

密近双星中的临界等位面与Roche瓣结构

周洪楠

(南京大学天文系)

提 要

在密近双星的演化理论中,临界等位面与Roche瓣起着很关键的作用。本文简要回顾了对密近双星临界等位面和Roche瓣结构的研究进展。首先概述了临界等位面和Roche瓣的经典定义;其次讨论了诸多扰动因素对临界等位面的形状和Roche瓣结构的影响;最后介绍这些研究结果在密近双星研究中的应用和结论。

一、引 言

现代观测表明,银河系天体中有60%以上是双星。在双星中两子星的演化受它们之间物质交流影响的双星称为密近双星。对密近双星的研究,涉及到恒星物理,恒星演化,高能天体物理,引力辐射等领域,目前已成为现代天体物理中最活跃的分支之一。

六十年代以来,通过对密近双星两成员星之间的物质交流的各种机制的研究,发现两子星之间的相互作用可以对恒星的形成和演化产生很大的影响。而在这种物质交流过程中,临界等位面(或称Roche极限)和Roche瓣扮演着极其重要的角色,因为它们给出了密近双星中物质交流的通道,子星体膨胀的限制范围,也直接影响到物质的抛射和吸积过程。许多天文学家,如Kopal^[1-4], Sahade^[5], Kondo^[6-8], Schuerman^[9], Vanbeveren^[10-12]等人,对密近双星的临界等位面形状和Roche瓣结构等问题进行了一系列的研究,讨论了在各种扰动因素影响下它们的变化,得到了很多理论和定量的结果,并将这些结果应用于一些实际的密近双星的研究工作中。在此,我们将在三个方面进行概述:1. 临界等位面和Roche瓣的定义;2. 各种扰动因素对Roche瓣结构的影响;3. Roche瓣结构在密近双星研究中的应用。

二、临界等位面与Roche瓣的定义

在密近双星的演化理论中,首先需要引入Roche等位面的概念^[13]。如图1所示,设 M_1, M_2 为密近双星中两子星的质量, R 为两子星的质心之间的距离。在以 M_1 的质心为原点,两子星的质心连线为X轴的直角坐标系 $o-xyz$ 中, M_1, M_2 的质量中心坐标可记为

$$\frac{M_2 R}{M_1 + M_2}, 0, 0 \quad (1)$$

而整个引力系统中, 任意一点 $p(x, y, z)$ 处所受的引力位可表为

$$\psi = G \frac{M_1}{r_1} + G \frac{M_2}{r_2} + \frac{\omega^2}{2} \left[\left(x - \frac{M_2 R}{M_1 + M_2} \right)^2 + y^2 \right] \quad (2)$$

其中

$$r_1^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad r_2^2 = (R - x)^2 + y^2 + z^2 \quad (3)$$

ω 表示系统的旋转角速度, 往往采用整个系统

的 Kepler 运动角速度 $\omega_k^2 = \frac{G(M_1 + M_2)}{R^3}$ 来代替。选取适当的质量, 长度和时间单位后, 可使(2)式无量纲化, 设 $M_1 = 1$, $R = 1$, 选取适当的时间单位使得 $G = 1$, 则(2)式变为

$$\psi = \frac{1}{r_1} + \frac{q}{r_2} + \frac{1+q}{2} \left[\left(x - \frac{q}{q+1} \right)^2 + y^2 \right] \quad (4)$$

将直角坐标转换为球坐标, 得:

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \phi \sin \theta = r \lambda \\ y &= r \sin \phi \sin \theta = r \mu \\ z &= r \cos \theta = r \nu \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

则(4)式可转换为

$$\xi = \frac{1}{r} + q \left[\frac{1}{\sqrt{1 - 2\lambda r + r^2}} - \lambda r \right] + \frac{q+1}{2} r^2 (1 - \nu^2) \quad (6)$$

其中

$$\xi = \frac{R\psi}{GM_1} - \frac{M_2^2}{[2M_1(M_1 + M_2)]}, \quad q = \frac{M_2}{M_1} \quad (7)$$

显然, 当 $\xi = \text{常数}$ 时, (6)式代表一个空间曲面, 通常称为 Roche 等位面。

如果将坐标系 $o-xyz$ 的原点移到 M_1 , M_2 的质量中心, 并以 $M_1 + M_2$ 作为质量单位, 则(4)式可变为

$$U = \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{1}{2} (x^2 + y^2) \quad (8)$$

