



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

硕士学位论文

# 北斗广域差分实时高精度定位

姓 名：杨乾峰

学 号：1832017

所在院系：测绘与地理信息学院

学科门类：工学

学科专业：测绘科学与技术

指导教师：王解先 教授

副指导教师：陈俊平 研究员（校外）

二〇二一年三月



同濟大學  
TONGJI UNIVERSITY

A dissertation submitted to  
Tongji University in conformity with the requirements for  
the degree of Master of Philosophy

## **High-precision Positioning for Real-time of BDS Wide Area Differential System**

Candidate: Yang Qianfeng  
Student Number: 1832017  
School/Department: College of Surveying and  
Geo-informatics  
Discipline: Engineering  
Major: Surveying and Mapping  
Supervisor: Prof. Wang Jiexian

March, 2021

北斗广域差分实时高精度定位

杨乾峰

同济大学

## 学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版；学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

## 同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律 responsibility 由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月

## 摘要

近年来,北斗系统加快了建设的进程,随着习总书记于 2020 年 7 月 31 日宣布北斗三号系统正式开通,一个可提供全球连续、稳定、可靠服务的并具有中国特色的导航系统正式登上舞台。现运行的北斗及北斗广域差分系统通过播发等效钟差、卫星轨道改正、格网电离层和相位分区综合改正共四种改正数据,将北斗导航系统的实时定位精度提升到了分米级,其中起到关键作用的是分区综合改正数。分区改正数理论认为,经过广域增强差分信息修正后的观测值在一定区域内具有相关性,包括含有共同或相近的剩余轨道误差、钟差误差、对流层误差、电离层误差等,而在一定区域范围内,这些误差很难完全分离,因此将这些误差按照区域进行划分,将其综合误差称为分区综合改正数。本文基于北斗分区综合改正数主要做了以下两个方面的研究。

一、在传统的北斗单频分区综合改正中,通常是采用半合法(UofC)进行组合处理的,但组合之后会将原始观测方程的噪声放大,难以有效地体现分区综合改正数的作用。为了优化基于分区综合改正数 PPP 定位的性能,本文在单频分区改正数定位时添加了外部电离层约束进行非组合直接解算。通过陆态网实测数据对传统半合法和附加电离层约束直接解法进行实验分析,结果表明,附加电离层约束直接解法定位精度相比半合法有了明显的提升,具体来看,N\E\U 方向的定位精度分别提升了(10.6、11.5、6.8)%,三维方向的总定位精度提升了 8.7%。并通过实际环境下动态数据进行测试,结果同样表明,实际动态测试下附加电离层约束的单频直接解法具有更好的定位效果。

二、在双频定位中,基于分区综合改正数定位常采用无电离层组合(IF),但在实时动态下还是会出现 PPP 收敛慢的问题,为了加快 PPP 收敛,本文将借助 RTK 辅助参考站信息构建 RTK/PPP 滤波组合,为 PPP 解算时赋予较为准确的初始位置信息,达到加快 PPP 收敛的目的。通过实验表明,静态模拟动态中 RTK/PPP 滤波组合收敛时间从 20 个历元提升到了 10 个历元左右;实际动态测试中 RTK/PPP 滤波组合收敛时间从 250s 缩短到了 55s,定位精度从 0.5m 以内提升到了 0.3m 以内。综上,RTK/PPP 组合滤波借助 RTK 参考站辅助信息确实可以在 PPP 中起到加速收敛的作用。

**关键词:** 北斗定位、分区综合改正数、单频附加电离层约束、RTK/PPP 滤波组合

## ABSTRACT

Recently, the BDS (BeiDou System) has accelerated the construction process. As president Xi announced the official opening of the BDS3 system on July 31 in 2020, a navigation system with Chinese characteristics that can provide continuous, stable, and reliable services around the world is officially launched. The current BDS Wide Area Differential System broadcasts the Equivalent Satellite Clock, Satellite Orbit Correction, Ionosphere Grid and Zone Correction to improve the positioning accuracy to decimeter level, among which the Zone Correction is the key to the high-precision positioning. The 'Zone Correction' theory believes that the observation values corrected by wide-area differential information are relevant in a certain area, including common or similar residual orbit errors, clock errors, tropospheric errors, ionospheric errors, etc. Within the area, these errors are difficult to completely separate, so these errors are divided according to the area, and their comprehensive errors are called the comprehensive Zone Correction data. Based on the Zone Correction, the following two parts of positioning research have been discussed in this thesis:

1. Based on the Zone Correction we usually use the UofC combination to complete the single-frequency positioning in traditional method of Zone-Divided positioning. However, the noise of the original observation will be amplified after the combination and it is difficult to effectively reflect the effect of the Zone-Divided correction data. In order to improve the PPP performance of the Zone-Divided correction data, this thesis adds an external ionospheric constraint to the single frequency observation equation to directly solve the original observation equation in an uncombined model. Some experiments and analysis of the traditional UofC and the method with Additional Ionospheric Constraint are carried out by using the data of CMONOC. The results show that, the method with Additional Ionospheric Constraints has significantly improved compared the positioning accuracy to UofC after adding more accurate ionospheric information. Specifically, the positioning accuracy in the three directions of N(North) E(East) U(Up) has increased by 10.6%, 11.5%, and 6.8% respectively, and the total three-dimensional positioning accuracy has increased by 8.7%. Tested by dynamic data in actual environment, the results also show that the method with Additional Ionospheric Constraints under actual dynamic test has better positioning performance.

2. The IF (Ionospheric Free) combination is usually used based on Zone-Divided

correction theory in dual-frequency positioning, but the problem of slow PPP convergence still occurs in real-time kinematic. In order to speed up the PPP convergence, this thesis will use the RTK auxiliary reference station information to construct the RTK/PPP filter combination, and give more accurate initial position information for the PPP calculation, which has achieved the purpose of speeding up the PPP convergence. Experiments results show that the RTK/PPP filter combination in static simulation increases the convergence time from 20 epochs to about 10 epochs; in the actual kinematic test, the RTK/PPP filter combination shortens the convergence time from 250s to 55s, and the positioning accuracy from within 0.5m has been raised to within 0.3m. In summary, RTK/PPP combined filtering can indeed accelerate convergence in PPP with the help of RTK reference station auxiliary information.

**Key Words:** BDS positioning, Zone-Divided correction, Ionospheric Constraints, RTK/PPP

## 目录

摘要.....	I
ABSTRACT .....	II
目录.....	IV
第 1 章 引言.....	1
1.1 GNSS 导航系统概述 .....	1
1.1.1 GPS .....	1
1.1.2 GLONASS .....	2
1.1.3 GALILEO .....	3
1.1.4 BDS.....	3
1.2 国内外研究现状.....	5
1.2.1 广域差分增强系统.....	5
1.2.2 GNSS 非组合 .....	7
1.2.3 实时动态 PPP 快速定位.....	8
1.3 研究背景及意义.....	9
1.4 研究内容.....	9
第 2 章 GNSS 精密单点定位理论 .....	11
2.1 坐标系统和时间系统.....	11
2.1.1 坐标系统.....	11
2.1.2 时间系统.....	14
2.2 观测模型.....	16
2.2.1 基本观测量.....	16
2.2.2 常用的组合模型.....	16
2.3 定位误差及改正模型.....	18
2.3.1 卫星信号传播有关的误差.....	18
2.3.2 与卫星有关的误差.....	19
2.3.3 与接收机有关的误差.....	22
2.4 数据预处理.....	24
2.4.1 周跳探测.....	24
2.4.2 初始坐标和初始钟差的解算.....	25
2.5 参数估计.....	26
2.5.1 最小二乘估计.....	26

2.5.2 Kalman 滤波参数估计理论.....	26
2.6 本章小结.....	27
第 3 章 北斗单频分区综合改正.....	28
3.1 分区综合改正理论方法.....	28
3.1.1 分区综合改正数计算原理.....	28
3.1.2 分区设计.....	30
3.2 北斗单频分区改正定位模型.....	30
3.2.1 传统单频分区改正定位模型.....	30
3.2.2 附加电离层约束的单频分区改正定位模型.....	31
3.2.3 电离层估计.....	34
3.2.4 确定虚拟电离层观测方程的先验方差.....	35
3.3 单频定位实验结果及分析.....	36
3.3.1 定位模型比较.....	36
3.3.2 静态站动态定位实验结果及分析.....	36
3.3.3 分区实时动态定位测试.....	38
3.4 BDS23 与 BDS2 定位效果比较.....	40
3.5 本章小结.....	46
第 4 章 基于 IF 分区综合改正的 RTK/PPP 组合滤波实时定位.....	47
4.1 RTK/PPP 组合滤波定位模型.....	47
4.1.1 无电离层组合(IF)定位模型.....	47
4.1.2 RTK/PPP 组合滤波模型.....	49
4.1.3 实验结果分析.....	50
4.2 北斗分区双频无电离层(IF)组合.....	54
4.2.1 无电离层(IF)组合分区综合定位模型.....	54
4.2.2 定位效果分析.....	54
4.3 基于 IF 分区综合改正的 RTK/PPP 组合滤波定位.....	58
4.3.1 定位函数和模型.....	58
4.3.2 模拟动态实验分析.....	59
4.3.3 真实动态实验及分析.....	60
4.4 本章小结.....	63
第 5 章 总结与展望.....	64
5.1 总结.....	64
5.2 展望.....	65
致谢.....	66

参考文献.....	67
个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果.....	71

# 第1章 引言

## 1.1 GNSS 导航系统概述

随着新世纪信息时代的到来,人们日常生活中的位置和时间信息变得十分重要,它紧密联系着人们的生产生活。而全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System)也就是 GNSS 技术的出现,完全改变了人们获取时间和位置信息的方式,越来越成为现代社会无法替代的基础设施。GNSS 导航系统快速发展,目前已经建成或即将建成的 GNSS 导航系统包括美国的 GPS(Global Positioning System<sup>1</sup>)、俄罗斯的 GLONASS(Global Navigation Satellite System<sup>2</sup>)、欧盟的伽利略(Galileo<sup>3</sup>)以及中国的北斗系统(BeiDou System, BDS<sup>4</sup>)。此外,随科技进步和生产生活中高精度定位的需求,又发展出了用于辅助基本导航的增强定位系统。本章节将对以上几个系统的概况以及相应的最新发展情况做简要介绍。

### 1.1.1 GPS

GPS 导航系统于 1973 年提出并在 1995 年投入全面运行,是最早发展来的全球卫星导航系统。GPS 计划由 24 颗均匀覆盖在距离地面高度约 20200Km 的中轨道卫星(Media Earth Orbit, MEO)组成,其轨道倾角为 55°,运行周期为 11h58min2s,实现每个卫星每天绕地球运行两圈。为了确保在 95%的时间内保持 24 颗可运行卫星的可用性,更加全面的覆盖全球区域,GPS 实际卫星数量超过 24 颗,目前在轨运行的卫星有 31 颗,分布在 6 个轨道面上,以保证在地球上任何一个地方在正常运行条件下都能观测到至少 7 颗卫星。

GPS 发展至今,一共经历了 Block I、Block II、Block IIA、Block IIR、Block IIR-M、Block IIF 等不同类型卫星。截至 2021 年 1 月 9 日,在轨运行的卫星中包含 8 颗 Block IIR、7 颗 Block IIR-M、12 颗 Block IIF、4 颗 III/IIF 卫星,如图 1.1 所示。

---

<sup>1</sup> <https://www.gps.gov>

<sup>2</sup> <https://www.glonass-iac.ru>

<sup>3</sup> <https://galileognss.eu>

<sup>4</sup> <http://www.beidou.gov.cn>

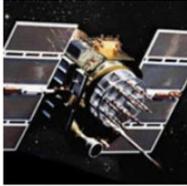
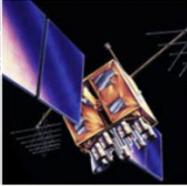
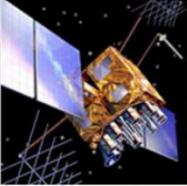
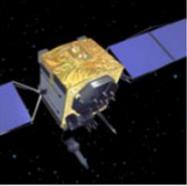
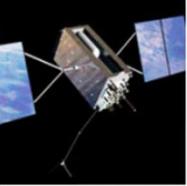
LEGACY SATELLITES		MODERNIZED SATELLITES		
				
BLOCK IIA	BLOCK IIR	BLOCK IIR-M	BLOCK IIF	GPS III/IIIF
0 operational	8 operational	7 operational	12 operational	4 operational
<ul style="list-style-type: none"> <li>Coarse Acquisition (C/A) code on L1 frequency for civil users</li> <li>Precise P(Y) code on L1 &amp; L2 frequencies for military users</li> <li>7.5-year design lifespan</li> <li>Launched in 1990-1997</li> <li>Last one decommissioned in 2019</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>C/A code on L1</li> <li>P(Y) code on L1 &amp; L2</li> <li>On-board clock monitoring</li> <li>7.5-year design lifespan</li> <li>Launched in 1997-2004</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>All legacy signals</li> <li>2nd civil signal on L2 (L2C)</li> <li>New military M code signals for enhanced jam resistance</li> <li>Flexible power levels for military signals</li> <li>7.5-year design lifespan</li> <li>Launched in 2005-2009</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>All Block IIR-M signals</li> <li>3rd civil signal on L5 frequency (L5)</li> <li>Advanced atomic clocks</li> <li>Improved accuracy, signal strength, and quality</li> <li>12-year design lifespan</li> <li>Launched in 2010-2016</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>All Block IIF signals</li> <li>4th civil signal on L1 (L1C)</li> <li>Enhanced signal reliability, accuracy, and integrity</li> <li>No Selective Availability</li> <li>15-year design lifespan</li> <li>IIIF: laser reflectors; search &amp; rescue payload</li> <li>First launch in 2018</li> </ul>

图 1.1 GPS 组网卫星及其参数<sup>5</sup>

GPS 除了以上所介绍的空间星座部分，还有地面监控部分，该部分由 1 个主控站(Master Control Station)、一个备用站(Alternate Master Control Station)、4 个地面天线站(Ground Antenna)、两个远程跟踪站 Remote Tracking Station 15 个监测站(Monitor Station)组成。以 2016 年 5 月 11 日为例，GPS 在全球的平均用户距离误差<sup>6</sup>(User Range Error, URE)在 95%的时间内都优于 0.715m，如此高的空间信号精度使 GPS 平均定位误差在平面优于 1.9m、高程优于 3.9m(均为 95%)<sup>[1]</sup>。

### 1.1.2 GLONASS

GLONASS 由俄罗斯自主研发，主要服务于俄罗斯自身的国防和民用需求，由 24 颗分布在 3 个轨道面的 MEO 卫星组成，其轨道高度为 19100km，卫星倾

<sup>5</sup> <https://www.gps.gov/systems/gps/space/>

<sup>6</sup> <https://www.gps.gov/systems/gps/performance/accuracy/>

角为  $64.8^\circ$ ，运行周期为  $11\text{h}15\text{min}44\text{s}$ 。提供相应的服务，为了保证系统的安全性和稳定性，又通过 3 颗备份卫星、一颗 *spars* 卫星和一颗相位测试卫星来提供后勤保障 GLONASS 地面控制部分由 1 个主控站、5 个跟踪站、2 个 SLR(Satellite Laser Ranging)站及 10 个监测站组成，主要分布于前苏联地区。

与 GPS 等其他系统采用码分多址不同，GLONASS 采用频分多址的方式传输信号，即所有卫星在 15 个不同的频率上传输相同的码。L1 和 L2 的频率与频率号的关系为：

$$\begin{aligned} f_1 &= 1602\text{MHz} + n \cdot 0.5625\text{MHz} \\ f_2 &= 1246\text{MHz} + n \cdot 0.4375\text{MHz} \end{aligned}, \quad n = -7, \dots, 5, 6$$

需要注意的是，GLONASS 各卫星上的频率号并不是固定不变的，其广播星历中实时给出了 GLONASS 各卫星的频率号<sup>[2]</sup>。

### 1.1.3 GALILEO

伽利略导航定位系统是由欧盟于 1999 年发起并由 ESA(European Space Agency)和 GSA(GNSS Agency)共同负责运作的导航系统。该系统由 30 颗中轨卫星分布在 3 个轨道高度为  $23222\text{km}$  的轨道面上，包括 9 颗提供服务的卫星以及 1 颗用于备用的卫星，其卫星轨道倾角为  $56^\circ$ ，轨道运行周期为  $14\text{h}4\text{min}45\text{s}$ ，这样保证在地球上任何一个地方都能观测到至少 6 颗高度角大于  $10^\circ$  的卫星<sup>[3]</sup>。Galileo 系统的卫星频率信号分为 E1、E6、E5、E5a、E5b 五种<sup>[4]</sup>。

与 GPS 系统类似，GALILEO 也包括地面监控和用户设备部分。地面部分由 GALILEO 中心和 GALILEO 传感器提供支持。目前 Galileo 系统主要提供 Open Access Navigation、Commercial Navigation(授权用户)、Safety and Life Navigation、Public Regulated Navigation(授权用户)、Search and Rescue 等五种服务，其中最重要的是 Open Access Navigation 服务，该服务信号通过  $1164\text{-}1214\text{MHz}$  以及  $1563\text{-}1591\text{MHz}$  两个频率向用户播发，两个频段的信号的水平误差小于  $4\text{m}$ ，垂直误差小于  $8\text{m}$ ，单个频段水平误差小于  $15\text{m}$ ，垂直误差小于  $35\text{m}$ 。

### 1.1.4 BDS

北斗卫星导航系统(BDS)是中国自主研发的卫星导航定位系统，该系统主要致力于为全球用户提供包括定位、导航和授时等服务，目前该系统已经成功地应用于测绘、电信、水利、交通、农林渔业、防灾减灾和公共安全等诸多的领域。

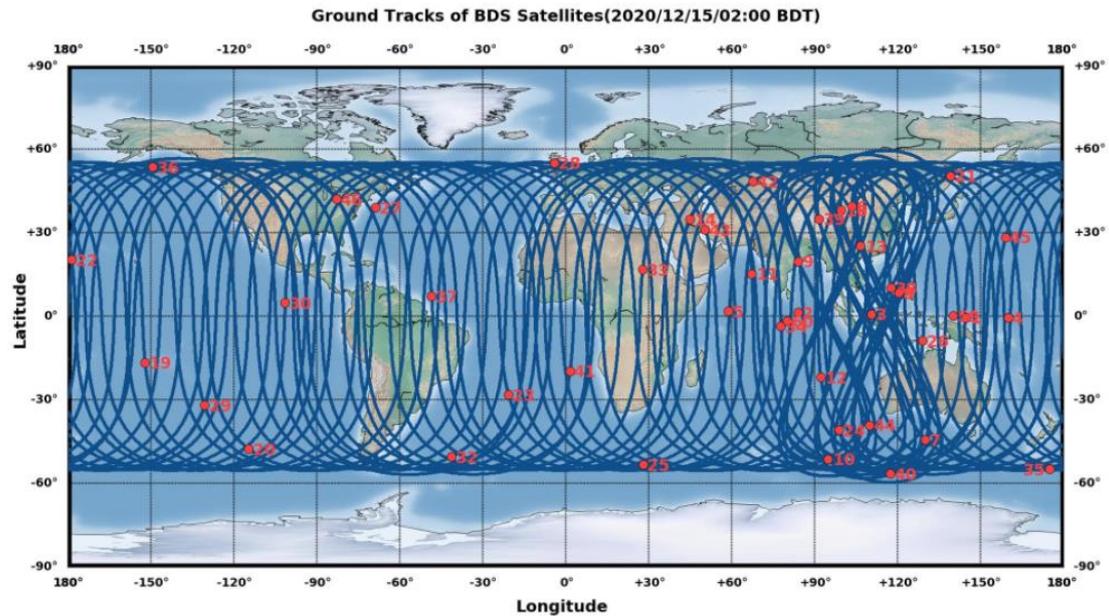


图 1.2 北斗 2020 年 12 月 15 日星历星座图<sup>7</sup>

BDS 于 2012 年 12 月 27 日开始正式提供服务，BDS3 于 2020 年基本建设完成。前阶段投入运行的 BDS2 的卫星部分由三种卫星构成，即 GEO、IGSO 和 MEO 卫星。根据北斗 2020 年 8 月最新发布的 ICD 显示，新一代的 BDS3 导航系统的空间星座由 3 颗 GEO 卫星、3 颗 IGSO 卫星和 24 颗 MEO 卫星组成，并视情部署在轨备份卫星<sup>[5]</sup>。图 1.2 显示了 2020 年 12 月 15 日这一天的北斗卫星星历示意图。

北斗卫星定位导航系统由空间段、地面段和用户段三部分组成<sup>8</sup>。BDS 采用三频信号服务，是第一个支持三个频段的卫星系统，其三个频点的频率分别为 1561.098MHz，1207.14 MHz 和 1268.52 MHz。BDS 的性能已通过大量验证，标准定位坐标水平精度一般小于 6m(95%)，坐标高程精度一般小于 10m(95%)，坐标三维精度一般小于 12m(95%)。北斗伪距差分定位由于受到伪距噪声和多径的影响，使得东、北和高程分量的 RMS 分别为 0.71, 1.14 和 1.90m，三维位置 RMS 为 2.28m，定位精度落后于 GPS 的单频伪距差分定位<sup>[6]</sup>。对于载波相位差分定位来说，BDS 的定位精度在水平方向的 RMS 保持在 1cm 左右，高程方向的 RMS 优于 2cm<sup>[7]</sup>。

<sup>7</sup> [http://www.beidou.gov.cn/xt/xlxz/202012/t20201215\\_21722.html](http://www.beidou.gov.cn/xt/xlxz/202012/t20201215_21722.html)

<sup>8</sup> [http://www.beidou.gov.cn/xt/xtjs/201710/t20171011\\_280.html](http://www.beidou.gov.cn/xt/xtjs/201710/t20171011_280.html)

## 1.2 国内外研究现状

### 1.2.1 广域差分增强系统

全球四大导航系统提供基本导航服务。其使用的广播星历精度较差,使得定位结果只能到达米级。考虑到对高精度定位的日益需求,为了提高更高精度定位服务,各卫星导航系统都建立了自己的星基增强系统(Satellite Based Augmentation System,SBAS)。美国最先开始开展了 WAAS(Wide Area Augmentation System),随后各国也在原有系统的基础上对其进行完善,如图 1.3 所示。目前世界范围内的广域差分增强系统主要有美国的 WAAS、欧洲的 EGNOS(European Geostationary Navigation Overlay Service)、日本的 MSAS(Multi-Functional Satellite Augmentation System),以及正在建设的印度的 GAGAN(GPS Aided GEO Augmented Navigation)、俄罗斯的 SDCM(System for Differential Correction and Monitoring)和中国的北斗星基增强系统(SNAS)。广域差分增强系统通过实时播发轨道、钟差等改正数对广播星历精度进行增强,一般可从精度、完好性、可用性、连续性四个方面对其进行评估。

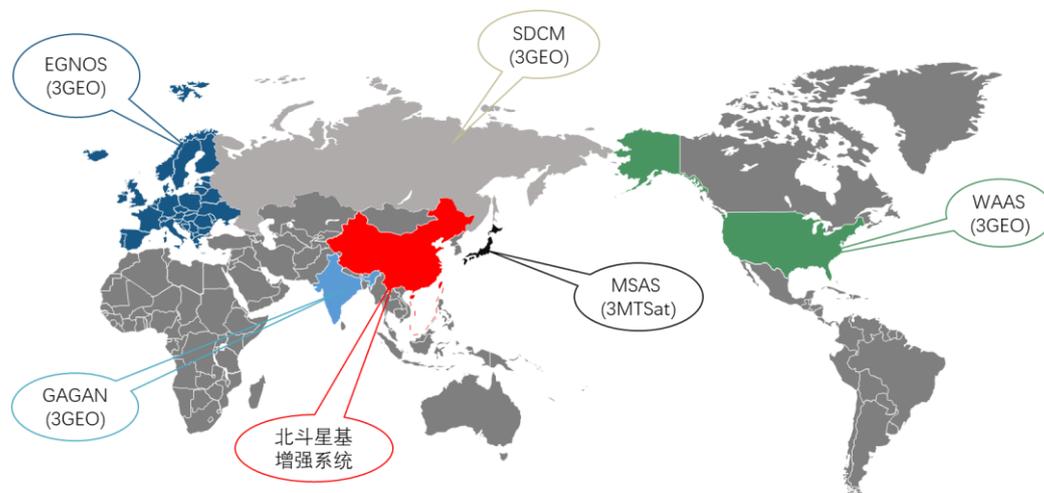


图 1.3 全球广域差分增强系统分布

#### (1) WAAS

WAAS 系统由美国联邦航空局开始建设于 1992 年,主要应用于民航领域,其服务范围为北美地区。WAAS 的空间部分由三颗分布在西经 98°、107.3°、133°的 GEO 卫星组成<sup>9</sup>,同时还有分布于北美和夏威夷等地的三十多个地面监测站。WAAS 系统要求在 95%时间内实

<sup>9</sup> [http://www.navipedia.net/index.php/WAAS\\_General\\_Introduction](http://www.navipedia.net/index.php/WAAS_General_Introduction)

