

# 电子计算机技术在天体力学解析 理论展开中的应用

张捷 何妙福

(中国科学院上海天文台)

## 提 要

本文回顾了三十年来电子计算机技术在天体力学解析理论展开中应用的发展,着重介绍了Texas大学Austin分校的R. Broucke于1980年建立在Cyber 170/750计算机上的程序系统,并讨论了这些程序系统的应用前景。

## 一、问题的提出

天体力学领域里研究的最基本问题是求解两个或更多个天体在相互引力作用下的运动方程。可是,正如1889年著名法国数学家和天体力学家Poincaré<sup>[1]</sup>所证明的:除特殊情况下,三体或多体问题是不可积的,即不可能求得对带有任意的初始条件,在任意时刻均有效的解析解。其实,即使是在一些非常特殊系统是可积的情况里(例如两体问题),对应的运动微分方程的解也无法用以时间为自变量的已知各种基本函数组合成的封闭显函数形式表示,而只能展开成无穷级数。

于是导致卫星和行星运动的解析理论的建立,最终归结于如下形式的三角级数的代数运算

$$\sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_n \\ j_1, j_2, \dots, j_m}} C_{i_1 i_2 \dots i_n}^{j_1 j_2 \dots j_m} p_1^{i_1} p_2^{i_2} \dots p_n^{i_n} \frac{\cos}{\sin} (j_1 M_1 + j_2 M_2 + \dots + j_m M_m)$$

其中 $i$ 和 $j$ 是整数, $C$ 是常系数,它可以是一个有理分数或浮点数, $p$ 是多项式变量, $M$ 则是角变量。

这种特殊形式的三角级数即称为Poisson级数。

为了得到精确度高的解,往往要在如上形式的三角级数中保留足够多的项,有时多到成千上万项。光靠手工演绎推导,这当然是件非常繁复的劳动,而且在演算过程中必须很小心,以免漏掉需要计及的项。最典型的例子便是上世纪末叶法国天体力学家Le Veau所建立的4号小行星Vesta的运动理论<sup>[2]</sup>。为符合当时的观测精度,他足足化了13年(1880—1892年)时间,首次用Hansen方法计算该小行星的二阶摄动。所得解非常繁杂,刊载了巴黎天文台年刊三本,共占800多页篇幅。又如要想得到人造卫星轨道要素以时间为自变量的高阶分析解,就需把它们展成含有几万项的表达式,其工作量之巨大可想而知了。

电子计算机的采用,首先在数值计算上比以往大大提高了速度,从而对天体力学领域的

数值研究产生了极大推动,促进了数值研究的迅速发展。然而,至少直到三十年前,电子计算机应用仍未进入天体力学解析理论研究的领域。例如小行星的普遍摄动计算和人造卫星运动的各种分析理论的建立过程仍然依靠“手工操作”方式。

因此,关于在电子计算机上建立一种能有效地进行天体力学的非数值运算,特别是建立可应用于解析理论展开的程序系统的需求,显得很迫切了。这个问题便成为1958年3月在纽约哥伦比亚大学和Watson科学计算实验室召开的一次国际天体力学讨论会的主要论题之一<sup>[9]</sup>。

鉴于当时的电子计算机存在着运算速度较慢,存储量不大和尚无用于文字运算的代数编译程序三大问题,在这次会议上,Grosch估计,建立能完成Delaunay月离理论那样的完整文字解析理论的计算机程序系统需时200人年。这说明这种程序系统的编制,其难度和工作量仍然是大的。三十年来计算机技术的出人意料地迅速发展,基本上已成功解决了上述三个问题。新一代的电子计算机,其运算速度快,存储量大且适用于文字符号运算的代数编译程序和其他语言也已出现,于是这种程序系统在比Grosch预计短得多的时间内相继涌现出来。虽然这些程序系统尚有不足之处,但已成为天体力学解析理论展开的有力工具。六十年代,日本古在由秀教授曾花费了整整3个月时间一手推导出了人造地球卫星的二阶摄动公式,后来应用此类计算机程序系统仅几分钟便得到了完全一致的结果。这一方面表现出古在由秀教授的惊人毅力和耐心细致,另一方面也充分说明了电子计算机技术一旦被采用到天体力学解析理论研究,便显示出了它的高效益。

