

中子星内部物理学

I. 整体性质和壳层物理

彭 秋 和

(南京大学天文系)

提 要

本文简单介绍了中子星整体概况、研究中子星外壳和内壳物理状况所用的方法和研究概况,最后简短介绍了强磁场对中子星表层物质性质的影响方面最重要的结论。

1967年,由于偶然的的机会, Bell 意外地发现了射电脉冲星, Gold 很快就提出了脉冲星就是高速旋转的中子星,这个观点很快为人们普遍接受。自此以后,脉冲星=中子星就成为现代天体物理学研究最重要的前沿领域之一。

一、引 言

大多数脉冲星的脉冲周期不到1秒。蟹状星云脉冲星(PSR 0531)的周期为0.0331秒,1982年发现的快速脉冲星 PSR 1937 + 214 的脉冲周期为1.5毫秒,1983年发现的另一颗快速脉冲星 PSR1953 + 29,它的脉冲周期为6.1毫秒。它们发射短促的射电脉冲,具有相当严格的周期性。为什么人们断定这些周期短促的讯号是来自快速旋转的中子星,而不是由其他类型天体的周期现象(密近双星的开普勒周期运动,或者由旋转或振荡的白矮星产生的周期讯号)造成的呢?从下面简单的分析就可以判明这个原因。

首先,对于密近双星来说,根据开普勒第三定律,它们互相绕转的轨道半长轴 a 同旋转周期 p 之间的关系为 $a^3 = \frac{G}{4\pi^2} (m_1 + m_2) p^2$, 其中 m_1, m_2 为两子星的质量。若取 $m_1 \simeq m_2 \simeq M_\odot$, 对于蟹状星云脉冲星,如果它是由双星的运动造成的,则 $a \sim 200\text{km}$; 对毫秒级脉冲星, $a \sim 20\text{km}$, 这显然不可能由两个正常星或白矮星所组成的双星系统来实现的 (a 必须大于两子星半径之和)。

其次,一个非相对论的理想玻耳兹曼气体组成的牛顿球体,可以用多方指数 γ 的多方球来描述,而非相对论强退化和相对论强退化费米气体组成的牛顿球体,近似地分别由多方指数 $\gamma = 5/3$ 和 $\gamma = 4/3$ 的多方球描述。牛顿多方球的总内能为 $E = -\frac{(3\gamma - 4)}{(5\gamma - 6)} \cdot \frac{GM^2}{R}$, 一个以

1984年11月15日收到。

本文系在上海天体物理前沿讨论会上的报告。

角速度 Ω 旋转的均匀球体的转动动能为 $\frac{1}{5}MR^2\Omega^2$, 其中 R 为球体的半径。由于稳定星体的转动动能必须小于星体的束缚能 $-E$, 所以一个近于球形的星体, 其最大的转动角速度约为^[1]

$$\Omega_{\max} \approx \left[\frac{5(3\gamma - 4)}{5\gamma - 6} \frac{GM}{R^3} \right]^{1/2} \quad (1)$$

一个作径向振动的多方气体球的热能为 $U_{\text{热}} = \frac{1}{(5\gamma - 6)} \frac{GM^2}{R_e^{(4-3\gamma)}} R^{3(1-\gamma)}$, 其中 R 为某一瞬间星体的半径, R_e 为星体的平衡半径。而星体的引力位能为 $V = -\frac{3(\gamma - 1)}{5\gamma - 6} \frac{GM^2}{R}$ 。均匀密度球体均匀膨胀(收缩)时的动能为 $U_{\text{动}} = \frac{3}{10} M\dot{R}^2$ 。从能量守恒条件 $U_{\text{热}} + V + U_{\text{动}} = \text{const}$, 利用变分原理可以求出在平衡位形附近, 微振动的振荡频率为^[1]

$$\omega_0 \approx \left[\frac{5(\gamma - 1)(3\gamma - 4)}{5\gamma - 6} \frac{GM^2}{R^3} \right]^{1/2} \approx \sqrt{\gamma - 1} \Omega_{\max} \quad (2)$$

通常白矮星内部电子气体处于非相对论强退化状态, 中子星内部的中子气体也处于非相对论强退化状态, 它们都可以近似地描述为 $\gamma > 4/3$ 的多方球。它们的质量大约(量级上)为 M_{\odot} , 则

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 \sim \Omega_{\max} &\sim 10^4 \left(\frac{R}{10\text{km}} \right)^{-3/2} \text{ s}^{-1} \\ p > p_{\min} &\sim 6 \times 10^{-4} \left(\frac{R}{10\text{km}} \right)^{3/2} \text{ s} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由此可知, 象蟹状星云脉冲星和毫秒级快速脉冲星这类天体, 完全不可能是高速旋转或振动的白矮星 (R 在 $5 \times 10^3 - 5 \times 10^4 \text{ km}$ 范围内), 只可能是高速旋转或高频振荡的中子星 ($R \sim 10 \text{ km}$)。利用振荡的中子星模型难以解释脉冲式辐射以及一系列主要特征, 但是利用高速旋转中子星的磁偶极辐射的“灯塔”模型可以较为简单地理解这些主要特征。因此, 人们很快就接受了脉冲星就是带有强磁场的、高速旋转(磁轴与自转轴不重合)的中子星这一观念。

从稳定的旋转中子星表面赤道上各点的旋转线速度不超过光速的要求出发, 可以估计中子星的半径为 $10 - 100 \text{ km}$ 。从双星系统中 X 射线脉冲星的研究, 可以估算其中的致密伴星——中子星的质量, 一般小于 $2M_{\odot}$ 。中子星的平均密度约为 $\bar{\rho} \sim (10^{13} - 10^{14}) \text{ 克/厘米}^3$, 以非相对论强退化中子流体为其主要成分。从武仙座 X-1 发射的电子同步-回旋谱线 (58 keV , 110 keV) 可以估计出这颗脉冲星表面的磁场强度约为 $10^{12} - 10^{13} \text{ G}$ 。

人们迄今已发现了 300 多颗射电脉冲星, 其中只有蟹状星云脉冲星和船帆座脉冲星 (PSR 0833-45) 等极少数几颗脉冲星发现了光学脉冲。少数(包括 PSR 0531 + 21) 几颗脉冲星发现有 X 射线脉冲。更有极少数脉冲星发现了 γ 射线脉冲。蟹状星云脉冲星是唯一已知的同时具有射电、光学、X 射线和 γ 射线脉冲的脉冲星。迄今人们已经积累了有关射电脉冲星脉冲辐射的大量观测资料。很遗憾, 人们目前对于脉冲星外部的磁层结构、具体的辐射机制、甚至连脉冲辐射的部位等等重大问题都未搞清楚, 理论研究大大落后于观测工作。我们并不打算

介绍这方面的研究，本文目的是介绍中子星整体的结构，它内部的物理状况以及研究现状。

我们无法直接观测中子星内部，只能根据物理学原理对它内部的物理状况进行合理的理论分析与推测，并且探讨这些内部的物理过程会引起什么样的外部可观测现象，或者对中子星的整体产生可由观测判断的影响。

人们认识到的中子星内部结构的大致图象如下(参看图 1)：

中子星的大气层非常薄而致密，其厚度只有几米到几十米。大气密度从 1 克/厘米³ 向内很快地增加到 10⁴ 克/厘米³，表面温度约为 10⁵—10⁶K。物质都处于等离子体状态，它们同磁力线几乎完全冻结在一起。

中子星大气层下面是一层固态的外壳，它主要(从外向内分为各个层次)由 ${}_{26}\text{Fe}^{56}$ 、 ${}_{28}\text{Ni}^{62}$ 、 ${}_{28}\text{Ni}^{64}$ 、 ${}_{34}\text{Se}^{84}$ 这些原子核和自由电子组成的等离子晶体，其压强主要是由处于强退化的电子气体提供的。外壳的厚度约 1 公里(如果中子星半径为 16km 的话)，密度从 10⁴ 克/厘米³ 向内很快地增加到 10¹¹ 克/厘米³。在密度 $\rho < 10^7$ 克/厘米³ 区域内，电子气体处于非相对论退化状态，但当 $\rho > 10^7$ 克/厘米³ 时，电子气体处于相对论退化状态。

随着物质密度向内增加，电子的费米能迅速增高，当它超过中子与质子静止能量差时，退化电子费米表面附近的电子(能量很高)，容易同原子核内的质子相结合而转变为中子，即通过逆 β 衰变过程使物质逐渐中子化，使原子核内的中子含量愈来愈高，这些原子核称为富中子核。