现定位精度优于 7.6m，实际上在大部分地区能实现定位精度优于 1m，因此 WAAS 能满足航空中一类精密定位的要求<sup>10</sup>。

## (2) EGNOS

EGNOS 是欧空局建设的支持 GPS、GLONASS、Galileo 的广域增强系统，它由 40 个地面监测站和 3 颗位于西经 15.5°至东经 31.5°的 GEO 卫星组成，按照计划，EGNOS 需提供优于 7m 平面定位精度，实际上其水平精度一般在 1m 左右。与 WAAS 类似，EGNOS 也将从单频转向双频定位<sup>11</sup>。

## (3) MSAS

MSAS 是日本的 GPS 广域差分增强系统，于 2007 年 9 月 27 日正式对外宣布运行。它使用两颗 MSAS 卫星(MTSAT-1R,位于 140°E; MTSAT-2, 位于 145°E)播发增强信息，这两颗卫星不仅用于导航，还用于气象应用。MSAS 在航空中的在途定位精度要求为 220m，实际精度一般优于 2.2m，其可用性优于 99.9%。

## (4) SDCM

SDCM 是俄罗斯正在建设的 GLONASS 广域差分增强系统。SDCM 的空间部分由三颗 GEO 卫星组成，分别为 Luch-5A、Luch-5B 和 Luch-4；其地面部分由二十多个分布在俄罗斯和其他国家的地面站组成。未来，俄罗斯还将在世界范围建立更多的监测站<sup>12</sup>。

## (5) GAGAN

GAGAN 是印度政府从 2001 年开始建设的 GPS 广域差分增强系统，一共分为技术论证、初步试验、完全运行三个阶段。至 2015 年 11 月，其空间部分共有三颗 GEO 卫星，分别为 GSAT-8、GSAT-10 和 GSAT-15<sup>13</sup>。地面部分有 15 个参考站，3 个注入站和 3 个控制中心，能实现在印度范围内的民航飞机实时导航精度达到水平 1.5m，高程 2.5m。

## (6) SNAS

为了提高定位精度，满足高精度定位的需求，中国 BDS 上也开始了星基广域增强系统和差分系统的研究工作。以北斗系统为基础，通过播放四维改正数以减小并修正 BDS 基本导航中存在的各种误差，使得定位精度提高到分米级。这些改正数包括修正卫星钟差和卫星轨道径向误差的等效钟差改正数、修正轨道法向和切向误差的轨道改正数，消除电离层延迟误差的格网电离层改正数和修正各

<sup>10</sup> [http://www.navipedia.net/index.php/WAAS\\_Future\\_and\\_Evolutions](http://www.navipedia.net/index.php/WAAS_Future_and_Evolutions)

<sup>11</sup> [http://www.navipedia.net/index.php/EGNOS\\_General\\_Introduction](http://www.navipedia.net/index.php/EGNOS_General_Introduction)

<sup>12</sup> <http://www.navipedia.net/index.php/SDCM>

<sup>13</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/GPS\\_Aided\\_GEO\\_Augmented\\_Navigation](https://en.wikipedia.org/wiki/GPS_Aided_GEO_Augmented_Navigation)

类综合误差的分区综合改正数<sup>[8],[9]</sup>，见图 1.4。

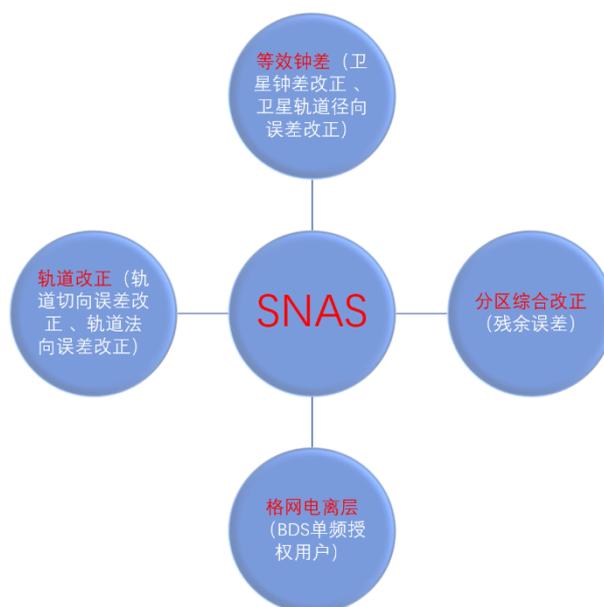


图 1.4 BDS 广域差分星基增强系统及其播发参数

其中，等效钟差是由平滑后的伪距观测值经过计算得到的，由于北斗广播星历中的卫星轨道是由多星定轨解算得到的，而其卫星钟差是由星地时间同步得到的，所有轨道和钟差之间不满足自洽性，而等效钟差的作用主要是修正两类方法的卫星钟差之间的偏差值，它不仅包含了钟差改正值，也包括轨道径向改正值<sup>[10]</sup>；轨道改正数是在等效钟差模型的基础上，进一步提出的对星基广域差分系统的补充，用于修正模型中尚未考虑的轨道切向和法向分量误差，使得用户实时定位伪距定位 95%精度可以达到水平方向优于 1m，高程方向优于 1.5m；格网电离层主要服务于单频授权用户，其修正精度略高于北斗 8 参数和 14 参数模型。在以上三重改正数的基础上，又提出了分区综合改正数，它以区域为基础，考虑到残余误差在区域内的相关性，计算相位分区综合改正数和伪距分区综合改正数<sup>[11]</sup>，伪距改正数包括了钟差和轨道改正后的残余误差、接收机钟差误差、对流层残余误差；而相位改正数除了包含以上的误差外，还包含模糊度信息<sup>[12]</sup>。

## 1.2.2 GNSS 非组合

精密单点定位(Precise Point Positioning, PPP)中，非组合观测值的出现又提供了一种除了无电离层组合(Ionospheric Free Combination, IF)之外的另一种模型选择<sup>[13][14][15][16]</sup>，其优点是在于能够提取电离层延迟<sup>[17]</sup>，避免了因为组合导致的观测值噪声放大，也可以引入外部的电离层约束来减小模糊度收敛的时间，基于以

上优势,在精密单点定位中首先引入了这一模型,因此非组合 PPP 引起了较大的关注<sup>[18]</sup>。

最先提出的非组合 GPS PPP 方法是来自于 2006 年荷兰 Delft 大学的 Keshin 等人,并且取得了一些初步的成果<sup>[19]</sup>。2011 年,中科院测绘与地球物理研究所的张宝成研究员等<sup>[14][20]</sup>基于 Keshin 等的研究进一步地对 GPS 非组合 PPP 的函数模型、随机模型、可估参数、滤波算法及相关应用进行了系统而深入的研究,并将其应用于确定电离层总电子含量和站星 DCB,了大量的实验论证,取得了较好的效果;之后,李玮等人又使用非差非组合 PPP 来获取电离层延迟,其通过实验证明了电离层活动其实上对电离层延迟误差的精度影响并不大<sup>[21]</sup>。2013 年,辜声峰在其博士论文中研究了多频 GNSS 统一数据处理方法,该论文中着重通过引入信号特征性时延偏差,使得信号同步;并且在钟差和时延参数去相关这个问题上进行了深入研究,考虑了非差非组合模型各类物理几何参数<sup>[22]</sup>。张小红等人后来也证明了非差非组合对比组合观测值计算来说,在减小原始观测噪声方面具有较为显著的优势<sup>[23]</sup>。2014 年,张宝成研究员等对非组合中的各种函数模型和参数模型进行了讨论和相关的实验研究<sup>[24]</sup>。2015 年,同济大学李博峰教授等通过详细的理论推导,证明了无电离层组合(IF)、UofC 组合和非组合三种 PPP 定位模型是等价的<sup>[25]</sup>;此外,汪晓龙等人率先在 BDS 上用非差非组合模型对于周跳进行探测和修复,他们的实验研究表明,新的模型具有很好的稳定性和可行性<sup>[26]</sup>。2016 年,Guo 等人在三频中对非差非组合进行了评估实验,并与无电离层组合进行了分析比较做了详细的分析<sup>[27]</sup>。2017 年,Liu 等在定位精度方面对多系统 GNSS 非差非组合 PPP 性能进行了更全面的评估,此外他们还研究了 ISB 的单天稳定性和 PPP 提取的电离层延迟的精度<sup>[28]</sup>。2018 年,周峰在其博士论文中对多系统非差非组合 PPP 的相关内容进行了深入研究,特别是在 GLONASS 的 IFB 以及多系统 GNSS 的 ISB 进行了相应的建模和分析;此外还深入的阐述了单频、双频定位中非差非组合的理论基础,并通过静态实验和动态实验证明了非差非组合在单频中的优越性<sup>[29]</sup>。2020 年,周杨在其硕士论文中基于现有的 BDS2 系统的综合分区改正理论研究下,展开了对北斗二代系统的非差非组合研究,对比传统的方法,非差非组合定位效果展现出了较大的优越性<sup>[30]</sup>。

综上所述,非差非组合在定位中展现出了较大的优越性,这种模型将在定位中发挥更加重要的作用。

### 1.2.3 实时动态 PPP 快速定位

PPP 在实现高精度定位时,需要准确的模糊度参数信息。而一般情况下,载

波相位模糊度参数需要一段时间的收敛才能达到稳定。当前,针对 PPP 的收敛时间开展了诸多研究<sup>[31][32][33][34][35]</sup>。研究表明<sup>[31]</sup>,静态情况下若要达到 20cm 的水平定位精度,96%的测试数据需要 30 分钟的平均收敛时间,动态情况下则需要 50 分钟。可以说,较长的收敛时间制约了动态 PPP 的发展和应用。而影响 PPP 收敛的因素主要有:定位函数模型、卫星空间几何结构、定位模式(静态或动态)、观测数据质量、卫星轨道和钟差精度、数据采样间隔以及 Kalman 滤波参数的设置等<sup>[35]</sup>。针对上述影响因素,提出了多种改善 PPP 收敛速度的方法,比如通过提出更高精度的测量模型来降低观测量的噪声和多路径<sup>[36]</sup>,多系统融合来改善卫星几何结构<sup>[37][38]</sup>,采用三频数据增加冗余观测值<sup>[39][40]</sup>等方法来加速 PPP 的收敛。但目前,PPP 仍旧无法实现快速收敛,无法满足用户的实时定位需求。

但是,研究表明<sup>[35][41]</sup>,若动态 PPP 用户提前获取了高精度的初始位置,则可以利用该先验位置信息作为约束条件加速 PPP 的收敛。而短基线 RTK 技术<sup>[42]</sup>可以在短时间内获得高精度的位置坐标,因此,本文第四章将利用短基线 RTK 解算的位置信息作为 PPP 中组合滤波器的观测信息,通过给定 PPP 先验位置信息,构造出基于 IF 组合分区综合改正 RTK/PPP 松组合滤波模型<sup>[43]</sup>来加快 PPP 的收敛速度并提高相应的动态定位精度。

### 1.3 研究背景及意义

现有的北斗单频分区综合定位通常是通过线性组合来消去电离层影响的,也就是 Uofc 组合模型,主要是利用电离层在相位和伪距中影响相反的特性来消去电离层误差。这种方法虽然有效,但是其在相位观测方程中引入了伪距观测值,会导致相位观测值的噪声增大,影响到北斗分区综合改正理论的定位效果。所以在不进行组合的情况下,可以考虑在北斗广域差分分区综合改正定位中使用非组合观测值,通过引入外部电离层约束提高单频定位用户的定位效果。

其次,在现有的分区综合改正理论下,同样也存在动态 PPP 难以快速收敛的问题,因此受到张且且博士论文<sup>[43]</sup>中所提到的通过添加 RTK 初始位置的辅助信息来加快 PPP 收敛的启发,同样地也可以在双频 IF 组合分区综合改正定位中引入 RTK 辅助参考站的初始位置信息来加快分区综合改正 PPP 的收敛。

### 1.4 研究内容

基于笔者在攻读硕士学位期间所承担和参与的科研课题,主要概括为本文的

研究内容，具体分为以下几个部分：

第一章介绍了 GNSS 现阶段的发展情况，以我国的北斗卫星导航定位系统及其广域差分系统为背景，结合精密单点定位在实时场景中的应用，论述了本文的实际研究背景和研究意义。

第二章介绍了 GNSS 定位的理论基础，主要包括的就是时间系统、坐标系、观测模型、常用的组合模型、定位中的误差源和相应的误差改正模型方法、数据的预处理方法和主要的参数估计理论。

第三章首先介绍了北斗广域差分系统的三重改正数和分区综合改正数理论，着重阐述分区综合改正数的原理、计算方法和使用方法，通过陆态网实际数据来展示改正数的实际定位效果；其次是推导了基于分区综合改正数的单频附加电离层约束定位模型和解算方法，以实时动态数据证明了单频定位中附加电离层约束定位方法定位效果的优越性；最后，通过 6 个 IGMAS 站的 BDS3 数据，对比了两种单频定位模型在加入 BDS3 前后的定位效果。

第四章介绍了基于无电离层组合的分区综合改正定位模型和 RTK/PPP 组合滤波实时定位模型，并以双频无电离层组合构建了基于分区综合改正的 RTK/PPP 滤波模型，以静态站数据模拟动态定位分析了该滤波模型的定位效果和收敛性；最后以实测数据进行真实场景中的动态定位，以实验验证了该组合滤波模型的可行性和优越性。

第五章对主要是对本文全文进行了总结和展望，明确了未来的研究方向和目标。

## 第 2 章 GNSS 精密单点定位理论

为了尽可能的提高精密单点定位(PPP)解算精度、稳定性、连续性以及缩短收敛时间,需要建立最佳的函数和随机模型<sup>[44]</sup>。随着精密单点定位的快速发展,针对不同数据情况或应用情况,已经有多种成熟的函数模型,常用的如双频无电离层组合模型、非差非组合模型、Uofc 模型和无模糊度模型。他们的主要区别在于是否为组合观测值,以及采用不同的方式处理电离层或模糊度。PPP 依靠精密的卫星轨道和钟差,对重要的误差源进行各种线性组合、模型化或者参数化,以期得到高精度的定位结果。本章将系统论述 PPP 中常见的坐标和时间系统、GNSS 的观测方程和各种组合、各类误差源在精密定位中如何处理,并着重对于单频精密单点定位理论和模型进行介绍和阐述。

### 2.1 坐标系统和时间系统

在卫星测量研究中,要用到两个必不可少的参考系,一个是与地球固联的地固参考系(Conventional Terrestrial System, CTS),它用于表示台站的坐标;另一个是地心惯性参考系(Conventional Inertial System, CIS 也称为天球参考系),即空间固联坐标系,它主要用于表示卫星运动方程。由于牛顿万有引力定律在惯性坐标系中才成立,而卫星运动方程是以牛顿万有引力定律作为出发点推导的,要根据卫星观测值定位或定轨,就必须涉及到地固系和惯性系之间的转换。此外,时间在卫星测量研究中也是十分重要的部分。

#### 2.1.1 坐标系统

一般来说,描述物体的位置信息时,需要将其放入某一个坐标系统中,GNSS 定位中常用的坐标系有以下几种<sup>[45]</sup>。

##### 1. 天球坐标系

天球坐标系是一种近似惯性坐标系<sup>[3]</sup>。一般是假设该坐标系的原点和三个坐标轴是静止不动的,它的坐标原点为地球质心,坐标原点指向 2000 历元的平春分点的方向为 X 轴,而垂直于 2000 历元地球平赤道面北极的方向为 Z 轴, Y 轴与 X 轴、Z 轴共同组成右手坐标系,这样的坐标系就是天球坐标系,其示意图见图 2.1,一般卫星定轨都在惯性坐标系中进行,因为卫星轨道在惯性系中具有轨道几何特征。通常太阳、月亮等行星的坐标都表示在天球坐标系中。

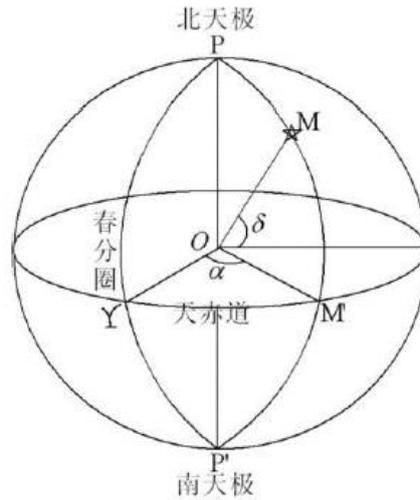


图 2.1 天球坐标系示意图<sup>[45]</sup>

## 2. 地球坐标系

地球坐标系和地球相关联，用于描述地球上的物体的位置，因此也会被称为地心地固坐标系。但是由于地球坐标系容易受到极移的影响，因此又可以分为平(协议)地球坐标系和真(极)地球坐标系。其中平地球坐标系的地极为国际协议地极原点 CIO，具有两种形式：地心空间直角坐标系和地心大地坐标系。两者的坐标原点相同——地球质心，但是一个是通过三维坐标来表达位置，一个是通过经纬度和高程来表达。

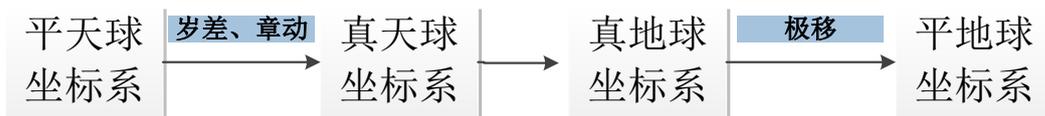


图 2.2 天球坐标系和地球坐标系之间的转换关系

天球坐标系和地球坐标系之间的转换关系如图 2.2。在定位解算以及误差改正的过程中需要进行不同坐标系之间的转换，下面简要地介绍地心惯性系和地固坐标系之间的转换。两个坐标系之间的转换可以通过岁差、章动、自转、极移进行，因此地固系和地心惯性系之间的坐标变化公式可写为：

$$\bar{X} = PNSUX \quad (2.1)$$

式(2.1)中， $\bar{X}$  为惯性系中的坐标， $X$  为地固系中的坐标， $PNSU$  分别代表的是岁差矩阵、章动矩阵、地球自转矩阵、极移矩阵。

## 3. GNSS 常用坐标系及转换模型

GNSS 定位中最常用的两种地球坐标系为地心直角坐标系和地心大地坐标

系，他们都是以地球质心(即地心)为坐标原点  $O$ ，所以他们也统称地心地固坐标系。地心直角坐标系的  $Z$  轴与地球自转轴重合并指向地球北极， $X$  轴指向地球赤道与参考子午面的交点，通常采用英国伦敦的格林尼治子午面，以右手直角坐标系法则构成  $Y$  轴，以  $(X,Y,Z)$  表示某点在地心直角坐标系中的坐标。地心大地坐标系以大地纬度、大地经度和大地高度表示某点在坐标系中的位置，以  $(\Phi,\lambda,h)$  表示，它能更直观地表示该点在地球中的位置，更适合表示地面和地面附近的坐标。

在实际的研究中心，定位的最后结果还需要表示为目标用户所在位置的站心坐标系，以其所在的位置作为坐标原点，以目标所在位置相互垂直的东向、北向和天向作为三个坐标轴，以  $(E,N,U)$  表示。站心坐标系与地心大地坐标系的  $h$  轴方向是一致的，也是一种地球坐标系。

在 GNSS 定位过程中，需要经常在不同坐标系下进行转化，以下是常用的转化模型<sup>[46]</sup>：

(1) 地心大地坐标系  $(\Phi,\lambda,h)$  转换到地心直角坐标系  $(X,Y,Z)$ ：

$$\begin{aligned} X &= (N+h)\cos\Phi\cos\lambda \\ Y &= (N+h)\cos\Phi\sin\lambda \\ Z &= \left[ N(1-e^2)+h \right] \sin\Phi \end{aligned} \quad (2.2)$$

其中， $N$  为基准椭球的卯永圈曲率半径， $e$  为椭球的偏心率。

(2) 地心直角坐标系  $(X,Y,Z)$  转换到地心大地坐标系  $(\Phi,\lambda,h)$ ：

$$\begin{aligned} \lambda &= \arctan\left(\frac{X}{Y}\right) \\ h &= \frac{\sqrt{X^2+Y^2}}{\cos\Phi} - N \\ \Phi &= \arctan\left[ \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}} \left(1 - e^2 \frac{N}{N+h}\right)^{-1} \right] \end{aligned} \quad (2.3)$$

因为计算  $h$  和  $\Phi$  都需要先求出对方，所以通常假设  $\Phi$  的值为 0，再依次求得  $\lambda$ 、 $h$  和  $\Phi$ ，再继续迭代来逼近  $h$  和  $\Phi$  的值。

(3) 地心直角坐标系  $(X,Y,Z)$  转换到站心坐标系  $(E,N,U)$ ：

$$\begin{bmatrix} E \\ N \\ U \end{bmatrix} = S \cdot \begin{bmatrix} X-x \\ Y-y \\ Z-z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

其中  $(x,y,z)$  为站心在地心直角坐标系中的坐标； $S$  为坐标转换矩阵，矩阵中

的  $(\Phi, \lambda, h)$  即该点在地心大地坐标系中的坐标，坐标转换矩阵如式 2.5 所示。

$$S = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \Phi \cos \lambda & -\sin \Phi \sin \lambda & \cos \Phi \\ \cos \Phi \cos \lambda & \cos \Phi \sin \lambda & \sin \Phi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

(4) 站心坐标系  $(E, N, U)$  转换到地心直角坐标系  $(X, Y, Z)$ 。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = S^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E \\ N \\ U \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

## 2.1.2 时间系统

### 1. 世界时时间系统

世界时时间系统(Universal Time, UT)是以地球自转为时间基准来定义的<sup>[45]</sup>，主要包括以下几种形式：

恒星时：以春分点为参考点，并由该点的周日视运动所确定。

太阳时：以真太阳作为参考的太阳时称为真太阳时，一个真太阳日包含二十四个真太阳时。由于真太阳时并不满足稳定的要求，因此基于该时间系统的平均性定义了平太阳时，一个平太阳日包含二十四个平太阳时。

世界时：世界时和平太阳时的尺度保持一致，差别在于平太阳时是以平正午为 0 时起算的，而世界时是以平子夜为 0 时起算的。所以两者的关系可以表示为：

$$UT_0 = \theta_{Gm} + 12(h) \quad (2.7)$$

式(2.7)中  $UT_0$  为世界时， $\theta_{Gm}$  为平太阳时。两者相差 12 小时。

考虑到极移对地球自转的影响，导致世界时  $UT_0$  不稳定，所以在  $UT_0$  中引入极移改正：

$$\begin{aligned} UT_1 &= UT_0 + \Delta\lambda \\ UT_2 &= UT_1 + \Delta T_s \end{aligned} \quad (2.8)$$

式(2.2)中  $\Delta\lambda$  为观测瞬间的极移改正， $\Delta T_s$  为由于地球自转速度的影响产生的季节性变化改正。

### 2. 原子时时间系统

由于世界时存在不均匀性,科技发展的迅速和高精度生活生产的需要背景下,世界时已经无法满足高精度的需求<sup>[47]</sup>,便产生了原子时。原子时的秒定义为铯原子 133 基态在零磁场跃迁辐射振荡 9192631170 周所持续的时间,是一种均匀的时间计量单位,它的初始历元规定为 1958 年 1 月 1 日世界时 0 时。但事后发现,在该瞬间初始历元原子时与世界时的时刻之差为 0.0039 秒<sup>[45]</sup>。原子时的原点定位为:

$$AT = UT_2 - 0.0039'' \quad (2.9)$$

式(2.9)中  $AT$  为原子时,  $UT_2$  为世界时。在确定原子时起点之后,由于地球的自转速度不是均匀的,存在缓慢减速的趋势,这就导致原子时和世界时之间差距在不断的变大,所以定义了一种新的时间系统,即协调世界时。该时间系统具有两个特点:一是秒长保持和原子时的秒长一样;二是每隔一段时间将产生跳秒来使得协调世界时尽可能接近世界时,两者的关系为:

$$TAI = UTC + n(s) \quad (2.10)$$

式(2.10)中  $TAI$  为国际原子时,  $UTC$  为协调世界时,  $n$  为跳秒次数。

### 3. 常见的 GNSS 时间系统

在实际的导航定位中,需要较为精确的时间系统,不同的导航系统根据自身的需求定义了相应的时间系统。

GPS 导航系统使用 GPST 作为其时间系统<sup>[45]</sup>。它与国际原子时  $TAI$  相差一个常数 19s。由于 GPST 在 1980 年 1 月 6 日 0 时与协调世界时定义一致,所以两者的关系可以表示为式:

$$GPST = UTC + n - 19 \quad (2.11)$$

式(2.11)中  $n$  为  $TAI$  和  $UTC$  相差的整秒数。到 2019 年,  $n$  为 37。

BDS 的时间系统为 BDST,时间的起点为 UTC 时间 2006 年 1 月 1 日。与 GPST 存在一个固定的差值 14s。

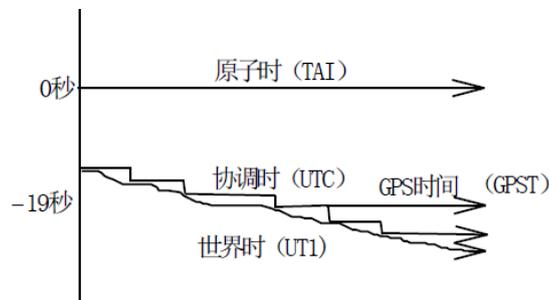


图 2.3 时间系统示意图<sup>[45]</sup>

## 2.2 观测模型

### 2.2.1 基本观测量

GNSS 的基本观测数据分为伪距观测数据和相位观测数据<sup>[48]</sup>,一般在单频精密单点定位中这两种观测户数都会使用到。下面介绍伪距和相位观测方程,如式(2.12)和(2.13)所示。 $r$  测站  $f$  频点  $s$  卫星的伪距和想为观测方程为:

$$P_{r,f}^s = \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) + I_{r,f}^s + T_r^s + c \times (d_{r,f} - d_f^s) + \varepsilon_p \quad (2.12)$$

$$\Phi_{r,f}^s = \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) - I_{r,f}^s + T_r^s + \lambda_f N_f + \varepsilon_\Phi \quad (2.13)$$