时隔30年的今天,1988年7月,在美国Gaithersburg召开了国际天文学联合会第109次专题讨论会,主题就是电子计算机技术在动力天文学上的应用。会议总结了这方面的研究工作,并有了新发展,越来越受到天体力学家们的重视。

## 二、各种程序系统简介

一般说来,适用于天体力学解析理论展开的计算机程序系统,既可用较高级语言如FORTRAN或Algol,也可用低级语言编写。高级语言对使用者来说不太灵活,但较易掌握和使用;而低级语言则有较大的灵活性,但要求充分掌握汇编语言知识、基本的计算机指令以及特定的程序技术。六、七十年代里曾经编制了多种非数值运算的程序,它们大致可分为四大类:表处理、串处理、符号处理和公式处理。其中有些重要的程序至今在天体力学解析理论展开中被广泛应用。现按时间的顺序依次简介如下。

1. 1959年,Herget和Musen<sup>[4]</sup>在IBM650机上建立了用于计算Bessel函数 $J_k(ie)$ 的专用程序,可将 $J_k(ie)$ 作 $i$ 和 $e$ 的幂级数展开到19阶。

2. 1963年,Brown、Hyde和Tague<sup>[5]</sup>在IBM7090机上用汇编语言建立了用于多项式处理的通用程序,可在1秒机时内处理8000项,他们命其名为ALPAK。ALPAK有几个版本,其中ALPAK A功能较强但应用范围有限,ALPAK B则包括了版本A的许多改进和扩充。

3. 1964年,Jirauch和Westerwick<sup>[6]</sup>建立了用于推导各种动力学系统的一般运动方程的专用程序,即得到文字形式的Lagrange方程的左函数。

4. 1965年, Sammet<sup>[7]</sup>在IBM700和IBM7000系列机上建立了名为FORMAC的程序。FORMAC是FORMULA MANIPULATION COMPILER的缩写, 这是一个应用十分广泛的公式处理编译系统。FORMAC的主要优点是对于用户来说十分简便, 曾成功地应用于一些天体力学问题。但它也有几个主要缺点: (1) 缺乏足够的执行程序的空间; (2) 一些基本的代数运算简化无法自动进行, 因而不能显著缩短表达式, 例如FORMAC不能识别 $\cos(-\theta) = \cos\theta$ 或 $e^{0-x} = e^{-x}$ ; (3) FORMAC可将所产生的表达式输出到磁带上, 但清除程序ERASE不能在输出的信息上操作, 指令使用范围有限。

5. 1965年, Perlis等人<sup>[8]</sup>将表处理、串处理和一般处理过程连接为单一语言, 建立了名为FORMULA ALGOL的程序系统。它适用于文字、代数和符号运算。但为了熟练地使用此程序, 用户必须学会相当复杂的语法, 不仅仅是程序语言, 还需掌握其他方法和技术诸如有理函数的最优化算法, 简约方法, 动态存储分配技术等。并且要求用户自己设计所有所需的符号和公式处理的函数。从另一侧面看, 正因为用户本身可完全控制文字程序的设计, 故此程序的应用是很有效的。

6. 1965—1966年, 史密松天体物理台和麻省理工学院的Izsak和他的同事们<sup>[9]</sup>用Fortran II语言建立了可用于Newcomb算子和行星摄动函数展开的专用程序。用这些程序以简单方式生成了摄动行星位于被摄动行星轨道之内情形下的Newcomb算子。他们用此专用程序在计算机上只花了几分钟时间便重复了Newcomb用手工推导的结果, 并发现Newcomb算子的8阶多项式表达式与Newcomb本人推出的不尽相同, 证实了1955年Sharaf<sup>[10]</sup>所推导的结果, 且进一步给出了许多更高阶项。