在外壳以下，物质密度高达 10¹¹ 克/厘米³ 以上，物质是由一些富中子核、自由电子以及一些自由中子所组成。这些富中子核内的中子数目大大超过质子数目，达到质子数目的 10—20 倍，原子核中的核子总数可达一千以上。这些富中子核彼此之间也按照晶格点阵式排列，这个区域称为内壳。

愈往中子星内部，物质密度愈高。当物质密度高达 10¹³ 克/厘米³ 以上时，这些富中子核彼此挤在一起。在这种密度下，由于邻近原子核内的核子之间核力作用的摄动，原子核内中子逐渐向外逸出(这个区域又称为“中子滴出区”)，使得原子核内、外的中子数密度逐渐减小。实际上，当密度 $\rho \geq 4.3 \times 10^{11}$ 克/厘米³ 时，中子就开始从原子核滴出了。最后，当密度超过 10¹³ 克/厘米³ 时，原子核内、外的界限就完全消失了。这时物质主要是由自由中子组成的“中子海”和少量(不到 5%)的质子和自由电子组成。这些中子流体处于超流涡旋状态，质子系统可能处于超导状态，而电子气体则处于正常状态(相对论退化状态)。

在中子超流区内，在 $\rho \leq 2 \times 10^{14}$ 克/厘米³ 区域的中子流体是各向同性(1s_0)的，而在 $\rho > 2 \times 10^{14}$ 克/厘米³ 时，中子流体处于各向异性(3p_2)超流涡旋状态。在 1s_0 超流区同 3p_2 超流区之

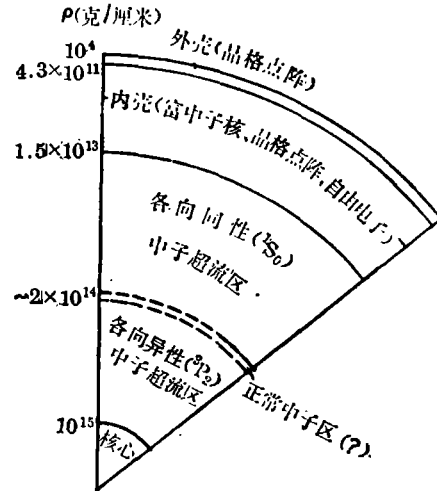


图1. 中子星内部结构剖面示意图。

间可能存在一层极薄的正常中子流体区域。 3p_2 超流区域几乎一直向内延伸到中子星的核心附近。

中子星的核心半径约 1 公里左右,物质密度高达 10^{15} 克/厘米³以上。核心区域物质的性质和状态仍然不清楚,人们推测它可能是由中子晶格点阵或者 π 凝聚、或由夸克物质所组成的。

整个中子星内部都充满着正、负荷电粒子(虽然它们比中子少得多,但其数量仍然相当可观),它们组成等离子体,它们同中子星内部的磁场(约 10^{12} G)几乎完全冻结在一起,通过这种冻结效应,把整个中子星外部的磁层、外壳、内壳以及核心都紧密地联在一起,构成一个统一的磁球,而中子超流区则通过超流涡旋核心中的正常中子的磁矩同电子磁矩间微弱的相互作用同整个磁球不太紧密地耦合在一起。

中子星内部物质的导电率和导热率都非常高,其内部可近似认为是等温的,温度(T)一般在 $(1-5) \times 10^8$ K 左右。从外壳($\rho > 10^4$ 克/厘米³)到外表面的(几米厚)薄层内,温度急剧地下降到 10^6 K 左右。

人们认为,中子星内部中子流体处于超流涡旋状态是中子星内部物理状况中唯一已被观测证实的结论,其他所有的情况都只是物理上的推论或揣测。中子超流涡旋态的存在是通过船帆座脉冲星和蟹状星云脉冲星这两颗最年轻脉冲星的脉冲周期的突然变短(glitch现象),以及其后脉冲周期增长率变化的弛豫时间的研究而确定的。除了上述非常年轻的脉冲星之外,在许多脉冲星中已发现了脉冲周期的微小起伏(微 glitch)现象。人们认为,这些现象以及已发现的一些宇宙 γ 射线爆发现象,都可能是由于中子星内部整体结构的某种变化所导致的。从理论上解释这些现象可能是了解内部状况的很好的研究方法,但是在目前,关于这方面的理论还非常缺乏。

我们将逐步深入介绍中子星内部各层的物理状况,在此之前,先讨论中子星内部退化电子气体与中子气体的性质,并且简明地讨论一下中子星的极限质量问题。

二、退化费米气体、中子星的极限质量

在无外场下,一个理想气体系统的压强可以表达为

$$P = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} p v n(p) dp \quad (4)$$

式中 p 为气体粒子的动量, $v = \frac{\partial E}{\partial p}$ 为粒子的速度,其中 E 为每个粒子的能量。对非相对论性气体而言, $v = p/m$; 对相对论性气体来说, $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$ 。 $n(p)$ 为粒子的动量分布函数,规一化为 $\int n(p) dp = n$, n 为粒子数密度。

对通常非相对论性玻耳兹曼理想气体来说,压强 $P_B = \frac{N_A k_B}{\mu} \rho T$, 其中 N_A 为 Avogadro 常数, μ 为气体平均分子量。对于完全退化的费米气体来说,分布函数具有如下形式:

$$n(p) = \begin{cases} \frac{8\pi}{h^3} p^2, & p \leq p_F \\ 0, & p > p_F \end{cases} \quad (5)$$

其中 p_F 为相应的费米动量, 它由粒子数密度决定:

$$p_F = \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{1/3} \hbar n^{1/3} \quad (6)$$

与它相应的费米能量为

$$\mathcal{E}_F = \begin{cases} p_F^2/2m = (3\pi^2)^{2/3} (\hbar^2/2m) n^{2/3} & (\text{非相对论}) \\ cp_F = (3\pi^2)^{1/3} \hbar cn^{1/3} & (\text{极端相对论}) \end{cases} \quad (7)$$

这样, 由(4)式便可求出非相对论完全退化的理想费米气体压强为:

$$\text{电子气体: } P_{NR,DG}^{(e)} = \frac{8\pi}{15m_e \hbar^3} p_F^5 = 1.0 \times 10^{23} \mu_e^{-5/3} \rho_{p,e}^{5/3} \text{ 达因/厘米}^2 \quad (8)$$

$$\text{中子气体: } P_{NR,DG}^{(n)} = 5.4 \times 10^{29} \rho_{n,12}^{5/3} \text{ 达因/厘米}^2$$

其中 $\rho_{p,e}$ 是以 10^6 克/厘米³ 为单位) 质子气体密度, $\rho_{n,12}$ 是以 10^{12} 克/厘米³ 为单位) 中子气体密度。 μ_e 为按电子计算的平均分子量。完全退化费米气体的压强是同温度无关的。将它们同玻耳兹曼理想气体压强相比较就可以得出, 当

$$\rho_p / \mu_e > 24 T_e^{3/2} \quad (9)$$

时, 非相对论退化电子气体压强大于电子热运动压强。其中 T_e 是以 10^6 K 为单位) 温度。在白矮星内部 ($T \sim 10^6$ K, $\rho > 10^4$ 克/厘米³) 和中子星从外壳向内整个星体都满足这个条件, 因此电子气体的压强几乎完全由退化压强来决定, 气体的性质同接近于绝对零度下的性质相同。对于中子气体来说, 与(9)式相应的退化条件为

$$\rho_n > 2 \times 10^9 T_n^{3/2} \quad (10)$$

中子星内部, $T \sim 10^8$ K, 而中子流体出现的区域内, 中子密度 $\rho > 4.3 \times 10^{11}$ 克/厘米³, 因此中子流体也处于完全退化的状态。

当费米动量 $p_F \geq 2mc$ (其中 m 为粒子质量) 时, 费米气体就可看作是相对论性的。对电子气体来说, 这个条件等价于 $\rho_p > 7.3 \times 10^6 \mu_e$ 克/厘米³ ($\mu_e \sim 0.5$)。因而中子星的外壳内, 当 $\rho > 10^7$ 克/厘米³ 时, 电子气体就处于相对论性退化状态。但是对于中子气体来说, 这个条件变为 $\rho_n > 4.5 \times 10^{16}$ 克/厘米³。因此, 除了很小的核心区域需要考虑相对论效应外, 中子星内的中子流体基本上处于非相对论退化状态。

相对论性完全退化电子气体的压强为

$$P_{R,DG}^{(e)} = \frac{\pi m_e^4 c^5}{3 \hbar^3} f(x) = 6 \times 10^{22} f(x) \text{ 达因/厘米}^2 \quad (11)$$

其中:

$$x = \frac{p_F}{m_e c} \doteq 1.0 \times 10^{-2} \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{1/3} \quad (12)$$