上式(2.12)和(2.13)中,  $P_{r,f}^s$  和  $\Phi_{r,f}^s$  分别表示观测数据中的伪距观测值和相位观测值,单位为 m, 其中  $f$  为频率;  $\rho_r^s$  为站星间几何距离;  $c$  为光速;  $dt_r$  和  $dt^s$  为接收机和卫星的钟差,其单位为 s;  $I_{r,f}^s$  为信号传播方向上的电离层延迟;  $T_r^s$  为对流层延迟;  $d_{r,f}$ 、 $d_f^s$  是接收机端和卫星端伪距硬件延迟;  $\lambda_f$  为频点  $f$  下对应的波长;  $N_f$  为模糊度,它可以详细表示为  $N_f = f \times (b_{r,f} - b_f^s) + N_0 + (\varphi_r - \varphi^s)$ , 其中  $f$  为频点对应的频率,  $b_{r,f}$ 、 $b_f^s$  是接收机端和卫星端相位硬件延迟,  $\varphi_r$  为零时刻接收机端初始相位值,  $\varphi^s$  为零时刻卫星信号的初始相位,一般来说接收机和卫星的初始相位是一致的,所以  $N_f = f \times (b_{r,f} - b_f^s) + N_0$ ;  $\varepsilon_p$  包括地球自转改正、潮汐改正、相对论改正、多路径改正、天线相位中心改正和伪距测量以及其他未建模的误差;  $\varepsilon_\Phi$  包含除了与  $\varepsilon_p$  包含相同的信息外,还包含额外的相位缠绕误差以及相位测量误差<sup>[29][30]</sup>。

### 2.2.2 常用的组合模型

如式(2.12)和(2.13)这样的函数模型,不经过任何作差或组合的精密单点定位模型,也称为非差非组合定位模型,与定位中常用的组合模型区别在于,电离层延迟没有被消除而是作为一个参数进行估计直接解算,这样处理的好处在于原始观测值的观测噪声不会因组合而放大,同时也可以降低电离层延迟对定位的影响。

但电离层延迟难以准确估计，因此可以通过对原始观测值进行各种不同的组合，得到相应的虚拟观测值，来实现这些组合值特别的功能。本节将主要介绍介绍 PPP 中常用的以下四种线性组合及其常用的用途。

### 1. 半合法组合(University of Calgary, UofC)

半合法组合又叫单频码相位半合观测值组合它是由加拿大 Calgary 大学的高扬教授于 2001 年提出<sup>[49]</sup>，该组合常用于单频定位中，它利用电离层延迟在伪距和相位观测值中符号相反、大小相同的特性<sup>[49]</sup>，计算得到双频伪距观测值和载波相位观测值的平均值作为第二个观测值，因此通过伪距和相位的组合，可以消除电离层延迟。其表达式为(2.14)：

$$\frac{\Phi + P}{2} = \rho + c(dt_r - dt^s) + T + \frac{\lambda}{2}N + \varepsilon \quad (2.14)$$

### 2. 无电离层组合(Ionosphere-Free combination, IF)

无电离层组合常用于双频定位中，考虑到不同频点之间电离层和频率的平方成反比关系，所以可以通过无电离层组合来消去伪距或者相位中的电离层延迟。该组合会在本文第四章中详细介绍。

对于伪距和相位观测方程来说，电离层组合的表达式为：

$$P_{IF} = \frac{f_1^2 P_1 - f_2^2 P_2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.15)$$

$$\Phi_{IF} = \frac{f_1^2 \Phi_1 - f_2^2 \Phi_2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.16)$$

无电离层组合虽然消除了部分影响，但是组合相位观测方程中的模糊度也重新组合了，变成了非整数，此外无电离层组合的噪声可通过误差传播定律表示为：

$$\sigma_{IF} = \frac{\sqrt{f_1^4 + f_2^4}}{f_1^2 - f_2^2} \sigma \quad (2.17)$$

式(2.17)中， $\sigma$  为原始的观测值噪声，可以看出，无电离层(IF)组合观测方程中的噪声  $\sigma_{IF}$  相对于  $\sigma$  来说被放大了<sup>[30]</sup>。

### 3. M-W 组合(Melbourne-Wubbena combination, MW)

M-W 组合由 Melbourne 和 Wubbena 两人分别提出，组合的公式如 2.18 所示，由于该组合中模糊度的波长较长，所以常用于周跳的探测和模糊度的固定。

$$\frac{f_1 \Phi_1 - f_2 \Phi_2}{f_1 - f_2} + \frac{c(N_1 - N_2)}{f_1 - f_2} - \frac{f_1 P_1 + f_2 P_2}{f_1 + f_2} = 0 \quad (2.18)$$

### 4. 电离层残差组合((Geometry-Free combination, GF)

电离层残差组合的原理主要是，通过伪距相位分别单独作差，这样子就可以消去几何距离、接收机卫星钟差和对流层等误差的影响，使得组合观测值中只有电离层项和模糊度项，其表达式为式(2.19)所示，通常用于粗差探测、周跳探测和修复。

$$\begin{aligned} P_{GF} &= P_1 - P_2 \\ L_{GF} &= \Phi_1 - \Phi_2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

## 2.3 定位误差及改正模型

在实际的 GNSS 定位中是要经过完整的卫星发射信号到接收机接收信号的过程，而不论是从卫星发射信号开始到传播途中，还是最后到接收机接收到信号，其中每一个过程都会受到多种因素的影响而产生相应的定位误差。我们可以根据信号的整个过程将这些定位误差主要总结为以下三大类：卫星端误差、接收机端误差、传播过程误差<sup>[50]</sup>，而这里面的每一种误差产生的影响和采取的改正策略都是由区别的，其中绝大多数误差目前都可以采用较为准确的数学模型估计或相关的精密产品来进行改正，而电离层延迟误差可以通过无电离层模型来直接消除，然而，还有一部分误差可以被其他定位参数吸收或者作为待估量进行估计<sup>[50]</sup>。本文主要针对以下几项重要且常见的误差进行介绍。

### 2.3.1 卫星信号传播有关的误差

#### 1. 对流层延迟

对流层误差延迟是指卫星信号受到了 50km 左右高度以下大气层中未被电离中性大气的影响而导致的电磁波信号延迟，它主要被分为干延时和湿延时两部分<sup>[22]</sup>。就干延迟部分来说，该部分的特性表现的较为稳定，许多研究构建的模型足以得到较为精确的结果，但湿延迟部分的处理就表现得复杂许多，水汽在空间的活跃性导致了湿延迟部分的变化没有规律性，无法进行建模，所以只能将其视为未知参数<sup>[51]</sup>。常用的解算方法如式(2.20)所示：

$$d_{trop} = \Delta P_{z,dry} M_{dry}(E) + \Delta P_{z,wet} M_{wet}(E) \quad (2.20)$$

上式(2.20)中， $d_{trop}$  为所求的对流层总延迟； $\Delta P_{z,dry}$  与  $\Delta P_{z,wet}$  分别表示天顶方向对流层延迟干分量与湿分量； $E$  为高度角， $M_{dry}(E)$  与  $M_{wet}(E)$  分别表示的对流

层延迟中干分量与湿分量所对应的的投影函数<sup>[22]</sup>，其中常用的对流层模型包括 GPT2、GZTD、Saastamonien 等，投影函数有 NMF、GMF、VMF1 等。

## 2. 电离层误差延迟

地球电离层是地球大气的重要层区，它是由于太阳辐射、宇宙射线以及沉降的粒子作用于地球大气从而产生使得大气电离出电子、离子和中性粒子的区域<sup>[22]</sup>。电离层部分电离区域的大气的范围在 50km--2000km 之间，而完全电离的大气区域称为磁层，其高度可达数万公里，信号在该区域传播时会发生各种物理现象，并且影响会随着信号频率的增加而减少。伪距和相位的电离层延迟量可以表示为：

$$\begin{aligned} I_{\phi} &= -\frac{40.3}{f^2} TEC \\ I_p &= \frac{40.3}{f^2} TEC \end{aligned} \quad (2.21)$$

上式(2.21)中， $f$  为频率， $TEC$  为总电子含量，根据上式可知，若想求出电离层延迟改正，就必须得求得总电子含量  $TEC$ <sup>[22]</sup>。实际观测的结果表明，总电子含量  $TEC$  目前无法彻底建立计算的公式，因为它受到地方时、地点以及太阳活动程度等众多因素影响<sup>[48]</sup>。就目前来说，导航定位领域中通常使用以下两种策略对电离层进行相应的改正：一是采用经过大量实验和观测资料拟合出电离层改正模型，如 Klobuchar 模型；二是采用由多个基准站建立起的区域电离层延迟格网改正模型，如 Gim 模型、北斗系统的格网电离层模型等<sup>[30]</sup>。

## 3. 多路径效应

在正常的状态下，卫星信号从卫星沿着直线传播到接收机，但是在信号传播的过程中，会受到一些物体的反射，从而改变了信号的传播方向、振幅、极化以及相位等，这些影响会叠加到直线传播的信号到达接收机，就成为了多路径效应，简单来说就是测站附近反射物反射的信号对卫星信号造成了干扰。多路径效应严重时可能导致卫星信号的失锁，关于如何解决实际定位中多路径效应的影响，目前来说还没有一个比较有效的方法。因此在实际测量的场景中，我们通常可以通过选择合适的站址或接收机，一级延长观测时间段来削弱多路径效应的影响<sup>[22]</sup>。一般而言，大量的经验告诉我们，卫星高度角越低，其多路径效应就越明显，因此也可以在数据处理阶段通过选择较大的卫星高度角来削弱多路径效应的影响。

### 2.3.2 与卫星有关的误差

#### 1. 相对论效应原理及改正

根据广义相对论，一束在重力场中向下下落的光的频率会变高，而上升的光

频率会降低，卫星所在的高度上重力与地球相比明显较小，因此会使人们在地面上接收到一个更高的频率信号，所以距离地球越远的卫星时钟将走的越快。但在狭义相对论中，运动的坐标系中的时间会走的更慢一些，一束光从一个运动的发射装置发射出去被静止的接收器接收到时，频率会变低，这种时间膨胀会让围绕地球高速飞行的卫星上的时钟走得慢一些。GNSS 卫星围绕地球进行旋转，狭义相对论将会影响卫星和接收机的时钟读数，同时根据广义相对论，卫星的地球重力位和海平面的地球重力位差异将使得卫星钟受到影响<sup>[52]</sup>。

相对论效应主要在卫星钟影响明显，为了修正相对论效应，在实际定位中通常在卫星发射的时候，将卫星钟的基准频率调低<sup>[3]</sup>。但实际上受到地球重力场变化、地球运动、卫星轨道高度角不同等原因的影响，相对论效应导致的改正数值通常来说并非常数，还会产生一项小周期误差，如下式 2.22 所示：

$$\Delta t_{\text{rela}} = \frac{2}{c^2} \mathbf{X}\dot{\mathbf{X}} \quad (2.22)$$

上式(2.22)中， $\mathbf{x}$  表示的是卫星位置矢量； $\dot{\mathbf{x}}$  表示的是卫星速度矢量。

## 2. 卫星钟差和硬件延迟

卫星上搭载的是原子钟，而卫星钟差指的是卫星上原子钟的钟面时和标准时之间的差异，这种差异每 1ms 将产生 300km 的等效距离误差，所以在定位中必须进行考虑。GNSS 卫星都搭载了高精度的原子钟，但由于卫星所处的太空环境不同，原子钟也存在误差。对于精密单点定位用户而言，这些卫星钟差可通过 IGS 各分析中心提供的高精度钟差产品进行卫星钟差的修正<sup>[53]</sup>。在不使用精密星历的基础下，也可以通过广播星历提供的卫星钟差改正量来进行修正，这个改正数一般是通过双频的无电离层组合来获得的，但是在 BDS 中，广播星历的钟差改正量是基于 B3 频点获得的，这将导致卫星硬件延迟的改正也有所差别。通常使用二阶多项式来计算卫星钟差，见式：

$$\Delta t = a_0 + a_1(t - t_{oc}) + a_2(t - t_{oc})^2 \quad (2.23)$$

式(2.23)中， $a_0$  为钟偏， $a_1$  为钟漂， $a_2$  为频率漂移， $t_{oc}$  为星钟的参考时刻。这几个参数都将包含在导航电文中一起发送给用户<sup>[45]</sup>。

卫星信号在卫星内部的传输速度实际上不等于光速，这将产生信号的延迟，GNSS 中把这种延迟引起的误差称为卫星硬件延迟。为了修正该类延迟，需要引入 TGD 或 DCB 改正<sup>[54]</sup>。在导航电文中提供 TGD 改正值，IGS 提供 DCB 改正值，TGD/DCB 计算方法和卫星钟差的解算策略相关，以 GPS 为例，在导航电文中提供的卫星钟差是由双频无电离层组合得到的，而且卫星钟差与卫星硬件延迟混在一起，所以卫星钟差可以表示为：

$$dt_{IF}^s = \frac{f_1^2 dt_1^s - f_2^2 dt_2^s}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.24)$$

式(2.24)中,  $dt_{IF}^s$  为无电离层组合的卫星钟差;  $dt_1^s$  为频率  $f_1$  对应的卫星钟差,  $dt_2^s$  为频率  $f_2$  对应的卫星钟差。如果把卫星硬件延迟提取出来, 那么  $dt_1^s = dt^s + d_1^s$ ,  $dt_2^s = dt^s + d_2^s$ ,  $d_1^s$  和  $d_2^s$  为两个频点对应的卫星硬件延迟。所以式 2.24 可以写为:

$$dt_{IF}^s = dt^s + \frac{f_1^2 d_1^s - f_2^2 d_2^s}{f_1^2 - f_2^2} = dt^s + d_1^s + \frac{f_2^2 (d_1^s - d_2^s)}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.25)$$

式(2.25)中的  $(d_1^s - d_2^s)$  称为  $DCB_{12}$ ,  $\frac{f_2^2 DCB_{12}}{f_1^2 - f_2^2}$  称为  $TGD$ 。对应 BDS 来说, 其广播星历是由基于 B3 频点计算得到的, 所以 BDS 系统提供 B1,B2 到 B3 频点的  $TGD$  改正。对应 B1 频点来说,  $TGD$  改正值为  $TGD_1 = d_1^s - d_3^s = -DCB_{13}$ , 对应 B2 频点来说,  $TGD$  改正值为  $TGD_2 = DCB_{12} - DCB_{13}$ 。于是相应的卫星钟差改正为的卫星钟差改正为<sup>[51][52]</sup>:

$$\begin{aligned} dt_1^s &= dt_3^s - TGD_1 \\ dt_2^s &= dt_3^s - TGD_2 \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$dt_{12}^s = dt_3^s - \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} TGD_1 + \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} TGD_2 \quad (2.27)$$

$$dt_{13}^s = dt_3^s - \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_3^2} TGD_1 \quad (2.28)$$

$$dt_{23}^s = dt_3^s - \frac{f_2^2}{f_2^2 - f_3^2} TGD_2 \quad (2.29)$$

### 3. 卫星天线相位中心偏差

通常来说, 在实际的 GNSS 测量中卫星天线质量中心和相位中心之间是存在偏差的<sup>[55][56]</sup>, 这个偏差就称为卫星天线相位中心偏差。就卫星端来说, 当用户使用的是广播星历时解算出来的是以卫星的天线相位中心为基准的卫星坐标, 此时就不需要卫星端的天线偏差改正, 但是如果用户使用的是精密产品的话, 就需要

改正相位偏差，因为精密产品提供的卫星坐标是基于卫星的质心的。卫星天线相位中心偏差改正在实际定位中，通常定义了 PCO(相位中心偏移)和 PCV(相位中心变化)两个改正量进行改正，如图 2.4 所示。

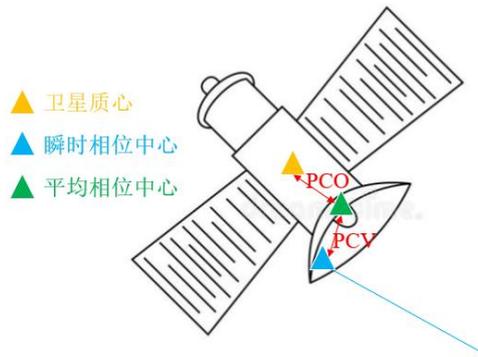


图 2.4 卫星天线相位中心偏差示意图

### 2.3.3 与接收机有关的误差

#### 1. 接收机钟差和硬件延迟

在实际应用中考虑到接收机的成本，接收机中一般采用石英钟。但是石英钟稳定性远不如原子钟，所以石英钟钟差具有数值变化大、变化速度快的特点，无法采用数学模型进行模型化，导致接收机钟差的稳定性较差。所以在实际的定位中，一般采用把接收机钟差作为参数进行估计的方法，并将其模型化为白噪声，这样两个历元之间的接收机钟差保持独立不相关。接收机的硬件延迟处理起来较为麻烦，一般认为该项误差被吸收到接收机钟差、相位模糊度等参数中。接收机硬件延迟也称为接收机的码偏差(Different Code Bias, DCB),是由于受到接收机硬件的影响使得接收机在同一时间接收不同码伪距观测值时产生的时间上的偏差。由于同一个接收机对于同一频率的不同卫星的码间偏差是相同的，能被接收机钟差吸收，因此在将钟差作为参数估计的过程中可以不对接收机码偏差进行改正。

#### 2. 接收机天线相位中心偏差

理论上来说接收机天线的相位中心与其几何中心在理论上应当保持一致<sup>[55][56]</sup>，但在实际应用的计算过程中，接收机天线的相位中心也是会有所变化的，也就是说与卫星相位中心存在偏差类似，接收机观测时相位中心的瞬时位置与理论上的相位中心存在一定的偏差，这种差别叫接收机天线相位中心偏差。接收机端的相位中心改正可分为卫星端和接收机端都存在参考点的偏移问题。如 2.3.2 中卫星天线相位偏差所述类似，接收机端在接收卫星数据后得到的接收机坐标是

就是天线偏差。所以为了保持一致性，在实际的 PPP 数据处理过程中，需要使用相同的接收机端 PCO 和 PCV 误差改正值进行相应的相位偏差改正，如图 2.4 所示。

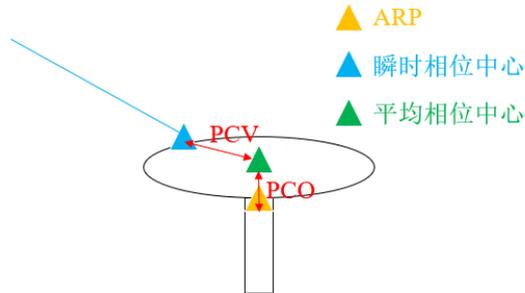


图 2.4 接收机天线相位中心偏差示意图

### 3. 地球自转改正

在 GNSS 定位的过程中，卫星信号发射到接收机接收信号时存在时间差的，在这段时间差内由于地球自转的影响，卫星在地固系下的坐标会产生一个误差，如图所示：

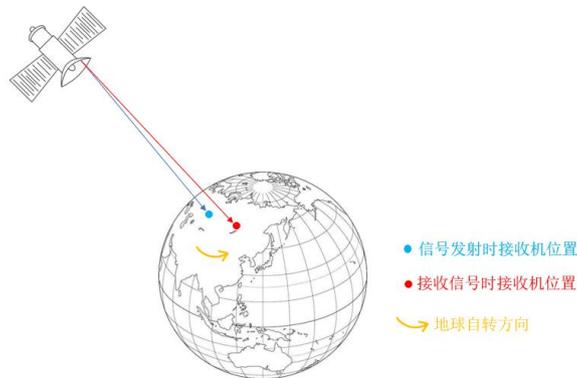


图 2.5 地球自转改正示意图

一般对于地球旋转误差改正的公式为：

$$\Delta D_{\omega} = \frac{\omega}{c} (Y_s (X_r - X_s) - X_s (Y_r - Y_s)) \quad (2.30)$$

式(2.30)中， $\omega$ 表示地球自转速度， $c$ 表示光速， $\Delta D_{\omega}$ 表示地球自转引起的距离上的改正。

### 4. 海潮改正

由于重力作用的潮汐周期性涨落引起测站周期性的位移称为海潮影响，海潮

对测站造成的误差一般在测站距离海洋 1000 公里以内时考虑；当进行远小于 24 小时观测和静态精密定位时也需要考虑<sup>[57]</sup>。

## 2.4 数据预处理

### 2.4.1 周跳探测

接收机在接收相位观测值时一般是连续的，如果接收机在接收卫星信号时，受到周围障碍物的遮挡或者其他干扰因素时导致相位观测值的信号失锁，从而使其整周数发生跳变的现象称为周跳。相位观测值的周跳探测方法有很多，下面介绍几种常见的周跳探测方法。

#### 1. 单频周跳探测

对于单频观测值来说，无法像双频观测值一样进行组合消除相关的误差进行周跳探测，常用的单频观测值周跳探测的方法有多项式拟合法、伪距相位组合法等方法<sup>[58]</sup>。

##### (1) 多项式拟合法

由于相位观测值在不发生周跳的情况下是连续且变化相对缓慢的，利用这一个特性采用多项式拟合的方法进行周跳探测。根据多个连续的没有周跳的相位观测数据拟合对应的变化曲线，将实际观测值与曲线拟合的数值进行比较，从而判断其是否含有周跳或者粗差。一般多项式拟合的表达式为：

$$\varphi_i = a_0 + a_1(t-t_0) + a_2(t-t_0)^2 + \dots + a_n(t-t_0)^n \quad (i=1,2,3,4\dots m; m > n+1) \quad (2.31)$$

采用最小二乘的方法将上式中的系数求出，并对后续的观测历元进行预测估计。使用这种方法进行周跳探测时，其时间跨度不应较大，若时间跨度较大会导致拟合的曲线与实际观测数据之间的差异过大，将良好的观测值误判为周跳或者粗差。

##### (2) 伪距相位组合法(LP)

伪距相位组合法利用单频相位和伪距观测值进行组合消除其共同的误差，利用剩余部分在较短历元的时间间隔内变化缓慢的特点进行周跳探测，根据下面两个式子，采用伪距观测值减去相位观测值，其具体表达式为：

$$P_1^s - \Phi_1^s = 2 \frac{I^s}{f_1^2} + b_1^r - b_1^s - \lambda_1 \bar{N}_1^s - \lambda_1 W + \varepsilon_{p_1} - \varepsilon_{\Phi_1} \quad (2.32)$$

由式(2.32)可得：

$$\bar{N}_1^s = \frac{-(P_1^s - \Phi_1^s) + 2 \frac{I^s}{f_1^2} + (b_1^r - b_1^s) - \lambda_1 W + (\varepsilon_{p_1} - \varepsilon_{\Phi_1})}{\lambda_1} \quad (2.33)$$

根据式 2.33 可解算出单频相位观测值的模糊度的值, 为了周跳探测, 将解算得到的模糊度的值进行历元间做差, 忽略电离层、卫星和接收机硬件延迟以及相位缠绕在历元间的影响, 剩余相位观测值和伪距观测值的观测噪声的影响, 在此情况下需要设定阈值, 保证周跳探测的准确性。

## 2. 双频周跳探测

对于双频观测数据, 一般根据其组合观测值的特性来进行周跳探测, 这些组合观测值一般包括电离层残差组合和 MW 组合等。根据式(2.18)中电离层残差组合中包含电离层残差、两个频率相位缠绕的差值、两个频率上的模糊度差值以及 GF 组合的相位观测值的噪声等误差项。在采用 GF 组合对相位观测值进行周跳探测时, 将相邻的两个历元组合观测值作差, 判断其差值是否超过设定的阈值, 从而判断其中是否含有周跳。对历元间的电离层残差以及相位缠绕差值认为其在较短时间内的变化量较小, 忽略其影响。

根据式(2.18)MW 组合值消除了电离层延迟、几何距离、卫星钟差等因素的影响, 与电离层残差组合相同, 在进行周跳探测时对 MW 组合观测值作历元间差分, 忽略相位缠绕和接收机、卫星硬件的差值的影响。采用 MW 组合进行周跳探测时, 不超过 MW 组合值一个波长的情况下可认为是未发生周跳。

