

强磁场中氢原子和氢分子 离子的研究近况

梁绍荣

(北京师范大学物理系)

提 要

已经确认中子星表面存在强磁场,所以强磁场中原子、分子(特别是H和H₂⁺)的能级就成为颇具吸引力的天体物理研究课题。

本文首先较详细地介绍了在强磁场中氢原子的薛定谔方程的几种近似解法,并对一些低能态的能量和波函数现已取得的较为满意的结果作了介绍。然后,综述了在同样条件下对H₂⁺的研究情况。最后,谈及这种问题中的相对论效应。

我们都熟知磁场的性质,并能利用它为我们服务。但是,在大范围天体宇宙中,磁场有它独特的性质,这些特性常常是在地面实验室中不能知晓的。于是,宇宙就成了进一步发现和了解磁场性质的巨大实验室。

电子在磁场中运动可以产生中微子,这是恒星形成和冷却的关键问题之一,也是七十年代天体物理的重要研究成果之一。此后,《磁场在物理和天体物理中的作用》以及《宇宙磁场》等专著相继问世。

1967年末发现了脉冲星,这是一项重大科研成果,发现者因之获得了1974年度的诺贝尔物理学奖。脉冲星被证认为快速旋转的磁中子星,由中子星的光谱可确定其表面存在超强磁场,强度约为 5×10^{12} G,比目前在实验室中所能获得的强磁场(10^6 — 10^7 G)高5—6个数量级,因此,对强磁场中物态的研究是目前天体物理学中很活跃的一个方面。本文仅就强磁场中氢原子和氢分子离子的研究近况作简要评述。

一、强磁场中的氢原子

我们知道,自由电子在匀强磁场(本文所谈的磁场均为匀强,不再说明)中运动,可由薛定谔方程求解,其解为电子绕磁场 \mathbf{B} (与 z 轴平行)作螺旋运动,其量子化半径为

$$r_L = \frac{\hbar}{m_e \omega_H} (2n_p + 1) \quad (1)$$

1984年9月17日收到。

• 和H的研究情况相比,对H₂⁺的注意力显得不足,但这个问题又很重要,因为H₂⁺是所有分子中最简单的一种。

式中 m_e 为电子质量, $n_p=0, 1, 2, \dots$, 而

$$\omega_H = \frac{eB}{m_e c} \quad (e > 0) \quad (2)$$

同时得出, 电子的能量为

$$E = \hbar\omega_H \left(n_p + \frac{1}{2} |m| - \frac{1}{2} m + \frac{1}{2} \right) + \frac{p_z^2}{2m_e} \quad (3)$$

这说明, 沿磁场 B (z 轴)方向能级是非量子化的, 但在垂直于磁场平面内运动的自由电子的能级却是量子化的。(3)式中第一项称为“朗道能级”, m 为磁量子数, 当 $m \geq 0$ 时, 则 E 与 m 无关, 或者说, 哈密顿算符 \hat{H} 是无穷简并的, 因为 $m=0, 1, 2, \dots, \infty$ 。由量子力学可知, 电子的螺旋“轨道”中心(x_0, y_0)不可能同时有确定值, 但 $\rho_m^2 = x_0^2 + y_0^2$ 有确定值, 即

$$\rho_m = (2m + 1)^{1/2} b \quad (4)$$

$$b = \left(\frac{\hbar c}{eB} \right)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{B_{12}}} (2.6 \times 10^{-10}) \text{ (cm)} \quad (5)$$

式中 B_{12} 是以 $10^{12}G$ 为单位的, 当 $B \sim 10^{12}G$ 时,

$$b \sim 2.6 \times 10^{-10} \text{ (cm)}$$

这就是电子绕磁场内作螺旋运动的最小半径, 显然 b 比波尔半径 a_0 小得多。

当考虑电子自旋时, \hat{H} 中应加一项 $(-\vec{\mu}_B \cdot \mathbf{B})$, 则(3)式(取 $m \geq 0$)变为

$$E = \hbar\omega_H (n_p + m_s + 1/2) + \frac{p_z^2}{2m_e} \quad (6)$$

式中 $m_s = \pm 1/2$, 当 $m_s = -1/2$ 时, 上式中第一项变为 $n_p \hbar\omega_H$ 。

在氢原子中, 电子运动方程的哈密顿算符与前者相比只多出库仑相互作用一项。它的作用有两个: 一是将(6)式中的 $\frac{p_z^2}{2m_e}$ 变为 ϵ_{n_z} , 于是多了一个量子数 n_z ; 二是由于 ϵ_{n_z} 仍与 m 有关, 所以解除了由 m 引起的无穷简并。库仑场的作用主要是约束电子的纵向运动, 因之在磁场中使原子呈圆柱形, 如图1所示。可见, 在超强磁场中, 原子不再是球对称而是柱对称的。因此通常的元素周期表已不复存在, 因为它的基础(球对称)已被破坏, 同时结合能显著增大(见表1)。以上是在超强磁场中的自由电子和氢原子的简要情况。