在此

$$\mu = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \quad (9)$$

根据经典天体力学知识可知,

$$2U = \frac{2(1-\mu)}{r_1} + \frac{2\mu}{r_2} + (x^2 + y^2) = C (\text{常数}) \quad (10)$$

即为圆型限制性三体问题的零速度面。因此, 密近双星中的 Roche 等位面与圆型限制性三体问题中的零速度面是等价的, 但必须满足以下的假设条件: 1. 两子星相互绕转的轨道是圆, 它们的自转速度与绕转速度同步; 2. 两子星的密度分布都是球对称分布, 在考虑它们对外面一质点吸引时, 可视为质点; 3. 在讨论双星系统引力场中一无限小质点 P 的运动时, 只需考

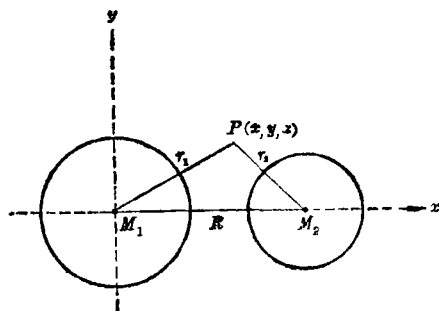


图 1 坐标系

虑两子星对 P 的引力作用而忽略 P 对两子星的作用。

从(6)式(或(10)式)可以看出, Roche 等位面是一组随常数值 ξ (或 C)变化的曲线族。当 ξ 变为等于某个特征值 ξ_1 时, Roche 等位面 $\xi = \xi_1$ 呈“哑铃”状, 即两个分别包围两子星的卵形在 x 轴上的一点 L_1 处相接(见图2)。由此, 定义 $\xi = \xi_1$ 时的 Roche 等位面为临界等位面, 或称为 Roche 极限。被临界等位面所封闭的包围两个子星的区域称为对应的子星的 Roche 瓣。 L_1 点称为内 Lagrange 点。

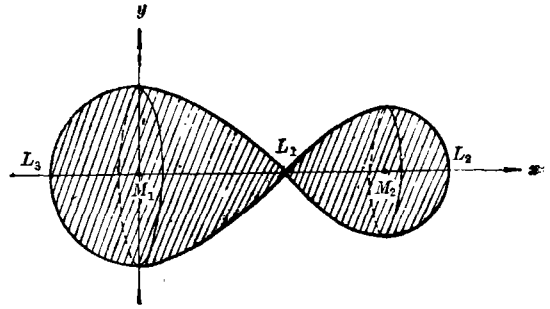


图2 临界等位面和Roche瓣的经典定义

根据恒星演化理论, 子星体在膨胀过程中, 星面可能达到临界等位面, 但不可能再继续膨胀而超出临界等位面。因此, 在双星演化过程中, 当子星的半径小于临界等位面半径时, 子星的演化规律类似于单星, 但一旦某个子星在演化过程中膨胀到接近临界等位面, 星体充满 Roche 瓣时, 物质便通过 L_1 点流向另一个子星, 两子星之间发生了质量交流, 这样就完全改变了密近双星的演化过程。由此可见, 临界等位面和 Roche 瓣在密近双星演化过程中起着相当关键的作用。

三、扰动因素对 Roche 瓣结构的影响

按上述关于临界等位面和 Roche 瓣的经典定义, 只要给出密近双星中两子星的质量比就可以得到相应的临界等位面。但事实并非如此简单, 对大多数密近双星而言, 不可能简单视为是圆型限制性问题。由于实际双星本身各种复杂因素的扰动使得传统的临界等位面和 Roche 瓣定义遭到破坏, 从而使临界等位面的形状和 Roche 瓣的结构产生畸变。这样就对双星的物质交流, 抛射和吸积过程以及双星的演化产生影响。因此, 研究诸多扰动因素与密近双星的临界等位面和 Roche 瓣的关系成为很重要的课题。下面概括介绍一下几种主要因素对 Roche 瓣结构的影响及其研究进展。