为电子的无量纲费米动量, 而

$$f(x) = x(2x^3 - 3)(x^2 + 1)^{1/2} + 3 \text{sh}^{-1} x \quad (13)$$

在极端相对论情形下 ($p_F \gg m_e c$),

$$P_{R,DG}^{(e)} \simeq 1.2 \times 10^{21} (\rho_p / \mu_e)^{4/3} \text{ 达因/厘米}^2 \quad (14)$$

从(8)和(14)式可看出, 非相对论完全退化的费米气体球可看为多方指数 $\gamma = 5/3$ 的多方球, 而极端相对论性的完全退化费米气体球可看为多方指数 $\gamma = 4/3$ 的多方球(多方球是指状

态方程为 $P=K\rho^\gamma$ 的气体球, 其中 γ 称为多方指数)。

一个处于平衡状态的牛顿多方球, 星体质量 M 同其平衡半径 R 之间存在简单关系:

$$M \propto R^{3\gamma-4/(\gamma-2)} \quad (15)$$

星体自身的牛顿引力势能、内部热能和总能量分别为^[1]:

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= -\frac{3(\gamma-1)}{5\gamma-6} \frac{GM^2}{R}, & U &= \frac{1}{5\gamma-6} \frac{GM^2}{R} \\ E=U+\Omega &= -\frac{(3\gamma-4)}{5\gamma-6} \frac{GM^2}{R} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

由此可知, 如果 $\gamma > 4/3$, 总能量为负, 星体可以处于稳定状态; 如果 $\gamma < 4/3$, 则星体总能为正, 是绝对不稳定的。在临界情形 $\gamma = 4/3$ 下, 星体对小扰动是随遇平衡, 即不稳定。因此, 在牛顿引力论下, 非相对论完全退化的费米气体球是可以存在稳定的平衡结构, 而极端相对论的完全退化费米球不可能存在稳定的平衡结构, 这可以从下面的能量变分原则简单地论证。在热力学上, 非相对论退化费米气体球的内能可以表示为:

$$U = \frac{3}{2} PV = C_1 \frac{M^{5/3}}{R^2} \quad (17)$$

其中 V 为天体的体积。天体的牛顿引力势能可表为 $-C_2 \frac{M^2}{R}$ (C_1, C_2 为正常数), 因而天体的总能量为:

$$\mathcal{E} = C_1 \frac{M^{5/3}}{R^2} - C_2 \frac{M^2}{R} \quad (18)$$

在给定的 M 下, 从稳定恒星能量取极小值条件 ($\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial R} = 0, \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial R^2} > 0$), 便可求出处于稳定平衡位形下天体的半径为

$$R_0 = 2 \frac{C_1}{C_2} M^{-1/3} \quad (19)$$

这表明, 任何质量的非相对论退化费米气体组成的牛顿天体, 总可以出现稳定的平衡结构, 此时天体的半径同它质量的立方根成反比。

但是, 在极端相对论情形下的结论就大不相同。由于此时的多方指数 $\gamma = 4/3$, 极端相对论退化费米气体球的内能为

$$U = 3PV \simeq C_1' \frac{M^{4/3}}{R} \quad (20)$$

天体的总能量为

$$\mathcal{E} = C_1' \frac{M^{4/3}}{R} - C_2 \frac{M^2}{R} \quad (21)$$

在天体质量 M 确定情形下, 如果 $C_1' \neq C_2 M^{2/3}$, 则方程 $\partial \mathcal{E} / \partial R = 0$ 无解, 此时天体不存在平衡位形, 仅存在着一个临界质量 $M_0 = \left(\frac{C_1'}{C_2}\right)^{3/2}$ 。如果 $M < M_0$, 则天体不仅不会无限坍缩, 反而会膨胀, 使得气体不再是相对论性的。天体最后会变成非相对论退化的稳定球体。如果

$M > M_c$, 天体就会坍缩。即天体的质量存在着上限, 称为 Oppenheimer 极限质量。可以用测不准关系式粗略估计其数值。

按照热力学, 极端相对论情形下的维里定理为^[2]:

$$U + \Omega = 0 \quad (22)$$

其中 U 为系统的热能, $\Omega \sim -\frac{GM^2}{R}$ 为牛顿球体的势能 (量级)。在极端相对论退化费米气体下, $U < N\mathcal{E}_F \approx Np_{FC}$, 其中 N 为系统中粒子总数目。此时粒子间的平均间距为 $\Delta x \sim R/N^{1/3}$ 。根据测不准关系式, $p_F \sim \Delta p \sim \frac{\hbar}{\Delta x}$, 直接代入(22)式便可得出:

$$M < M_c \sim \left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{3/2} m_B^{-2} \sim 1.8 M_\odot \quad (23)$$

(其中 m_B 为核子的质量)。

上述估计是非常粗糙的。极限质量的严格计算必须考虑下述一系列因素: (1) 中子星内部物质不是单一的成分, 而且一个星体内部的气体粒子不可能整个都处于极端相对论状态, 外层物质必然处于非相对论状态, 中间过渡区物质处于中间相对论状态; (2) 当物质密度很高时, 必须考虑粒子间的相互作用; (3) 对中子星来说, 必须考虑广义相对论的改正 (约 10%—15%), 应该利用 Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程来代替牛顿静力学平衡方程, 即:

$$-r^2 P'(r) = G \mathcal{M}(r) \rho(r) \left[1 + \frac{P(r)}{\rho(r)} \right] \left[1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{\mathcal{M}(r)} \right] \left[1 - \frac{2G \mathcal{M}(r)}{r} \right]^{-1} \quad (24)$$

其中 $\mathcal{M}(r) \equiv \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr'$, $P'(r) = \frac{dP(r)}{dr}$ 。

这些因素的考虑是相当复杂的, 不同研究者用不同的状态方程作不同的考虑, 得出的中子星极限质量不同, 但一般都在 $2 \sim 3 M_\odot$ 范围内。

除了质量上限外, 中子星还有质量下限^[2]。这是由于, 在引力场中系统处于热力学平衡条件为:

$$\mu + m\varphi = \text{const} \quad (25)$$

其中 m 为粒子质量, μ 为粒子的化学势, φ 为引力势。天体核区的质量占天体总质量的绝大部分。从(25)式可推出: 天体质量 $M > (R/m_n G) \Delta$, 其中 m_n 为中子质量, Δ 为外边界层处中性原子同中子的静止能量差。由此得出 $M > 0.2 M_\odot$ 。由于较小的中子星内的中子气体都处于非相对论退化状态, 从中子星结构方程可以算出:

$$MR^3 = 91.9 \frac{\hbar^6}{G^3 m_n^3} \quad (26)$$

与 $M > 0.2 M_\odot$ 相应的中子星半径为 $R < 26 \text{ km}$ 。更详细的计算得出中子星质量下限为 $M > 0.1 M_\odot$ 。

三、中子星外壳物理

当物质密度相当高时, 原子彼此靠得非常近, 几乎挤靠在一起, 由于库仑相互作用的影响, 自由电子的连续谱能量降低, 同时原子内束缚电子的能级升高。这样, 核电荷数为 Z 的原子中, 主量子数为 n 的能级上的束缚电子的有效电离电势为^[3]

$$\chi_{eff} = \left\{ \frac{Z^2}{n^2} - 2.16 \left(\frac{Z^2}{\mu_e} \right)^{1/3} \rho^{1/3} - 1.30 \mu_e^2 \rho^{1/3} \left(X + 0.79Y + \sum_{Z' > 2} \frac{Z'^{5/3} X_{Z'}}{A_{Z'}} \right) \right\} \quad (27)$$

(χ_{eff} 以 $R_V hc$ 为单位, R_V 为里德堡常数), 其中 X, Y 分别表示物质中氢、氦的丰度, A_Z 和 X_Z 分别为核电荷数为 Z 的元素的原子量和丰度。 χ_{eff} 随物质密度的增加而减小。当

$$\rho > Z^6 (2.72 Z^{2/3} + 0.82)^{-3} \approx_{(Z \geq 1)} 5 \times 10^{-2} Z^4 \quad (28)$$

时(对 ${}_{26}\text{Fe}$ 而言, $\rho > 2.2 \times 10^4$ 克/厘米³), $\chi_{eff} \leq 0$, 这时所有的元素都完全电离。这种电离并非是由于高温, 而是由于物质非常致密所致, 这就是所谓的压力电离效应。