为了描述强磁场中的氢原子的研究情况, 需要引入一个符号 γ , 它定义为

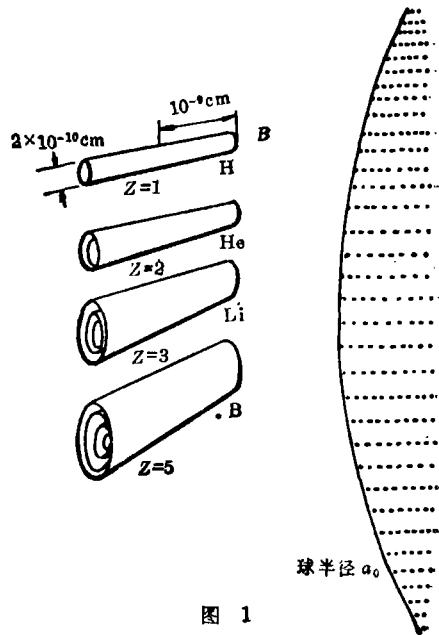


图 1

$$\gamma = \left(\frac{a_0}{b}\right)^2 = \frac{1}{2} \hbar \omega_H / R_v = B/B_0 \quad (7)$$

$$\left(1 R_v = \frac{e^2}{2a_0} = 13.6 \text{ eV} \right)$$

$$\text{当 } \gamma=1, B=B_0 = \frac{\hbar c}{a_0^2 e} = 2.35 \times 10^9 \text{ G}$$

当 $\gamma \gg 1$ 时称超强磁场, $\gamma \sim 1$ 时称强磁场。

由于存在磁场, 薛定谔方程很难得到解析解, 所以多用近似方法, 以求氢原子的能级和能级间的跃迁几率。常用的近似方法有:

(1) 微扰法 当 $\gamma \ll 1$ 时, 磁场的作用可视为微扰, 如通常的塞曼效应; 当 $\gamma \gg 1$ 时, 则库仑场的作用可视为微扰, 但这只对垂直于磁场的横向运动而言。对纵向, 磁场无作用, 所以仍是库仑场的作用。用这种方法可求得在超强磁场 ($B \sim 10^{12} \text{ G}$) 中氢原子的能级, 它不能适用于任意 γ 值的情况, 而仅能分别适用于 γ 较大或较小的情况, 所以使微扰法的应用受到限制。

(2) 绝热近似 因为库仑场是球对称的, 而磁场使氢原子呈柱对称, 所以两者结合在一起时, 就难以用分离变量法求解。绝热近似是将波函数的柱坐标形式近似地写成

$$\psi(\rho, \varphi, z) = \Phi(\rho, \varphi) f(z) \quad (8)$$

这种方法对 $\gamma \gg 1$ 时很有效^[2]。

(3) 变分法 这种方法应用较为广泛, 由于采用的尝试波函数不同, 又可分为

(i) 线性组合: 即将尝试波函数写为

$$\psi(R, \theta, \varphi) = \sum a_i \Phi_i \quad (9)$$

式中 Φ_i 为氢原子在无磁场 ($B=0$) 时的波函数, 取 a_i 为变分参数。这种方法对 $\gamma \ll 1$ 时好一些, 因为这时磁场还不太强, 氢原子还保留一定的球对称性质^{[3], [5]}。

(ii) 柱、球组合: 它将球对称与柱对称结合起来, 这样就能反映库仑场和磁场同时存在时的特点。因此, 它适用于任意 γ 值。它的尝试波函数为^[4]:

$$\psi_m = N_m \Phi_m(\varphi) R_{0m}(\varphi) P_{10}(r, Z') \quad (10)$$

式中,

$$P_{10}(r, Z') = 2 \left(\frac{Z'}{a_0}\right)^{3/2} \exp(-Z'r/a_0)$$

并取 Z' (有效电荷) 为变分参数。这种方法不仅物理意义较为合理, 而且计算方面也较简单, 所得结果也较好。

(iii) 在算符中显含变分参数: 这一方法有别于一般, 值得介绍。在均匀磁场中, 氢原子中的电子运动方程的哈密顿算符为

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2m_e} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{m_e^2}{\rho^2} \right] + \frac{eB\hbar}{2m_e c} m_l + \frac{e^2 B^2}{8m_e c^2} \rho^2 - \frac{e^2}{(\rho^2 + z^2)^{1/2}} \quad (11)$$

