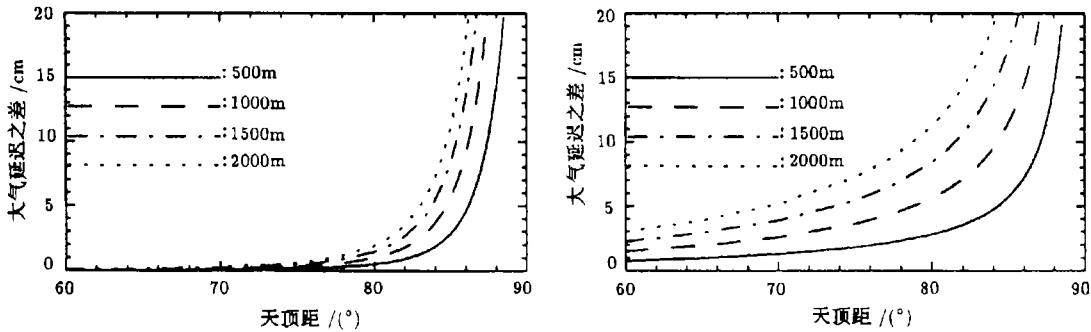


图2 测站高度改正<sup>[15]</sup>(归算成大气延迟)

相对于水平面 (a) 台站高度改正的数值积分 (b) Niell 模型的高度改正

### 3 映射函数的母函数理论

文献[9,10]注意到:Marini<sup>[7]</sup>所用的初始连分式映射函数是在平行平面地球大气层假设下的一个数学近似;他的推导过程中并没有严格的数学证明。Rownderson和Moldt已经证明了<sup>[17]</sup>:指数大气剖面的折射特性可以近似地用余误差函数来表示。在此基础上,文献[9,10,13]进一步在数学上证明:在球对称地球大气假设下,余误差函数不仅是大气延迟((2)式)而且是天文大气折射积分((1)式)的近似母函数(generator function)。原则上可以利用余误差函数的任何一种展开形式去构造大气延迟和天文大气折射的映射函数。在文献[9]中给出了多种从余误差函数的展开式所构成的大气折射映射函数及其精度分析。最后发现:从不完整 $\beta$ 函数的展开形式<sup>[18]</sup>可以导出一种能最好拟合映射函数的新连分式形式,它们的系数可以利用沿信号路径数值积分通过最小二乘的方法来确定,这种建立映射函数的方法被称为母函数方法(generator function method)。文献[10,13]分别给出了大气延迟和天文大气折射与地面气象记录相关的新连分式映射函数。由于这种新连分式映射函数在物理上是基于球对称大气假设,相比于以前的平面大气层假设是一个进步,因此它相比于其它连分式映射函数具有更高的理论精度和更低的高度覆盖角。例如,利用探空气球的大气资料进行比对,发现把映射函数引入到天文大气折射以后,计算精度与目前使用的传统级数展开方法得到的公式<sup>[19]</sup>相比,有约一个量级的提高<sup>[14]</sup>,而且可以达到接近水平的高度观测角。从VLBI的高度

截止角与基线长度变化的实验结果表明: 由大气折射母函数所建立的 UNSW931 映射函数比其它映射函数 (如 Cfa2.2, MTT 和 NMF 模型) 具有更低和更稳定的高度覆盖性<sup>[20,21]</sup>。

作为大气折射母函数方法的另一个应用是光学波段的大气延迟研究。在光学波段上, 激光测距的大气折射改正公式已经使用了 20 多年<sup>[22,23]</sup>。由于一般激光观测使用的高度截止角为  $15^\circ$ , 以前未对测距公式中大气折射改正公式进行必要的修正。Marini-Murray<sup>[22]</sup> 公式所用的基本方法还是级数展开, 它的精度在高度角低于  $10^\circ$  时受到很大的限制。信号在光学波段上的另一个重要性质是它的色散性。为此我们利用大气折射母函数方法建立了一个与频率相关的新连分式映射函数<sup>[24,25]</sup>。利用探空气球的观测资料, 与 Marini-Murray 公式的结果相比较, 证明精度有了明显的提高, 尤其在低于  $10^\circ$  的观测中。对近地卫星, 我们探讨了有限距离目标的大气折射计算公式的改进<sup>[26,27]</sup>, 它可用在大气延迟和天文大气折射两种观测手段中。这些对发展双色激光测距和低高度目标的观测有现实的应用意义。