### 2.4.2 初始坐标和初始钟差的解算

一般的观测值或者组合值方程通常情况下的存在形式都是非线性的, 这种非线性方程是无法直接对参数进行估计, 因此需要对原始的非线性观测方程求导作线性化处理<sup>[44]</sup>。一般情况下对对流层延迟、相位缠绕、相对论效应、接收机和卫星天线的相位偏差等误差一般情况下都是可以通过已知的误差改正模型来改正, 而卫星钟差和卫星轨道可以通过采用广播星历进行内插来获得, 因此可认为是已知值。因此一般的精密单点定位中估计的参数包括接收机的坐标、接收机钟差、电离层误差以及相位观测值的模糊度参数等。在精密单点定位中, 为了内插的卫星轨道和钟差更加精确, 需要在进行精密单点定位前进行接收机坐标初值和钟差的计算。在这里对于接收机坐标和钟差初值一般采用伪距单点定位进行迭代解算获得<sup>[45]</sup>。

## 2.5 参数估计

### 2.5.1 最小二乘估计

在实际定位计算过程中，通常需要建立数学关系，联系起观测值和待估值，即用参数估计来表示测量和计算过程。假设在观测值  $y$  与待估参数  $x$  之间存在关系  $A$ ，那么观测方程可以表示为：

$$y = Ax + \varepsilon, R \quad (2.34)$$

式(2.34)中， $A$ 为列满秩矩阵，而观测误差一般认为符合期望为 0 的高斯分布，即  $\varepsilon \sim N(0, D)$ ,  $R = E[\varepsilon\varepsilon^T]$ 。因此观测值  $y$  的分布符合  $y \sim N(Ax, D)$ 。最小二乘估计就是一种建立在这样的参数估计方法基础之上的一种估计方法。

根据最小二乘原理<sup>[59]</sup>，可以建立估计参数的法方程：

$$(A^T R^{-1} A) \hat{x} = A^T R^{-1} y \quad (2.35)$$

基于上式 2.35，可以得到最小二乘最优无偏解：

$$\begin{aligned} \hat{x} &= (A^T R^{-1} A)^{-1} A^T R^{-1} y \\ P &= (A^T R^{-1} A)^{-1} \end{aligned} \quad (2.36)$$

式(2.36)中  $P$  为参数的协方差阵，一般为对称正定矩阵。对称正定矩阵可以采用基于 Cholesky 分解(平方根法)的方法求逆<sup>[59]</sup>。

### 2.5.2 Kalman 滤波参数估计理论

在 GNSS 数据处理中，更常用的是卡尔曼(Kalman)滤波，其参数估计原理与最小二乘估计类似，它是一种基于一组观测序列及系统动力学模型来求出估值的参数估计方法，其表达式如下：

$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + w_k \\ L_k = H_k X_k + v_k \end{cases} \quad (2.37)$$

式(2.37)中， $L_k (k=1, 2, \dots, n)$  表示一组观测序列，假设系统的状态初值  $X_0 = \hat{X}_0$ ，那么在已知系统状态噪声和观测噪声的统计性质的前提下，计算任意时刻的卡尔曼滤波估计  $\hat{X}_k$  的过程如下文所示。

状态预测方程为：

$$X_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (2.38)$$

定义参数的协因数阵为  $P$ ，初始方差阵为  $P_0$ ，则协方差预测方程可以表示为：

$$P_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + Q_{k-1} \quad (2.39)$$

定义观测值的协方差阵为  $R$ ，则滤波增益方程为：

$$K_k = P_{k,k-1} H_k^T (H_k P_{k,k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (2.40)$$

那么状态参数估计方程可以表示为：

$$\hat{X}_k = X_{k,k-1} + K_k (L_k - H_k X_{k,k-1}) \quad (2.41)$$

状态协方差估计方程为：

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k,k-1} \quad (2.42)$$

## 2.6 本章小结

本章对精密单点定位所涉及的时间和坐标系统转换、观测量和定位函数模型、误差以及误差改正模型、数据预处理策略以及参数估计方法等进行了介绍，为后续章节的内容提供了理论基础和依据。

## 第 3 章 北斗单频分区综合改正

如第一章引言中所述,为了进一步满足用户日益增长的高精度和实时定位需求,多个国家都依据自己的导航系统扩展了自己的广域星基增强系统,如美国的 WAAS,欧洲的 EGNOS,俄罗斯的 SDCM 和日本的 MSAS。这些广域差分星基增强系统一般都是通过 GEO 卫星向用户实时播发包括广播星历,精密轨道改正,精密钟差改正,电离层格网改正等实时改正信息,来实现卫星高精度和实时定位需求。BDS 广域差分星基增强系统作为 BDS 的补充,同样的也是主要用于提高系统的定位精度。最初的广域差分系统通过播发等效钟差、卫星轨道改正<sup>[60]</sup>、格网电离层增强信息,使得在采用北斗广播星历和广域差分信息的条件下用户端就可以在双频定位中得到大约 50%的精度提升,而单频用户也有大约 30%的精度提升,但总体来说还是未能达到分米级定位的需求<sup>[61]</sup>。当前情况下,北斗广域差分星基增强系统在原来的改正信息基础上增加了分区综合改正数,使得用户在使用广播星历和改正信息的前提下定位精度达到了分米级。本章将主要介绍分区综合改正数的相关理论,并推导和对比了基于分区综合改正数的单频条件下半合法和附加电离层约束定位理论和方法,用相关的实验和分析验证了分区综合改正数的定位效果。

### 3.1 分区综合改正理论方法

#### 3.1.1 分区综合改正数计算原理

分区综合改正数理论<sup>[47][61]</sup>是基于残差相等的原则建立的。它认为经过广域增强差分信息修正后的观测值在一定区域内具有相关性,包括含有共同或相近的剩余轨道误差、钟差误差、对流层误差、电离层误差等,而在一定区域范围内,这些误差很难完全分离,因此将这些误差按照区域进行划分,将其综合误差称为分区综合改正数(Zone Correction)。具体来说,假设在一定距离范围内的两个测站,利用广播星历和增强信息在这两个测站计算无电离层组合残差,可以发现两个测站的残差呈现完全的线性关系。对于伪距观测方程来说,伪距残差包含改正后轨道、钟差和对流层模型残差;对于相位观测方程来说,相位残差除了包含以上残差外,还包含模糊度偏差,该偏差为常量。所以可以将一个测站计算得到的相位残差和伪距残差加入到用户测站的观测方程中,残差中的轨道、钟差和对流

层部分将改善用户测站观测值误差,而相位残差中包含的模糊度将被用户测站的模糊度吸收,不影响用户测站的定位。

根据式(2.15)和(2.16),对于已知坐标的参考站 $a$ 来说,在无电离层组合中使用广播星历和广域差分增强信息得到的观测方程如下:

$$\begin{aligned} P_{IF,a}^S &= \rho_{IF,a}^S + c \times (dt_a - dt^s) + T_a^s + c \times (d_a - d^s) \\ &+ pcor + orbit + \varepsilon_{IF,P} + D_{P,a} \\ \Phi_{IF,a}^S &= \rho_{IF,a}^S + c \times (dt_a - dt^s) + T_a^s + \lambda_{IF} N_a \\ &+ pcor + orbit + \varepsilon_{IF,\Phi} + D_{\Phi,a} \end{aligned} \quad (3.1)$$

式(3.1)中, $pcor$ 为等效钟差; $orbit$ 为卫星轨道改正; $\rho_{IF,a}^S$ 为由广播星历计算的卫星坐标到参考站坐标的几何距离; $dt_a$ 为参考站接收机钟差的近似值; $dt^s$ 为由广播星历计算的卫星钟差; $T_a^s$ 为通过模型或者实测的参考站对流层延迟; $N_a$ 为模糊度近似值。其中增强信息等效钟差和轨道改正用于修正卫星钟差和轨道,所以观测方程经过钟差和轨道修正后,残余的误差将集中到 $D_P$ 和 $D_\Phi$ 中,于是可以得到:

$$\begin{aligned} D_{P,a} &= \delta_{\rho_{IF,a}^S} + c \times (\delta_{dt_a} - \delta_{dt^s}) + \delta_{T_a^s} \\ D_{\Phi,a} &= \delta_{\rho_{IF,a}^S} + c \times (\delta_{dt_a} - \delta_{dt^s}) + \delta_{T_a^s} + \lambda_{IF} \delta_{N_a} \end{aligned} \quad (3.2)$$

式(3.2)中, $D_{P,a}$ 为参考站伪距残差; $D_{\Phi,a}$ 为参考站相位残差; $\delta_{\rho_{IF,a}^S}$ 为修正后的卫地距残差; $\delta_{dt^s}$ 为修正后的卫星钟差残差; $\delta_{T_a^s}$ 为对流层残差; $\delta_{N_a}$ 为模糊度近似值与真值的偏差。

那么对于离参考站距离不远的用户站 $b$ 来说,该站的观测方程可以写为:

$$\begin{aligned} P_{IF,b}^S &= \rho_{IF,b}^S + c \times (dt_b - dt^s) + T_b^s + c \times (d_b - d^s) + pcor + orbit + \varepsilon_{IF,P} \\ \Phi_{IF,b}^S &= \rho_{IF,b}^S + c \times (dt_b - dt^s) + T_b^s + \lambda_{IF} N_b + pcor + orbit + \varepsilon_{IF,\Phi} \end{aligned} \quad (3.3)$$

考虑用户站 $b$ 经过等效钟差、轨道改正后的观测误差方程中,还是存在伪距残差和相位残差,又由于参考站和用户站的残差呈现完全的线性关系,所以就可以把参考站的残差加入到用户站的观测方程中用于修正共同的残差项,即式(3.3)可以写为:

$$\begin{aligned} P_{IF,b}^S &= \rho_{IF,b}^S + c \times (dt_b - dt^s) + T_b^s + c \times (d_b - d^s) + pcor + orbit + \varepsilon_{IF,P} - D_{P,a} \\ \Phi_{IF,b}^S &= \rho_{IF,b}^S + c \times (dt_b - dt^s) + T_b^s + \lambda_{IF} N_b + pcor + orbit + \varepsilon_{IF,\Phi} - D_{\Phi,a} \end{aligned} \quad (3.4)$$

所以这里的  $D_{P,a}$  称为伪距分区综合改正数,  $D_{L,a}$  为相位分区综合改正数。

### 3.1.2 分区设计

从 3.1.1 的内容可知, 分区改正数的使用是有距离范围限制的, 仅适用于距离参考站不远的用户测站。经过研究表明, 分区综合改正数的有效范围为用户站距离参考站 500km-1000km 以内<sup>[61]</sup>。

在北斗广域差分增强系统中, 将中国地区划分为 18 个分区(图 3.1 所示), 每个分区建立相应的参考站体系, 用于解算该分区的伪距分区综合改正数和相位分区综合改正数。

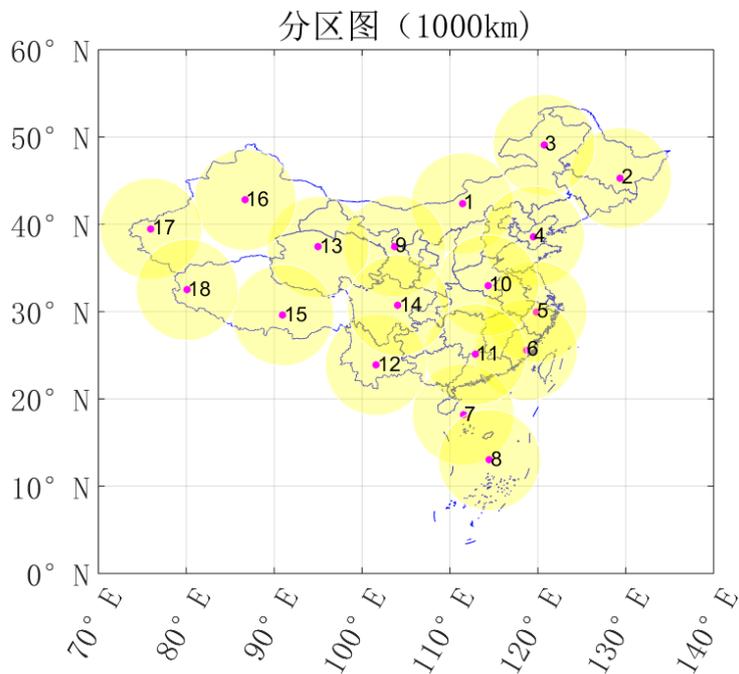


图 3.1 中国区域分区示意图(18 个分区, 数字为分区号)

## 3.2 北斗单频分区改正定位模型

### 3.2.1 传统单频分区改正定位模型

在单频定位中, 只有一个频点的观测值可以参与计算, 就无法像无电离层组合一样消除电离层的影响, 这里就以北斗 B1 频点(即式 3.5 中  $i=1$ )为例可得单频观测模型如下:

$$\begin{aligned}
P_{r,i}^S &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) + I_{r,i}^s + T_r^s + c \times (d_{r,i} - d_i^s) \\
&+ pcor_i + orbit + zone_p + \varepsilon_{p,i} \\
\Phi_{r,i}^S &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) - I_{r,i}^s + T_r^s + \lambda_i \left( N_{0,i}^s + f_i (b_{r,i} - b_i^s) \right) \\
&+ pcor_i + orbit + zone_\phi + \varepsilon_{\phi,i}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

式(3.5)中,  $pcor_i$ 为等效钟差改正数;  $orbit$ 为轨道改正数;  $zone_p$ 、 $zone_\phi$ 分别为伪距和相位分区综合改正数; 其余符号的定义与式(2.12)和(2.13)相同。特别注意的是, 分区综合改正数中包含的残差项不含与频率相关的内容, 所以即使分区改正数是基于双频无电离层组合解算的, 但是在单频定位中依旧可以使用。由于目前的分区改正数只播发相位的分区改正数, 因此伪距方程中的伪距分区改正数  $zone_p$  相当于为 0。

在北斗分区单频观测模型中, 电离层的存在成为了影响定位精度的重要因素。为了减小电离层的影响, 可以考虑在权重大的观测方程中消去电离层。加拿大 Calgary 大学的高扬教授提出的半合法(UofC)<sup>[49]</sup>同样也适用于北斗单频分区综合改正。由于电离层的影响在伪距和相位侧方程中相反, 就可以通过半合法组合来提升相位观测方程的精度。那么根据半合法及分区的相关公式, 其观测方程可以写为:

$$\begin{aligned}
P_{r,i}^S &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) + I_{r,i}^s + T_r^s + c \times (d_{r,i} - d_i^s) \\
&+ pcor_i + orbit + \varepsilon_{p,i} \\
\frac{\Phi_{r,i}^S + P_{r,i}^S}{2} &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) + T_r^s + \lambda_i \frac{\left( N_{0,i}^s + f_i (b_{r,i} - b_i^s) \right)}{2} \\
&+ pcor_i + orbit + zone_\phi + \varepsilon_{\phi,i}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

### 3.2.2 附加电离层约束的单频分区改正定位模型

与传统的半合法组合单频定位不同的是, 附加外部电离层约束的单频 PPP 定位方法在定位中添加了电离层虚拟观测值<sup>[29]</sup>, 也就是为观测方程的电离层参数施加了外部电离层的约束。

#### 1. 观测模型及其线性化

由式(3.5)可知, 对于某个频点*i*来说, 其伪距和相位的观测方程为:

$$\begin{aligned}
 P_{r,i}^s &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) + \gamma_i I_{r,1}^s + T_r^s + c \times (d_{r,i} - d_i^s) \\
 &+ pcor_i + orbit + zone_p + \varepsilon_{p,i} \\
 \Phi_{r,i}^s &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) - \gamma_i I_{r,1}^s + T_r^s + \lambda_i \left( N_{0,i}^s + f_i (b_{r,i} - b_i^s) \right) \\
 &+ pcor_i + orbit + zone_\phi + \varepsilon_{\Phi,i}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

式(3.7)各个符号的定义与式(3.5)中的定义保持一致，且与频率相关的项都用  $i$  加以注释。 $\gamma_i$  为电离层延迟相对于固定频率的放大因子，可表示为  $\gamma_i = f_1^2 / f_i^2$ 。

对于北斗系统来说，其广播星历是基于  $B3$  频点的，所以卫星钟差实际上包含了  $B3$  频点的卫星伪距硬件延迟，即  $dt^s = dt_3^s + d_3^s$ ，为了将卫星钟差中包含的  $B3$  频点的硬件延迟转换到用户使用频点的硬件延迟，可以得到伪距和相位的变形表达式：

$$\begin{aligned}
 P_{r,i}^s &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) + \gamma_i I_{r,1}^s + T_r^s + c \times (d_{r,i} - d_i^s) + c \times d_3^s \\
 &+ pcor_i + orbit + zone_p + \varepsilon_{p,i} \\
 &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) + \gamma_i I_{r,1}^s + T_r^s + c \times (d_{r,i} - (d_i^s - d_3^s)) \\
 &+ pcor_i + orbit + zone_p + \varepsilon_{p,i} \\
 &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) + \gamma_i I_{r,1}^s + T_r^s + c \times (d_{r,i} - DCB_{p_i, p_3}^s) \\
 &+ pcor_i + orbit + zone_p + \varepsilon_{p,i} \\
 \Phi_{r,i}^s &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) - \gamma_i I_{r,1}^s + T_r^s + \lambda_i \left( N_{0,i}^s + f_i (b_{r,i} - b_i^s) \right) + c \times d_3^s \\
 &+ pcor_i + orbit + zone_\phi + \varepsilon_{\Phi,i}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

线性化后可以得到：

$$\begin{aligned}
 p_{r,i}^s &= u_r^s \cdot x + cdt_r + cd_{r,i} + \gamma_i I_{r,1}^s + \varepsilon_{p,i} \\
 \varphi_{r,i}^s &= u_r^s \cdot x + cdt_r - \gamma_i I_{r,1}^s + \lambda_i \left( N_{0,i}^s + f_i (b_{r,i} - b_i^s) \right) + c \times d_3^s + \varepsilon_{\Phi,i}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

式(3.9)中  $p_{r,i}^s$  和  $\varphi_{r,i}^s$  表示伪距和相位的观测值与计算值的差值， $u_r^s$  表示坐标系数， $x$  为坐标坐标增量。对于单频定位来说，接收机的硬件延迟被接收机钟差完全吸收，所以构造表达式：

$$\begin{aligned}
 \overline{cdt_r} &= cdt_r + cd_{r,i} \\
 \overline{N_i^s} &= \lambda_i \left( N_{0,i}^s + f_i (b_{r,i} - b_i^s) \right) + c \times (d_3^s - d_{r,i})
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

所以(3.9)式可以重新构造为：

$$\begin{aligned}
 p_{r,i}^s &= u_r^s \cdot x + \overline{cdt_r} + \gamma_i I_{r,1}^s + \varepsilon_{p,i} \\
 \varphi_{r,i}^s &= u_r^s \cdot x + \overline{cdt_r} - \gamma_i I_{r,1}^s + \overline{N_i^s} + \varepsilon_{\Phi,i}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

可以看到，在单频模型中，电离层参数只包含纯净的电离层信息，没有吸收其余参数的信息。

## 2. 定位函数模型

基于上述的理论，构建直接解法单频分区定位模型，假设 $n$ 颗卫星的信号被测站获取，同时测站接收机可以记录的数据属于频率 $i$ ，那么可以得到：

$$\begin{pmatrix} \varphi_{r,i}^1 \\ p_{r,i}^1 \\ \vdots \\ \varphi_{r,i}^n \\ p_{r,i}^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & 1 & -1 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_n & b_n & c_n & 1 & 0 & \cdots & -1 & 0 & \cdots & 1 \\ a_n & b_n & c_n & 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ cd\bar{t}_r \\ I_{r,i}^1 \\ \vdots \\ I_{r,i}^n \\ \overline{N_\varphi^n} \\ \vdots \\ \overline{N_\varphi^n} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

式(3.12)中 $\varphi_{r,i}^j$ 和 $p_{r,i}^j$  ( $j=1 \cdots n$ )分别表示相位和伪距观测方程得到的常数项； $a_j, b_j, c_j$ 分别表示站星间方向向量；不同卫星的接收机钟差参数 $cd\bar{t}_r$ 的系数都为1；电离层参数 $I_{r,i}^j$ 在相位方程中的系数为-1，在伪距方程中的系数为+1；模糊度参数 $\overline{N^j}$ 包含相位硬件延迟、伪距硬件延迟。通过观察该表达式及系数矩阵，可以看出 $cd\bar{t}_r$ 、 $I_{r,i}^j$ 、 $\overline{N^j}$ 是相关的，使得模型的系数矩阵秩亏(秩亏数为1)，导致这三个参数不可估计，因此，我们采取添加外部电离层约束，通过增加额外的虚拟观测方程来解决这个问题。

通过添加外部电离层数据约束，使得定位函数模型重构为式(3.13)。

$$\begin{pmatrix} \varphi_{r,i}^1 \\ p_{r,i}^1 \\ \vdots \\ \varphi_{r,i}^n \\ p_{r,i}^n \\ I_{r,i,t}^1 \\ \vdots \\ I_{r,i,t}^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & 1 & -1 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_n & b_n & c_n & 1 & 0 & \cdots & -1 & 0 & \cdots & 1 \\ a_n & b_n & c_n & 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \overline{cdt_r} \\ I_{r,i}^1 \\ \vdots \\ I_{r,i}^n \\ \overline{N_\varphi^1} \\ \vdots \\ \overline{N_\varphi^n} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

式(3.13)中  $I_{r,i}^j (j=1, \dots, n)$  表示外部电离层信息解算出来的电离层斜路径延迟, 每个卫星构造一个额外的虚拟观测方程, 用于约束给定的电离层。

### 3.2.3 电离层估计

将电离层单独作为参数, 在解算过程中就需要选择相应的估计方法。对于电离层而言, 其受到时间、地点变化的影响较大, 一般情况下可以选择以下两种适用于电离层估计的方法<sup>[29]</sup>: 一种是将估计电离层的过程认为是白噪声处理; 另一种是将电离层估计过程当做是随机游走模型来处理。

方法一: 白噪声过程, 这是指在随机过程  $\{x_t, t \in T\}$  中, 满足下式:

$$\begin{aligned} E(x_t) &= 0 \\ \text{Var}(x_t) &= \sigma^2 \\ \text{cov}(x_t, x_{t-s}) &= 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

式(3.14)中  $t \in T$  同时  $t-s \in T$ , 那么  $\{x_t\}$  为白噪声过程。可以看出, 白噪声过程均值为 0, 方差为常数, 随机变量之间不相关, 是一种平稳的随机过程。如果要在加电离层约束分区定位中将电离层的估计过程选为白噪声, 那么在两个相邻历元之间, 每个建立误差方程时都必须重新独立的计算电离层, 保证两个历元建立的电离层参数不相关。

方法二: 随机游走过程, 是指时间序列中后一个时间的值等于本时间的值加上一个独立或不相关的误差项, 最简单的表达式为:

$$x_t = x_{t-s} + u_t \quad (3.15)$$

$u_t$  为平稳的随机过程, 即白噪声过程;  $x_t$  为随机游走过程。

有研究表明,引入相同外部电离层约束的情况下,白噪声过程和随机游走过程对电离层的约束力基本保持一致,其约束后的最大差异在厘米级别,可以认为两者的约束效果相同<sup>[30]</sup>,但是白噪声的估计方法得到的电离层噪声将远大于随机游走过程,因此在本文中后面的实验测试中,将电离层的估计过程全部都使用随机游走模型。

### 3.2.4 确定虚拟电离层观测方程的先验方差

在附加电离层约束的单频 PPP 定位模型中引入外部电离层约束作为观测方程的虚拟观测方程,解算时需要确定电离层虚拟观测量的先验方差<sup>[29]</sup>。对于虚拟观测电离层值的先验方差一般有两种类型的约束方法:一种是常数约束法;一种是逐步松弛约束法。下面将对两种约束方法进行详细的介绍和比较。

常数约束法,是指在整個定位过程中保持先验方差为固定值,不会因为时间的变化而发生改变,是一个与时间无关的常数,这种方法约束下虚拟观测方程的先验方差可以表示为:

$$\sigma_{ion}^2(i) = \sigma_{ion,0}^2 \quad (3.16)$$

式(3.16)中  $i$  为历元数  $\sigma_{ion,0}^2$  表示虚拟电离层观测量的初始方差,可以设置为  $0.09\text{m}^2$ <sup>[58]</sup>。

逐步松弛约束法,是指随着定位中历元的变化,逐渐改变电离层虚拟观测量的先验信息,其中较为常见的类型是为了使得在 PPP 处理开始阶段能够快速收敛,认为在定位最开始时外部电离层信息的精度较高,给予电离层虚拟观测值较高的权重,但是随着时间的推移以及为了能够获取更好的定位精度,特别是当定位结果收敛后,认为外部电离层约束的信息精度越来越低,需要降低外部电离层观测值的权重。因此,逐步松弛约束可定义为:

$$\sigma_{ion}^2(i) = \sigma_{ion,0}^2 + \alpha(i-1)\Delta t \quad (3.17)$$

式(3.17)中,  $\alpha$  表示方差的变化率,单位为  $(\text{m}^2 / \text{min})$ ;  $\Delta t$  表示观测值采样间隔,单位为  $\text{min}$ 。有文献表明,其中变量  $\sigma_{ion,0}^2$  和  $\alpha$  可分别设置为  $0.09\text{m}^2$  和  $0.04\text{m}^2 / \text{min}$ <sup>[62]</sup>。

