

变 星 的 混 沌 脉 动

陈福生

蒋世仰

(江西大学物理系, 南昌 330047)

(中国科学院北京天文台, 北京 100080)

提 要

70年代发展起来的混沌理论, 近几年来已经开始用它来研究变星的脉动, 本文综述了这方面工作的近期进展, 并就阵发混沌脉动提出初步见解。

一、引 言

变星的脉动理论最早是由 Eddington 提出的, 他用脉动假说来解释造父变星的亮度变化和视向速度变化。最初采用的是线性绝热径向脉动理论, 人们利用它研究了各种简单恒星模型的绝热脉动和准绝热脉动。理论的进一步发展是线性非绝热径向脉动理论, 它能解释赫罗图上的脉动不稳定区的蓝端边界位置以及脉动变星的光变曲线同视向速度曲线的相移关系。1962年, 变星非线性脉动理论的提出, 使变星的脉动理论有了新的突破性进展, 从理论推得的光变曲线的形状和振幅都与观测相符。除了以上径向脉动模式外, 在有的变星上还观测到非径向脉动模式。

近年来, 一种新的思想被引进变星的研究中, 混沌和分维理论开始应用到天文学上, 形成了活跃的研究领域, 并取得了可喜的成效。目前所观测到的大多数变星的光变曲线都或多或少地呈现出某种不规则性^[1], 甚至一些过去认为是完全周期性的脉动变星, 随着观测精度的提高和观测时序的延长, 也呈现某种不规则性的变化。这些不规则性都可能用非线性效应^[2,3]导致的混沌脉动来解释。

混沌、分形理论是本世纪70年代发展起来的新学科, 它们都是在对非线性科学研究中所取得的重要结果。混沌理论正在缩小自然界中确定论和概率论两套对立描述体系间的鸿沟, 而分维理论是研究自然界中没有特征长度又具有自相似性的形状和现象, 它将可能成为定量描述耗散结构和混沌吸引子的有力手段。混沌研究的一个主要特点是跨越学科的界限, 它的应用已深入到自然科学的各个领域乃至社会科学。人们越来越清楚地认识到混沌科学的诞生是继相对论和量子力学问世以来, 本世纪物理学的第三次革命, 是对人类整个知识体系的又一次巨大冲击, 正在改变人们对宇宙的认识, 标志着人们揭示自然奥秘的飞跃和深化。

自然过程是非常复杂的, 它们之间的相互作用常常是非线性的和互反馈的, 实际上在现实世界中, 非线性比线性更为普遍, 混沌比有序更为普遍, 分维比整数维更为普遍, 正像无

理数要比有理数多得多一样。由此可以理解,为什么混沌、分维理论能如此广泛应用于数学、物理学、天文学、化学、生物、地学、气候演化乃至社会科学的道理。

二、确定论天文系统中的内在随机性

在天文学与物理学中都有两类确定论方程^[4],天体力学曾被认为是确定论描述的典范,只要不加入与时间有关的外力,它们都是描述保守系统,刻划时间上可逆过程;另一方面还有一批宏观方程,如描述流体速度场的 Navier-Stokes 方程,这是非线性、有耗散的,因而是不可逆的时间演化方程。现在发现许多描述保守系统或耗散系统的非线性方程,在一定参数范围表现出内在随机性,例如,1964年, Hénon 及 Heiles 等人^[6]发现,一个自由度为 2 的不可积的哈密顿系统,当能量逐渐增大时,其轨道在相空间的分布似乎越来越随机。又如麻省理工学院的气象学家 Lorenz 发现描述大气运动的确定论方程组^[6]:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -\sigma x + \sigma y \\ \frac{dy}{dt} &= -xz + rx - y \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}$$