为了研究大气折射母函数方法和进行各种映射函数的精度比较, 上海天文台独立发展了自己的专用软件包 SHAOMF<sup>[28]</sup>。对每一个样本模型都选用了在  $85^\circ$  到约  $0.5^\circ$  范围内 39 个不同的高度角进行数值积分。其中高度角的分布随着高度角的降低而加密, 从而能更好地拟合低高度角的变化特性。在其它的映射函数模型计算中, 都只选取了 9 个均匀间隔的高度角进行数值积分, 那就可能降低映射函数在低高度角时的精度。SHAOMF 具有对不同的大气模型、探空气球数据、不同的观测波段、不同的参数组合等进行处理的能力; 它也能进行不同映射函数的比较。

## 4 大气模型和系数展开形式在映射函数中的作用

在利用连分式映射函数替代级数展开的方法来研究大气折射后, 大气模型对真实大气的偏离和映射函数连分式系数展开形式的选取成为限制映射函数精度的主要误差源。在建立映射函数的过程中, 可利用一个规范的大气模型来拟合连分式系数的气象和地球物理参数。例如, Hopfield 的多方大气剖面<sup>[29,30]</sup>是一种简单的等温度下降率的单层大气模型, Black 给出了由 Hopfield 大气剖面所建立的映射函数<sup>[31]</sup>。另一个常用的大气规范是标准大气模型<sup>[3,16]</sup>, 它由近地面的等温度下降率的对流层和上面等温的平流层所组成; 在一定程度上, 它是全球大气的平均。由它建立的映射函数有 Cfa2.2<sup>[8]</sup>和 UNSW<sup>[10,13]</sup>。应该说, 从较接近真实地球大气的理论模型所导出的映射函数具有较高的精度。某些简单的大气模型, 如指数模型和多方模型, 则具有计算方便或有利于理论分析等优点。大气折射母函数理论就是从最简单的指数大气模型 (恒温大气假设) 中推出并应用到其它大气剖面中去的。从物理上考虑, 任何一种大气模型都是对近地大气垂直分布的气象和地球物理观测结果的某种全球或区域平均描述; 在数学形式上不可能十分复杂和完整。大气折射的特性完全决定于测站上空大气的结构, 而人们常用地面气象记录 (温度、气压和湿度) 和其它一些地球物理参数 (对流层温度下降率和对流层顶高度等) 建立模型来描述大气特性, 实际上大气的结构不仅是空间的函数, 也是时间的函数。一般的理论大气模型往往不能完整地反映各个纬度区中大气分布的系统特性和它的时变特性, 当然更不能反映局部反常大气的分布特性和它们的时变性。

探空气球是当前气象学和大气物理学中获得大气剖面的最重要的方法之一。它能够反映

大气分布中的细致结构特性,更能详细地表达局部地区大气分布的特性。从理论上说,一个局部或全球的探空气球观测网的资料能够用来构造一个局部或全球的映射函数。不过,探空气球站的分布毕竟是有限的,而且相当不均匀,在许多地区中还是空白(尤其在广大的海洋以及沙漠等条件十分恶劣的地区);它的生产成本较高,不利于频繁发射,当然不能反映大气的高频变化。因此,全球探空气球网的观测结果也有局限性。幸运的是:在空间新技术观测站点(如 VLBI 观测站)附近,通常都有探空气球站。我们认为这是 NMF 模型目前能在空间新技术中被广泛采用的原因之一。全球探空气球网的结果含有纬度带的平均信息,是它与理论大气模型相比的优点之一。