在实际定位中,认为刚开始外部电离层信息精度相对于其余参数来说精度较高,所以给予虚拟观测方程较大的权重,但随着历元的推进,当结果收敛后,认为外部电离层的信息精度相对下降,需要逐步降低外部电离层的权。有研究表明

[29], 逐步松弛约束较常数约束在单频动态定位中效果更好, 所以本文后续的单频动态实验都将采用逐步松弛约束的方法。

### 3.3 单频定位实验结果及分析

在上一节中完成了传统的半合法单频模型和附加电离层约束的单频定位模型的介绍之后, 本节将对两种定位方法的异同和定位效果, 从定位效果中分析得出附加电离层约束的单频分区定位较半合法的优越性。

#### 3.3.1 定位模型比较

半合法分区定位和附加电离层约束的单频分区定位的区别如下表所示。

表 3.1 定位模型比较

定位模式	半合法	附加电离层约束
观测值是否组合	半合法组合	否
是否估计电离层参数	否	是, 随机游走
是否使用外部电离层数据	是	是
是否构建电离层虚拟观测方程	否	是
虚拟观测值先验方差	无	有, 逐步松弛约束

#### 3.3.2 静态站动态定位实验结果及分析

本节根据实验需要选取了 9 个陆态网观测站的数据(2019 年 5 月份和 8 月份, 共两个月)进行静态站动态定位实验测试。选择北斗 B1 频点分别使用半合法传统分区和附加电离层约束的直接解法分区模型单频定位, 对所有数据进行单日动态模拟解算。

以 QHGC 测站为例, 该测站 5 月 21 日的两种模式下的单日动态解结果如下图。

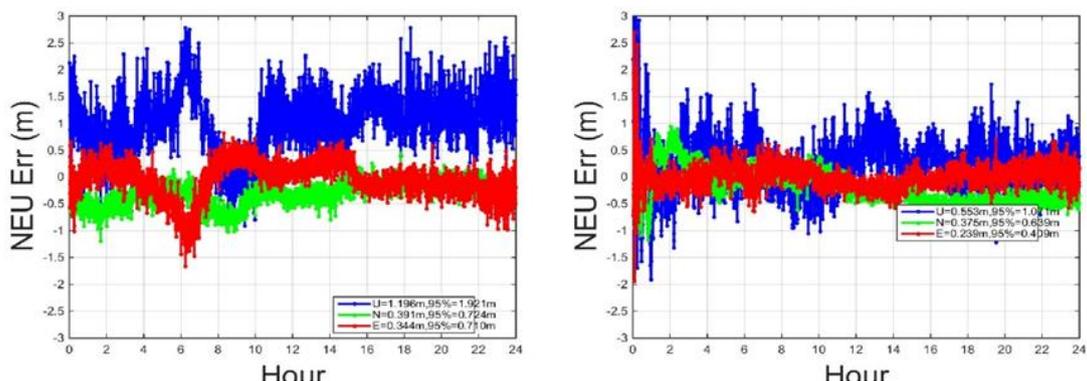


图 3.2 QHGC 测站单频定位误差(左为半合法，右为附加电离层约束)

图 3.2 中左边为半合法定位坐标偏差 RMS，右边为附加电离层约束的定位偏差 RMS，两种方法都没有对原始观测数据进行其他的滤波处理，从定位结果可以看出附加电离层约束的方法由于加入了较准确的电离层信息之后噪声明显比半合法要小，定位精度也明显优于半合法。

表 3.2 9 个测站传统半合法和附加电离层约束单频分区定位结果比较

(1.半合法 2.附加电离层约束)

测站	RMS	N-1	N-2	E-1	E-2	U-1	U-2	3D-1	3D-2
ynmj	0.379	0.342	0.332	0.295	0.644	0.554	0.818	0.715	
ahbb	0.426	0.379	0.316	0.250	0.566	0.529	0.776	0.697	
bjfs	0.312	0.373	0.324	0.317	0.529	0.550	0.694	0.736	
jxja	0.405	0.360	0.327	0.291	0.569	0.535	0.771	0.707	
mmns	0.395	0.403	0.330	0.336	0.608	0.552	0.797	0.761	
nmbt	0.501	0.382	0.389	0.317	0.580	0.525	0.859	0.723	
qhgc	0.409	0.374	0.281	0.280	0.637	0.525	0.808	0.703	
sdrc	0.422	0.346	0.378	0.304	0.531	0.542	0.776	0.711	
snmx	0.531	0.478	0.354	0.267	0.587	0.565	0.867	0.787	
AVG	0.416	0.372	0.338	0.299	0.577	0.538	0.788	0.719	
Increased		10.6%		11.5%		6.8%		8.7%	

表 3.2 统计了 9 个观测站两个月的数据解算结果在三个方向和三维的坐标定位偏差 RMS 的均值，同时利用这些均值再计算出两种单频定位模式北东天三个方向和三维总偏差的 RMS 值。其中标识为“1”代表半合法，标识为“2”代表附加电离层约束的方法。从表 3.2 中的结果可以看出，除了表中标红的个别结果之外，采用附加电离层约束的方法定位精度相比半合法有了明显的提升，具体综

合来看，北东天三个方向的定位精度分别提升了 10.6%、11.5%、6.8%，三维总定位精度提升了 8.7%。

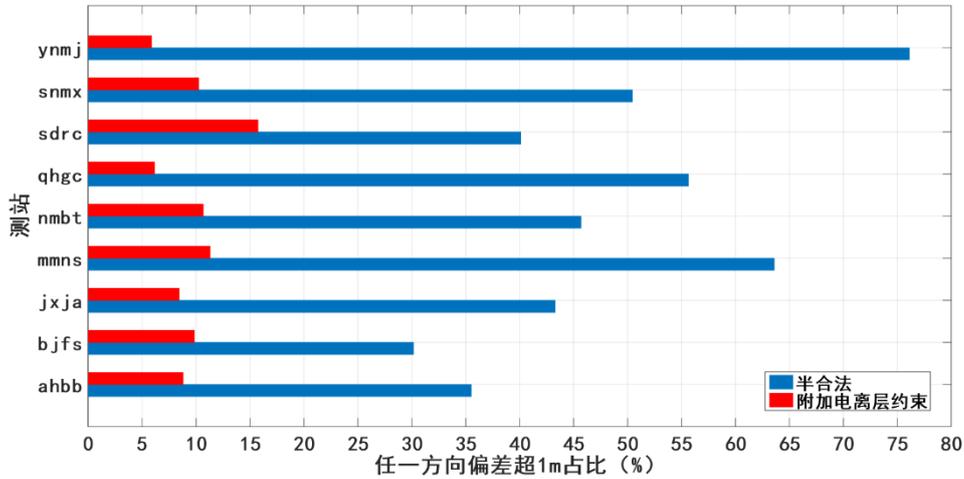


图 3.3 任一方向定位偏差超 1m 占比图

除了表 3.2 中的定位结果统计之外。为了更加直观的体现出定位模式的效果，这里还统计了 9 个测站两个月的解算结果中，E、N、U 三个方向任意一个方向的定位偏差超过 1m 的数据量在所有数据两种的占比，结果如图 3.3 所示。从图 3.3 可以看出，半合法定位偏差超过 1m 的比例几乎都在 30% 以上，而附加电离层约束的方法定位偏差超过 1m 的占比都在 20% 以下，可以从定位结果的稳定性出发，说明附加电离层约束的方法定位效果明显优于传统的半合法。

### 3.3.3 分区实时动态定位测试

为了验证单频模式下半合法模型和附加电离层约束直接解法模型在实际动态场景中的定位效果，采用华测公司的某型号接收机于 2019 年 6 月 24 日在上海市青浦区某房屋楼顶采集了约 20 分钟的动态测试数据。其中用于定位结果比较的参考轨迹(在这里也称为真实轨迹)是由华测公司的后处理软件进行差分动态定位计算获取。分别采用两种定位模型进行动态定位解算，卫星截止高度角均设置为 10 度，采样间隔为 1s。

图 3.5 是本次实时动态试验中可用卫星数和 GDOP 值的图，可以看出可用卫星基本都在 6 颗以上，GDOP 值几乎都小于 3，定位条件是比较好的。图 3.4 为半合法和附加电离层约束的单频实时动态定位测试轨迹图，从图中可以看出传统的半合法单频定位模式得到的轨迹与参考轨迹存在较大差别，而附加电离层约束

的单频解法得到的轨迹与参考轨迹比较接近，偏差较小。详细的定位偏差可以参看图 3.6。

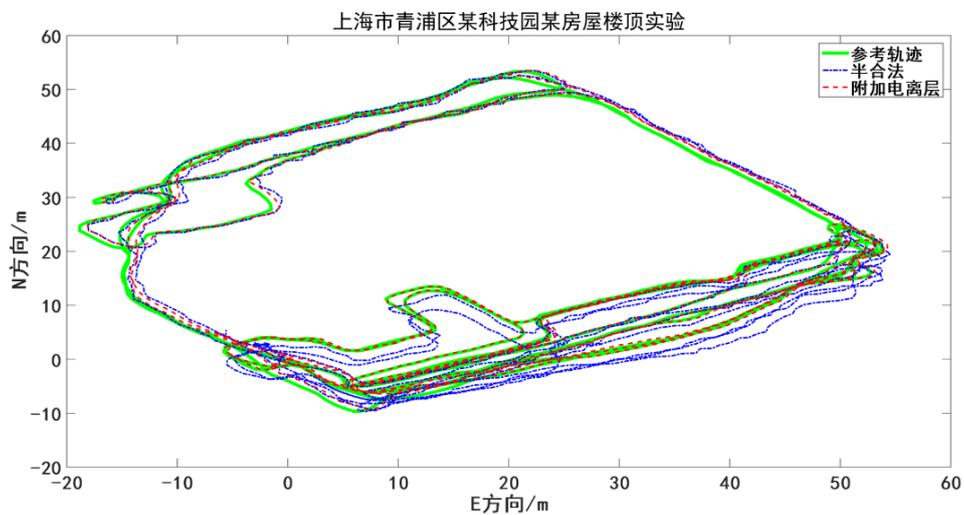


图 3.4 半合法和附加电离层法实时动态测试结果

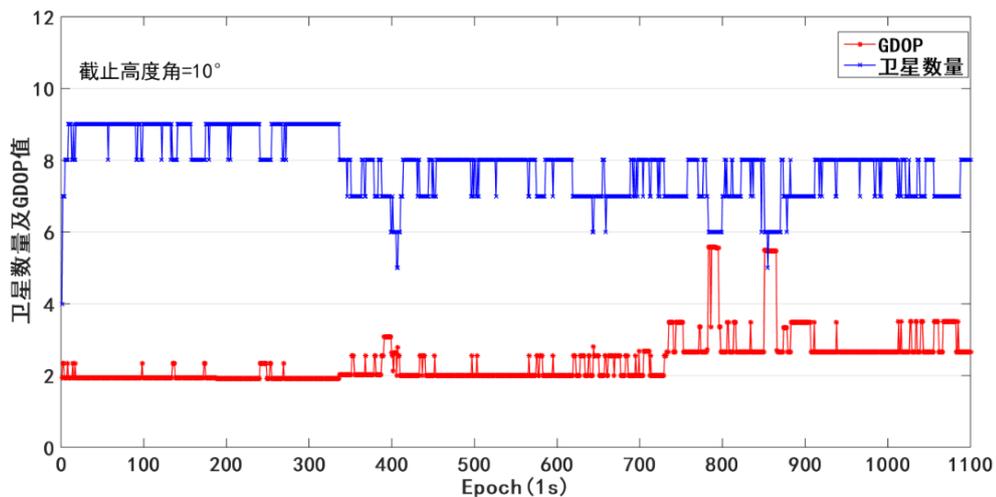


图 3.5 实测数据可用卫星数和 GDOP 值(截止高度角 10° )

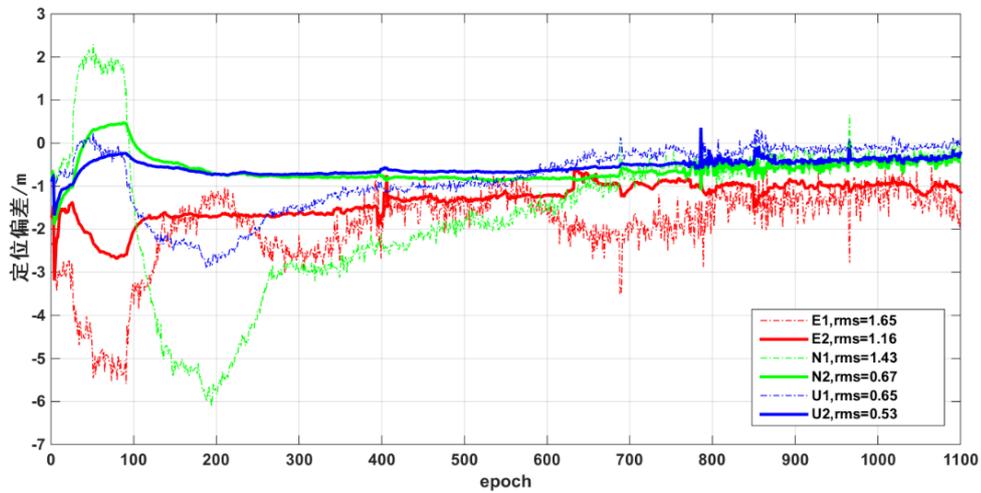


图 3.6 半合法和附加电离层法实时动态定位误差图(1-半合法，2-附加电离层法)

图 3.6 中可以直观地看出，附加电离层约束的单频实时动态解法与参考轨迹的定位误差 RMS 值在 E、N、U 三个方向分别为 1.16m、0.67m、0.53m，较半合法的定位误差 RMS 值 1.65m、1.43m、0.65m 来说，三个方向都明显有了较大的提升。另外在本次实时动态定位的实验中，东方向的定位误差较大，可能是因为由后处理软件得到的参考轨迹在 E 方向存在较大的偏差，也就是真值不够准确造成的。综上，在实时动态定位的实验中，附加电离层约束的单频定位模式表现出了更好的定位性能。

### 3.4 BDS23<sup>14</sup>与 BDS2 定位效果比较

近年来，北斗加快了建设进程，仅 2018 年一年时间，中国发射了 19 颗北斗导航卫星<sup>[64]</sup>，创造了部署全球卫星导航系统速度的新纪录。2020 年 7 月 31 日，随着习总书记宣布北斗三号全球卫星导航系统正式开通，一个可提供全球连续、稳定、可靠服务的并具有中国特色的导航系统正式登上舞台。

本文选取了国内能接收到 BDS3 卫星的 6 个 IGMAS 站为实验测站，采集了这 6 个测站 2020 年 8 月份一整月的数据，对所有数据按照 3.2 章节所介绍的模型进行单日动态解算，定位系统采用 BDS2 和 BDS23 分别处理，频点依然选择 B1 频点。

以 BJF1 站 2020 年 221 年积日(8 月 7 日)为例，该测站的数据解算结果如图

<sup>14</sup> “BDS23”指 BDS2 和 BDS3 卫星的融合。

3.7、图 3.8、图 3.9、图 3.10、图 3.11、图 3.12 所示。其中图 3.7 和图 3.8 分别为 BDS2 和 BDS23 两种卫星系统下的可见卫星数和 PDOP 值的对比图，可以直观地看出，BDS23 下可用卫星数基本都在 12 颗以上，而 BDS2 可用卫星数基本都在 11 颗以下，对于 PDOP 值来看，BDS23 明显优于 BDS2，在加入了 BDS3 卫星后，卫星的几何结构和定位条件明显优于 BDS2。

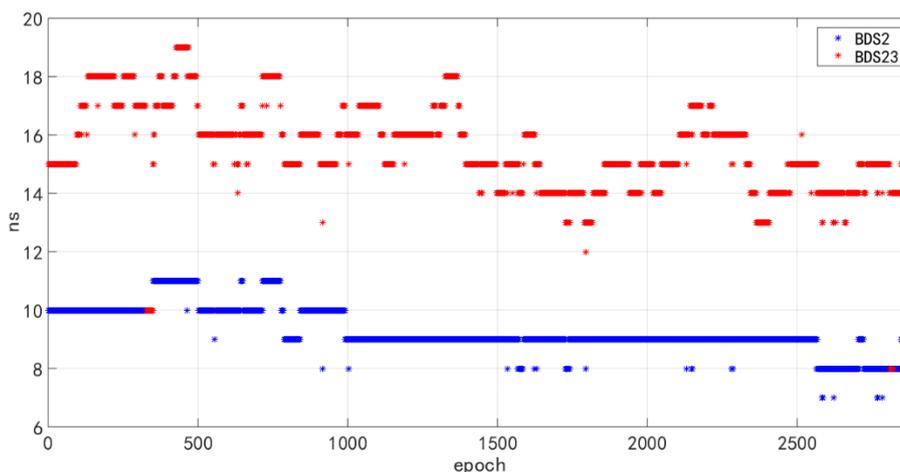


图 3.7 BDS2 和 BDS23 可用卫星数对比图(截止高度角  $10^\circ$  )

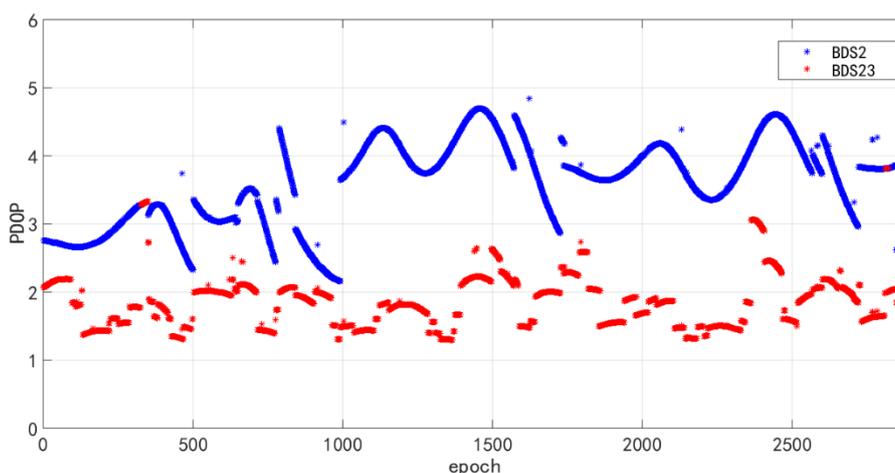


图 3.8 BDS2 和 BDS23 的 P<sub>dop</sub> 值对比图

而从定位坐标偏差 RMS 图来看，对比图 3.9 和图 3.11 可以看出，BDS2 条件下附加电离层约束的方法定位噪声更小，定位偏差 NEU 为(0.340, 0.131, 0.345)m，优于半合法的(0.275, 0.194, 0.677)m；同样的，对比图 3.10 和图 3.12 可以看出，BDS23 条件下附加电离层约束方法定位噪声更小，定位偏差 NEU 为(0.177, 0.160, 0.326)m，优于半合法的(0.270, 0.415, 0.498)m，这种定位结果与

3.2.2 章节得到的实验结果是一致的。

对比图 3.9 和 3.10 来看，半合法定位模式下，在加入 BDS3 卫星后，定位结果噪声有所减小，U 方向定位结果提升较大。而对比图 3.11 和图 3.12 来看，附加电离层定位模式下，两种系统下定位结果噪声虽然都比较小，但是 BDS23 的定位结果更加的平稳，RMS 值为 NEU(0.177,0.140,0.326)m,优于 BDS2 下的(0.340,0.131,0.345)m。

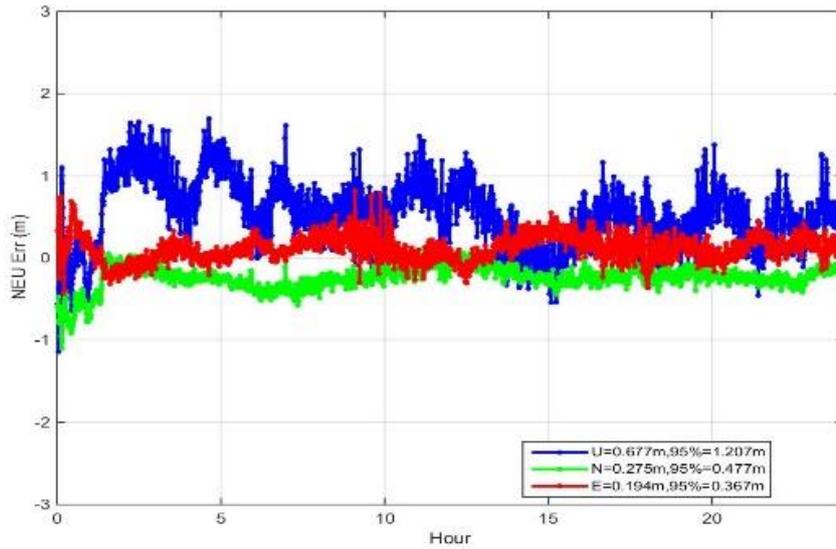


图 3.9 半合法 BDS2 定位结果

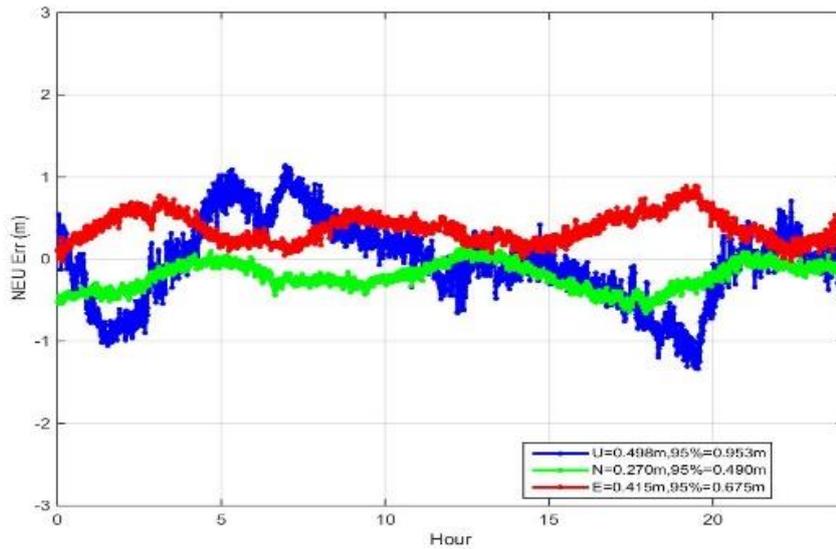


图 3.10 半合法 BDS23 定位结果

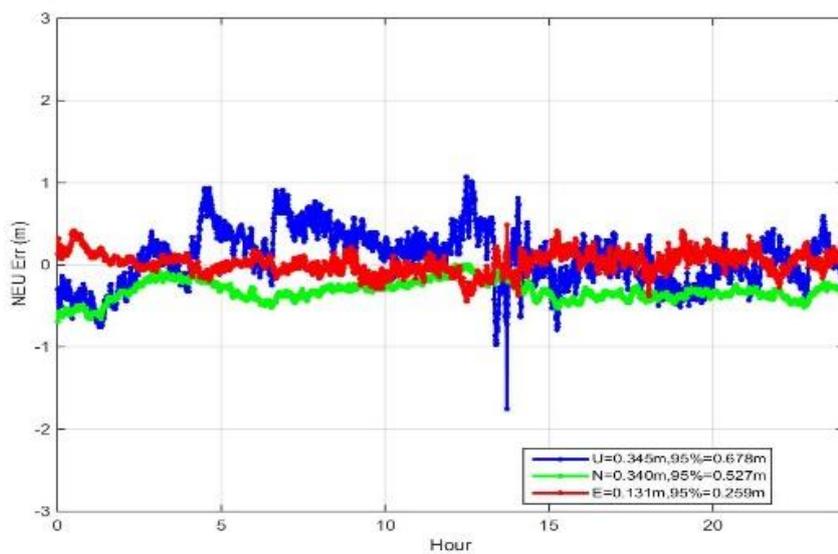


图 3.11 附加电离层法 BDS2 定位结果

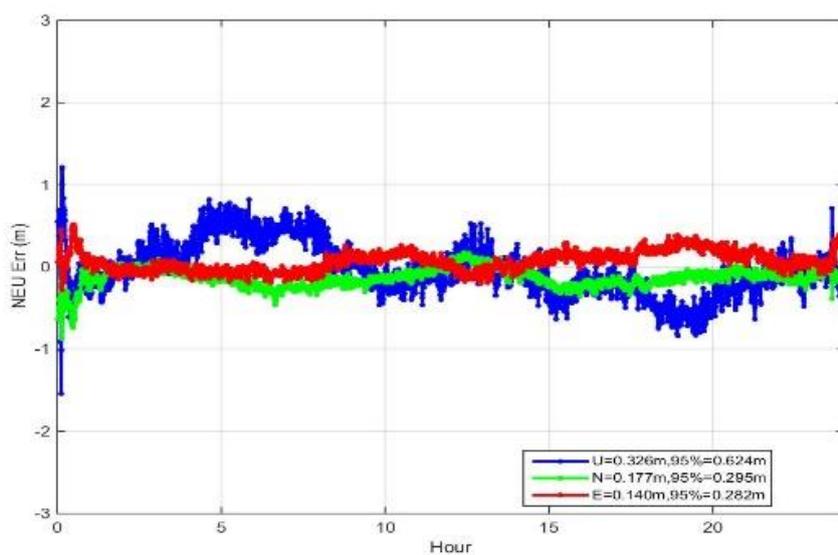


图 3.12 附加电离层法 BDS23 定位结果

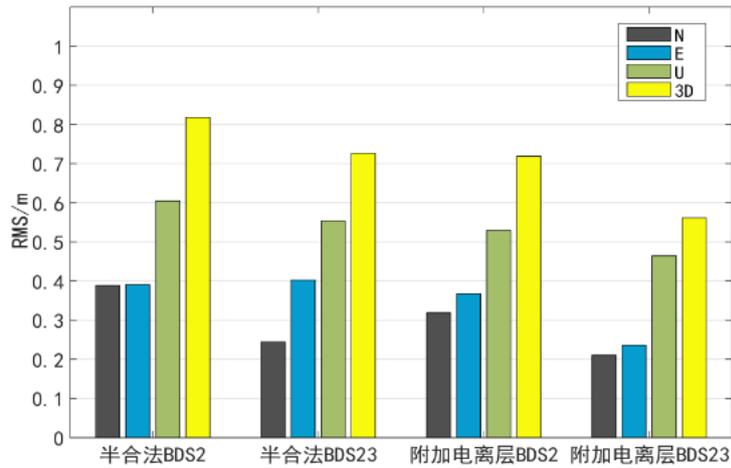


图 3.13 CHU1 测站定位误差统计图

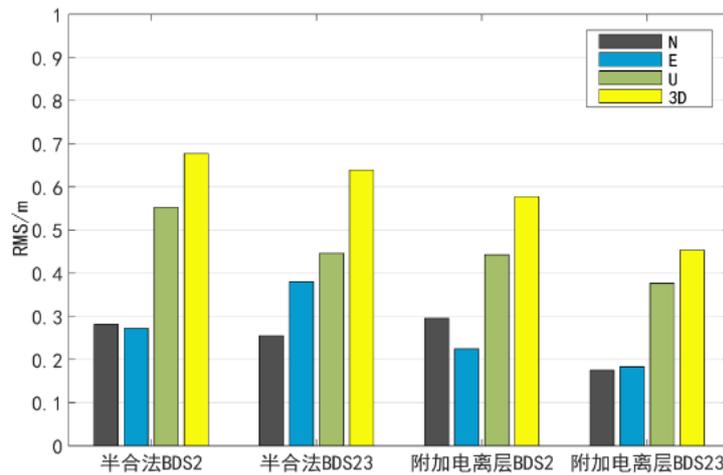


图 3.14 BJF1 测站定位结果统计图

为了更加直观的看出 BDS23 和 BDS2 在定位中的效果，统计了 6 个 IGMAS 站一个月的定位结果，如表 3.3 所示。其中以 BJF1 和 CHU1 测站结果为例，将统计结果绘制成了直方图形式展示，可以看出在半合法的定位模式下，加入 BDS3 卫星后，定位结果提升较小，甚至是在 N 方向有所变差(表 3.3 红色字体标出)；而在附加电离层约束的定位模式下，BDS23 的定位效果提升较大，这说明，加入 BDS3 卫星后，同样的需要较高精度的外部电离层约束来保证较高的定位精度，传统的半合法只能在一定程度上提升定位效果，有效卫星数增加和卫星几何条件的改善并不能够提升半合法的定位效果。