7. 1966年, 英国Cambridge大学的Barton<sup>[11]</sup>在Titan机上用Atlas 2汇编码建立了一个能生成包含有8个多项式参数和6个角引数的Poisson级数的专用程序。应用于Delaunay月离理论中的月球摄动函数展开, 它运算2分钟便可展开到6阶, 7分钟内展开到8阶, 即重新推得了Delaunay的全部表达式, 在50分钟内则可得到比Delaunay解高2阶即10阶的展开式。按Barton的估计, 机速与人速之比约为一万比一。此程序经Bourne和Horton的改进和完善, 形成了CAMAL软件系统。

8. 1968年, 法国经度局的Kovalevsky、Chapront、Mangeney-Ghertzman等人<sup>[12]</sup>在Bull Gamma 30S机上建立了能生成包含有5个多项式参数和4个角引数的Poisson级数的专用程序。此程序用于建立展开到6阶的月离理论, 以作校核。与此同时, 法国Meudon天文台的Collet和上述小组合作, 用Fortran语言在IBM7040机上也建立了类似程序。

9. 1969年, 美国Boeing科学研究实验室的Rom<sup>[13,14]</sup>在Deprit, Danby, Henrard等天体力学专家的协助下, 花费近十年的心血, 建立了新的代数运算计算机化软件系统MAO (Mechanized Algebraic Operations)。MAO也是以文字代数形式处理Poisson级数, 最多能处理含10个多项式变量和6个三角变量, 指数值从-64到+63的级数。它是由以汇编语言写成的31个子程序组成, 在IBM360/44机上运行, 采用动态存储模式。MAO的主要应用是推导微分方程的文字解析解, 所得到的解以小参数的幂级数表示, 而幂级数的系数则是Poisson级数。应用MAO可解决天体力学中大量中等尺度的问题, 例如人造卫星运动理论, 分析月离表<sup>[15]</sup>等。

10. 1970年, 美国Texas大学Austin分校的Jeffreys, 用Fortran语言建立了Poisson级数

处理软件系统TRIGMAN<sup>[16]</sup>。此后,为了使用此系统处理问题时程序的简化,他用Bell电话实验室开发的串处理语言SNOBOL编写了一个预编译程序TRIGRUN<sup>[17]</sup>。此程序约有500条语句,它允许在Fortran程序里引进一个新的数据类型SERIES,于是可将用户的程序译为合法的Fortran形式。因SNOBOL是一种极为有效的串处理语言,可用于多种不同的计算机,故此预编译程序同样可被采用于其他Poisson级数处理系统。

差不多同时期,美国海军天文台的Seidelman<sup>[18]</sup>也建立了类似的软件系统,用于行星的普遍摄动的迭代解法。

11. 1972,美国史密松天体物理台的Cherniack<sup>[19]</sup>在CDC6400机上建立了Fortran语言可存取的Poisson级数处理系统SPASM (Smithsonian Package for Algebra and Symbolic Manipulation)。此系统易使用,且能处理较复杂的展开式,故比起其他系统来其通用性更强。SPASM曾被Aksnes用以校核他的博士论文:“基于中间轨道的人卫运动二阶解”,并被用来校对和改正Kozai的日月摄动表达式。

12. 在七十年代里,苏联理论天文研究所Brumberg<sup>[20]</sup>为首也建立了通用Poisson级数处理程序UPP (Universal Poissonian Processor)。

13. 1981年,紫金山天文台洗鼎璋等人<sup>[21]</sup>在JQ-6机上用BCY语言也编制了一个Poisson级数处理程序。它被用于展开大行星如火星的普遍摄动。

14. 在八十年代初,美国Texas大学Austin分校的Broucke<sup>[22]</sup>积十几年在此领域工作的经验,广采各家之长,集其大成,最终用标准Fortran IV语言在CYBER170/750机上建立了迄今最为系统、完备和有效的Poisson级数的符号运算软件包SERIS 1S, 2S, 3S。近年来,他的学生Richardson<sup>[23]</sup>为使此软件系统使用更灵活方便,正把它移植到IBM-PC微机上,并将移植后的软件系统称为PARSEC。由于SERIS 1S, 2S, 3S是当今在天体力学解析理论研究中应用最为广泛的系统,将在下节里作专门介绍。