当物质温度相对较低时, 为了使系统位能达到极小值(这时系统的结构稳定), 离子之间的间距尽可能取最大值, 这时离子排列成晶格点阵形式。离子偏离晶格点阵的平衡位置的任何微小位移, 都会使整个系统的库仑势能增加, 因而出现一种弹性恢复力, 其结果等效于每个离子都处于一种谐振子的势场中。只有当谐振子基态的能量(零点能)小于库仑能时, 才能使离子约束在点阵结构中。在高密度下, 谐振子的能量远远大于热运动能 $k_B T$ (k_B 为玻耳兹曼常数)。对于各种晶格点阵而言, 体心立方点阵的能量最低, 此时每个离子平均的位能为

$$\mathcal{E}_L = -1.8196 \frac{(Ze)^2}{a} = 17.5 \frac{Z^2}{A_Z^{1/3}} \rho^{1/3} (\text{eV}) \quad (29)$$

其中 $a = \left(\frac{2}{n_N} \right)^{1/3}$ 为点阵常数, n_N 为原子核数密度。从上述观念可以估计晶格点阵的融解温度 T_m :

$$\Gamma k_B T_m = \frac{(Ze)^2}{a} \quad (30)$$

其中数值系数 Γ 的数值很难准确确定, 人们通常取 $\Gamma = 100 - 200$, 即当晶格点阵的能量低于热运动能量的 10 倍左右时, 晶格就开始融解了。(30)式等价于

$$T_m \approx 10^5 Z^{5/3} \rho_6^{1/3} \quad (31)$$

对于 $Z \geq 10$ 的原子组成的晶体来说, 当 $\rho > 10^6$ 克/厘米³ 时, $T_m \sim 4.6 \times 10^6 \text{K}$; 当 $\rho \geq 10^{10}$ 克/厘米³ 时, $T_m \geq 10^8 \text{K}$ 。因此, 除了最表层的致密等离子体气体以外, 中子星壳层都处于晶格点阵的固态。这个固体外壳非常坚硬, 它的应力强度可以由其相应的库仑压强来估计:

$$P_{c,i} = - \frac{\partial U_{ci}}{\partial V} \quad (32)$$

其中 U_{ci} 为晶格的能量密度,

$$U_{ci} = n_N \mathcal{E}_L \quad (33)$$

从(29)式和上述两式可得

$$P_{c,i} \sim 2 \times 10^{25} \frac{Z^2}{A_Z^{4/3}} \rho_9^{4/3} \text{达因/厘米}^2 \quad (34)$$

(其中密度 ρ , 以 10^9 克/厘米³ 为单位)。

在中子星的壳层中, 物质压强以退化电子气体压强为主。但是, 由于物质密度较高, 必须考虑很强的库仑相互作用, 不能直接采用理想费米气体压强公式(8)式。此时状态方程的计算比较困难。当密度在 $\rho=10^4-10^6$ 克/厘米³ 范围内, Feynman 等人利用 Thomas-Fermi-Dirac 方法考虑库仑作用来计算退化电子气体的压强^[5]。这种常用的方法梗概如下:

完全退化的电子气体压强由下式给出:

$$P = \frac{8\pi}{3h^3} \int_0^{p_F} v p^3 dp \quad (35)$$

而 $v = \partial \mathcal{E} / \partial p$, 因此关键在于计算电子的费米动量。如果不考虑电子的交换简并(此时此为 Thomas-Fermi 方法), 在零温下, 非相对论退化电子的费米动量可以表述为(由能量平衡):

$$p_F^2 = 2m_e(\mu + e\phi) \quad (36)$$

其中 μ 为电子气体的化学势, ϕ 为库仑电势。如果考虑电子的交换简并(Thomas-Fermi-Dirac 方法), 则(36)式应代以下述二次代数方程:

$$p_F^2 = 2m_e(\mu + e\phi + \frac{2e^2 p_F}{h}) \quad (37)$$

利用等离子体中考虑 Debye 屏蔽的类似方法, 用 Poisson 方程求解库仑电势:

$$\nabla^2 \phi = -4\pi[Ze\delta(r) - en_e(r)] \quad (38)$$

而 n_e 同 p_F 的关系为(6)式。在具体求电势时, (38)式可以化为通常的常微分方程, 求解后便可求出退化电子气体的压强, 为

$$P = P_0[f(\xi)]^{5/3} \quad (39)$$

其中 $P_0 = P_{NR, DG}^{(e)}$ 为(8)式给出的理想的退化电子气体压强。 $\xi_1 = 0.701 \left(\frac{9\pi^2}{128Z} \right)^{1/3} \frac{a_1}{r_1}$, 其中 $a_1 = \hbar^2 / m_e e^2$ 为氢原子第一个波尔轨道半径, r_1 为(核电荷数为 Z 的)原子核之间的平均间距(称为 Thomas-Fermi 半径)。函数 $f(\xi)$ 是 ξ 的较复杂的函数, 有如下性质:

当 $\xi < 1$ 时, $f(\xi) < 1$

$\xi \rightarrow 1$ 时, $f(\xi) \rightarrow 1$

即当物质密度充分高, 以致 $\xi \rightarrow 1$ 时, 这时电子气体压强又趋向于理想的退化电子气体压强, 与此相应的 $r_1 = 0.62a_1 Z^{-1/3}$, $\rho_1 = 10AZ$ 克/厘米³。即当 $\rho > 10AZ$ 时, 电子气体又可当作理想的电子气体。Feynman 更详细地进行了数值计算, 并且将他的结果表述为

$$P = 3.03 \times 10^{12} (\rho^{1/3} - 1.4415)^5 - 1.5 \times 10^{11} \text{ 达因/厘米}^2 \quad (40)$$

式中 ρ 的单位为克/厘米³。此式一直适用于密度在 10^6 克/厘米³ 以下。

当物质密度 $\rho > 10^7$ 克/厘米³ 时, 就必须考虑原子核所组成的系统以及晶格点阵对于压强的贡献。在这情形下, 电子为相对论性气体, 其费米能量为

$$\mathcal{E}_{e,F} = (3\pi^2)^{1/3} \hbar c (\mu_e m_p)^{-1/3} \rho_p^{1/3} = 0.511 \rho_6^{1/3} \text{ MeV} \quad (41)$$

当 $\rho > 2 \times 10^7$ 克/厘米³ 时, $\mathcal{E}_{e,F} > 1.38 \text{ MeV} > (m_n - m_p)c^2 = 1.294 \text{ MeV}$, 在这个区域内, 逆 β 过程: $e^- + (Z, A) \rightarrow (Z-1, A) + \nu_e$ 便容易进行, 即具有费米能量的高能电子就可能打进原子核中, 同质子结合而转化为中子。但是, 由于电子费米海内的每个能态都占有电子, 而在外壳

区域中, 动能不太高的(原子核内的)中子 β 衰变释放出来的电子能量, 一般低于自由电子的费米能, 由泡利不相容原理可知, 此时 β 衰变 $(Z, A) \rightarrow (Z-1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$ 是被禁戒的。上述过程的结果是使原子核内的部分质子同电子结合转化为中子。由于高能电子都要同原子核内的质子结合成中子, 所以, 虽然物质密度向内逐渐增加, 而电子的费米能级却增加得非常缓慢, 相应的电子压强也上升得很缓慢。但是壳层中的主要元素成份却向内逐渐改变。 $10^7 < \rho < 10^{11}$ 克/厘米³ 区域称为 β 平衡区(正、反 β 过程达到热动平衡)。

在 β 平衡区内, 中子主要存在于原子核内, 如果外壳中存在有少量质子的话, 通过逆 β 过程产生的自由中子很容易被 ${}_{26}\text{Fe}^{56}$ 吸收(吸收截面与中子热运动速度成反比)。 ${}_{26}\text{Fe}^{56}$ 接连吸收几个中子后, 有可能通过 β 衰变而转化为 ${}_{28}\text{Ni}^{62}$ 等元素。在 β 平衡区的各种密度下, 物质究竟以哪类原子核为主呢? 这是由体系总能量取最小值的原理来决定的。

在外壳 β 平衡区中, 物质以自由电子和原子核为主, 原子核排列为晶格点阵。因此, 物质的能量密度为:

$$W = \mathcal{E}_e + n_N \mathcal{E}_N + n_N \mathcal{E}_L \quad (42)$$

其中 \mathcal{E}_e 为理想的完全退化电子气体的能量密度,

$$\mathcal{E}_e = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^p E_e p^2 dp = \frac{3}{\Lambda^3} \int_0^{\Lambda^{3/2}} p^2 (p^2 c^2 + m_e^2 c^4)^{1/2} dp \quad (43)$$