先讨论基态 ($m_l=0$), 这个近似方法取基态波函数为^[6]

$$\psi_0 = \Phi_0(R) \quad (12)$$

而

$$R = (\rho^2 + \beta z^2)^{1/2} \quad 0 \leq \beta \leq 1 \quad (13)$$

这样选取 β 是以原子在强磁场中变形且体积变小的事实为依据的, 利用变分条件

$$\delta\langle\Phi_0|\hat{H}|\Phi_0\rangle - E_0\langle\Phi_0|\Phi_0\rangle = 0$$

得:
$$-\frac{\psi^2}{2m_e} \frac{2+\beta}{3} \frac{d^2u_0}{dR^2} + V_0(R)u_0 = E_0u_0 \quad (14)$$

式中
$$u_0 = R\Phi_0, \quad V_0(R) = \frac{2}{3} \frac{e^2B^2}{8m_e c^2} R^2 - \frac{Z_0 e^2}{R}$$

而
$$Z_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{1-\beta} \right)^{1/2} \ln \frac{1+(1-\beta)^{1/2}}{1-(1-\beta)^{1/2}}$$

当 $\beta=1$, $Z_0 \rightarrow 1$, 则(14)式恰为 $B=0$ 时的氢原子基态的薛定谔方程。当磁场加入并逐渐增强时, 原子形状将由球对称逐渐变为柱对称, 这可由 β 值的逐渐变小反映出来, 故取 β 为变分参数。这样, (14)式中的动能、势能算符就显含 β 了。这一方法得到的结果如表1所示。

表1 氢原子基态的结合能 (eV)

B(G)	γ	LH ^[4]	BNW(β) ^[6]	SO ^[7]
0	0	13.6	13.6(1)	13.6
4.7×10^9	2	26.9	27.6(0.662)	27.8
4.7×10^{10}	20	55.7	58.7(0.244)	60.2
2.35×10^{11}	100	94.3	98.7(0.103)	102.9
7.05×10^{11}	300	133.4	137.8(0.054)	143.8
2.35×10^{12}	1000	192.0	193.7(0.026)

表中 LH 即前述[4]中的结果, SO是 Surmelian 等人^[7]的结果。虽然这一方法最繁琐, 但却被认为是(当 $B < 7 \times 10^{11}$ G时)最好的数据。BNW(β)是文[6]的结果, 括号中的 β 是变分参数的值。该文的结果比 LH 的要好些。还可看出, 结合能随磁场增强而显著增大。

当 $m_l = -1$, 得氢原子的第一激发态, 取

$$\Psi_1 = e^{i\varphi} \rho \Phi_1(R)$$

由变分条件:

$$\delta\langle\Psi_1|\hat{H}|\Psi_1\rangle - E_1\langle\Psi_1|\Psi_1\rangle = 0$$

得:
$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{4+\beta}{5} \frac{d^2u_1}{dR^2} + V_1(R)u_1 = E_1u_1 \quad (15)$$

式中
$$V_1(R) = \frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{4+\beta}{5} \frac{2}{R^2} + \frac{4}{5} \frac{e^2B^2}{8m_e c^2} R^2 - \frac{eB\hbar}{2m_e c} - \frac{Z_1 e^2}{R}$$

$$u_1 = R^2 \Phi_1$$

$$Z_1 = \frac{3\beta^{1/2}}{4(1-\beta)} \left[\frac{2-\beta}{2(1-\beta)^{1/2}} \ln \frac{1+(1-\beta)^{1/2}}{1-(1-\beta)^{1/2}} - 1 \right]$$

同样, 当 $\beta=1$, $Z \rightarrow 1$, (15)式恰好为 $B=0$ 时氢原子的 $2p$ 态的方程。所得结果如表2所示。

由表2明显看出, 该文的结果对激发态是最好的。

还需说明, 因为自由电子在磁场中的最低能级为 $\frac{1}{2}\hbar\omega_H$ [见(3)式], 故基态的结合能为

表2 氢原子第一激发态的结合能(eV)