1. 轨道非圆型的影响

在实际的双星中, 两子星的绕转轨道往往不是圆, 而是具有大小不等偏心率的椭圆。Kopal^[21]和Szebehely^[14]提出在轨道偏心率不为零的情况下, 可以用椭圆型限制性三体问题来讨论系统的动力学性质。Szebehely证明, 在椭圆型限制性三体问题中仍可以推出零速度面和 Roche 极限, 记为

$$2U(x, y, z) = C^* \quad (11)$$

其中 $C^* = C(1 + e \cos f) = C^*(e, f)$, e 为偏心率, f 为真近点角。显然, 在 $e \neq 0$ 时, 密近双星的临界等位面及 Roche 瓣结构将受偏心率 e 的影响, 且随两子星的相互绕转的轨道运动而产生周期性的变化。由于偏心率的影响, Roche 瓣形状将与经典情况发生较大的偏离。从而也影响了系统中的物质交流过程, 使得星际交流介质的轨道趋于不稳定。Shelus^[15]详细讨论了这个问题, 他证明, 当两子星的绕转轨道偏心率 $e \leq 0.17$ 时, 轨道较大的抛射物质偏离圆轨道。若将主星

的质心与 L_1 点之间的距离记为 l , 则从主星抛出的物质运动至 $l/3$ 时, 它的轨道就失去稳定性。即使当 $e \rightarrow 0$ 时, 抛射物质运动至 $l/2$ 处, 其运动轨道也可能成为不稳定的。

2. 子星体的非球形影响

当两子星的密度分布为非球对称时, 子星就不能作为质点来考虑, 而必须考虑其形状因素引起的摄动。根据(6)式, 若不考虑旋转角速度的变化, 则Roche等位面的表达式简化为

$$\xi = \frac{1}{r} + q \left[\frac{1}{\sqrt{1 - 2\lambda r + r^2}} - \lambda r \right] = \frac{1}{r} + q \left[1 + \sum_{j=2}^{\infty} r^j p_j(\lambda) \right] \quad (12)$$

上式中 $p_j(\lambda)$ 是Legendre多项式。显然Roche等位面中包含了 λ 因子, 即与引力体的形状方位有关。通常把这类问题称为潮汐问题。在潮汐效应下, 临界等位面与经典的临界等位面产生偏离, 但由于大多数子星体与球形相差不显著, 因此偏离的程度不是很大。Bhatnagar和Hалан^[16-17]讨论了子星体的形状摄动对临界等位面形状的影响。在文[18]中我们也详细讨论了在两子星都存在赤道部份凸起时, 子星体的扁率因子与Roche瓣形状和 L_1 点的位置之间的关系。我们选取两子星的扁率因子为 $A_j^2 = [(AE)_j^2 - (AP)_j^2]/5$, 其中, $(AE)_j^2$, $(AP)_j^2$ 分别为两子星的赤道半径和极半径, 从而Roche等位面与参数 A_1 , A_2 有关, 即记为

$$2U = C_A(A_1, A_2) \quad (13)$$

详细的计算表明, 随着 A_1 , A_2 值的变化, 整个系统的Roche等位面形状和 L_1 点的位置都发生偏离。但是, 包围两子星的两个卵形仍在 L_1 点处相接, 临界等位面仍呈双纽形, 整个双星系统的Roche瓣结构并不变形。由此可见, 子星体的非球形影响主要表现在使包围子星的Roche瓣变大或缩小, 从而使内Lagrange点的位置随 A_1 , A_2 值的变化而向某一子星趋近或远离。

3. 辐射压的影响

辐射压的影响是诸多扰动因素中最主要的, 也是迄今为止讨论得最多的一种效应。双星中产生辐射压的最常见的机制是子星体的电子散射。Schuerman首先考虑了在由电子散射产生的辐射压作用下Roche等位面的变化。他指出, 当存在辐射压时, 其辐射压力可表为

$$F_r = \frac{\delta GM}{r_2} \quad (14)$$

其中, δ 为辐射因子, 它可以由下式求出

$$\delta = \frac{1}{4\pi c GM} \int_0^{\infty} \kappa_\nu L_\nu d\nu \quad (15)$$

κ_ν 表示在频率 ν 处的质量吸收系数, L_ν 表示在频率 ν 到 $\nu + d\nu$ 范围内的光度, c 为光速。计入辐射因子后, Roche等位面的表达式需换为

$$2U = \frac{(1-\delta)(1-\mu)}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + (x^2 + y^2) = C_r(\delta) \quad (16)$$

可见, 等位面的形状与参数 δ 有关。

Schuerman推出了一个临界辐射因子 δ_c 所应满足的关系式:

$$(1-\mu) \approx 3\delta_c^{3/2} (1 - 2(\frac{2}{3})^4 \delta_c) \quad (\delta_c \ll 1) \quad (17)$$

可以证明, 当双星中某子星的辐射因子 $\delta > \delta_c$ 时, 经典的临界等位面失去意义。两子星的物质

交流通道变宽,而且由于 δ 对Roche引力位的修正,使得 $\delta > \delta_c$ 的双星较之 $\delta < \delta_c$ 的双星形成吸积环的可能性大得多。