表 3.3 BDS2 和 BDS23 在半合法和附加电离层定位模式下的定位偏差 RMS 统计

测站	卫星	传统半合法 RMS/m				附加电离层约束 RMS/m			
		E	N	U	3D	E	N	U	3D
BJF1	BDS2	0.2810	0.2720	0.5525	0.6770	0.2953	0.2244	0.4424	0.5774
	BDS23	0.2551	0.3800	0.4460	0.6390	0.1751	0.1827	0.3763	0.4535
CHU1	BDS2	0.3885	0.3903	0.6045	0.8178	0.3185	0.3670	0.5294	0.7186
	BDS23	0.2441	0.4020	0.5531	0.7260	0.2101	0.2358	0.4640	0.5613
GUA1	BDS2	0.2835	0.2512	0.5470	0.6653	0.4817	0.2591	0.3861	0.6695
	BDS23	0.3351	0.4256	0.4097	0.6792	0.3329	0.1793	0.2443	0.4501
KUN1	BDS2	0.2096	0.1972	0.6379	0.6998	0.2354	0.2351	0.4773	0.5818
	BDS23	0.2881	0.4061	0.4683	0.6792	0.1775	0.1659	0.3129	0.3962
XIA1	BDS2	0.2317	0.1909	0.5899	0.6619	0.3230	0.2313	0.4008	0.5644
	BDS23	0.2120	0.3286	0.4004	0.5597	0.2177	0.1359	0.3086	0.4014
WUH1	BDS2	0.3140	0.3144	0.5624	0.7167	0.3173	0.3047	0.4537	0.6320
	BDS23	0.2225	0.3276	0.4399	0.5919	0.2538	0.1944	0.4051	0.5161
AVG	BDS2	0.2685	0.2514	0.5823	0.6888	0.3250	0.2705	0.4486	0.6165
	BDS23	0.2549	0.3729	0.4531	0.6398	0.2269	0.1829	0.3611	0.4641

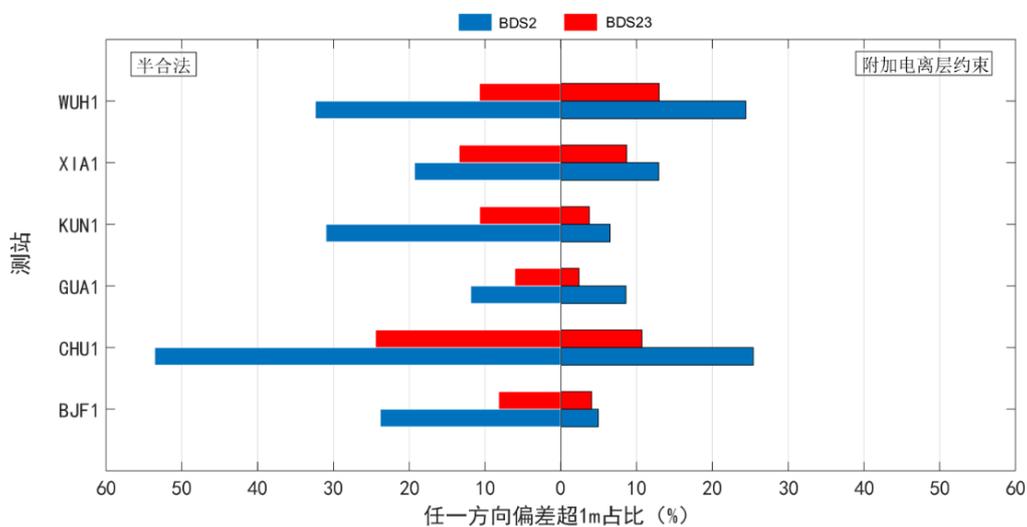


图 3.15 6 个 IGMAS 测站任一方向定位偏差超 1m 占比

除了统计相应的定位结果之外,这里还统计了 6 个测站任一方向定位偏差超过 1m 占比的大小,如图 3.15 所示。可以看出不论是半合法还是附加电离层约束的方法,在加入 BDS3 卫星后,定位偏差超过 1m 占比更小,定位结果相比原来

是更加平稳的。

### 3.5 本章小结

本章节主要介绍了分区改正的理论和方法,介绍了传统的单频半合法分区定位模型,在此基础上推导了附加电离层的分区单频定位模型和电离层估计过程,并以静态站数据模拟动态试验和实际场景中的实时动态数据进行了试验和分析,最后在单频定位的基础上引入了 BDS3 的卫星数据进行实验和分析。

## 第4章 基于IF分区综合改正的RTK/PPP组合 滤波实时定位

精密单点定位技术(PPP)因定位精度高、定位灵活且无需架设基准站等优点,被广泛应用于高精度船载、车载和机载定位中,但常规的PPP收敛速度较慢制约了PPP在动态场景中的应用,如何加快PPP的收敛速度且保证高精度的定位结果是很多学者关注的问题<sup>[43]</sup>。为了解决动态PPP收敛速度较慢这一核心问题,本章节将利用短基线RTK技术可以迅速获得高精度位置坐标的特性,把短基线RTK提供的位置信息作为PPP中组合滤波器的初始位置观测信息,通过给定PPP先验位置信息,构造出RTK/PPP的组合滤波模型加快PPP的收敛速度。这种方法既克服了PPP收敛慢的不足,同时克服了定位精度随RTK基线长度增大而恶化的不足。此外将该滤波模型应用到北斗分区综合改正的实时定位中,同样也加快了实时定位的收敛速度和实时定位的精度。

### 4.1 RTK/PPP组合滤波定位模型

#### 4.1.1 无电离层组合(IF)定位模型

无电离层组合模型(Ionospheric Free, IF)是精密单点定位中最常用的函数模型,它的原理是通过对双频伪距和载波相位观测值进行相应的线性组合达到消除电离层延迟的目的,其观测方程如式(4.1)所示。

$$\begin{aligned} P_{IF} &= \rho + c(dt_r - dt^s) + d_{trop} + \varepsilon_{P_{IF}} \\ \Phi_{IF} &= \rho + c(dt_r - dt^s) + d_{trop} + B_{IF} + \varepsilon_{\Phi_{IF}} \end{aligned} \quad (4.1)$$

式(4.1)中,  $P_{IF} = a_1 P_1 - a_2 P_2$  和  $\Phi_{IF} = a_1 \Phi_1 - a_2 \Phi_2$  分别为经过无电离层组合

后的伪距和相位观测量,其中  $a_i = \frac{f_i^2}{f_1^2 - f_2^2}$  ( $i=1,2$ ) ;  $\rho$  表示站星间几何距离;  $dt_r$

和  $dt^s$  分别表示接收机和卫星钟差;  $d_{trop}$  为对流层延迟;  $\varepsilon_{P_{IF}}$  和  $\varepsilon_{\Phi_{IF}}$  分别为经过无电离层组合后的观测量观测噪声和未被模型化的残余误差。无电离层组合中没有了电离层延迟参数,所以观测方程的待求参数向量  $x$  可取为

$$x = (r_r, b_{clk}, Z_{wet}, B_{IF})^T \quad (4.2)$$

式(4.2)中,  $r_r = (x, y, z)$  表示的是需要求解的接收机位置  $x \setminus y \setminus z$  三个参数;  $b_{clk}$  表示的是需要求解的接收机钟差参数;  $Z_{wet}$  表示的是待求解的对流层天顶湿延迟参数;  $B_{IF} = (B_{IF}^1, \dots, B_{IF}^n)$ , 其中  $B_{IF} = a_1 \lambda_1 N_1 - a_2 \lambda_2 N_2$  为无电离层组合载波相位观测值的模糊度。

#### a. 状态方程

根据式(4.2)所表示的待求参数向量可以得到卡尔曼滤波的状态方程, 由此可见, 卡尔曼滤波中的状态转移矩阵  $\phi_{k,k-1}$  和噪声协方差矩阵  $Q_{k-1}$  分别为

$$\begin{aligned} \phi_{k,k-1} &= \text{diag}(I_{3 \times 3}, 1, 1, I_{n \times n}), \\ Q_{k-1} &= \text{diag}(0_{3 \times 3}, 0, \tau \sigma_w^2, \tau Q_B) \end{aligned} \quad (4.3)$$

式(4.3)中,  $I$  为单位阵;  $\tau$  为相邻历元时间间隔;  $\sigma_w^2$  为对流层天顶湿延迟过程噪声;  $Q_B$  为载波相位模糊度方差。

#### b. 观测方程

根据式(4.1)和(4.2)所示的观测模型和状态参数, 可以构建如式(4.4)所示的观测方程, 其中观测向量  $y$  和观测函数向量  $h(x)$  分别为

$$y = (\Phi_{IF}^T, P_{IF}^T)^T, h(x) = (h_{\Phi_{IF}}^T, h_{P_{IF}}^T)^T \quad (4.4)$$

上式(4.4)中,  $\Phi_{IF} = (\Phi_{IF}^1, \dots, \Phi_{IF}^n)^T$ ,  $P_{IF} = (P_{IF}^1, \dots, P_{IF}^n)^T$ ;  $h_{\Phi_{IF}}$  表示组合的相位观测函数向量;  $h_{P_{IF}}$  表示组合的伪距的观测函数向量<sup>[43]</sup>, 也就是如下:

$$\begin{aligned} h_{\Phi_{IF}} &= \begin{pmatrix} \rho_i^1 + c(dt_r - dt^{s1}) + d_{trop}^1 + B_{IF}^1 \\ \rho_i^2 + c(dt_r - dt^{s2}) + d_{trop}^2 + B_{IF}^2 \\ \dots \\ \rho_i^n + c(dt_r - dt^{sn}) + d_{trop}^n + B_{IF}^n \end{pmatrix}, \\ h_{P_{IF}} &= \begin{pmatrix} \rho_i^1 + c(dt_r - dt^{s1}) + d_{trop}^1 \\ \rho_i^2 + c(dt_r - dt^{s2}) + d_{trop}^2 \\ \dots \\ \rho_i^n + c(dt_r - dt^{sn}) + d_{trop}^n \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.5)$$

根据上式(4.5)，将观测函数 $h$ 进行求导，作线性化处理，可以得到如式(4.6)所示的系数设计矩阵：

$$H = \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}} = \begin{pmatrix} -E_{n \times 3} & 1_{n \times 1} & M_T & I_{n \times n} \\ -E_{n \times 3} & 1_{n \times 1} & M_T & 0_{n \times n} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

式(4.6)中， $E = (e_r^1, \dots, e_r^n)^T$ ， $e_r$ 表示的是卫星到接收机之间的站星间单位观测矢量，也就是线性化后位置参数的系数； $M_T$ 表示的是对流层湿分量投影函数；而电离层信息通过组合被消除，不需要估计解算；其中观测量对应的噪声协方差阵为 $R = \text{diag}(R_{\Phi_{IF}}, R_{P_{IF}})$ <sup>[43]</sup>。

#### 4.1.2 RTK/PPP 组合滤波模型

RTK 解算的位置信息可以作为先验信息提供给 PPP 用来定位，因此根据式(4.1)所示的无电离层组合观测方程，可以构造出如式(4.7)的 RTK/PPP 组合观测模型为<sup>[43]</sup>：

$$y = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} x \quad (4.7)$$

上式(4.7)状态方程中的参数与式(4.2)保持一致；只是观测向量中添加了 RTK 解算的位置信息，即

$$y = (\Phi_{IF}, P_{IF}, X_{rtk})^T \quad (4.8)$$

式(4.8)中， $X_{rtk} = (x_{rtk}, y_{rtk}, z_{rtk})$ 为 RTK 解算的位置参数； $H_1$ 为原 IF 组合的观测矩阵，即式(4.6)的 $H$ ；系数矩阵为

$$H_2 = \begin{pmatrix} E_{3 \times 3} & 0_{3 \times (n+2)} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

观测向量 $y$ 所对应的观测噪声协方差矩阵为

$$R = \text{diag}(R_{\Phi_{IF}}, R_{P_{IF}}, R_X) \quad (4.10)$$

式(4.10)中， $R_X$ 为经过辅助参考站 RTK 解算得到的瞬时位置状态参数的协方差矩阵<sup>[43]</sup>，可以直接从 RTK 解中获得。

上述的 RTK/PPP 模型与无电离层组合 PPP 相比较，该组合观测模型将 RTK 解算的位置信息当成观测方程的初始观测值，也就是相当于在原始观测方程上添

加了更多的虚拟观测量，创造了更多的已知条件，从而降低了参数相关性，因此该模型可以显著地加速 PPP 的收敛，并提升 PPP 的定位性能。

### 4.1.3 实验结果分析

本节根据 4.1.1 和 4.1.2 的理论和模型进行了相应的实验，为了与 RTK 定位精度相当从而方便测试模型，这里采用的是事后精密星历作为测试数据。具体数据为 2018 年 6 月 6 日的观测站 WTZR 前 5 个小时的静态观测数据和短基线解算得到的 WTZR 站的 RTK 解，其中测试数据采样率均为 30s。这里采用 GPS 定位卫星按照以下两个策略进行了相应的静态模拟动态 PPP 处理和分析，并将最终的定位结果与 SOPAC 官方提供的 WTZR 站的精确坐标进行了比较<sup>[63]</sup>。

策略一：采用常规的动态 PPP 定位模式。

图 4.1 所示就是策略一下得到的解算结果，可以看出，常规的动态 PPP 解算的结果中，E、N、U 三个方向定位误差在 1h 左右收敛到了 10cm 以内。

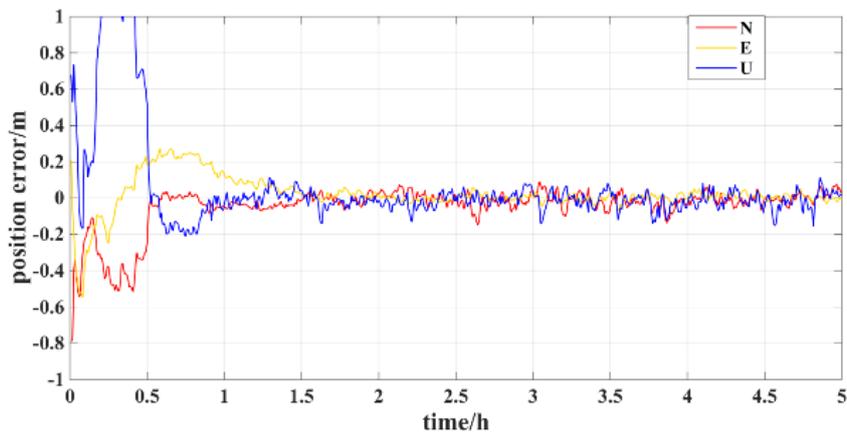
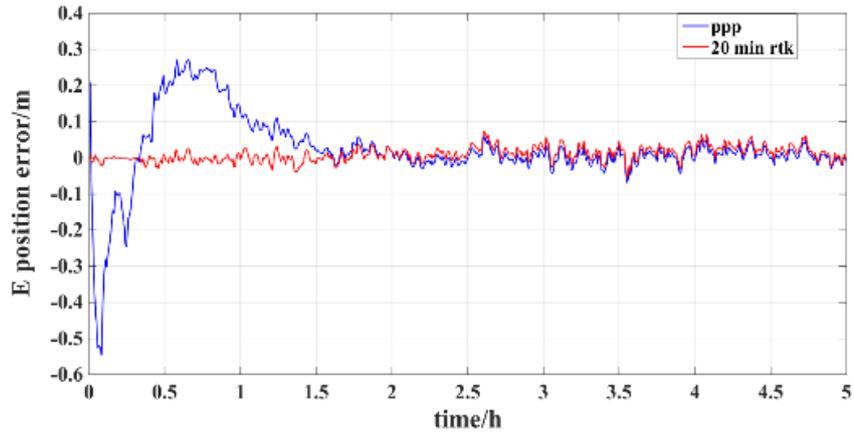


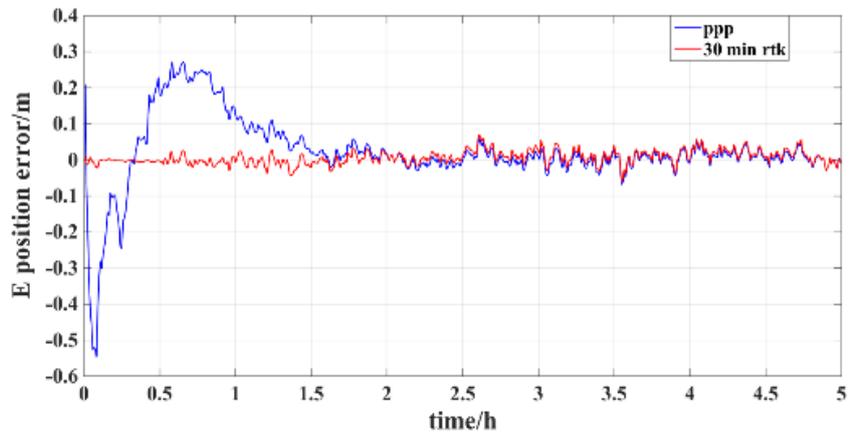
图 4.1 常规动态 PPP

策略二：初始阶段借助辅助参考站信息，采用 RTK/PPP 滤波组合定位模式，之后模拟基线变长切断 RTK 信息转换到常规动态 PPP 定位模式。

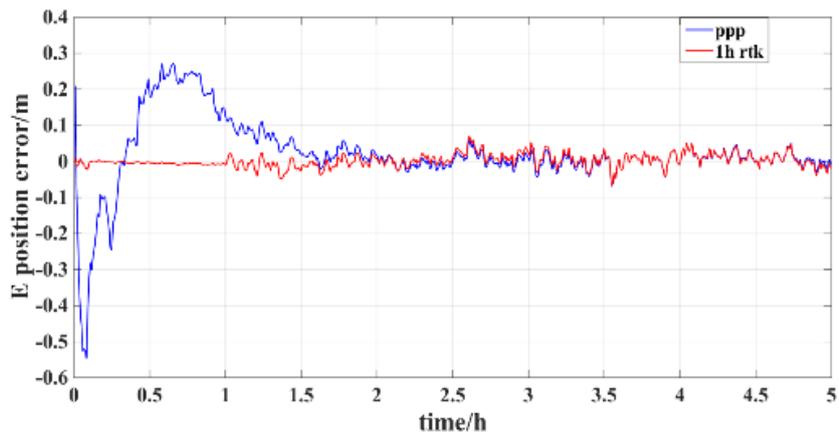
为了模拟和研究分析在 RTK/PPP 组合定位中，当 RTK 基线过长而被迫切断辅助信息后动态 PPP 的定位效果，进行策略二的数据处理。策略二分别进行了 20min、30min、1h 的 RTK/PPP 组合的处理，之后恢复常规动态 PPP 处理，得到了图 4.2(E 方向)、图 4.3(N 方向)、图 4.4(U 方向)的定位结果。



a.

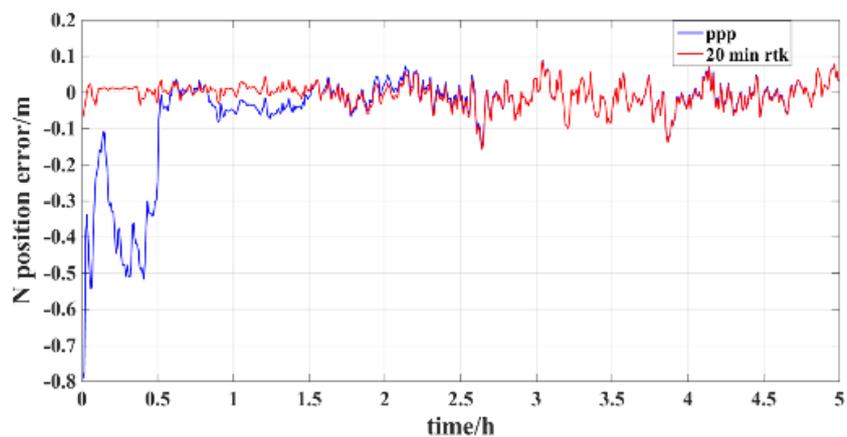


b.

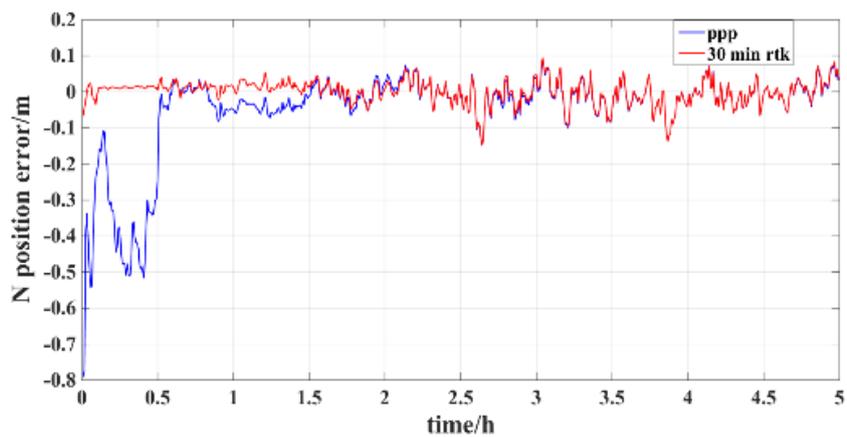


c.

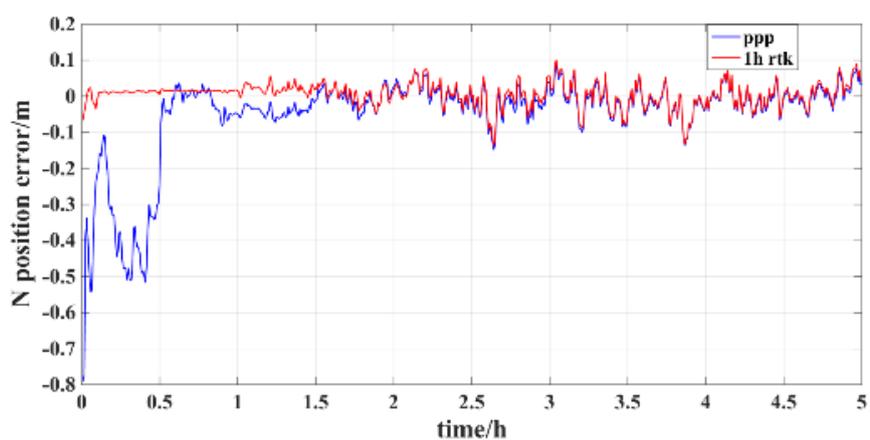
图 4.2 策略二 E 方向 PPP 和 RTK/PPP 对比(a. 20min b. 30min c. 1h)



a.