B(G)	γ	SO ^[72]	LH ^[41]	BNW(B) ^[69]
0	0	3.40(1)
2.35×10^9	1	12.35(0.487)
4.7×10^9	2	16.18(0.377)
4.7×10^{10}	20	38.9	36.0	39.1(0.140)
2.35×10^{11}	100	63.2	64.2	69.6 (0.064)
4.7×10^{11}	200	63.4	81.7	87.8(0.044)

$(\frac{1}{2}\hbar\omega_H - E_0)$, 第一激发态的结合能为 $(\frac{1}{2}\hbar\omega_H - E_1)$, 表 1 和表 2 中的数值就是这样得出的。

(iv) 绝热近似: 在变分法中也可采用如(8)式形式的波函数, 在其中再引入变分参量, 如 de Melo 等人所作的^[8], 其结果表明仍是在高强磁场区间($10^{10}\text{G} \leq B \leq 10^{14}\text{G}$)较好。

以上所述仅限于能级的计算, 关于跃迁几率方面的文章也不少, 如 Kara 等人^[9]用微扰法计算出当 $0 \leq \gamma \leq 1$ 时氢原子的最低的 14 能级, 并得出选择规则为

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \parallel \mathbf{B} \quad \Delta m = 0 \quad \Delta \pi = \pm 1 \\ \mathbf{E} \perp \mathbf{B} \quad \Delta m = \pm 1 \quad \Delta \pi = 0 \end{aligned}$$

其中 \mathbf{E} 为辐射电场强度, 同时算出相应的各态之间的跃迁几率。

Wunner^[10]用精确的数字波函数采用绝热近似法所得的跃迁几率比 Wadehra^[11]用变分法得到的跃迁几率大 15% 左右。之后 Wunner 等人^[12]1982 年又用精确的数字波函数求出能级权重和规则(energy-weighted sum rules), 比 Wadehra^[13]1981 年提出的取和规则有了改进, 所以结果也更好一些。

Herold 等人^[14]1981 年对超强磁场中的氢原子问题提出了新看法。他们认为, 以前所讨论的氢原子问题, 实质上都作为超强磁场中的单体问题(电子在不动的质子的库仑场中运动)来处理的, 但质子的质量并非无限大, 这样就忽略了: (i) 质子的有限质量的影响; (ii) 质心运动对内部运动的影响。当 $B=0$ 时, 质心运动和内部运动是没有关系的, 但当 $B \neq 0$ 时, 两者是相关的, 且当磁场很强($B \geq 10^{11}\text{G}$)时, 质心运动对内部运动的影响是不可忽略的。他的这篇文章分三个部分: (i) 多体问题; (ii) 二体问题; (iii) 氢原子问题。该文在讨论氢原子问题时, 指出绝热近似的合理界限, 并得出不同磁量子数, 由于 M 值 ($M = m_+ + m_-$) 有限对能级和跃迁几率的明显影响。

目前, 对任意磁场强度下氢原子的低能级已得到较好的结果, 现正向计算高激发束缚态的能级和跃迁几率方面发展, 但对 H^+ 在强磁场中的行为却注意得不够^[15]。很遗憾, 直到现在, 还没有能够求出强磁场中氢原子的薛定谔方程的解析解, 甚至认为, 由于柱对称和球对称耦合而不可能得到解析解^[23]。

二、强磁场中的 H^+

在证实中子星表面存在超强磁场之后, 对强磁场中的 H^+ 状态的研究也逐渐开展起来,

因为 H_2^+ 是最简单的分子，研究它具有基本意义，由此可以得到强磁场中的双原子分子的共价键情况等。

de Melo等^[16]用氢原子波函数的线性组合得到 H_2^+ 的波函数：

$$\psi = C_a \Phi_a + C_b \Phi_b \tag{16}$$

式中 Φ_a 、 Φ_b 分别为中心在 a 、 b 的氢原子 $1s$ 状态波函数，而

$$\Phi(\mathbf{r}) = \beta_1^{3/2} R_{10}(\beta_1, r) Y_{00}(\theta, \varphi) = N_1(\beta_1) e^{-\beta_1 r/a_0}$$