当参数在某一范围内时,给出非周期的、看起来十分混乱的输出,这组方程后来就称为 Lorenz 方程。它有三个不动点,然而都是不稳定的,也不存在周期解,因而在 xyz 空间的轨迹是由一些无限长、无数次盘旋的曲线组成,称为奇异吸引子,它的特点是具有分形结构,即具有无穷嵌套的自相似的几何结构,它的 Hausdorff 维数是非整数的,并且奇异吸引子上的运动对初始条件十分敏感,很难预测下一时刻状态点的位置。因此,混沌出现后,系统的确定性预测十分困难。

后来发现天文学中有不少物理现象都可归结为 Lorenz 方程,因而 Lorenz 方程就变成很典型的方程。例如,为了解释地磁场在地质史上的随机反向而提出的双盘发电机模型,也得到类似于 Lorenz 的方程。最近对太阳发电机问题也同样得到类似的 Lorenz 方程^[7],因而可以由奇异吸引子中对应的解来解释太阳活动期的不规则性,这个解显示出绕着离开原点的另两个静态点之一的旋转,然后迅速漂移到吸引子的另一翼,当它绕另一静态点旋转 n 次后,又很快转到原先的那一翼上。从一翼到另一翼的准周期过渡相应于太阳黑子磁场的磁极性分布,每 11 年全部颠倒一次;而绕着静态点的迅速振荡,伴随着太阳黑子数的变化,奇异吸引子的解还会绕着原点作不规则徘徊,这相当于太阳周期中的蒙德极小值。这些结果表明,动力学方程中的非线性项如何从原则上可以解释太阳活动期的不规则性。

在三体问题中,同样发现了随机性。1981年, Szebehely 等人^[8]指出,内在随机性出现在所谓限制性平面三体问题中。考虑小质量 m_3 在大质量 m_1 和 m_2 作用下的运动,忽略 m_3 对两个大质量的影响,而且把运动限制在平面内,这样就得到一个四阶非线性常微分方程组;

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial \Omega}{\partial x}$$

$$\ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial \Omega}{\partial y}$$

这个方程组有五个特解, 在限制性平面上对应的五个点叫称动点, 其中位于 m_1 和 m_2 连线上的三个点 L_1, L_2, L_3 , 是不稳定的; 而位于连线的垂直线上的两个点 L_4, L_5 , 在一定参数范围内是稳定的, 如果在该称动点上放置一个没有初始速度的小质量, 它会停留在那里。如果具有很小的初速, 或不正好处于称动点上, 就会在称动点附近摆动, 否则就不再是摆动的。Szebehely 等人发现摆动与非摆动两种情形并不处处有光滑的分界线, 他们给出 L_4 点附近的初值分布图, 可以看出导致摆动的初值分布区域与导致非摆动的初值分布区域之间存在着一些随机的交错, 只要初值有微小的差异, 就会导致定性完全不同的后果, 因而天体力学的确定论方程, 同样存在着内在随机性。

最近我们发现恒星结构基本方程也存在着内在随机性, 按1966年Baker所引进的方法^[9], 对恒星基本方程作类似变换, 可得三阶非线性常微分方程:

$$\frac{d^3x}{dt^3} + AK\omega_0 \frac{d^2x}{dt^2} + (3\Gamma_1(x) - 4)\omega_0^2 \frac{dx}{dt} + BK\omega_0^3 x = 0 \quad (1)$$

其中 $x = \delta x/r$ 为相对径向位移, 恒星脉动时, x 随时间发生变化。 $\Gamma_1(x)$ 为绝热指数, 如果按通常那样把 Γ_1 看成在整个星球内为一固定值, 则不可能出现混沌脉动, 实际上 Γ_1 应是 x 的非线性函数, 使得这个非线性微分方程出现丰富多采的内容。我们根据其非线性特性, 经过理论分析和数学演算, 最后得出结论: 即恒星结构基本方程本身, 在一定参数范围内, 能够自发出现阵发混沌脉动, 关于阵发混沌, 将在下节细述。

三、通向混沌脉动的途径

系统从定态演化到混沌的途径, 目前已知的主要有三条:

1. 倍周期级联分岔

倍周期分岔最容易从 Fourier 频谱中分谐波的存在而得到证认。目前国外研究变星的混沌脉动, 用得最多的就是倍周期分岔。例如, 1987年 Ruchler 等人^[10]发现, 在表面引力小的流体动力学模型中, 恒星脉动存在切分岔, 接着他指出, 室女W星存在倍周期分岔, 这种分岔的结果使恒星进入混沌脉动。Simon 及 Winget 等人于1988年对许多白矮星作测光观测, 发现在它们功率谱中显示出周期、准周期和不规则运动, 后来有不少人用非线性动力学解释所观测到的白矮星的变化特性, 这些工作主要是把非线性振子或这些振子的弱非线性耦合看作是被观测到的复杂特性的模型。例如 Takeuti 等人^[11]于1988年发现: Rössler 方程的 Z 分量吸引子的基本结构与 R Scuti 光变曲线的基本结构之间有着惊人的类似, Rössler 方程是混沌理论中最简单的一种非线性微分方程, 它通过倍周期分岔出现混沌特性, 从 R Scuti 光变曲线计算的轨迹和由 Rössler 模型计算的轨迹之间的相似, 表明 R Scuti 的光变性质是由低维混沌引起的, 研究指出, R Scuti 吸引子的维数比 Rössler 模型的维数高。

1988年, 法国的 Auvergne, Goupil 和 Baglin 等人^[12,13], 在研究大熊座的变光白矮星 PG1351+489 时, 也正是发现它们的分谐波的存在, 从而认定它们面临着混沌状的脉动,

他们选择变光白矮星只是因为变光白矮星具有最短周期, 大约 200s 至 800s, 在一夜观测中可得到 40 多个周期。如果脉动频率为 ν_0 , 发现还存在分谐波频率 $\nu_0/2, \nu_0/4, \dots$, 开始时恒星按单一的规则的周期振荡, 光度曲线的变化也按这个基本频率 ν_0 重复出现, 以后可能由于冷却, 光度曲线的一个完全循环周期加倍, 出现 $\nu_0/2, \nu_0/4, \dots$, 以及它的倍数, 这一级联分岔现象意味着趋向混沌振荡。Goupil 等人认为这种混沌振荡在变光白矮星中可能是个普遍现象。

1989 年, Saitou 等人^[14], 完成了简单恒星模型的全非线性研究, 成功地指出, 随着不透明度的非线性的增加, 将出现倍周期分岔, 他们得到 Feigenbaum 树枝分岔, 这证实了混沌性质确实存在。

1991 年, Goupil 等人将子波分析 (Wavelet Analysis)^[15]方法用来研究变光白矮星 G191-16 及 PG1351+489 的光变曲线。这种子波分析方法适用于研究不稳定信号, 它把光变曲线分解为不同振荡分量, 因而可以分别研究它们的瞬时特性。根据这两颗白矮星光变曲线的子波分析, 证实了这两颗星的脉动除了一个主要的大振幅振荡外, 还由一些小振幅振荡和不同频率交替振荡组成, 而且光变曲线的频率是不会全部符合脉动模式的, 因为一些频率是由非线性效应产生的。他们确实发现 G191-16 的两个振荡的振幅被同一拍频周期所调制, 同时还观察到陡的短寿命的振幅变化, 事实表明, 这些振荡频率不可能都是非径向 g 模式, 更有可能与非线性效应有关。

自 1980 年以来, 为了获得脉动变星的确切可靠的多周期解, 兴起了全球多台址 24 小时变星光度联测, 后来又发展为光谱多址联测。由于北京天文台重要的地理位置, 自 1984 年起, 我国一些专家被邀请多次参加短周期脉动变星的多址联测, 在变星的多周期解方面积累了大量高精度测光资料。本文作者之一在对积累的大量资料进行认真分析后, 发现即使是单周期变星, 如 AD CMi, 它的相邻光度极大时刻间的间隔(周期)实际上也并不严格相等, 起伏达 $\pm 1-3\%$ 个周期, 而这颗星曾被前 IAU27 委员会(变星)主席 Breger 当作光度十分稳定的典型单周期变星。这些现象说明在恒星脉动中存在着明显的非线性效应, 更典型的当然是光变曲线中的驼峰现象了。由于近几年来混沌理论引入到脉动变星的研究中, 这就导致 1992 年 1 月 8 日至 11 日在日本召开了国际天文学会第 143 次讨论会, 议题就是“变星中的非线性现象”, 可见脉动变星的非线性研究已经引起了世界上的广泛重视。