### 三、SERIS 1S, 2S, 3S软件系统

#### 1. 系统的结构

SERIS 1S, 2S, 3S的子程序按其功能,可分为五大群:

(1) 通信子程序库——其功能是生成或消除级数中的有关项,共有29个子程序。

(2) 算术子程序库——其功能是执行各种算术运算,包括加、减、乘、除、微分、积分、求偏导数、阶乘、两项式系数等44个子程序。

(3) 输入输出子程序库——其功能是执行级数的各种格式的输入和输出,共有21个子程序。

(4) 基本天体力学子程序库——其功能是生成Bessel函数、Legendre函数、Laplace系数、Hansen系数以及两体问题中有关展式,展开限制性三体问题,地球或中心体重力场的摄动函数,人造卫星摄动理论中的倾角函数和偏心率函数等。共有50个子程序。

(5) 调和分析子程序库——其功能是把周期函数展开成一元或二元Fourier级数,共有5个子程序。

## 2. 存储技术

级数的存储技术是基于如下几个原则:

(1) 每个新Poisson级数在投入运算前首先要被“定义”。当定义时, 一个整数值就赋予这个级数, 作为它的FORTRAN名字。

(2) 级数的所有项均接续地存储在两个栈里: STACKC用于存储双精度的系数 $C$ ; STACKA是整型变量数组, 用于存储多项式变量的幂指数 $i_1, i_2 \dots i_n$ 和角变量的引数 $j_1, j_2 \dots j_m$ , 而且为了节省空间, 这些小整数按照所用计算机的字长以压缩格式存储。

(3) 级数的正弦或余弦项用一个附加的整引数 $L$ 来区分。 $L=0$ 则表示该项是余弦项, $L=1$ 则表示该项是正弦项。

(4) 每个级数均可用两个整数代表。其中一个整数表示该级数的首项在存储栈里的起始地址, 另一个整数表示该级数所具有的项数。这两个整数分别存储在由两个整型变量数组构成的双代码词典DIC1和DIC2里, 且占据同一行。而该行的序数就是此级数的FORTRAN名字。

(5) 当一个级数从存储栈中被“清除”时, 其FORTRAN名字和词典里对应的行数置为零。如果被清除的级数在存储栈里不属最后一个, 那么在存储栈里空出的位置被跟在它后面的所有级数上移所填充。然而, 在词典里留出的空行仍保留, 它将由以后新定义的级数填入。

(6) 级数在存储栈和词典里的排列次序不一定要相同。每个级数在词典里始终占据一个固定不变的位置, 但它在存储栈里的项由于其他级数项的运算而被移上或移下。

(7) 在具有固定维数(此维数可由用户改变)的大存储区范围内, 内部存储分配是动态的。

(8) 该系统能自动清除级数中其系数 $C$ 的绝对值小于某一给定小数 $\varepsilon$ 的项, 因此可显著节省存储空间和机时。

(9)  $i_n$ 和 $j_m$ 的个数可很容易地由用户改变。

(10) 系统实际上完成的只是与 $C, i_n, j_m$ 和 $L$ 有关的标准数值运算。所以计算机完全不需要知道多项式变量和角变量的名称和物理意义。

如图1给出了一个名为 $x$ 的级数存储的例子:

“DEFINE”子程序在词典里把第10行赋与这个级数。由此, 数值“10”也就是它的FORTRAN名字。这个级数在存储栈里从2001地址开始存储且含有15项, 于是“2001”和“15”两个数则分别被存储在词典DIC1和DIC2里的第10行。