式中 β_1 为变分参数。他得出当 $B \leq 10^{10} G$ 时， H_2^+ 的电离能 E_I 和离解能 E_D ，如图2、3所示。该文还用比(16)式更复杂的组合方法，但收效甚微。

de Melo等^[17]用绝热近似形式的波函数再引入变分参数，求得在 $10^{10} G \leq B \leq 10^{14} G$ 区间的 H_2^+ 的结合能 E_B 和离解能 E_D ，如图4、5所示。

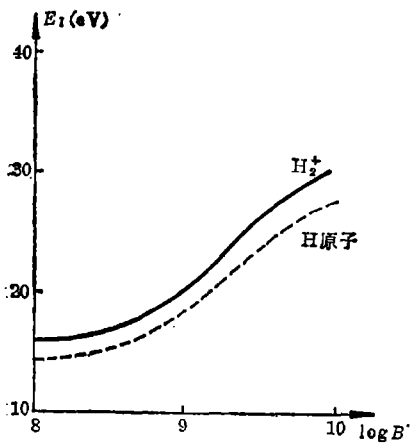


图 2

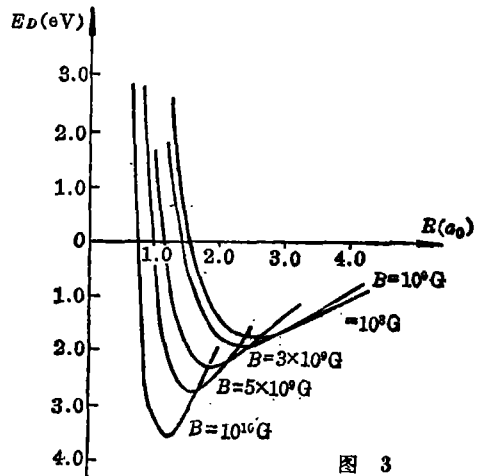


图 3

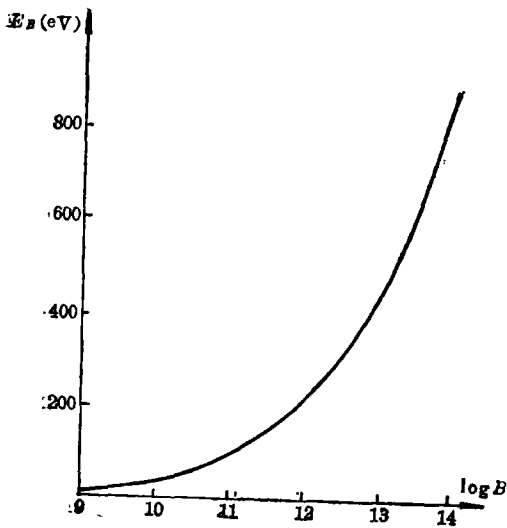


图 4

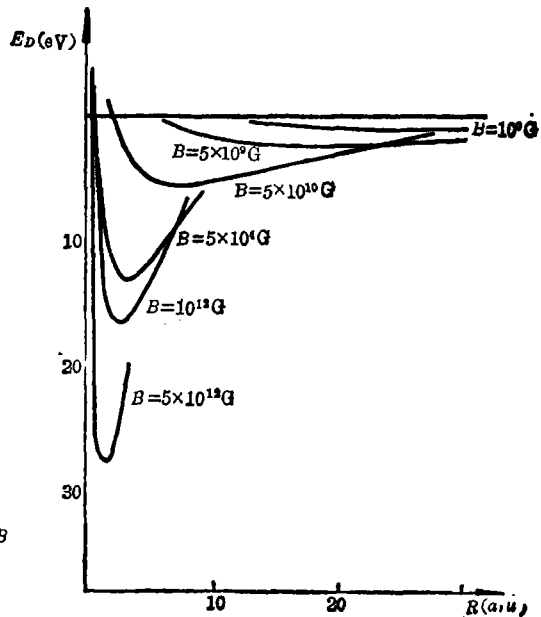


图 5

Peek 等人^[17]用变分法对在 $B < 10^9 \text{G}$ 情况 H_2^+ 的能级、离解能等, 得到被认为是较好的结果。

Khersonskij^[18]指出, 当 $B \sim 10^{11} - 10^{12} \text{G}$ 时, 在分子中由分子变成复合核的几率显著增加(如图 6 所示), 这对中子星表面的核反应会有催化作用。

该文中的穿透系数为

$$w = \exp \left\{ - \frac{2}{\hbar} \int_{R_n}^{R_v} \sqrt{2\mu[u(R) - E_0]} dR \right\} \quad (17)$$