Kondo进一步推广了Schuerman的结果,他指出辐射压对Roche等位面的形状和双星内粒子的轨迹有显著的影响。在辐射压作用下,失去质量的子星的临界等位面不再封闭,物质可以从光度和质量较大的子星出发通过 L_1 点处或包围此子星的Roche瓣内的任一点处流失,物质的运动范围要比经典的运动区域大得多,整个系统的Roche等位面的拓扑结构被破坏, L_1 点向辐射子星靠拢,光学子星的Roche瓣变得比较小。因此,在有辐射源子星如OB型早型星和X射线源的双星中,不存在经典的临界等位面和Roche瓣。

我们也对高温双星例如WR型和O型双星中辐射压的影响作了详细的研究^[19],结果表明,辐射因子与辐射子星的表面有效温度有密切的联系。当两子星的有效温度 $T_{eff} > 30000\text{K}$ 时,临界等位面不再封闭,且在高温星的一边或两边打开,物质可能大量地从系统中逃逸出去。比利时天文学家Vanbeveren通过对X射线双星的研究指出,辐射压的影响可能导致X射线子星表面物质的逃逸速度增大,物质交流过程加速,这对于X射线子星光度的理论测定将提供重要的依据。

除了由电子散射产生的辐射压外,当双星中包含一个具有强磁场的致密子星时,临界等位面也可能在电磁辐射的影响下发生畸变。房耕等人^[20]讨论了在强磁场致密星中可能会产生一种扰动Alfén波,从而使Roche引力位产生修正,临界等位面的形状和Roche瓣的结构也相应地产生偏离。强Alfén波的扰动可能使包围两子星的临界等位面不再在 L_1 点处相接而分离为两个封闭曲面,割断了两子星间的物质交流。

4. 旋转效应

当子星的自转角速度与相互绕转的轨道运动角速度不一致时,就产生旋转效应,从而引起临界等位面的变化。此时,Roche等位面的形式为

$$2U = \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \omega^2(x^2 + y^2) \quad (18)$$

旋转角速度 $\omega \neq \omega_K$ 。Vanbeveren^[10]在讨论中将 ω 表示成Kepler角速度 ω_K 的函数,设

$$\omega = (1+f)\omega_K \quad (19)$$

f 称为旋转系数。他的研究表明,如果两个子星都有不同步的角速度,旋转系数分别为 f_1, f_2 ,则当 $f_1 > 0, f_2 > 0$ 且 $(f_1 + f_2) < 1$ 时,两个子星可能都充满各自的Roche瓣,但两个Roche瓣没有共同的接触点,即内拉格朗日点不复存在,两个子星的Roche瓣可能相互交叉,也可能分离。显然,临界等位面的稳定性被破坏。Kopal^[3,4]在1987年发表的两篇文章中进一步探讨了这个问题。他认为,在存在旋转效应的情况下,必须建立旋转Roche坐标系(文[3,4]中称为Clairaut's坐标系)和旋转的Roche模型,在这个模型中重新建立等位面的方程和重新定义旋转坐标系中密近双星的临界等位面和Roche瓣。此外,当两子星具有不同步的自转角速度,特别是自转速度较大时,两子星体可能由于旋转而变形,星体被拉长,偏离球形,引起双星相互之间的潮汐作用,从而使双星系统的等位面计算更趋复杂。各种因素之间的相互影响,使临界等位面形状和Roche瓣结构明显变化。

5. 临界等位面在交食阴影区内外的变化

对于大多数密近双星而言, 由于它们的轨道倾角比较大, 都可能发生两子星之间的交食现象。由于主、伴星的相互掩食而产生的阴影可能引起相互照射的光度和光压减弱, 也可能引起辐射压在影区内外发生变化。因此, 在由交食而形成的本影或半影区内, 各子星所受的光压力和辐射压力与在非影区内是不同的, 从而使系统的位能产生变化, 临界等位面的形状也产生畸变。Kopal讨论了这个问题^[21], 他指出, 在交食双星中, 临界等位面的相接点不是固定于内Lagrange点, 这个相接点是在一个与临界等位面相切的锥面上移动。而临界等位面的方程形式可表示为在相接点处的Taylor级数形式, 它是一个不稳定且不完全封闭的曲面。