在映射函数的系数表示上, Niell<sup>[12]</sup> 给出的列表形式确实是消除不同纬度地区大气分布系统误差的简单而又有效的方法,它能较好地解决连分式系数的非线性问题。考虑到大气分布的时变性和局域性,我们认为:在采用 NMF 模型,把连分式的系数表示成纬度的表列值和年周期函数的同时,参照 MTT 模型<sup>[11]</sup> 采用的方法,再把测站地面温度项引入到映射函数的系数中,可能会削弱局部地区的大气分布特性效应。UNSW 和 CfA2.2 采用了另一种连分式系数表示的途径:把映射函数连分式的系数的温度项用表列值来表示(因为温度对映射函数有较大的影响),这样也可以改善由理论大气模型推出的映射函数的精度。如果在 NMF 模型的系数中引入一个日周期项,也许可以降低周日温度变化对映射函数的影响。

总而言之,目前的各种映射函数,均有各自的优点和缺点。简单地从某些结果来评定哪一个模型最好,可能是片面的。吸取各种模型的长处是将来映射函数发展的正确方向。

## 5 与探空气球观测资料的比较结果

探空气球站给出每天两次(格林尼治 0 时和 12 时)测站上空大气的温度、气压和湿度的垂直剖面。在大气折射研究中,这些资料既可以用来建立新的大气折射映射函数、也可以用来检验已有的大气折射映射函数。利用美国两个探空气球站的资料,文献 [14] 验证了由母函数方法建立的天文大气折射映射函数的精度,并将它与目前使用的公式比较;文献 [25] 作了光学波段各种大气延迟映射函数的精度比对;文献 [15] 对目前已有的各种主要映射函数的特性进行了分析和比较。两个探空气球站的站名及资料概况如下:阿拉斯加的 Fairbanks(站号 70261),资料段为 1990 年 2 月 1~28 日,共 39 组观测;佛罗里达的 West Palm Beach(站号 72203),资料段为 1990 年 2 月 10~28 日,共 29 组观测。这两个站分别位于近北极的寒冷地区(当时的地表温度在  $-30^{\circ}\text{C}\sim -40^{\circ}\text{C}$ )和南方温暖地区(地表温度在  $15^{\circ}\text{C}$  左右),在气象条件上很有代表性。通过计算可得到如下结论:

(1) 与目前使用的蒙气差公式<sup>[19]</sup>相比,从大气折射母函数方法导出的天文大气折射映射函数的精度有约一个数量级的提高(参见文献 [14] 中的表 1 和图 1)。

(2) 与目前使用在激光技术中的 Marini-Murray 模型<sup>[22]</sup>相比,光学波段频率相关的新连分式映射函数具有更高的精度,特别在高度角低于  $10^{\circ}$  的观测中有明显的改进(参见文献 [25] 中的图 2)。

(3) 与阿拉斯加 Fairbanks 的探空气球资料的数值积分结果相比, Niell 的 NMF 模型明显好于其它映射函数模型;而在佛罗里达 West Palm Beach 的探空气球资料中,却发现 NMF

模型的结果明显逊于 UNSW931 模型, 有时还比不上其它几个模型(文献 [15] 中的图 5 和图 6)。造成这个现象的原因可能是: 在 Niell 的 NMF 模型所应用的探空气球站的站名中可以找到阿拉斯加的 Fairbanks, 而且在这个纬度带中, 他所用的探空气球站很少, 由此 Fairbanks 的资料占有很大的权重。另一个重要的因素是, 阿拉斯加的恶劣气候条件使 NMF 模型所用的表列映射函数系数形式具有明显的优点; 而其它模型的映射函数系数的非线性效应则严重地影响了它们的精度。佛罗里达 West Palm Beach 的探空气球资料则没有被 Niell 在建立 NMF 模型的过程中应用。虽然 NMF 模型中已经应用了这个纬度带大量的探空气球站的数据, 但是 NMF 模型中的高度改正公式可能降低了它们的精度。这也同时说明 NMF 模型带有较强的局部性。UNSW931 模型所选用的气象参数规范值十分接近这个地区的气象条件, 而且它所用的新连分式映射函数具有良好的收敛性, 所以它的结果会好于其它模型。