2. 准周期和锁频

目前用二维环面上的准周期运动来解释变星脉动的人并不多。1992 年 2 月, 印度的 Das 等人^[16], 开始用该理论来研究变光白矮星的光变特性。他从许多白矮星所得到的高精度测光数据, 证明在它们的功率谱中存在分谐波频率。许多白矮星显示出多重周期结构。Das 指出, 准周期运动的失稳会导致功率谱中出现类似的分谐波成份, 因而从另一种角度来解释白矮星功率谱中分谐波的存在。他认为准周期运动比 Goupil 提出的倍周期分岔更为普遍。准周期道路与近代流体中的实验一致^[17,18], 功率谱中通常先看到两个不可比的频率带, 然后突然出现宽的噪声带, 在特殊情况下, 偶尔也看到三个不可比的频率。在 40 年代, Landau 和 Hopf^[19]曾指出是由于出现无数不可比频率最终才达到湍流状态的, 但他们忽略了锁频这个重要的物理现象。事实上耗散系统中不可能无限制地出现不可比新频率, 相近频率会突然靠

拢并锁住, 频谱中只剩下较少的独立频率。实际上只要二维环面上的准周期运动就可以直接失稳而成为奇异吸引子。在功率谱中, 由于噪声的存在, 只能观测到头几个谐波, 当非线性耦合增强时, 准周期运动瓦解, 最终导致混沌运动。

3. 阵发混沌途径

阵发混沌表现在时间行为上忽而周期忽而混沌, 随机地在两者之间跳跃。阵发混沌发生在切分岔起点之前, 以一维非线性映射 $y_{n+1} = 1 - \mu y_n^2$ 为例来说明^[20,41], 一维非线性映像的重要性在于高维耗散系统的相空间体积在演化过程中不断收缩, 结果在许多截面中很接近一维映像, 因而它有一定代表性。对稳定 P 点周期, 映射可写作

$$F(P, \mu, y) = \underbrace{f(\mu, f(\mu, f(\mu, \dots f(\mu, y) \dots)))}_{P \text{ 次}}$$

考虑 $P=3$, 切分岔发生在 $\mu = \mu_c = 1.75$ 处, 当 $\mu < \mu_c$ 且接近 μ_c 时, $F(3, \mu, y)$ 曲线与 45° 分角线之间有三处狭窄的“走廊”(narrow channel), 如果迭代中的一个点恰好落在某一“走廊”附近, 一开始好像迭代向不动点收敛, 但由于不存在不动点, 在“走廊”中迭代多次之后, 从另一端出去, 经过一些大幅度跳跃之后, 又可能来到另一个“走廊”附近。“走廊”中的迭代就好像是在不动点附近踏步, 对应于近乎周期运动; 在不同“走廊”之间的跳跃, 对应于出现混沌; 整个迭代过程就好像是周期运动中随机地夹杂了一些混沌运动, μ 越偏离 μ_c , 通过“走廊”时间就越短, 终于完全达到混沌状态, 这就是从有序进入混沌的阵发途径。穿越“走廊”的时间可以估计出, 即

$$t \propto [ab(\mu - \mu_c)]^{-1/2} \quad (2)$$

由上式可看出, μ 越趋近 μ_c , “走廊”就越窄, 通过“走廊”所需的时间也越长。 μ 达到 μ_c 时, 通过“走廊”的时间 t 趋于无穷大, 即达到完全的周期状态, 反过来, μ 越偏离 μ_c , 穿越“走廊”的时间越短, 终于成为混沌状态。