式中 $\Lambda = \frac{3h^3}{8\pi}$, E_e 为一个电子的能量(相对论性), n_N 为原子核(其原子序和原子量分别为 Z , A)数密度, \mathcal{E}_N 为这种原子核的静止能量:

$$\mathcal{E}_N = m(A, Z) c^2 = m_p c^2 Z + m_n c^2 (A - Z) - AB \quad (44)$$

其中 $m(A, Z)$ 为这种原子核的静止质量, B 为每个核子的平均结合能。按照核物理的半经验公式:

$$AB = a_v A - a_s A^{2/3} - a_A \frac{(A - 2Z)^2}{A} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \lambda a_p A^{-3/4} \quad (45)$$

其中 a_v (15.75 MeV), a_s (17.8 MeV), a_A (23.7 MeV), a_c (0.710 MeV), a_p (34 MeV) 各项分别对应于原子核的体积能、表面能、对称能、质子间的总库仑作用能和核子系统的 Cooper 对能。其中 λ 为同原子核内核子的奇偶性有关的参数: $\lambda=1$ (奇-奇核)、 0 (奇-偶核) 或 -1 (偶-偶核)。

在电中性条件 $n_e = Zn_N$ 和重子数守恒 $An_N = n_B = \rho/m_B$ 的条件下, 物质能量密度 W 只是 Z 和 A 的二元函数。根据能量极值原理, 处于平衡态下系统的总能量达最小值, 如果局部处处

都达到这种平衡状态, 则要求 W 达极小值, 即 $\frac{\partial W}{\partial Z} = 0$ 和 $\frac{\partial W}{\partial A} = 0$ (实际为必要条件)。在给

定密度下, 系统达到平衡的具体条件为^[6]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial Z} m_{(A, Z)} c^2 + m_e c^2 (1 + x^2)^{1/2} + \frac{\partial \mathcal{E}_L}{\partial Z} = 0 \end{array} \right. \quad (46)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A \frac{\partial}{\partial A} m_{(A, Z)} - m_{(A, Z)} = Z m_e (1 + x^2)^{1/2} \end{array} \right. \quad (47)$$

$$\text{其中} \quad x = \frac{p_F}{m_e c} = (3\pi^2)^{1/3} \frac{\hbar}{m_e c} \left(\frac{Z}{A}\right)^{1/3} \left(\frac{\rho}{m_B}\right)^{1/3} \quad (48)$$

为自由电子的无量纲费米动量。从(46)、(47)两式消去 x , 便可求出在平衡态下的 β 平衡区内原子核的 (Z, A) 之间的关系为

$$A = \frac{2a_c}{a_s} Z^2 \approx 8 \times 10^{-2} Z^2 \quad (49)$$

对变分过程的分析表明, 在一定密度下, 占优势的原子核的种类, 是原子核的表面能(它有利于形成高 A 的核)和原子核内质子的库仑作用能(它有利于形成小 A 的核)之间竞争的结果。晶格点阵能量的影响反比于原子核间的间距, 它使库仑作用减少(在 $\rho \sim 2 \times 10^{11}$ 克/厘米³ 时, 使库仑能减少15%)。晶格点阵能虽然对于总能量和压强贡献很小, 但是它在上述两种平衡因素下起着重要作用。

对于给定的 Z 值, 从(49)式确定相应的 A 值[根据原子核内幻数的性质, 当 Z 和 $(A - Z)$ 都为偶数时原子核较为稳定的原则, A 可能取与(49)式接近的两个偶数整数], 然后由(46)或(47)式确定 x 值, 从(48)式定出相应的物质密度。

利用热力学关系式

$$P = -\frac{\partial}{\partial V}(WV) = n_B^2 \frac{\partial}{\partial n_B} \left(\frac{W}{n_B}\right) \Big|_{(A, Z)} \quad (50)$$

可以求出 β 平衡区的压强(状态方程)。在 (A, Z) 一定下, 由于核力的饱和性, \mathcal{E}_N 对压强不作贡献, 所以

$$P = P_e + \frac{1}{3} n_N \mathcal{E}_L \quad (51)$$

其中 P_e 为相对论性退化电子压强。

在 β 平衡区, 随着核电荷数 Z 的增加, 原子核内核子总数 A 随 Z^2 而迅速增长, 因此原子核内的中子数目迅速增多, 远远超过地球上稳定原子核内的中子数目。虽然这类富中子核在地球上 β^- 不稳定的, 但是在中子星壳层内的条件下, 由于电子气体在费米能级太高, 它们却是稳定地存在着。

利用这种能量变分方法, 可以逐步地算出中子星外壳 β 平衡区各种密度下的主要原子核的种类(见表1)^{[7], [8]}。表中 b 为原子核内每个核子的结合能, ρ_{\max} 为各种原子核存在区域的极大密度, μ_e 为在这个密度下退化电子的化学势。

在 $10^7 < \rho < 4.3 \times 10^{11}$ 克/厘米³ 内, 相对论退化电子气体压强占绝对优势。由外向内, 当从以原子核 (A, Z) 为主的区域过渡到以 (A', Z') 为主的区域时, 在分界面附近, 自由电子的密度是连续变化的, 因此分界面处压强是连续变化的。但是在分界面内外, 物质的 (A, Z) 发生变化, 比值 Z/A 向内跳跃式地减少, 重子数密度和质量密度向内发生突变(增加), 且

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\rho' - \rho}{\rho} = \frac{Z/A}{Z'/A'} - 1 \quad (52)$$

表1列出了在各个分界面处的跃变值 $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ 。

表 1 在外壳 β 平衡区的原子核

原子核	b (MeV)	Z/A	ρ_{\max} (克/厘米 ³)	μ_e (MeV)	$\frac{\Delta\rho}{\rho}$ (%)
${}_{26}\text{Fe}^{56}$	8.7905	0.4643	8.1×10^9	0.95	2.9
${}_{28}\text{Ni}^{62}$	8.7947	0.4516	2.7×10^9	2.6	3.1
${}_{28}\text{Ni}^{64}$	8.7777	0.4375	1.2×10^9	4.2	7.9
${}_{34}\text{Se}^{84}$	8.6797	0.4048	8.2×10^9	7.7	3.5
${}_{32}\text{Ge}^{82}$	8.5964	0.3902	2.2×10^{10}	10.6	3.8
${}_{30}\text{Zn}^{80}$	8.4675	0.3750	4.8×10^{10}	13.6	4.1
${}_{28}\text{Ni}^{78}$	8.2873	0.3590	1.6×10^{11}	20.0	4.6
${}_{26}\text{Fe}^{76}$	7.9967	0.3421	1.8×10^{11}	20.2	2.2
${}_{42}\text{Mo}^{124}$	7.8577	0.3387	1.9×10^{11}	20.5	3.1
${}_{40}\text{Zr}^{122}$	7.6705	0.3279	2.7×10^{11}	22.9	3.3
${}_{38}\text{Sr}^{120}$	7.4522	0.3166	3.7×10^{11}	25.2	3.5
${}_{36}\text{Kr}^{118}$	7.2002	0.3051	(4.3×10^{11})	(26.2)	—

(当 $\rho \sim 4.3 \times 10^{11}$ 克/厘米³, 中子滴出区开始)

在从 ${}_{28}\text{Ni}^{64}$ 向 ${}_{34}\text{Se}^{84}$ 层过渡的分界面处, 密度跃变最大: $\Delta\rho/\rho \sim 7.9\%$, 但是在分界面附近压强变化却不大, 它使在分界面附近状态方程 ($P = k\rho^\Gamma$) 大大变软, 有效绝热指数 Γ 值变得相当小, $\Gamma - 4/3 \sim 0.01$ 。对于大质量白矮星来说, 中心密度 $\rho_c \sim 1.4 \times 10^9$ 克/厘米³, 在它核心处形成元素 ${}_{34}\text{Se}^{84}$, 这个变化在动力学上是不稳定的 ($\Gamma \sim 4/3$), 所以通常人们认为, 不存在中心密度更大的白矮星, 与这种最大密度相对应的白矮星质量就是 Chandrasekhar 极限质量。

四、中子星内壳物理

从表 1 看出, 在外壳中从外向内随着物质密度逐渐增高, 富中子核的中子数目远远超过质子数目, 原子核内每个核子的结合能却在减小。由于纯中子系统是不可能结合成一个束缚系统的, 因此随着密度增加, 这些奇异的富中子核愈来愈不稳定。当核子数目超过一定极限时, 核子的结合能变得相当低, 在高密度下, 由于邻近原子核内核子的核力(在较大距离下, 这些力是比较微弱的)相互作用的摄动, 这些富中子核开始分解, 使一些过多的中子向外溢出, 形成自由中子。由于电子费米能级很高, 泡利不相容原理使得这些自由中子对 β 衰变是稳定的。这个区域 ($\rho > 4.3 \times 10^{11}$ 克/厘米³) 便是内壳的中子滴出区。在这个区域中, 在寻求平衡结构下原子核的种类的能量变分方法中, 必须考虑自由中子流体对能量的贡献, 即

$$W = \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_n + n_N(\mathcal{E}_N + \mathcal{E}_L) \quad (53)$$