(4) 以上这两个站的比对结果也能间接说明: 用探空气球站或其它大气观测资料建立的局部地区映射函数具有较好的精度。

## 6 结 论

纵观大气延迟映射函数的研究历史和现状, 与最初在 VLBI 技术上应用的 Chao 模型<sup>[32,33]</sup>相比, 今天所用的各种映射函数模型, 在精度上均已经有了很大的提高。从 VLBI 基线长度的重复率与高度截止角的相关实验结果<sup>[20,21]</sup>可以发现: 映射函数对基线的影响可在  $10^{-8} \sim 10^{-9}$  的量级; 这对当代空间新技术而言是显著的。因此, 相对于空间技术观测精度的目前发展速度, 大气折射研究面临着严重的挑战。综上所述, 可有如下的结论:

(1) 由于全球大气在分布上的复杂性和时变性, 无论是用全球大气理论模型还是用更多的探空气球站的观测, 要建立一个高精度、真正全球适用的映射函数还是十分困难的。为适应观测精度不断提高的需要, 考虑用探空气球的数据建立局部地区的映射函数是最经济的。在全球或局部映射函数模型中所要考虑的另一个重要的因素是大气水平梯度的影响, 这一项已经包含在一些 VLBI 观测归算软件中。原则上, 它既能从探空气球网或其它观测手段中直接得到, 也能从 VLBI 观测残差分析中给出。它的改正公式还值得深入研究。

(2) 在当前使用的全球性映射函数中, 对于那些用地面气象记录参数化的映射函数(如 CfA2.2 和 UNSW 模型)均存在着同一个严重问题: 当地面气象记录较大地偏离模型的规范值时, 映射函数的精度会很快地下降。NMF 模型中所选用的表列系数这一简单的方法也可以考虑应用在这两个模型之中。与 NMF 模型中的地理纬度、高度和年首日数类似, 它们的系数表可以选取地面温度为自变量。

(3) 探空气球的数据分析结果表明: 在采用了表列的系数形式以后, NMF 模型能较好描述较大气象变化范围的大气剖面的映射函数。但是由于其高度修正存在着较大的误差和探空气球资料的局限性, NMF 模型还存在缺陷; 改善高度修正公式和适当地加入温度项有可能会提高其精度。

(4) 从大气折射母函数方法推出的新连分式映射函数<sup>[10,13]</sup>具有低高度覆盖角和良好的拟合性, 无论是从 VLBI 的高度截止角与基线长度变化试验, 还是从探空气球数据分析都证实了这一结论。但是在大气模型和系数展开形式上还比不上 NMF 模型。总之, 只有结合 NMF 模



型和大气折射母函数方法的优点, 使用探空气球资料和表列系数形式结合新连分式形式(包括适当地选取物理参数和它们的形式), 才能构造出一个最好的全球性映射函数。上海天文台独立发展的大气折射计算软件包 SHAOMF<sup>[28]</sup> 具有利用各种大气折射模型进行计算的能力。软件中所采用的逆光路数值积分方法是独立发展的, 并在大气折射研究中被证明十分有效。SHAOMF 是开放的应用软件, 欢迎其它单位和个人同上海天文台合作, 进一步开发和利用这个软件。

(5) 大气的湿分量比干分量具有更强的地区性和时变性。天顶延迟的湿分量在 VLBI 和 GPS 技术中可以作为待估参量从归算结果得出, 而湿大气延迟的映射函数却是另一个困难的问题。在 GPS 归算中, 天顶湿大气延迟已经成为地基 GPS 气象学的基础<sup>[34]</sup>。必须注意: 在考虑湿大气映射函数的同时, 还应该考虑大气湿分量对映射函数干分量的影响。