巨星、超巨星的不规则光变性质就很像这种情况。甚至认为, 规则变星在它们的光度曲线中也显示出某些不规则性, 像 RV Tau 的光变曲线中^[11], 出现多周期、纯随机或两者结合, 我们认为都可以用阵发混沌机制来解释。然而到目前为止, 还没有看到有人用阵发混沌机制来探讨光变曲线中近周期及随机性, 我们则试图从这方面作些探讨, 并已得到较满意的结果。

四、恒星结构基本方程的阵发混沌特性

将变换后的恒星结构三阶微分方程(1)再作时标变换 $\tau = AK\omega_0 t$ 及数学处理后, 得

$$\ddot{x} + \dot{x} + \lambda_1 \left[1 - \frac{2\mu_2}{\lambda_1(1+\nu_1)} x + \frac{\mu_2}{\lambda_1} x^2 \right] \dot{x} + \lambda_3 x = 0$$

其中 $\dot{x} = dx/d\tau$, 采用绝热近似^[21], 并积分一次后得

$$\dot{x} + \lambda_1 x - \frac{\mu_2}{1+\nu_1} x^2 + \frac{\mu_2}{3} x^3 = 0 \quad (3)$$

由此可求得通过“走廊”的时间为

$$\tau \propto AK(3\Gamma_1(T^*) - 4)^{-1/2} \quad (4)$$

其中 K 是光度对每周期内能之比, A 是与不透明度梯度及热力学系数有关的量, $\Gamma_1(T^*)$ 是对应于不动点 T^* 的绝热指数。

我们看到, 从恒星结构基本方程所得到的(4)式与阵发混沌机制中(2)式的结果是何等的相似, 它象征着迭代点穿越一个“走廊”所需时间, 在不同“走廊”之间的跳跃象征着混沌运动的出现, 指数 $\left(-\frac{1}{2}\right)$ 与连续相变点附近关联长度^[22] ξ 的发散相比较, $\xi \propto (T_c - T)^{-\nu}$, 临界指数正好取平均场中的数值 $\nu = 1/2$ 。对不同的“走廊”, A, K 值不同, 切分岔^[10, 23] 发生在 $\Gamma_1(T^*) = 4/3$ 处。当 $\Gamma_1(T^*)$ 接近 $4/3$ 的情况, (4)式代表着迭代点从一个“走廊”的入口到出口所经历时间。在微分方程(3)所对应的离散映射中, 当一个迭代点恰好落在“走廊”附近时, 就好像迭代向不动点收敛, 在“走廊”中多次迭代后, 从“走廊”的另一端离去, 这相当于脉动变星中所观测到的近乎周期的运动; 当迭代点离开某一“走廊”经过一些大幅度的跳跃之后, 又可能来到另一个“走廊”附近, 在不同“走廊”之间的跳跃, 对应于混沌运动, 相当于在脉动变星中所观测到的纯随机运动, 整个过程看起来就好像是周期运动中随机地夹杂了一些混沌运动。 $\Gamma_1(T^*)$ 越接近 $4/3$, “走廊”越窄, 通过“走廊”所需时间越长, 当 $\Gamma_1(T^*)$ 达到 $4/3$ 时, τ 趋向无穷大, 即达到完全的周期状态; 反之, 通过“走廊”时间随着 $\Gamma_1(T^*)$ 偏离 $4/3$ 而越来越短, 最终成为混沌状态, 这就是恒星脉动从有序进入混沌的阵发道路。 $\Gamma_1(T^*)$ 是个重要参数, 因而确定论的恒星结构基本方程隐含着内在的随机性, 而这一结论决定于方程所描述的系统本身的非线性效应^[24]。