其中 \mathcal{E}_n 为理想的退化中子流体的能量密度(其表达式与(43)式相同, 但将电子换为中子)。这

时电中性条件仍为 $n_e = Zn_N$, 但是重子数守恒条件变为:

$$An_N + n_n = n_B = \frac{\rho}{m_B} \quad (54)$$

W 中自由变数为 Z, A, n_N 三个参量, 能量密度 W 取极小值的条件为

$$\frac{\partial W}{\partial A} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial Z} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial n_N} = 0 \quad (55)$$

如果忽略晶格点阵能量 \mathcal{E}_L , 这些条件等价于^{(9), (10)}:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial A} m(A, Z)c^2 - m_n c^2 (1 + y^2)^{1/2} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial Z} m(A, Z)c^2 - m_e c^2 (1 + x^2)^{1/2} &= 0 \\ m(A, Z)c^2 + Zm_e c^2 (1 + x^2)^{1/2} - Am_n c^2 (1 + y^2)^{1/2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

其中 x, y 分别代表自由电子和自由中子的无量纲费米动量, $y = \frac{p_F^{(n)}}{m_n c} = (3\pi^2)^{1/3} \frac{\hbar}{m_n c} (n_B - An_N)^{1/3}$. $y > 0$ 意味着存在自由中子, $y = 0$ 正好对应着中子从富中子核溢出成为自由中子的

阈值. $y \geq 0$ 的条件等价于 $\frac{\partial}{\partial A} m(A, Z)c^2 \geq m_n c^2$, 或

$$\frac{\partial}{\partial A} (AB) \leq 0 \quad (57)$$

当此条件成立时就必须考虑自由中子流体的贡献, 应该利用(56)式来寻求一定密度下主要原子核的 A, Z 值和 n_N, n_e 值. 计算表明, 当物质密度达到 $\rho = 4.3 \times 10^{11}$ 克/厘米³ $= 2.6 \times 10^{-4}$ 核子/ f_m^3 时, 中子就开始从原子核滴出了, 这时 Z 在 30—40 之间.

在这个区域内, 物质的压强由三部分组成:

$$P = P_e + P_n + P_L \quad (58)$$

$$P_e = n_e^2 \frac{\partial}{\partial n_e} (W/n_e), \quad P_n = n_n^2 \frac{\partial}{\partial n_n} (W/n_n), \quad P_L = n_N^2 \frac{\partial}{\partial n_N} \mathcal{E}_L \quad (59)$$

分别为由完全退化的自由电子、中子所贡献的压强和原子核组成的晶格点阵对应的库仑压强.

在中子星内壳区域, 物质密度 $\rho > 4.3 \times 10^{11}$ 克/厘米³, 地球实验室总结出来的原子核质量的半经验公式(45)式不再适用了. 为了确定这种高密度下的物质结构和状态方程, 关键在于精确可靠地确定原子核的质量公式. 如果利用原有的半经验公式(45)式, 就会得出 $Z=91, A=661$ 的原子核的结合能 $B=0$, 该层就完全转化为中子流体, 即 ($Z=91, A=661$) 是最大的原子核. 但是人们利用不同的质量公式导出相差悬殊的结论. 七十年代, 人们主要集中于研究 $m(A, Z)$ 合理的表达式

$$\mathcal{E}_N = m(A, Z)c^2 = \mathcal{E}(k, z) + \mathcal{E}_s + \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_{pair} \quad (60)$$

其中 $z = Z/A, k$ 为原子核内核子的费米波数, 而 $\mathcal{E}(k, z), \mathcal{E}_s, \mathcal{E}_c, \mathcal{E}_{pair}$ 分别为原子核的体积能、表面能、库仑能和配对能.

在一些极限情形下, 体积能 $\mathcal{E}(k, z)$, 应满足如下的条件^[11]:

(1) 当核子密度相当低时(相应于 $k \rightarrow 0$), $\mathcal{E}(k, z)$ 等于原子核内中子和质子系统费米能量之和:

$$\lim_{k \rightarrow 0} \mathcal{E}(k, z) = \frac{3\pi^{-2/3}}{5} \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p} [z^{5/3} + (1-z)^{5/3}] \quad (61)$$

(2) 对称核物质($z = \frac{1}{2}$, 质子与中子数目相等) 原子核最稳定。此时原子核达到饱和密度, $n_0 = 0.17$ 核子/ f_m^3 , 相应的费米波数 $k_0 = 1.36 f_m^{-1} \left[k_0 = 2\pi \left(\frac{3}{8\pi} n_0 \right) \right]^{1/3}$ 。在饱和核密度附近, $\mathcal{E}(k, \frac{1}{2})$ 在 k_0 处取极小值, 它可表述为

$$\mathcal{E}(k, \frac{1}{2}) = -\mathcal{E}_V + \frac{1}{2} K (1 - k/k_0)^2 \quad (62)$$

在所有关于核物质的可靠计算中, 在饱和密度附近, $\mathcal{E}(k, z)$ 必须回到上述表达式中。在(62)式中, \mathcal{E}_V 为饱和密度下每个核子的束缚能。在地球实验室条件下, 实验给出 $\mathcal{E}_V = 15.7$ MeV (接近于(45)式中的 a_V 值), K 称为压缩模量, 地球实验室给出 $K = 220$ MeV。但是, 从原子核的振荡模型也可以计算 K 值, 不同的研究者给出不同的 K 值。

(3) 纯中子物质($z = 0$, 对应于中子星内部), 此时原子核无束缚态, $\mathcal{E}(k, 0) > 0$, 它等于退化中子体系的能量。

人们必须在满足上述条件下计算 $\mathcal{E}(k, z)$ 值。不同的研究者(一般仍利用Thomas-Fermi方法)给出 $\mathcal{E}(k, z)$ 的不同表达式。例如, 1972年Arponen在核物质的计算基础上, 提出了 $\mathcal{E}(k, z)$

表达式^[12], 他选取的 K 值为 202 MeV。在 $z = 0$ 和 $z = \frac{1}{2}$ 两种极限下, 他计算出的典型的能量曲线绘于图 2 中。

计算表明, 当物质密度到达 10^{13} 克/厘米³ 附近, 原子核就开始沉浸在中子海内了。在中子星内壳区, 随着密度的增加, 原子核的形状(即内部核子数密度的径向分布)发生着明显的变化(参看图3)。从图 3 可以看出, 物质密度达到 1.0×10^{13} 克/厘米³ $< \rho < 1 \times 10^{14}$ 克/厘米³ 范围内时, 原子核已明显地沉浸在自由中子海之中, 但是物质主要形式仍是原子核。在给定密度下究竟以哪种原子核为主, 不同作者给出了不同的结果(参见图 4)。例如, 在 Baym, Bethe 和 Pethick(简记为 BBP)的理论^[11]中, 随着物质密度的增加, 主要原子核的 Z 单调增加。而在其他作者的计算中, Z 的变化却不大, 几乎为常数。其中以 Negale 和 Vautherin 的计算^[15]较为精确, 他们计算出的核子分布的大致情形, 绘于图 5 中。图中横轴是两个晶胞间的距离。图中绘出了在内壳区域的各种密度下, 原子核晶格点阵中晶胞单元的密度分布轮廓。在中子星壳层区最重的原子核是 ${}_{32}\text{Ge}^{92}$ 。在 $n_B > 7.89 \times 10^{33}$ 厘米⁻³ ($\rho > 1.3 \times 10^{14}$ 克/厘米³) 以后, 物质基本上就可看成是主要由自由中子和少量的质子、电子所组成的。在 $4.3 \times 10^{11} < \rho < 1 \times 10^{14}$ 克/厘米³ 密度范围内, 物质虽然仍以原子核为主, 但是原子核对物质总压强的贡献几乎可以略去。按照 BBP 的理论, 当中子开始从原子核滴出时 ($\rho \sim 4.3 \times 10^{11}$ 克/厘米³), 物质总压强仍几乎完全由相对论退化的自由电子压强来提供。但是, 随着密度的进一步增加,