### 参 考 文 献

- 1 Newcomb S. Compendium of Spherical Astronomy. 1906, New York: Dover Pub., (1970)
- 2 Woolard E W, Clemence G M. Spherical Astronomy, 1966, New York: Academic Press
- 3 Saastamoinen J. Bull. Geod., 1972, 105: 279, 106:383, 107: 13
- 4 Herring T A, Davis J L, Shapiro I I. J. Geophys. Res., 1990, 95(B8): 12561
- 5 严豪健. 天文学进展, 1995, 13: 380
- 6 严豪健. 天文学进展, 1996, 14: 181
- 7 Marini J W. Radio Sci., 1972, 7: 223
- 8 Davis J L et al. Radio Sci., 1985, 20: 1593
- 9 严豪健, 平劲松, 陈义等. 测绘学报, 1996, 25: 67
- 10 Yan H J, Ping J S. A.J., 1995, 110: 934
- 11 Herring T A. In: De Munck J C, Spoelstra T A Th eds. Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy, Proc. of the Symp. Hague, Netherlands, Geodetic Commission Publications on Geodesy, 1992, New Series No.36: 157
- 12 Niell A E. J. Geophys. Res., 1996, 101(B2): 3227
- 13 Yan H J. A. J., 1996, 112: 1312
- 14 Yan H J. Chin. Astron. Astrophys., 1998, 22: 487 (原文刊: 天文学报, 1998, 39: 113)
- 15 严豪健, 林钦畅. 上海天文台年刊, 1999, 20: 61
- 16 Allen C W. Astrophysical Quantities, 3rd ed. 1973, London: The Athlone Press, Chap.6, 114
- 17 Rowlandson L G, Moldt R G. Radio Sci., 1969, 4: 927
- 18 Press W H, Flannery B P, Teukolsky S A et al. Numerical Recipes: the Art of Scientific Computing, 1991, Cambridge: Cambridge University Press
- 19 the Astronomical Almanac for the year 1999. Washington:US Government Printing Office, London: HMSO, 1999
- 20 平劲松, 严豪健, 周瑞仙等. 科学通报, 1996, 41: 2235
- 21 Ping J S, Yan H J, Wang G L et al. M.N.R.A.S., 1997, 287: 812
- 22 Marini J W, Murray C W. NASA Tech. Rep. X-591-73-351, 1973
- 23 Gardner C S, Rowlett J R. RRL Pub. No.477, 1976, Urbana: University Illinois
- 24 严豪健等. 上海天文台年刊, 1997, 18: 163
- 25 Yan H J, Wang G L. M.N.R.A.S., 1999, 307: 605
- 26 Yan H J. Astron. Astrophys. Trans., 1998, 16: 61
- 27 严豪健等. 上海天文台年刊, 1997, 18: 157
- 28 严豪健. 上海天文台年刊, 1999, 20: 71
- 29 Hopfield H S. J. Geophys. Res., 1969, 74: 4487

- 30 Hopfield H S. *Radio Sci*, 1971, 6: 357  
31 Black H D. J. *Geophys. Res.*, 1978, 83: 1825  
32 Chao C C. *Tech. Memo Calif. Inst. Technol. JPL*, 1972, 391-350: 17  
33 Chao C C. *JPL Tech. Report 32-1526*, 1972, Vol.XIV, Pasadena, California, 33  
34 王小亚等. *天文学进展*, 1998, 16(2): 135

## The Mapping Function and the Generator Function Theory of Neutral Atmospheric Refraction

Yan Haojian

(*Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030*)

(*National Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012*)

### Abstract

As the basic research problems in practical astronomy and geodesy, we review the recent progresses in the mapping function of atmospheric refraction, and sketch the new generator function method of refractive delay and astronomical refraction. Several mapping function models used widely in modern space techniques today, such as CFA2.2, MTT and especially NMF, are discussed. From the generator function theory, the introduced new continued fractions of the mapping function for both refractive delay and signal bending are summarized. Comparisons among different mapping functions routinely used in practical astronomy and geodesy are given, associated with VLBI cut-off tests and radiosonde data. The new mapping functions obtained from the generator function method ensure higher theoretical accuracy of refractive delay for a lower observation and wider elevation coverage at radio and optical frequencies. The advantage and disadvantage of NMF model have been analyzed theoretically and practically by numerical integrals of radiosonde data. The main problems and the future developments of the mapping function in atmospheric refraction have described as the conclusion of this paper.

**Key words** atmospheric refraction—mapping function—generator function method