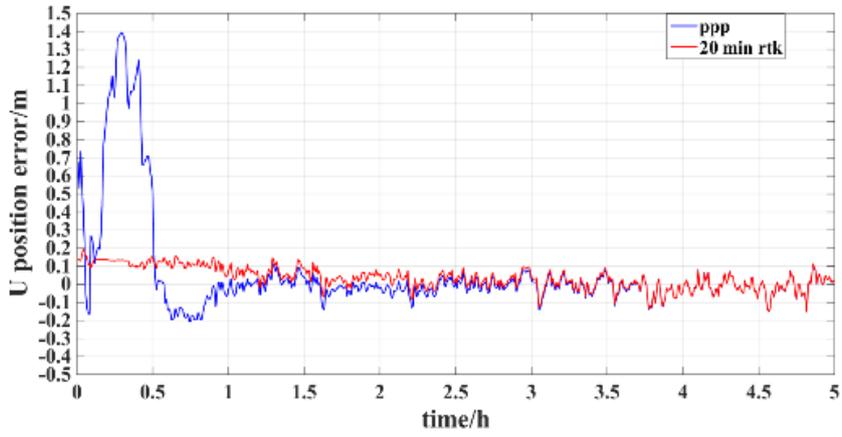


b.

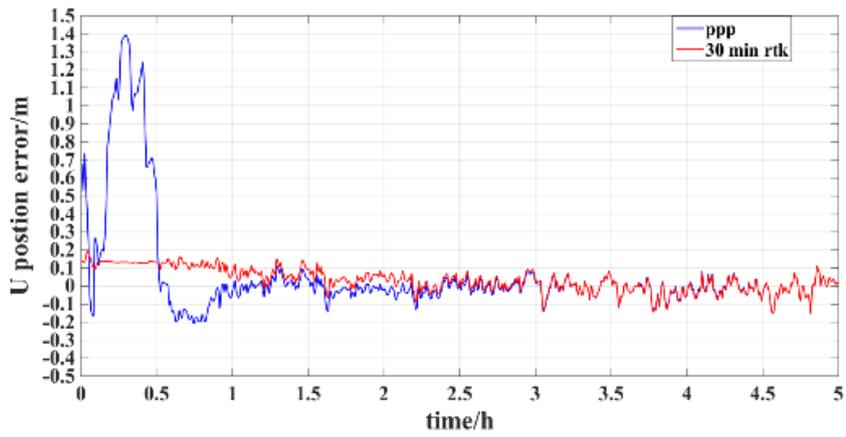


c.

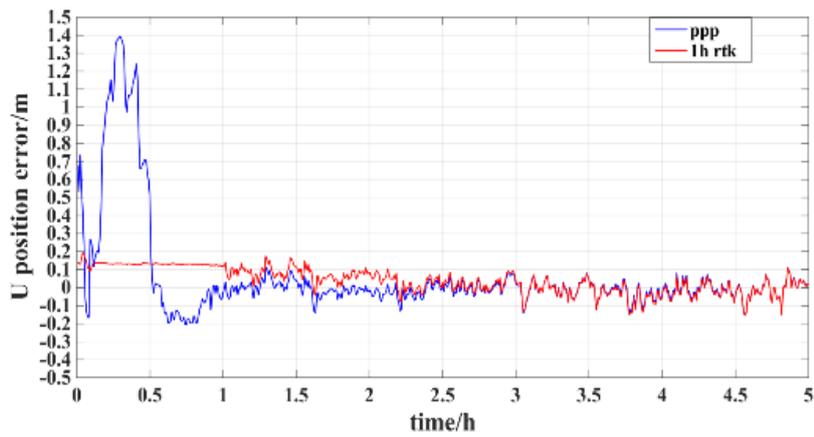
图 4.3 策略二 N 方向 PPP 和 RTK/PPP 对比(a. 20min b. 30min c. 1h)



a.



b.



c.

图 4.4 策略二 U 方向 PPP 和 RTK/PPP 对比(a. 20min b. 30min c. 1h)

可以从图 4.2、图 4.3 的结果中看出，当 RTK/PPP 滤波组合完成了收敛之后再切换到常规的 PPP，这种处理模式在大约 1.5 小时的时候定位精度即恢复到了常规动态 PPP 模式，说明了策略二的处理模式在 E、N 两个方向在完成收敛之后切断 RTK 可以实现动态 PPP 的连续高精度定位。从图 4.4 可以看出，U 方向定位精度也有提高但没有 E、N 方向提高的明显，这与 U 方向 RTK 解的精度有关，但总体来说 U 方向也实现了连续的高精度定位<sup>[63]</sup>。

基于无电离层组合的动态 PPP 定位技术，本节结合短基线 RTK 辅助站参考信息，构造出 RTK/PPP 组合滤波模型，将 RTK 的解作为 PPP 的观测值，增加了无电离层组合 PPP 虚拟观测值，进行了模拟动态定位实验，结果表明，RTK/PPP 的滤波模型显著加速了 PPP 的收敛速度。此外，当 RTK/PPP 完成收敛后转换到常规 PPP 后的一段时间内定位精度优于常规 PPP，实现了动态 PPP 的连续高精度定位<sup>[63]</sup>。

## 4.2 北斗分区双频无电离层 (IF) 组合

### 4.2.1 无电离层 (IF) 组合分区综合定位模型

同样的，基于分区综合改正的双频定位模型中，可以通过观测值进行无电离层组合来消去电离层延迟的影响，所以双频定位的观测方程可以写为式(4.11)。

$$\begin{aligned}
 P_{r,IF}^s &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) + T_r^s + c \times (d_{r,IF} - d_{IF}^s) \\
 &+ p \text{cor}_{IF} + \text{orbit} + \text{zone}_p + \varepsilon_{p,IF} \\
 \Phi_{r,IF}^s &= \rho_r^s + c \times (dt_r - dt^s) + T_r^s + \lambda_{IF} \left( N_{0,IF}^s + f_{IF} (b_{r,IF} - b_{IF}^s) \right) \\
 &+ p \text{cor}_{IF} + \text{orbit} + \text{zone}_\phi + \varepsilon_{\phi,IF}
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

上式中各个符号的定义与式(3.4)保持一致。

### 4.2.2 定位效果分析

为了验证北斗双频无电离层组合分区定位的性能，选取了中国地区的 AHBB、MMNS、QHGC 和 YNMJ 四个陆态网观测站的数据(包括 2019 年 5 月和 8 月，共两个月，采样率为 30s)，并配备相应的北斗广域差分改正数文件。

这里以 2019 年 5 月 15 日和 8 月 24 日的实验结果为例，四个站双频无电离层组合分区定位的结果如图 4.5-4.12，其余时间段定位结果类似。

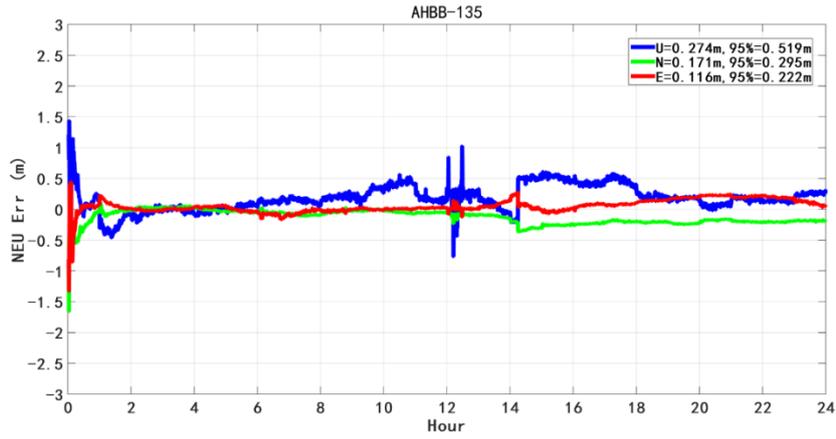


图 4.5 AHBB 站 5 月 15 日定位结果

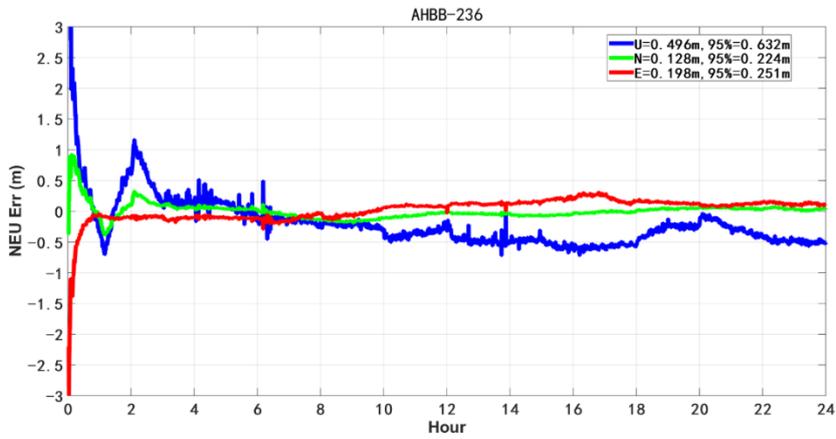


图 4.6 AHBB 站 8 月 24 日定位结果

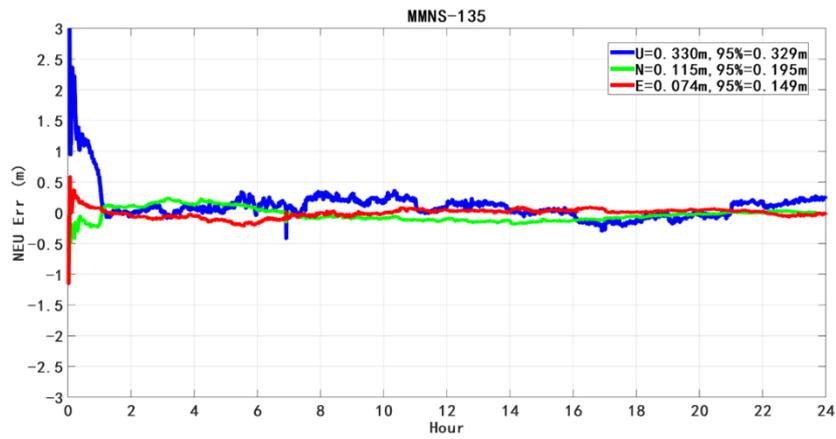


图 4.7 MMNS 站 5 月 15 日定位结果

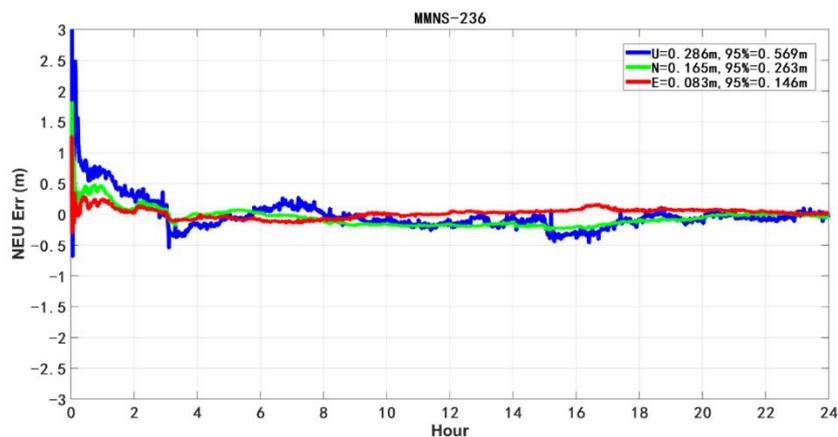


图 4.8 MMNS 站 8 月 24 日定位结果

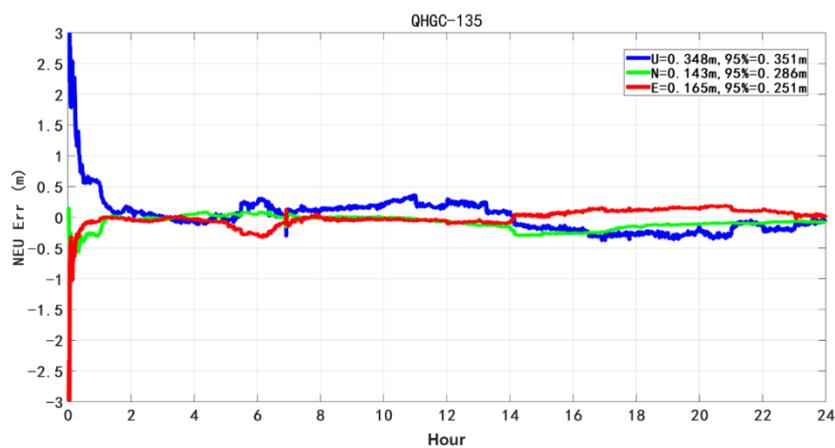


图 4.9 QHGC 站 5 月 15 日定位结果

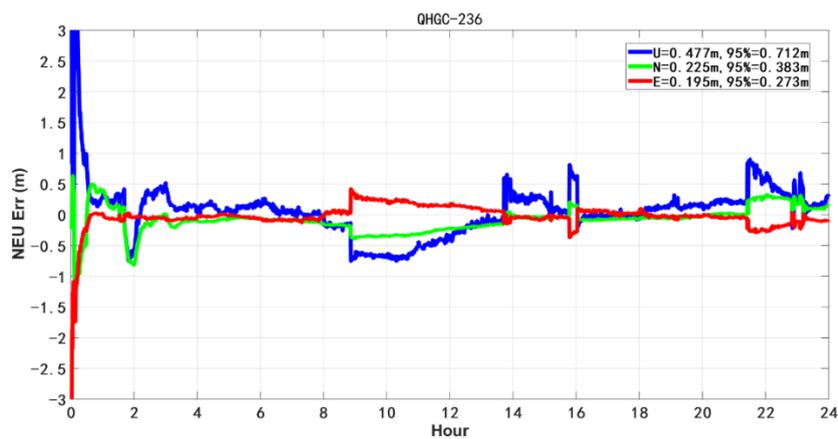


图 4.10 QHGC 站 8 月 24 日定位结果

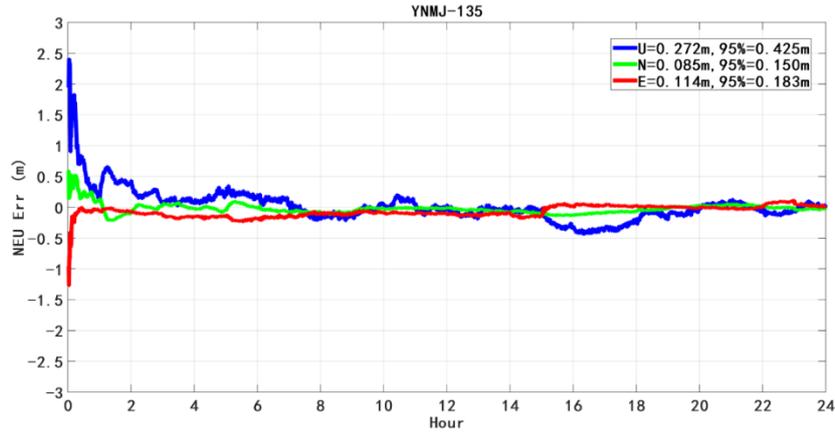


图 4.11 YNMJ 站 5 月 15 日定位结果

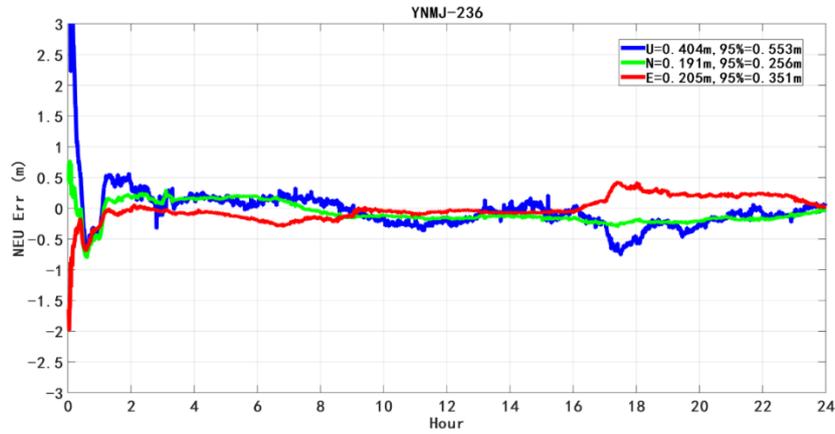


图 4.12 YNMJ 站 8 月 24 日定位结果

四个测站两个月的 IF 组合双频动态定位的统计结果如下表 4.1 所示。

表 4.1 四个站两个月双频动态定位统计结果

Station	RMS (m)				STD (m)			
	N	E	U	3D	N	E	U	3D
AHBB	0.1617	0.1315	0.3751	0.4291	0.1572	0.1279	0.3750	0.2482
MMNS	0.1698	0.1308	0.3596	0.4186	0.1667	0.1285	0.3581	0.2527
QHGC	0.1839	0.1411	0.3601	0.4282	0.1808	0.1409	0.3599	0.2666
YNMJ	0.1835	0.1413	0.3546	0.4236	0.1783	0.1410	0.3537	0.2625
AVG	0.1800	0.1388	0.3583	0.4243	0.1759	0.1387	0.3582	0.2612

本节所做的实验是基于北斗 B1B2 频点的无电离层组合，从上面的图 4.5-

4.12 和表 4.1 可以看出, 相比较于 3.3.1 中所介绍的传统单频定位来说, 双频无电离层定位的结果要好很多, 这主要源于双频无电离层组合消除了电离层延迟的影响。从上面的表 4.1 可以看出, 双频无电离层定位的结果在三个方向(北东天)的平均定位偏差在(0.2,0.2,0.5)m 以内, 水平方向基本都在 0.2m 以内, 三维定位结果也小于 0.5m。从测试的结果来看, 基于分区综合改正数的双频动态定位精度可以满足实时高精度定位的要求。

表 4.2 四个测站两个月数据收敛性统计结果

测站	解算天数	收敛时间(历元数四舍五入)
AHBB	54	34
MMNS	60	30
QHGC	60	36
YNMJ	56	35

除此之外, 对于双频定位, 这里还统计了定位的收敛性, 以三维总误差收敛进入 1m 并且连续保持 10 个历元作为收敛的指标。表 4.2 为 4 个测站两个月数据的收敛统计结果, 可以看出每个站的收敛时间都保持在 40 个历元(20 分钟)以内, 总体来说收敛性也符合定位需求。

### 4.3 基于 IF 分区综合改正的 RTK/PPP 组合滤波定位

#### 4.3.1 定位函数和模型

基于 IF 分区综合改正的 RTK/PPP 组合滤波实时定位模型, 是在式(4.11)的基础上添加形如式(4.8)的 RTK 位置信息行成的虚拟观测方程, 构成的组合滤波定位模型如式(4.7)所示。这里与 4.1 中所示的滤波模型不同之处在于, 原始观测方程为 IF 组合分区综合改正的方程, 其中的参数与 4.1.2 中所示类似, 定位解算的流程图如图所示。

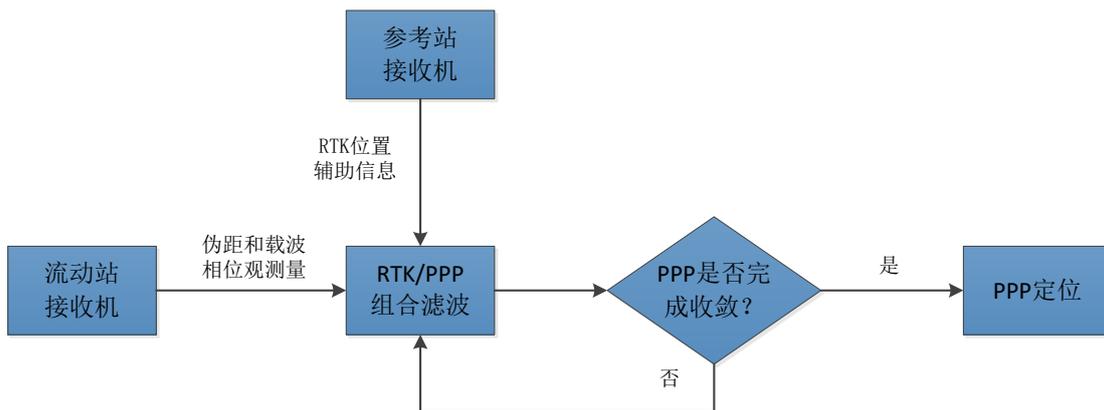


图 4.13 基于 IF 分区综合改正的 RTK/PPP 组合实时滤波定位解算流程图

### 4.3.2 模拟动态实验分析

以陆态网静态站 GZGY 站 2 月份数据为实验数据(GZSC 站提供 RTK 辅助信息), 进行了两种策略下的定位研究。下面图 4.14 和图 4.15 是 2 月 1 日的结果对比。(收敛时间: 上边 20 个历元, 下边 10 个历元)

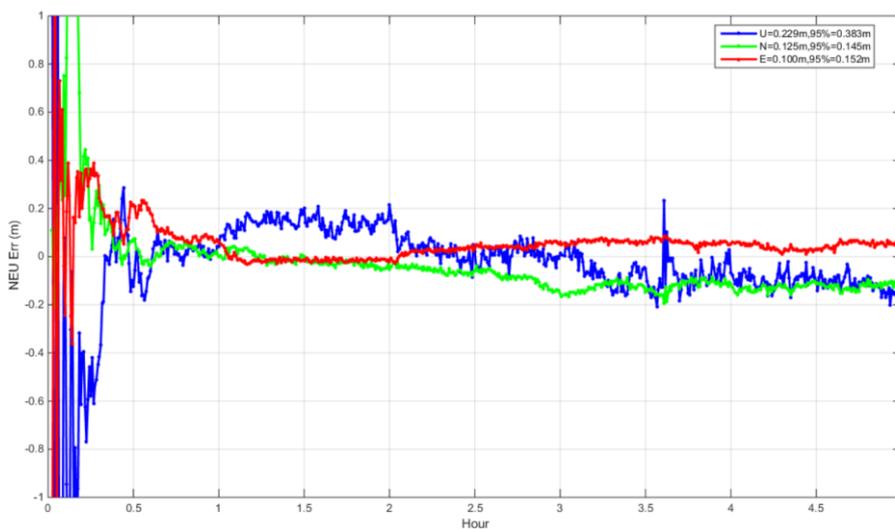


图 4.14 GZGY 测站 2 月 1 日常规 PPP 定位结果

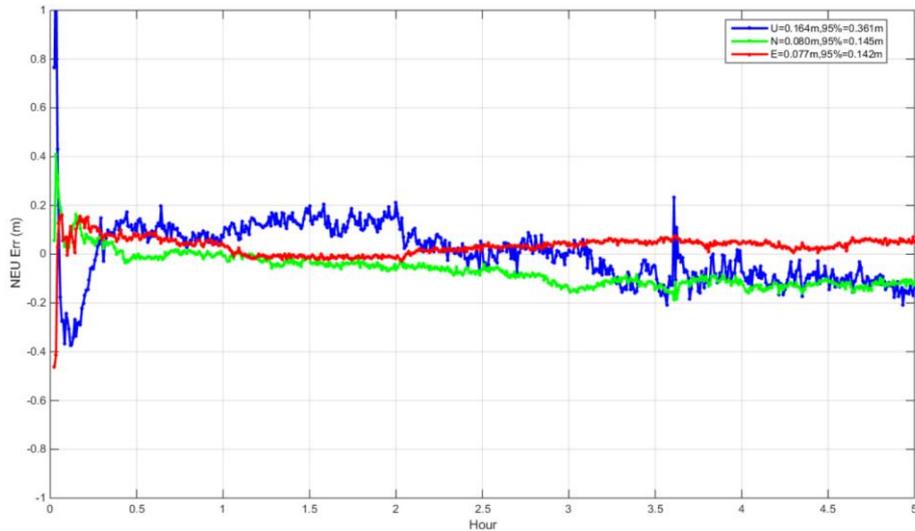


图 4.15 GZGY 测站 2 月 1 日常规 RTK/PPP 定位结果

表 4.3 GZGY 测站两种策略定位结果对比

模式	RMS/m				STD/m				收敛 历元
	E	N	U	3D	E	N	U	3D	
PPP	0.1907	0.1233	0.3359	0.4055	0.1833	0.1232	0.2683	0.2424	20
RTK/PPP	0.1751	0.1082	0.3289	0.3888	0.1657	0.1082	0.2641	0.2250	11