参 考 文 献

- [1] Perdang, J., in *Chaos in Astrophysics*, ed. by J. R. Buchler et al., p.11, (1985).
- [2] Geza Kovacs et al., *Ap. J.*, 334 (1988), 971.
- [3] Takeuti, M., *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 11 (1990), 279.
- [4] Hao, B. L. et al., *Commun. Theor. Phys.*, 1 (1982), 111.
- [5] Hénon, M., Heiles, C., *A. J.*, 69 (1964), 73.
- [6] Lorenz, E. N., *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20 (1963), 130.
- [7] Martens, P. G. H., *Physics Reports*, 115 (1984), 315.
- [8] Szebehely, V. et al., *Celestial Mech.*, 23 (1981), 131.
- [9] Baker, N. H., in *Stellar Evolution*, p.333, (1966).
- [10] Buchler, J.-R. et al., *Ap. J. Letters*, 320 (1987), L57.
- [11] Kollath, Z., *M. N. R. A. S.*, 247 (1990), 377.
- [12] Auvergne, M. et al., *Vistas in Astronomy*, 33 (1990), 399.
- [13] Goupil, M. J. et al., *Astrophys.*, 196 (1988), L13.
- [14] Saitou, M. et al., *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 41 (1989), 297.
- [15] Grossmann, A. et al., in *Wavelets*, ed. J. M. Combes, A. Grossmann, Ph. Tchamitchian, Springer-Verlag p. 2, (1989).
- [16] Das, M. K. et al., *Astrophys. Space Sci.*, 188 (1992), 137.
- [17] Gollub, J. P. et al., *Phys. Rev. Lett.*, 4 (1978), 948.
- [18] Fenstermacher, R. R. et al., *Fluid Mech.*, 94 (1979), 103.
- [19] Hopf, E., *Commun. Pure Appl. Math.*, 1 (1948), 303.
- [20] Thompson, J. M. T. et al., in *Nonlinear Dynamics and Chaos*, p. 171, (1986).
- [21] Auvergne, M. et al., *Astron. Astrophys.*, 142 (1985), 389.
- [22] Nicolis, G. et al., *Self-Organization in Nonequilibrium Systems*, John Wiley and Sons, New York. p.327

(1977).

[23] Aikawa, T., *Astrophys. Space Sci.*, 149 (1988), 149.[24] Chen Fusheng et al., *Astrophys Space Sci.*, 195 (1992), 341.

(责任编辑 林一梅)

Chaotic Pulsation in Variable Stars

Chen Fusheng

(Department of Physics, Jiangxi University, Nanchang 330047)

Jiang Shiyang

(Beijing Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract

The chaotic theory which was developed in 1970's have been applied to the study of pulsation in variable stars. Recent progress of studies on chaotic pulsation is described in this paper. The preliminary views on the pulsation of intermittent chaos are put forward.

国际天文学联合会专题讨论会(序号137-144)

序号	题 目	开 会 时 间	开 会 地 点	会 议 主 席
137	恒星内部	1992.4.13-18	奥地利, 维也纳	A. Baglin(法)
138	A型和相关恒星中的特殊与正常现象	1992.7.6-10	意大利, Trieste	M. Hack(意)
139	恒星脉动和脉动变星的新展望	1992.7.15-18	加拿大, 维克多利亞, EC	J. Nemec(加) D.L. Welch(加)
140	毫米波、亚毫米波干涉测量天文学	1992.10.5-9	日本, Hakone	M. Ishiguro(日) J. Welch(美)
141	太阳活动区的磁场和速度场	1992.9.6-12	中国, 北京	艾国祥(中国) H. Zirin(美)
142	天体物理等离子体的粒子加速现象	1993.1.11-15	美国, 马里兰州大学公园	A.O. Benz(瑞士) E.L. Chupp(美)
143	太阳作为一颗变星: 太阳和恒星的辐射变化	1993.6	美国, 科罗拉多, 博德耳	C. Frohlich(瑞士) H.S. Hudson(美)
144	太阳日冕结构	1993.9.20-24	捷克, Tatranska Lomnica	P. Heinzel(捷) J.C. Vial(法)

(刘金铭)

IAU Colloquium No. 137-144

(Liu Jinming)