式中 $U(R)$ 为在 $10^{-4} \text{\AA} \leq R \leq 0.5 \text{\AA}$ 区间采用 Pöschl-Teller 的非简谐振子势函数

$$u_{PT}(R) = D_e \left[\frac{\text{sh}^4(aR_e)}{\text{sh}^2(aR)} - \frac{\text{ch}^4(aR_e)}{\text{ch}^2(aR)} \right] - |E_0| \quad (18)$$

式中 a 为一常数, 它决定势函数的陡度。他由此得出的穿透几率为

$$w(s^{-1}) \simeq \omega_0 w \quad (19)$$

式中 ω_0 为振动频率, 结果如图 7 所示。

本文作者认为, 因为在超强磁场中结合能离解能都显著增加, 所以在中子星(特别是老年中子星, 如 $T < 10^6 \text{K}$) 表面, 不仅可能存在原子、原子离子, 而且还可能存在分子和分子离子。这些皆有待于观测证实。

Khersonskij^[19]1984 年提出在中子星表面磁场中 H_2^+ 的二维势能面, 此势能面与分子轴(两原子核的连线)和磁场之间的夹角有关, 当磁场增强时特别明显。由此可研究 H_2^+ 在强磁场中的振动-转动谱线; 随着观测方法的进展, 可用它来确定中子星的磁场。

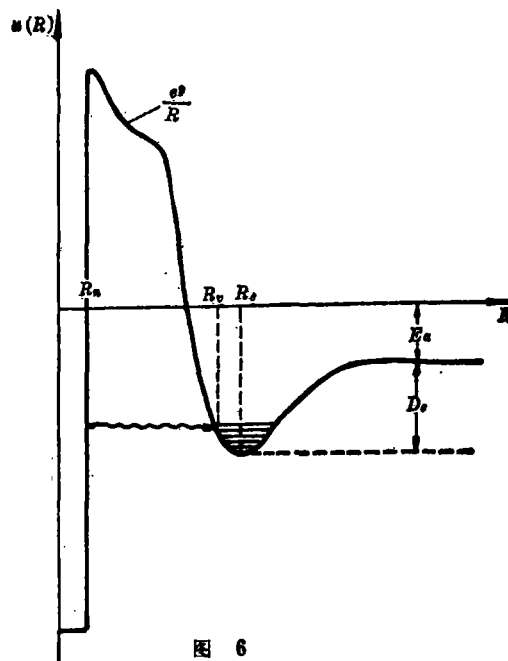


图 6

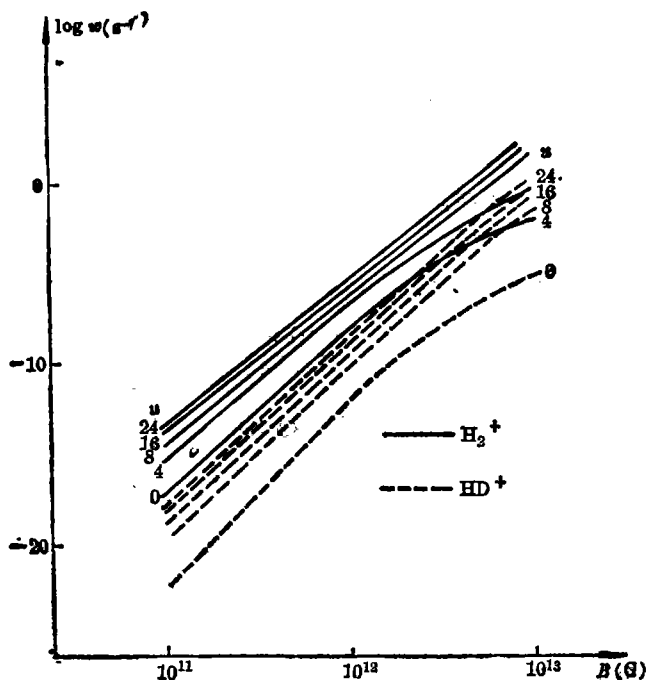


图 7

该文指出, 当 $B \sim 10^{12} - 10^{13} \text{G}$ 时, H_2^+ 的核子间距显著变小, 同时结合能增加, 可超过 100eV , 由此可推断出在中子星大气中存在 H_2^+ , 所以引起观测 H_2^+ 的谱线的兴趣。