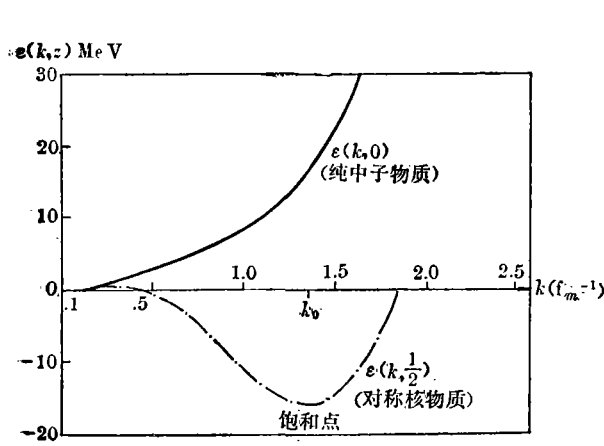


图 2

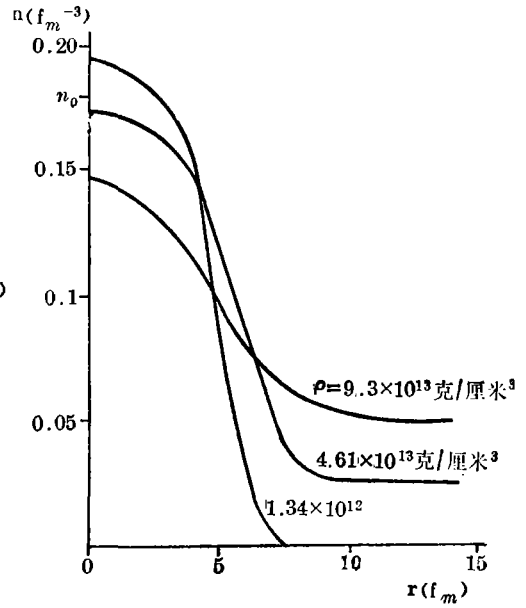


图 3

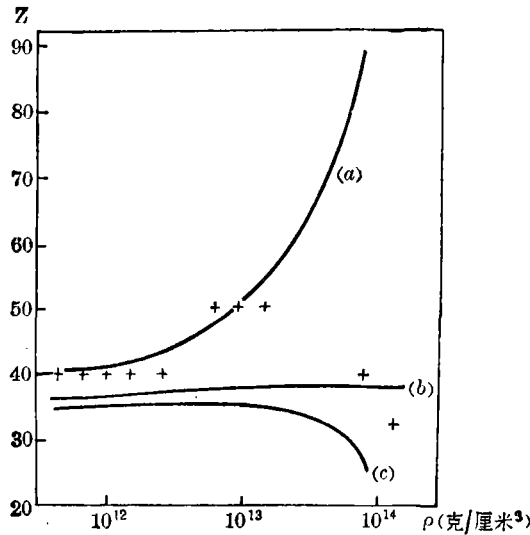


图 4

- (a) Baym, Bethe, Pethick理论曲线^[11];
- (b) Ravenhall, Bennett, Pethick曲线^[13];
- (c) Buchler, Barket曲线^[14];
- + Negele, Vautherin计算结果^[15]。

自由中子的压强逐渐变得重要。当 $\rho \approx 1.5 \times 10^{12}$ 克/厘米³ 时，(非相对论退化)自由中子的压强占总压强的20%，当 $\rho > 1.5 \times 10^{13}$ 克/厘米³ 时，自由中子压强已超过总压强的80%。

在 $\rho > 1.3 \times 10^{14}$ 克/厘米³ 区域，物质的组成可以不考虑其他原子核，只考虑处于相平衡

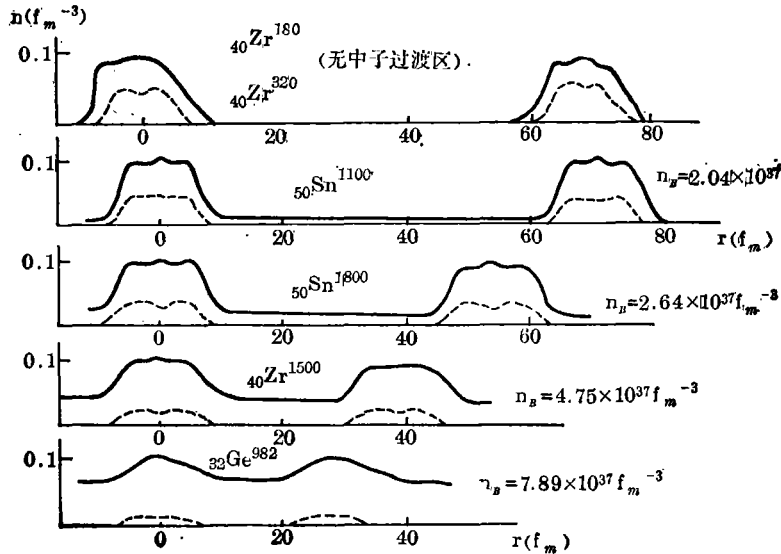


图 5

的中子、质子和电子。但是，在这种超高密度下，原始 β 过程 ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) 及其逆 β 过程 ($p + e^- \rightarrow n + \nu_e$) 都是不可能发生的。这是因为，当 $n_n \gg n_p, n_e$ 时， $p_F(n) \gg p_F(p), p_F(e)$ 。而相平衡条件为

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e \quad (63)$$

而此时中子与质子都处于非相对论退化状态，所以 $\mathcal{E}_F(n) \gg \mathcal{E}_F(p)$ ，由此 $\mu_n \gg \mu_p, \mu_n \sim \mu_e$ 。在这种情形下，原始 β 衰变和逆 β 过程不可能同时满足能量守恒和动量守恒定律。但是，更改了的 URCA 过程 (即正、反 β 过程)

$$n + n \rightarrow n + p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad n + p + e^- \rightarrow n + n + \nu_e \quad (64)$$

却由于另一个中子吸收多余的动量而变得可以实现，正是通过这种更改了的 URCA 过程，中子、质子和电子之间的 β 平衡过程才能得以实现。

如果不考虑远远低于粒子费米能量的少量质子与电子系统的库仑相互作用能量的贡献，粒子的化学势就是它的费米能，

$$\mu_i = c(p_{i,F}^2 + m_i^2 c^2)^{1/2} \quad (65)$$

$$p_{i,F} = \left(\frac{3h^3}{8\pi} n_i \right)^{1/3} \quad (66)$$

而 $i = n, p, e$ 。在电中性 ($n_e = n_p$) 条件和重子数守恒 ($n_n + n_p = n_B = \rho/m_B$) 下，从 (63)、(65)、(66) 三式便可计算给定密度下质子与中子数密度之比 (也就是质子与中子含量之比) n_p/n_n 。例如，对于 $\rho = 1.66 \times 10^9$ 克/厘米³ 的纯自由中子、质子和电子系统， $n_p/n_n \approx 0.9\%$ ，而当 $\rho = 1.66 \times 10^{14}$ 克/厘米³ 时， $n_p/n_n \approx 0.34\%$ 。

在 $\rho > 2 \times 10^{14}$ 克/厘米³ 超高密度下，人们利用前面所述的能量变分方法，我们在下一篇文章中将介绍用核物质理论以及平均场等等不同方法来寻求物质的状态方程。如果不考虑 π 凝聚，1978 年 Lattimer 和 Ravenhall 给出了最硬的状态方程^[16]：

$$P = 2.56 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{3.5} - 1 \right] \quad (67)$$

其中 ρ_0 为饱和核密度。但是 Bethe 等人为了使压缩模量与实验值 ($K=220\text{MeV}$) 相符, 认为上述状态方程应乘以因子 7/16。必须指出, 在 $\rho > 10^{16}$ 克/厘米³ 时, 量子色动力学 (QCD) 的影响可能变得更为重要, 但本文在此不作讨论。

在对于内壳区物质状态的研究中, (60) 式的原子核表面能 \mathcal{E}_s 的研究是相当困难的。虽然状态方程对于 \mathcal{E}_s (以及 \mathcal{E}_c) 不太敏感, 但是物质结构 (A 和 Z) 却对 \mathcal{E}_s 和 \mathcal{E}_c 是非常敏感的。研究原子核表面能常用两种方法: (1) 利用 Thomas-Fermi 方法 (化为微分方程) 来计算晶格点阵中完整的单个晶胞的能量, 然后利用变分方法; (2) 利用 Hartree-Fock 近似方法, 采用 Skyrme 相互作用位 (它是同速度有关的直接相互作用) 来计算核物质和中子气体的交界面上每单位面积的能量。在较低的密度下, 两种方法给出的结果是相近的 (见图 4)。

五、强磁场的影响

由于篇幅有限, 本文不打算详细介绍中子星内强磁场 ($\sim 10^{12}\text{G}$) 对于壳层物理的影响, 只打算简单指出以下几点重要结论:

1. 在超强磁场下, 在中子星表层附近, 原子和离子的能级结构发生了巨大的变化^[17], 原因如下: 即使不考虑原子核库仑场的影响, 在强磁场 B 下, 电子绕着磁力线旋进是沿量子化的 Landau 轨道运动的, 其能级为:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c + \frac{e}{m_e c} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} + \frac{p_z^2}{2m_e} \quad (68)$$