Schuerman^[19]也认为, 由于交食影区的存在, 可能引起临界等位面的形状变化, 而这种变化与交食的几何性质相关, 等位面的曲面方程就更为复杂。

显然, 在一般情况下, 这种由交食影区所引起的临界等位面形状的变化都是很小的, 可以忽略不计。但当双星中包含有光度极大或者辐射极强的子星时, 这种影区变化就必须引起重视。Vanbeveren^[12]讨论了X射线双星HD153919和HD77581的交食影区内的等位面形式。计算出它们的食长 θ , 分别为 $\theta \approx 30^\circ$ 和 $\theta \approx 31^\circ$ 。在这样的食长内主星被掩后产生的影区内外等位面和Roche瓣结构的变化是明显的。

四、应用与结论

上述有关对经典Roche模型的修正已经在一些实际的密近双星中得到应用, 这里仅介绍几则重要的应用例子。

1. 在 X 射线双星中的应用

Schuerman、Kondo和Vanbeveren等都讨论了 X 射线双星中辐射压的影响, 并计算了存在辐射压扰动时 X 射线双星: 天鹅座X-1, 半人马座X-3, HD77851, HD153919, 3U1700-37和HD77581等的临界等位面。其中最引人注目的是由Kondo研究的天鹅座X-1的临界等位面和等位面曲线族(见图3)。从图中可以清楚地看出, 当辐射因子 $\delta=0.61$ 时, 天鹅座X-1的临界等位面在 L_2 处也打开。因此, 除在 L_1 点处进行物质交流外, 物质还可以从 L_2 处逸出双星以外。

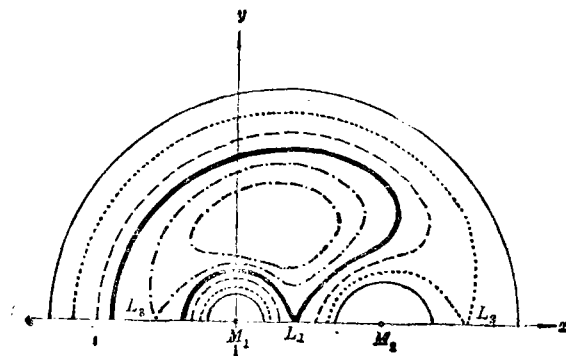


图3 在辐射压影响下Cyg X-1的临界等位面

2. 在Wolf-Rayet和O-型双星中的应用

在文[19]中,我们讨论了包含有Wolf-Rayet型或O-型子星的双星的临界等位面和Roche瓣(见图4)。图4表明,临界等位面的形状因两子星都存在辐射压而产生形变,不再在 L_1 点处相接而在相接处形成较宽的通道,Roche瓣也不再是两个封闭的区域,而是一个连通的区域。当辐射因子再增大时就可能从一边或两边打开使物质从双星系统流失。

3. 在两子星都作非同步旋转情况下的应用

Vanbeveren^[10]对旋转系数 f_1, f_2 采用不同值的多组情况进行了验证,列出了两个封闭的卵形相交接的位置,图5是其中的一组,表示当 $f_1=0.1, f_2=0.5$ 时的Roche瓣结构。

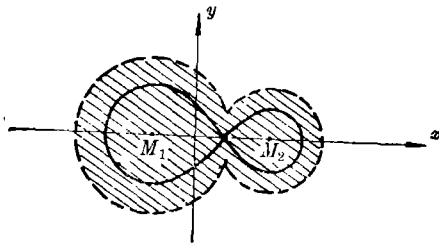


图4 Wolf-Rayet双星V444 Cygni的
临界等位面和Roche瓣

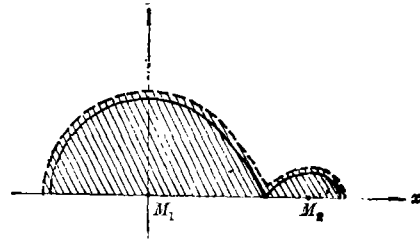


图5 在旋转系数 $f_1=0.1, f_2=0.5$ 时的临
界等位面和Roche瓣

综上所述,我们可以得出几点结论:

1. 密近双星等位面的计算是一个非常复杂的问题。Roche 根据圆型限制性三体问题的动力学性质提出的Roche模型是一种颇为合理的理想化的模式,它大大简化了密近双星引力位和等位面族的计算。因此,在双星演化理论中得到了广泛的应用和很大的成功,占有相当重要的地位。