该文是在解磁场中的三体(质子 a, b 和电子 e) 问题。第一个问题就是在哈密顿算符 \hat{H} 中有一项

$$\hat{Q} = \sum_{i=c, a, b} \left\{ \frac{e^2}{c^2 m_i} \mathbf{A}_c \cdot \mathbf{A}_i - \frac{e_i}{cM} \hat{\mathbf{P}}_c \cdot \mathbf{A}_i \right\} + \frac{|e|}{cm_e} \left(1 + \frac{m_e}{m_p} \right) \mathbf{A}_c \cdot \hat{\mathbf{P}}_c \quad (20)$$

它既与质心坐标(在以脚注 c 表示的量中)又与相对坐标(在以脚注 i 表示的量中)有关, 所以, 不可能在质心系中将整体运动分离出去。该文作者作了重要简化, 使 \hat{Q} 的平均值 $\langle \hat{Q} \rangle = 0$, 因此, 在 \hat{H} 中可以去掉 \hat{Q} 。该文作者还作了许多简化(如认为质子不动等), 略去不少较为次要的因素, 得出分子的哈密顿算符

$$\hat{H}_M = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_e^2 + \frac{m_e^2}{8} \omega_H^2 \rho_e^2 - \frac{e^2}{R_a} - \frac{e^2}{R_b} + \frac{e^2}{R} \quad (21)$$

式中 R_a, R_b 分别为电子到质子 a, b 的距离, R 为 a, b 之间的距离。利用波函数

$$\psi = a\psi_a + b\psi_b \quad (22)$$

可以得到势能面

$$u(R, \theta) = \int \psi^* \hat{H}_M \psi d\nu - \frac{1}{\rho_0^2} \quad (23)$$

上式采用原子单位(距离以 a_0 、能量以 e^2/a_0 为单位), 后一项表示自由电子的基态朗道能级, (23)式表示 $u(R, \theta)$ 是以它为基准的。所得 $u(R, \theta)$ 如图 8 所示。

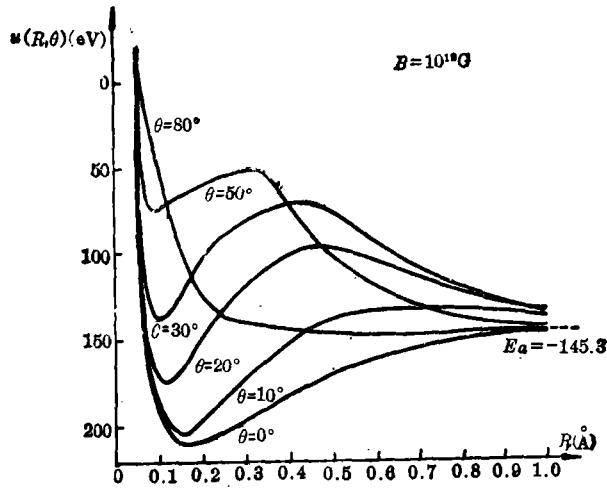


图 8

从图 8 可明显看出, 当 R 很小时, 质子间的斥力起主要作用, 所以对不同 θ 值, $u(R, \theta)$ 皆会聚在一起; 当 $R \rightarrow \infty$ 时, $H_2^+ \rightarrow H + p$, 所以对不同 θ 值, $u(R, \theta)$ 值也极相近; 当 R 值介于上述值之间时, $u(R, \theta)$ 对 θ 很敏感, 当 θ 小时, H_2^+ 较稳定。

该文还得出其他重要结果, 并指出, 要估算在冷中子星大气中观测 H_2^+ 的振动-转动谱线的可能性, 至少还应求出: (i) H_2^+ 在超强磁场中的振动-转动谱线; (ii) H_2^+ 的四极距和振动-转动的跃迁几率; (iii) 离解的平衡方程。该文的续篇^[24]已算出 H_2^+ 在超强磁场 ($B = 10^{11} - 10^{13} G$) 中的四极距, 这可直接用于计算振动-转动的跃迁几率。

综上所述, 对强磁场中 H_2^+ 的研究远远不如对氢原子的研究, 而且也不够全面, 可做的工作还很多。Larsen^[15]对此作了较为全面的评述。

最后提一下关于在强磁场下氢原子和氢分子离子问题中对能级方面的相对论效应。这方面的文章更少, Glasser^[20]等人曾指出, 当 $B > 10^{10} G$ 时, 不考虑相对论效应是不合适的。该文所用的方法是将相对论与非相对论的哈密顿量的差值找出来, 然后估算它对能量的贡献。由此得出: 当 $B > 10^{10} G$ 时, 此贡献对基态能量而言如果可以忽略, 那么对低激发态之间的能级差而言, 是不应忽略的。Doman^[21]计算得出, 对能级的相对论效应在所有已知磁场强度范围内都是可以忽略的。该文是用 Breit 方程考虑了质子的运动并采用绝热近似方法进行计算的。