## 四、应用

上述各种非数值符号运算软件系统在天体力学解析理论的展开中得到了实际应用<sup>[24-26]</sup>。如应用于建立分析月离理论, 大行星、小行星的普遍摄动理论, 人造卫星运动理论, 章动理论等, 其中尤以Broucke的软件系统应用最为广泛。由于该系统具有三大特点: (1) 几乎不依赖于所使用的计算机; (2) 对Poisson展式中的多项式变量和三角变量的数目和大小没有限制; (3) 先进的存储技术, 目前在美国、西欧诸国、日本等都普遍使用它。承蒙Broucke教授本人的允诺和帮助, 我们也引进了此软件系统, 并已成功移植到IBM4341机上。在此基础

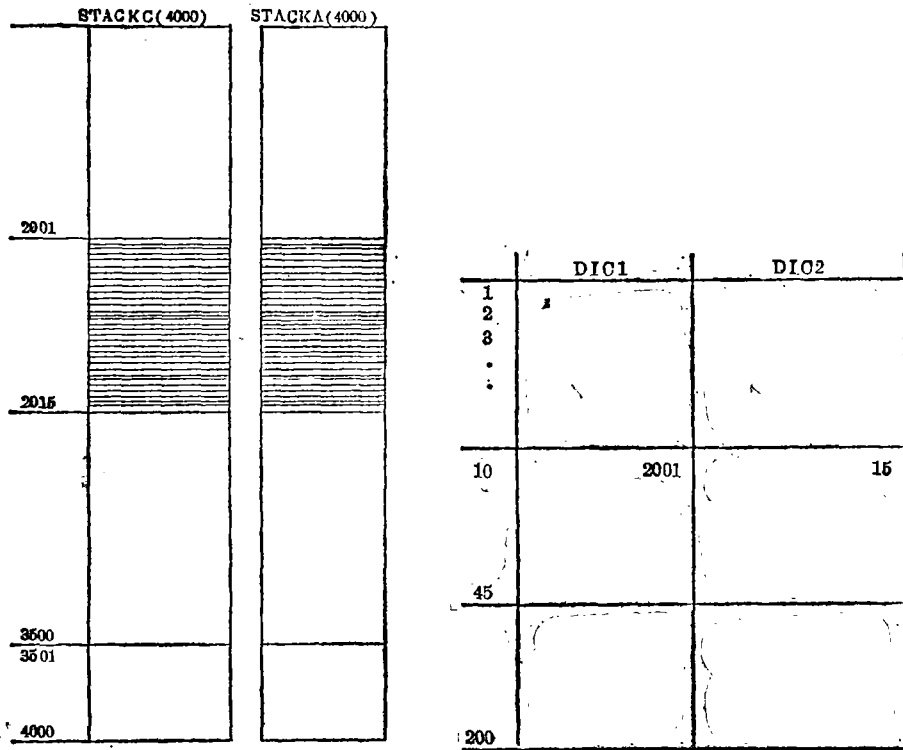


图1 (1)典型存储栈配置 (2)典型词典配置

上, 我们根据Hansen方法, 重新展开了几十颗伏洛拉群小行星受木星引力作用的普遍摄动。与五、六十年代里用Hansen-Bohlin群法所得的结果作了比较。当时即使用简化的群法, 靠手工操作计算一颗小行星的普遍摄动需花3周时间, 而现今在计算机上直接藉Hansen方法计算小行星的普遍摄动所需机时(CPU)不到2分钟。日本的平山智啓等人<sup>[27]</sup>还用Broucke系统推导出了太阳系质心动力学时与地球动力学时之间差异的很精确的解析表达式。更进一步, 这些符号运算软件系统还可应用于星系动力学, 甚至非线性动力学和理论物理学各个领域里的解析推导中。

因此可以这么说, 电子计算机技术在非数值符号运算中的应用, 解放了天体力学家和其他科学家在解析推导中繁重的手工劳动。有许多实例充分阐明了应用计算机做文字代数运算, 不仅速度快得多, 结果精确得多, 并且使得我们有可能处理以前因手工劳动太花费时光(甚至需毕生精力)从而望而生畏和放弃的问题。同时, 可以让科学家把它们精力全部倾注于力学或物理模型的建立上。由此可见, 应用计算机进行解析推导在促进天体力学和其他一些学科发展中的重要作用。随着计算机技术的迅速发展, 相信必定会有采用更新更高级语言编写的效率更高和更完备的符号运算软件系统涌现出来。