其中 n 为 Landau 能级的量子数, $\omega_c = \frac{eB}{m_e c} \doteq 1.778 \times 10^7 B$ 为电子的回旋频率。电子绕着半径为 $r_n = (2n)^{1/2} \hat{r}$ 的圆柱面旋进, 而 $\hat{r} = \left(\frac{\hbar}{m_e \omega_c}\right)^{1/2} \simeq 2.6 \times 10^{-4} B^{-1/2} \text{cm}$ 。如果磁场足够强,

使得 \hat{r} 小于无磁场下原子中电子的第一个波尔轨道半径: $\hat{r} < \frac{a_1}{Z}$ ($a_1 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \simeq 0.529 \times 10^{-8} \text{cm}$), 则在垂直于磁场方向上, 电子的运动完全由强磁场所决定。但是沿着磁场方向上电子的动量 p_z 却是自由的。

当考虑到原子核的库仑场时, 沿磁场方向电子的运动是受到库仑场的约束。对于处于 Landau 能级基态的氢原子内的电子而言, 其 Landau 轨道的中心位于质子上, 其自旋与磁场反平行。在原子内, 电子几率波的分布是在半径为 \hat{r} 的均匀圆柱体内, 其纵向长为 l 。此时电子的能量 (经计算) 为 $E \sim \frac{\hbar^2}{2m_e l^2} - \frac{e^2}{l} \ln \frac{l}{\hat{r}}$, 其中第一项为同 Z 向运动有关的动能, 第二项是在 $l \gg \hat{r}$ 前提下 (设 $\hat{r} \ll a_1$) 计算的静电能。从能量极小值为稳定的条件可得出强磁场中氢原子基态的 $l \sim a_1 \left[\ln \frac{a_1}{\hat{r}} \right]^{-1} \ll a_1$, 基态能量

$$E \sim - \left(\frac{\hbar^2}{2m_e a_1} \right) \left[\ln \left(\frac{a_1}{r} \right) \right]^2 \propto (\ln B)^2 \quad (69)$$

由此可知, 在超强磁场下, 原子的束缚能(电离电势)远远高于无磁场情形的数值。

对于多电子原子来说, 情形更加复杂。

2. 在超强磁场下, 中子星表面的原子形状以及原子间关联的结构发生了巨大变化。

在无磁场下, 两个具有相同自旋、且处于 1s 电子态的两个氢原子是不容易接近的, 根据泡利原理, 只有当其中一个电子从 1s 态激发到下一个邻近壳层(必须消耗原子的激发能)时, 它们才能够彼此接近, 最后可能形成具有共价电子的分子。但是, 在强磁场下, 如果两个质子沿磁力线方向排列, 电子的 Landau 轨道能级中心的轴线将通过这些质子的位置。如果一个电子处于 Landau 能级的基态, 那末自旋相同的第二个电子只需处于 Landau 能级的第一激发态, 它距质子的平均距离为 \hat{r} , 能级仅仅稍微不同于基态, 能量差远远小于无磁场情形下原子跃迁所需的能量(量级与电离电势相同)。因此, 原子很容易沿着磁力线方向紧靠在一起形成具有许多共价电子的束缚链, 其中电子很容易沿着链的长度方向运动, 但在垂直于磁场方向上却受到 Landau 轨道的限制。

按照 Ruderman 的计算, 在磁场非常强时, 当参量

$$\eta = \frac{a_1}{Z\hat{r}} = \left(\frac{B}{4.6 \times 10^9 Z^3} \right)^{1/2} \gg 1 \quad (70)$$

时, 这种磁性聚合链中每个原子的最低能量为^[18]

$$E_a \sim -0.5 \left(\frac{Z^3 e^2}{a_1} \right) \eta^{4/5} \quad (71)$$

它大大低于单个原子的能量^[20] $E_a^{(1)} \sim -\frac{9}{8} \frac{Z^3 e^2}{a_1} \ln^2 \eta$ 。此时原子核之间的间距为

$$L \sim 2.4 a_0 (Z\eta^{4/5})^{-1} \quad (72)$$

而电子壳层的直径近似相等。由于静电吸引力, 邻近的“分子链”被束缚在一起, 相邻的链沿磁力线方向的距离为 $L/2$ 。如果不考虑压强的作用, 由这些磁性聚合链构成的物质的密度远远高于通常的物质。在 $\eta \gg 1$ 的超强磁场下,

$$\rho \sim \frac{AZ^3 m_B}{12a_0^3} \eta^{12/5} \sim 4 \times 10^3 \left(\frac{A}{56} \right) \left(\frac{26}{Z} \right)^{3/5} B_{12}^{6/5} \text{ 克/厘米}^3 \quad (73)$$

详细计算表明^[19], 在中子星表面($B \sim 10^{12} \text{G}$), 对 Fe^{56} 来说, 物质密度为 $2.7 \times 10^3 \text{ 克/厘米}^3$ 。

但是, 当物质密度进一步增高时, 即当

$$\rho > 2 \times 10^4 B_{12}^{3/2} \text{ 克/厘米}^3 \quad (74)$$

时, 电子之间的平均间距小于电子的 Larmor 回旋半径, 磁场的影响就退居次要的地位, 物质结构以及物质对光子的散射率几乎不受磁场的影响。强磁场对中子星外壳以外的很薄而致密的大气层结构有决定性的影响, 但是, 在内部深处, 除了对质子超导涡旋态有影响外, 一般都可以不考虑它的影响。

3. 强磁场对于光子输运过程的强烈影响

由于电子沿磁场方向的运动比沿垂直于磁场方向的运动容易得多，所以当光子输运过程的特征时标 τ 大于电子回旋运动时标 $\tau > 1/\omega_c$ 时 ($\omega_c = eB/\gamma m_e c$, 其中 γ 为考虑电子速度接近光速时的相对论 Lorentz 因子), 物质沿磁场方向的电导率、导热率都远远高于垂直磁场方向的数值。例如, 在低频光子 $\omega \ll \omega_c$ 的情形下, 对于电矢量垂直于磁场方向的光子而言, 不透明度大大减小, 即自由电子的截面大大减小^[21],

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \quad (75)$$

(此时电磁波波矢量平行于磁场)。

参 考 文 献

- [1] S. 温伯格著, 引力论和宇宙论, 邹振隆等译, 科学出版社(1980).
- [2] J. 朗道, E. 栗弗席兹著, 统计物理, 杨训恺等译, 人民教育出版社(1964).
- [3] Clayton, D., Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis, (1968).
- [4] Coldwell-Horsfall, R. et al., *J. Math. Phys.*, 1 (1960), 395.
- [5] Feynman, R. et al., *Phys. Rev.*, 75 (1949), 1561.
- [6] Salpeter, E., *Ap. J.*, 134 (1961), 669.
- [7] Baym, G. et al., *Ap. J.*, 170 (1971), 299.
- [8] Baym, G. and Phethick, C., *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, 25 (1975), 27.
- [9] Langer, W. et al., *Ap. S. S.*, 5 (1969), 529.
- [10] Bethe, H. et al., *A. Ap.*, 7 (1970), 279.
- [11] Baym, G., Bethe, H. and Pethick, C., *Nucl. Phys.*, A175 (1971), 225.
- [12] Arponen, J., *Nucl. Phys.*, A191 (1972), 257.
- [13] Ravenhall, D. et al., *Phys. Rev. Lett.*, 28 (1972), 978.
- [14] Buchler, et al., *Ap. Lett.*, 7 (1971), 169.
- [15] Negele, J. et al., *Nucl. Phys.*, A207 (1973), 298.
- [16] Lattimer, J. M. and Ravenhall, D., *Ap. J.*, 223 (1978), 314.
- [17] Ruderman, M., IAU Symp., No. 53, p. 117, (1974).
- [18] Ruderman, M., *Phys. Rev. Lett.*, 27 (1971), 1036.
- [19] Chen, H. -H. and Ruderman, M., *Ap. J.*, 191 (1974), 473.
- [20] Cohen, R. et al., *Phys. Rev. Lett.*, 25 (1970), 467.
- [21] Herold, H., *Phys. Rev.*, D19 (1979), 2868.

(责任编辑 谢应纯)

The Physics of the Interior of Neutron Stars

(I) The Whole Nature and Shell Physics

Peng Qiuhe

(Department of Astronomy, Nanjing University)

Abstract

This paper presents a brief account on the situation of whole neutron stars, in which the methods used and achievements made in studying physical states of external and inner shells are covered. Finally the most important conclusion of the effects of strong magnetic field on the surface nature of neutron stars is included.