在考虑相对论情况下, 由于波函数有四个分量, 算符中含自旋-轨道耦合项等, 所以很难用变分法或绝热近似法计算。因为对前者难于找到合适的尝试波函数, 对后者也难以作绝热分离^[22]。因此, 用不同近似方法所得结果也不相同。Williams 等人^[23]指出, 除非 $B \geq 10^{14} G$, 相对论效应 (指对能级的修正) 是微不足道的。总之, 在这方面需要讨论的问题还很多。

自中子星表面存在超强磁场得到证认后, 对强磁场中物态的研究就应运而生了。强磁场中的氢原子和氢分子离子是物态中最简单、最基本的, 所以可把对它们的研究作为物态研究

的入门和基础，同时，它们本身的情况也可对 neutron 星大气中的成分以及 neutron 星表面磁场等提供新的信息。

参 考 文 献

- [1] Irvine, J. M., *Neutron Stars*, p.70, (1978).
- [2] Canuto, V. et al., *Fundamentals of Cosmic Physics*, 2 (1977), No.3/4, 295.
- [3] Brandi, H. S., *Phys. Rev.*, A11 (1975), 1835.
- [4] Rau, A. R. P. et al., *Ap. J.*, 207 (1976), 671.
- [5] dos Santos, R. R. et al., *Phys. Rev.*, A13 (1976), 1970.
- [6] Bhaduri, R. K. et al., *Ap. J.*, 217 (1977), 324.
- [7] Surmelian, G. L. et al., *Ap. J.*, 190 (1974), 741.
- [8] de Melo, C. P. et al., *Phys. Rev. Lett.*, 37 (1976), 676.
- [9] Kara, S. M. et al., *J. Phys.*, B13 (1980), 1337.
- [10] Wunner, G., *Ap. J.*, 240 (1980), 971.
- [11] Wadehra, J. M., *Ap. J.*, 226 (1978), 372.
- [12] Wunner, G. et al., *Ap. J.*, 262 (1982), 407.
- [13] Wadehra, J. M., *Ap. J.*, 248 (1981), 874.
- [14] Herold, H. et al., *J. Phys.*, B14 (1981), 751.
- [15] Larsen, D. M., *Phys. Rev.*, A25 (1982), 1295.
- [16] de Melo, L. C., *Phys. Rev.*, A18 (1978), 12.
- [17] Peek, J. M. et al., *Phys. Rev.*, A21 (1980), 413.
- [18] Khersonskij, V. K., *Ap. S. S.*, 87 (1982), 61.
- [19] Khersonskij, V. K., *Ap. S. S.*, 98 (1984), 255.
- [20] Glasser, M. L. et al., *Phys. Lett.*, 53A (1975), 373.
- [21] Doman, B. G. S., *J. Phys.*, B13 (1980), 3335.
- [22] Shinada, M., *Phys. Lett.*, 74A (1979), 401.
- [23] Williams, A. C. et al., *Ap. J.*, 289 (1985), 782.
- [24] Khersonskij, V. K., *Ap. S. S.*, 103 (1984), 357.

(责任编辑 刘金铭)

Recent Development in the Research for Hydrogen Atom and Hydrogen Molecule Ion in Strong Magnetic Fields

Liang Shaorong

(Physics Department, Beijing Normal University)

Abstract

Because strong magnetic fields are believed to exist on surfaces of neutron stars, much attention has been directed to the energy levels of atoms and molecules under such conditions, especially to the H and H_2^+ . The structure of atoms and molecules in strong magnetic field of neutron stars is of a considerable astrophysical importance.

In the first part of this paper, several approximate solutions of the Schrödinger

equation for H in strong magnetic fields are recommended in detail. At present, the energies and wave functions of the low-lying states are accurately known for arbitrary field strength. Secondly, the research for H_2^+ in same conditions is illustrated. By contrast to the research for H, relatively little attention has been paid to the corresponding problem of H_2^+ . However, this problem has fundamental interest since H_2^+ is the simplest of all molecules. Finally, the relativistic effects concerning the above problems are mentioned.