2. 经典Roche模型所提出的临界等位面和Roche瓣的概念在一般情况下是合理的,适用的。但对于一些实际的双星,如X射线双星,WR型和OB型双星,含有强辐射源子星的双星及有强磁场的双星等等,经典的概念是不适用的,必须考虑由各种扰动因素所引起的修正。而这些特殊类型的双星在研究双星的演化,物理特性和形状结构等问题中有重要的意义。因此,深入讨论在潮汐作用,辐射压影响,旋转效应和轨道偏率等等诸多因素扰动下,密近双星引力位的计算方法和临界等位面与Roche瓣结构的变化和修正具有很实际的意义,必须加以重视。

3. 目前,对于经典Roche模型在解决某些特殊双星演化问题中的适用性的探讨还是比较粗浅的,仅仅停留于一些修正。因此,有必要深究其物理特性与Roche等位面拓扑结构之间的关系。进一步讨论各种因素交叉作用下Roche等位面的稳定性及对子星间物质交流和双星演化过程的影响。

4. 经典的Roche模型是以圆型限制性三体问题为动力学模型的。这种动力学机制与实际双星系统的动力学性质有一定的差别。Djurašević^[21]提出了一套从流体动力学基本方程出发推导等位面方程的方法,并将其用于讨论辐射压影响下临界等位面和Roche瓣形状的研

究中。采用这种动力学模型可以更便于探讨气体介质、等离子体、电磁场及黑体辐射等等物理因素与密近双星等位面形态变化和子星间物质交流过程等问题之间的关系。显然,这是一个有待于进一步研究的有意义的课题。

参 考 文 献

- [1] Kopal, Z., in *Close Binary System*, Wiley Comp., New York, (1959).
- [2] Kopal, Z., in *Dynamics of Close Binary Systems*, p. 312, D. Reidel Publishing Company, Holland, (1978).
- [3] Kopal, Z., *Astrophys. Space Sci.*, **133** (1987) No. 1, 157.
- [4] Kopal, Z., *Astrophys. Space Sci.*, **134** (1987) No. 1, 55.
- [5] Sahade, J. and Ringuelet, A., *Vistas Astron.*, **12** (1970), 143.
- [6] Kondo, Y., McCluskey, G. E. and Houck, T. E., *Proceeding of IAU Colloq.*, No. 15, p. 298, (1971);
- [7] Kondo, Y., *Astrophys. Space Sci.*, **27** (1974), 293.
- [8] Kondo, Y. and McCluskey, G. E., *Proceeding of Structure and Evolution of Close Binary Systems*, p. 277, (1976).
- [9] Schuerman, D. W., *Astrophys. Space Sci.*, **19** (1972), 351.
- [10] Vanbeveren, D., *Astro. and Astrophys.*, **54** (1977), 877.
- [11] Vanbeveren, D., *Astron. and Astrophys.*, **62** (1978), 59.
- [12] Vanbeveren, D., *Astrophys. Space Sci.*, **57** (1978), 41.
- [13] 黄克谅, 胡中为, 陈载璋编著, 天文学导论(下册), 科学出版社, (1983)
- [14] Szebehely, V., in *The Theory of Orbits*, p. 136, Academic Press., New York, (1967).
- [15] Shelus, P. J., *Celes. Mech.*, **5** (1972), 483.
- [16] Bhatnagary, K. B. and Hallan, P. P., *Celes. Mech.*, **18** (1978), 105.
- [17] Bhatnagary, K. B. and Hallan, P. P., *Celes. Mech.*, **18** (1979), 95.
- [18] 周洪楠, 陆廷卫, 余英娟: 天文学报, **25** (1984), 265.
- [19] Zhou, Hongnan and Leung, Kamching, *Astrophys. Space Sci.*, **141** (1988), 257.
- [20] Fang, G., Tong, Y. and Han, J. L., in *Proceeding of Critical Observation vs Physics Models on Close Binary Systems*, p. 287 (1988).
- [21] Djurašević, G., *Astrophys. Space Sci.*, **124** (1986), 5.

(责任编辑 林一梅)

Critical Equipotential Surface and Structure of Roche Lobes in the Close Binary Systems

Zhou Hongnan

(Department of Astronomy, Nanjing University)

Abstract

In the evolutionary theory of the close binary systems, the equipotential surface and the Roche lobes play an important role. This paper briefly reviews the progress in the study of the critical equipotential surface and the structure of Roche lobes in the close binary systems, including: (1) the classical definition of the critical equipotential surface and the Roche lobes; (2) the influence of various perturbation effects on the critical equipotential surface and the Roche lobes; (3) the application of obtained results to some close binary systems.