### 参 考 文 献

- [1] Poincaré, H., Les Methodes Nouvelles de la Mecanique Celeste, Gauthier-Villars, Paris, (1892—

- 1899).
- [2] Le Veau, G., *Annales de l'Observatoire de Paris (Mém)*, 15, A1 (1880); 17, B1 (1883); 20, C1 (1892).
- [3] Davis, M. S., *Astron. J.*, 63 (1958), 464.
- [4] Herget, P. and Musen, P., *Astron. J.*, 64 (1959), 11.
- [5] Brown, W. S., Hyde, J. P. and Tague, B. A., *Bell System Tech. J.*, 42 (1963), 2081.
- [6] Jirauch, D. H. and Westerwick, R. A., Tech. Documentary Rept. RTD-TDR-63-4200, (1964), Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio.
- [7] Sammet, J. E., IBM/SDD, Poughkeepsie, New York, Tech. Rept. No. TROO. 1367, (1965).
- [8] Perlis, A. J., Iturriaga, R. and Standish, T., A Preliminary Sketch of FORMULA ALGOL, Center for the Study of Information Processing, Carnegie Institute of Technology, (1965).
- [9] Izsak, I. G., Benima, B. and Mills, S. B., *Smithsonian Astrophys. Obs. Spec. Rept. No. 164*, (1966).
- [10] Sharaf, S. G., *Trans. Inst. Theoret. Astron., Leningrad*, 4 (1955), 3.
- [11] Barton, D., *Astron. J.*, 71 (1966), 438.
- [12] Chapront, J. and Mangeney-Ghertzman, L., *Astron. J.*, 73 (1968), 214.
- [13] Danby, J. M., Deprit, A and Rom, A. R. M., *Mathematical Note No. 432 (D1-82-0481)*, Boeing Research Laboratories, (1965).
- [14] Rom, A., *Celestial Mechanics*, 1 (1970), 301.
- [15] Deprit, A., Henrard, J. and Rom, A., *Astron. J.*, 76 (1971), 269.
- [16] Jeffreys, W. H., *Celestial Mechanics*, 2 (1970), 474.
- [17] Jeffreys, W. H., *Ibid*, 6 (1972), 117.
- [18] Seidelman, P. K., *Ibid*, 2 (1970), 134.
- [19] Cherniack, J. R., *Ibid*, 7 (1973), 107.
- [20] Brumberg, V. A., *IAU Colloquium No. 109*, (1988).
- [21] 洗鼎璋等, *天文学报*, 23 (1982), 65.
- [22] Broucke, R., A Fortran-4 System for the Manipulation of Symbolic Poisson Series with Application to Celestial Mechanics, IASOM TR80-3 (1980), the University of Texas at Austin.
- [23] Richardson, D. L., *IAU Colloquium No. 109*, (1988).
- [24] Davis, M. S., *Astron. J.*, 73 (1968), 195.
- [25] Kovalevsky, J., *Astron. J.*, 73 (1968), 203.
- [26] Davis, M. S., in *Recent Advances in Dynamical Astronomy*, 351, (1973).
- [27] T. Hirayama and H. Kinoshita, *Proceedings of Nineteenth Symposium on Celestial Mechanics*, p.87, (1936).

(责任编辑 刘金铭)

## Application of the Computer Technology to the Expansion of Analytical Theories in Celestial Mechanics

Zhang Jie He Miaofu

(Shanghai Astronomical Observatory, Academia Sinica)

### Abstract

This paper reviewed the development of application of the computer technology to the expansion of analytical theories in celestial mechanics during past 30 years, mainly introduced the software system program established on CYBER 170/750 by R. Broucke of the University of Texas at Austin in 1980, and discussed the application of this kind of programs.