经过一个月数据的分析，表 4.3 中结果显示，在添加了 RTK 辅助信息作为虚拟观测方程之后，定位误差(E、N、U)三个方向的精度由(0.1907,0.1233,0.3359)m 提高到了(0.1751,0.1082,0.3289)m，三维误差也提高到了 0.4m 以内。收敛时间从 20 个历元缩短到了 10 个历元，定位效果显著提升。

### 4.3.3 真实动态实验及分析

为了验证 4.3.1 中提出的基于北斗双频无电离层组合分区综合改正的 RTK/PPP 滤波模型对提高定位误差和加速 PPP 收敛的有效性，于 2019 年 6 月 24 日在上海市青浦区某科技园某房屋楼顶通过华测公司的移动接收机采集了约 10 分钟的实际场景中的动态测试数据。其中用于定位结果比较的参考轨迹(在这里也称为真实轨迹)是由华测公司的后处理软件进行差分动态定位计算获取。

同样地，为了对比两种实验的定位效果，这里分别制定了以下两种定位方案进行动态定位解算，这两种方案均保持误差处理策略相同，卫星截止高度角均设置为  $10^\circ$ ，数据采样间隔为 1s，各个历元时刻的 BDS 有效卫星数和 GDOP 值如

图 4.16 所示。

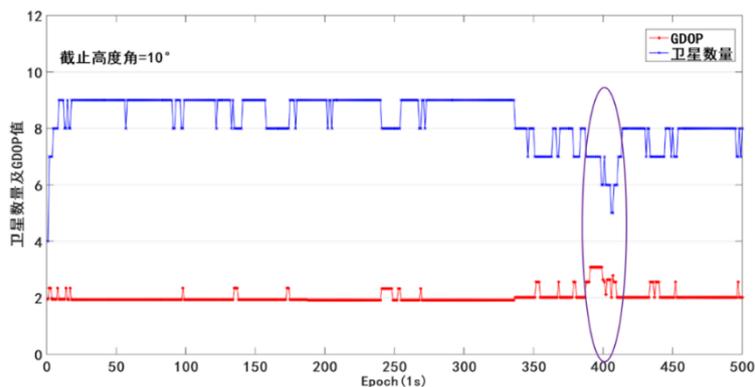


图 4.16 实测线路可用卫星数及 GDOP 值

方案一：采用常规的 PPP 定位模式(广播星历和广域差分改正数)。

方案二：初始阶段采用 RTK/PPP 滤波组合定位，完成收敛(三个方向误差均小于 0.5m)后转换到常规 PPP 定位模式(广播星历、广域差分改正数、RTK 定位文件)。

上述两种方案的主要区别在于是否在定位的初始阶段提供了较为准确的 RTK 位置信息，通过对比两种方案定位的效果对 RTK/PPP 组合滤波模型进行实际场景下定位性能和收敛性的分析，该实时动态实验的测试结果如图 4.17 和图 4.18 所示。其中图 4.17 表示的是以起点为原点的站心坐标系下 N、E 方向的轨迹图，绿色代表真实轨迹，蓝色代表方案一的轨迹，红色代表方案二的轨迹；而图 4.18 表示的是方案一和方案二在各个历元时刻与真实轨迹作差之后得到的定位偏差；表 4.4 表示的是两个方案在 N、E、U 三个方向上的定位误差和收敛时间的统计结果。

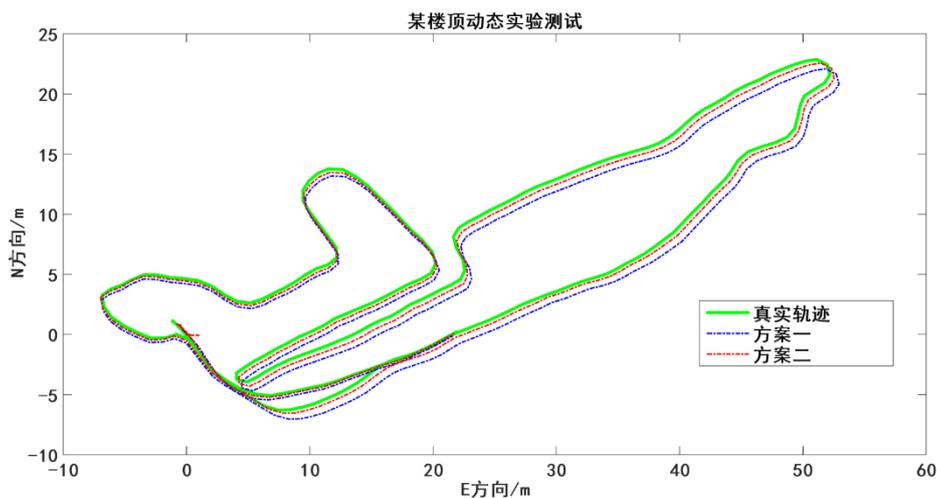


图 4.17 实测路线两种方案与真实轨迹对比图

从图 4.17 中可以看出，两种定位方案下得到的接收机运动轨迹与真实轨迹之间都是存在一些偏差的，但是图中可以明显地看出，方案一(常规 PPP)与真实轨迹偏差更大，方案二(RTK/PPP)的轨迹更贴近真实轨迹。此外，从整个位置轨迹来看，方案二的轨迹大部分与真实轨迹基本重合，但是在相同位置方案一与真实轨迹还是存在较大偏差。

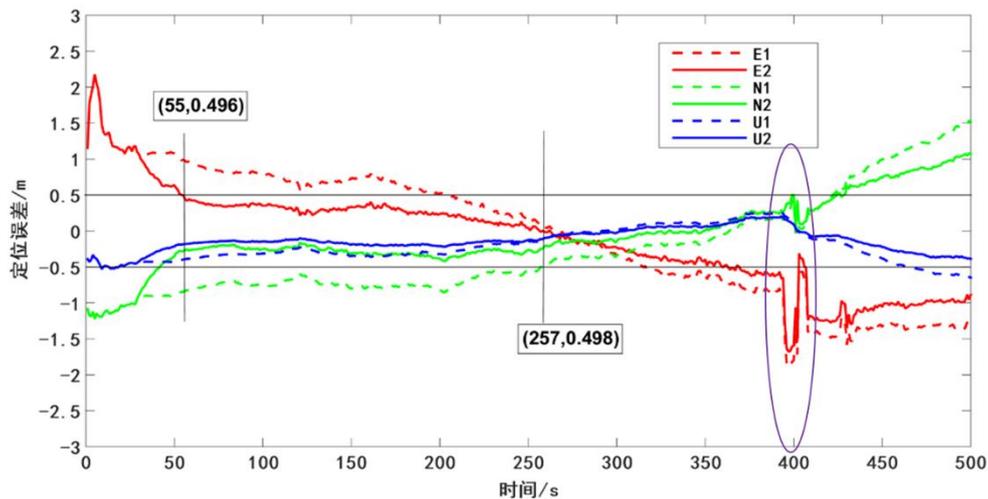


图 4.18 两种方案定位误差(1 指方案一，2 指方案二)

从定位误差图 4.18 中，很明显可以看出，方案一常规 PPP 的定位模式下实时动态定位过程中，收敛不太明显，在大约 250 个历元之后三个方向定位误差才都达到小于 0.5m，定位误差较大；而方案二的 RTK/PPP 定位模式下，大约在第 55 个历元时，三个方向的定位误差已经达到 0.5m 以内，此时判定为初次收敛条件满足，然后切断参考站 RTK 辅助信息，定位模式切换成常规动态 PPP 定位，在此之后定位误差逐渐变小完成收敛，在这样的定位模式下即使没有了 RTK 参考站的辅助信息，PPP 在一段时间内也能维持较高的定位精度。

从表 4.4 中可以看出，方案一、二在东北天三个方向的定位误差分别为(0.584, 0.670, 0.266)m、(0.265, 0.267, 0.150)m。与方案一相比较，方案二在东北天三个方向上的定位精度分别提高了(0.319, 0.403, 0.116)m，收敛时间从 250 多秒缩短至 55 秒。动态测试结果表明，本文提出的基于北斗双频无电离层分区组合的 RTK/PPP 滤波模型不仅能有效地改善 PPP 的收敛速度，实现 PPP 较快速的收敛，还能提高 PPP 定位精度。但从图 4.16 和图 4.18 中可以看出，在 390 多历元的时候有效卫星数突然变成 5 颗，GDOP 值变大，卫星条件不好，此后的动态定位需要重新进行收敛，在接下来一段时间内定位误差偏差较大。

表 4.4 两种方案下定位误差及收敛性统计

定位方案	定位误差(收敛后)			收敛时间/s
	E/m	N/m	U/m	
方案一	0.584	0.670	0.266	>250s
方案二	0.265	0.267	0.150	55s

综上所述,采用本章提出的基于北斗双频无电离层分区组合的RTK/PPP滤波模型,能够有效地提高PPP的收敛速度,而且提高幅度明显,定位误差在一定程度上也有所减小,是一种可行的实时高精度定位模型。

#### 4.4 本章小结

本章节主要讨论了分区综合定位的IF组合双频定位相关内容,包括以下几个方面:

一、介绍了基于IF组合的GPS定位系统下RTK/PPP滤波模型,验证了提供较为准确的初始位置信息能够加速常规PPP的收敛速度,并且切断RTK辅助信息后依然能够在短时间内可以保持高精度的定位,定位效果优于无RTK辅助信息的常规PPP定位。

二、介绍了基于分区综合改正数的双频IF组合定位模型,并用中国区域四个陆态网观测站数据进行验证,得到了N、E、U三个方向的定位精度为(0.2,0.2,0.5)m以内,水平方向基本都在0.2m以内,三维定位结果也小于0.5m,满足实时动态定位的需求。

三、基于前两个研究内容,将RTK参考站辅助信息用于分区改正综合定位,提出了基于IF分区综合改正的RTK/PPP组合滤波模型;并分别以静态站和实时动态数据进行实验验证,结果表明,静态站模拟动态实验定位精度有所提升,收敛时间提升了约10个历元。而实际场景下实时动态定位的结果表明,该滤波模型不仅能有效地改善动态定位中PPP的收敛速度,还能提高实际的定位精度。

## 第 5 章 总结与展望

### 5.1 总结

本文主要探讨了北斗单频分区综合改正定位和双频 RTK/PPP 滤波组合定位的相关内容，在单频定位中引入了外部电离层约束，双频中提出了 RTK/PPP 辅助参考站快速收敛的模型，经过相应的数据实验得到了较好的效果。论文主要完成的工作如下：

①介绍了分区综合改正数的理论方法，推导了北斗单频分区综合改正附加电离层约束直接解法的理论算法，也包括电离层估计方法和先验约束。

②基于 RTKLIB 开源程序，实现了北斗单频分区综合改正的半合法算法和附加电离层约束解法，并采用实际数据进行实验分析，发现附加电离层约束的方法由于加入了较准确电离层信息之后，定位精度相比半合法有了明显的提升，具体综合来看，北东天三个方向的定位精度分别提升了 10.6%、11.5%、6.8%，三维总定位精度提升了 8.7%。并通过实时动态数据做了测试，结果表明实时动态测试下，附加电离层约束的单频直接解法具有更好的定位效果。

③随着 BDS3 完全建成，在②的基础上做了 BDS23 和 BDS2 的定位实验，实验得出，在附加电离层约束的定位模式下，BDS23 的定位效果相比 BDS2 提升较大，BDS23 同样的需要较高精度的外部电离层约束来保证较高的定位精度，但是传统的半合法模式下，BDS23 定位效果改善不明显，有效卫星数增加和卫星几何条件的改善并不能够提升半合法的定位效果。

④经过 RTK/PPP 定位模型的实验结果验证了 RTK 辅助参考站的先验信息辅助可以有效地加快 PPP 收敛并提高 PPP 定位精度，在此基础上先通过实验验证了 IF 组合分区综合改正定位精度达到分米级，再提出了基于 IF 分区综合改正的 RTK/PPP 组合滤波定位模型。分别通过静态站和实际实时动态数据测试，静态站测试结果表明 RTK/PPP 组合将收敛时间从 20 个历元提升到了 10 个历元左右；实际动态测试中，结果表明 RTK/PPP 组合滤波将收敛时间从 250s 缩短到了 55s，定位精度从 0.5m 以内提升到了 0.3m 以内。综上，RTK/PPP 组合滤波借助 RTK 参考站辅助信息确实可以在 PPP 中起到加速收敛的作用。

## 5.2 展望

本文虽然在分区综合定位中探讨了单频条件下附加电离层定位方法和基于 IF 分区综合改正的 RTK/PPP 组合定位的相关理论，但受限于时间和个人知识水平，还有较多研究可以继续开展。

(1) 目前的研究都是基于 BDS 单系统的，下一步考虑多系统的单频半合法和附加电离层半合法的研究。

(2) 在北斗双频定位中 IF 组合有较好的优越性，但本文中还没有研究双频情况下直接解法和附加电离层解法，下一步考虑双频直接解法和附加电离层解法。

(3) RTK/PPP 滤波组合定位是基于 BDS 双频 IF 组合来做的，下一步可以考虑在单频实时动态定位中也加入 RTK 参考站辅助信息进行实时动态定位。

## 致谢

又是即将到来的三月同济樱花季，此时此刻，眼前依然能清晰地浮现出七年前与小伙伴们拥挤在樱花大道拍照的喜悦模样，那是一种踏入同济的幸运。然而樱花的到来宣告着又一批同济学子的毕业，而我终究逃不过，成为了其中一员。美好的研究生生活即将结束，入学两年半以来，经历了许多难忘的场面，遇到了更多一路陪伴我成长的人，对我而言他们都已成为我最宝贵的财富。

首先感谢的是我的导师王解先教授和陈俊平研究员。两位老师都非常关心学生，并对学生抱有无限的耐心和包容，从入学开始到论文结束，不论是实验错误、模型不对或是程序有问题，两位老师总是能及时地给我提供相应的指导，帮助我解决相应的问题。读研期间通过参加两位老师的课题，使我收获多多，自己的学术和专业素养提升巨大，尤其是 2020 年疫情期间无法返校，两位老师还通过多种方式对远在家中的我进行指导和关心，我无比感激。在此，我对两位老师表示衷心的感谢。

感谢测绘与地理信息学院的每一位老师和同学，有你们的付出和帮助，我才能顺利完成学业。感谢王老师门下的各位同门：王明华师兄、王阿昊师兄、侯阳飞师兄、孟令东师兄、鲍金师兄、任营营师兄、崔浩猛师兄，还有刘东林师弟和李鹏远师弟，有幸与你们成长于同一师门。感谢陈老师课题组的各位同门：谭伟杰师姐、张益泽师兄、于超师兄、伍冠斌师兄、马壮师兄、刘姣师姐、唐文杰师弟和崔洁师妹，以及同级的宋子远、丁君生和王茹圆，与你们的讨论和学习的时光是充实的。感谢上海天文台陈老师课题组和房成贺师兄提供的实验数据，使我得以顺利开展实验完成论文。

感谢在 410 一起干饭和学习的吴伟伟师兄、胡凤鸣师兄、宋瑞庆师兄、肖晶鑫师兄、丁阳师兄、廖夕琳师姐、李乃一师姐、魏懂师兄、周杨师兄、廖敏言师姐，同级的叶珍、何一辛、王月、李玉婷，刘金锦师弟、刘俊钊师弟、宋鑫友师弟、卞畏畏师妹、丁慧敏师妹、陈玉倩师妹、谭国威师弟，与你们一起干饭和学习的日子是快乐的。

当然还要感谢我的七年室友何文超，本科室友兼好友杨家领、周亮和胡宇非，好友施铭涛、杨开雄、寸小明、赵金程等人，与你们的相聚总是我生活中的一种期待。最后还要感谢我的家人和远在电子科技大学的女朋友赵秋妮女士，因为有了你们的一路陪伴和支持，我的生活才会精彩。毕业不应该是结束，而是另一个开始，山川异域日月同天，感谢一路上遇到的人和事。

2021 年 3 月 9 日星期二

## 参考文献

- [1] WJHT Center. Global Positioning System (GPS) Standard Positioning Service (SPS) Performance Analysis Report. 2017.
- [2] GLONASS ICD, 2008.
- [3] Subirana J. Sanz, Juan Zornoza J.M. and Hernández-Pajares M. GNSS Data Processing: Volumn I: Fundamentals and Algorithms. ESA communications, Netherlands, 2013.
- [4] Galileo ICD, 2015.
- [5] BDS ICD, 2020.
- [6] 胡志刚. 北斗卫星导航系统性能评估理论与试验验证[D]. 武汉: 武汉大学, 2013.
- [7] 朱永兴, 冯来平, 贾小林, 等. 北斗区域导航系统的 PPP 精度分析[J]. 测绘学报, 2015, 04: 377-383.
- [8] Cao Yue ling, Hu Xiao gong, Zhou Jianhua, et al. Kinematic Wide Area Differential Corrections for Beidou Regional System Basing on Two-way Time Synchronization[C].
- [9] Sun J, Jiao W, WU H, et al. Proceedings of China Satellite Navigation Conference (CSNC). Berlin: Springer, 2014: 277-288.
- [10] 常志巧, 胡小工, 郭睿, 等. CNMC 与 Hatch 滤波方法比较及其在北斗相对定位中的精度分析[J]. 中国科学: 物理学力学天文学, 2015, 45(7): 079508.
- [11] 陈俊平, 杨赛男, 周建华, 等. 综合伪距相位观测值的北斗导航系统广域差分模型[J]. 测绘学报, 2017, 46(5): 537-546.
- [12] 陈俊平, 张益泽, 周建华, 等. 分区综合改正: 服务于北斗分米级星基增强系统的差分改正新模型[J]. 测绘学报.
- [13] 张宝成, 欧吉坤, 袁运斌, 等. 基于 GPS 双频原始观测值的精密单点定位算法及应用[J]. 测绘学报, 2010, 39(5): 478-483.
- [14] 张宝成, 欧吉坤, 袁运斌, 等. 利用非组合精密单点定位技术确定斜向电离层总电子含量和站星差分码偏差[J]. 测绘学报, 2011, 40(4): 447-453.
- [15] Schoenemann E, Becker M, Springer T. A new approach for GNSS analysis in a multi-GNSS and multi-signal environment[J]. Journal of Geodetic Science, 2011, 1(3): 204-214.
- [16] Odijk D, Zhang B, Khodabandeh A, et al. On the estimability of parameters in undifferenced, uncombined GNSS network and PPP-RTK user models by means of S-system theory[J]. Journal of Geodesy, 2016, 90(1): 15-44.
- [17] Xiang Y, Gao Y, Shi J, et al. Carrier phase-based ionospheric observables using PPP models. Geodesy and Geodynamics, 2017, 8(1): 17-23.
- [18] Zhou F, Dong D, Ge M, et al. Simultaneous estimation of GLONASS pseudorange inter-frequency biases in precise point positioning using undifferenced and uncombined observations[J]. GPS Solutions, 2018. doi:10.1007/s10291-017-0685-7.
- [19] Keshin M, Le A, van der Marel H. Single and dual-frequency precise point positioning: approaches and performance[C]. Proceedings of the 3rd ESA workshop on Satellite Navigation User Equipment Technologies, 2006: 11-13.

- [20] 张宝成, 欧吉坤, 李子申, 等. 利用精密单点定位求解电离层延迟[J]. 地球物理学报, 2011, 54(4): 950-957.
- [21] 李玮,程鹏飞. 利用非组合精密单点定位提取区域电离层延迟及其精度评定 [J].武汉大学学报: 信息科学版 (10):1200 1203.
- [22] 辜声峰. 多频 GNSS 非差非组合精密数据处理理论及其应用[D]. 武汉大学, 2013.
- [23] 非组合与组合 PPP 模型比较及定位性能分析[J]. 张小红,左翔,李盼. 武汉大学学报(信息科学版). 2013(05).
- [24] 张宝成. GNSS 非差非组合精密单点定位的理论方法与应用研究[J]. 测绘学报,2014,43(10):1099.
- [25] 李博峰,葛海波,沈云中. 无电离层组合、Uofc 和非组合精密单点定位观测模型比较[J]. 测绘学报. 2015(07).
- [26] 汪晓龙, 王振杰, 姬生月, 等. BDS 非组合方法的周跳探测与修复[J]. 导航定位学报, 2015(03):29-31.
- [27] Guo F, Xiao hong Zhang, Modeling and assessment of triple-frequency BDS precise point positioning[J]. Journal of Geodesy, 2016, 90(11):1223-1235.
- [28] Liu T, Yuan Y, Zhang B, et al. Multi-GNSS precise point positioning (MGPPP) using raw observations[J]. Journal of Geodesy, 2017, 91(3):253-268.
- [29] 周锋. 多系统 GNSS 非差非组合精密单点定位相关理论和方法研究[D].华东师范大学,2018.
- [30] 周杨. 基于分区综合改正数的非差非组合定位研究[D].同济大学, 2020.
- [31] S G. Reduction of initial convergence period in GPS PPP data processing[D]. York University, 2012.
- [32] 曹相, 高成发. GPS 精密单点定位(静态)影响收敛速度的因素分析[J]. 现代测绘, 2007(01):19-21.
- [33] 郑作亚, 党亚民, 卢秀山, 等. GPS 精密单点定位中影响收敛时间的因素及措施分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2009,29(05):107-111.
- [34] 林晓静, 张小红, 郭斐, 等. 影响精密单点定位收敛速度的因素分析[J]. 测绘信息与工程, 2010,35(03):10-12.
- [35] 宋超. 精密单点定位快速收敛技术与方法研究[D]. 解放军信息工程大学, 2015.
- [36] Gao Y., Shen X. Improving Ambiguity Convergence in Carrier Phase-based Precise Point Positioning[C]. Proceedings of ION GPS, Salt Lake City, 2001, 1532-1539.
- [37] Cai C.S. Precise Point Positioning Using Dual-frequency GPS and GLONASS Measurements[D]. Calgary: University of Calgary,2009.
- [38] 刘帅, 孙付平, 李海峰等. GLONASS 辅助动态 GPS 精密单点定位模糊度固定[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016, 41(9): 1238-1244.
- [39] 李浩军, 朱卫东, 张勇. 采用三频信号的精密单点定位[J]. 中国科学院上海天文台年刊, 2013(1): 93-101.
- [40] Geng J. H., Bock Y. Erratum to: Triple-frequency GPS precise point positioning with rapid ambiguity resolution[J]. Journal of Geodesy, 2014, 88(1): 95-97.
- [41] 郝明, 欧吉坤, 郭建锋等. 一种加速精密单点定位收敛的新方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2007, 32(10): 902-905.

- [42] 谢建涛,郝金明,于合理等.基于 BDS/GPS 的短基线单历元多频 RTK 定位研究[J].全球定位系统,2016,41(01):6-13.
- [43] 张且且.多源信息辅助的 GNSS 动态精密单点定位关键技术研究[D].北京航空航天大学,2019.
- [44] 王穗辉.误差理论与测量平差.上海:同济大学出版社,2015.
- [45] 王解先.GPS 精密定轨定位.上海:同济大学出版社,1997.
- [46] 施一民.现代大地控制测量.测绘出版社,2008.
- [47] 张益泽.北斗实时高精度定位服务系统研究[D].同济大学,2017.
- [48] Hatch R. The Synergism of GPS Code and Carrier Measurements. Proc. 3rd Int. Symp. on Satellite Doppler Positioning, New Mexico, 8-12, Feb. 1982, 1982, -1:1213-1231.
- [49] Gao Y, Shen X. A New Method for Carrier-Phase-Based Precise Point Positioning[J]. Navigation, 2002, 49(2):109-116.
- [50] 李征航,黄劲松.GPS 测量与数据处理.武汉:武汉大学出版社,2005.
- [51] Shi J, Xu C, Guo J, et al. Real-Time GPS Precise Point Positioning-Based Precipitable Water Vapor Estimation for Rainfall Monitoring and Forecasting[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2015, 53(6):3452-3459.
- [52] Cai C.S. Precise Point Positioning Using Dual-frequency GPS and GLONASS Measurements[D]. Calgary: University of Calgary,2009.
- [53] Montenbruck O, Steigenberger P, Hauschild A. Broadcast versus precise ephemerides: a multi-GNSS perspective. GPS Solutions, 2015a, 19(2):321-333.
- [54] Montenbruck O, Steigenberger P. The BeiDou Navigation Message. Journal of Global Positioning Systems, 2013, 12(1): 1-12.
- [55] Schmid R, Rothacher M. Estimation of elevation-dependent satellite antenna phase center variations of GPS satellites. Journal of Geodesy, 2003, 77(7):440-446.
- [56] IGS PCO PCV Montenbruck [102] Schmid R, Dach R, Collilieux X, et al. Absolute IGS antenna phase center model igs08.atx: status and potential improvements. Journal of Geodesy, 2016, 90(4):343-364.
- [57] Tétreault P, Kouba J, Héroux P, et al. CSRS-PPP: An internet service for GPS user access to the Canadian Spatial Reference frame. Geomatica, 2005, 59(1):17-28.
- [58] 邹璇,李宗楠,陈亮,宋伟伟,王成,唐卫明.一种历元间差分单站单频周跳探测与修复方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2017,42(10):1406-1410.
- [59] 同济大学.现代数值数学和计算.上海:同济大学出版社,2004.
- [60] 陈俊平,杨赛男,周建华,曹月玲,张益泽,巩秀强,王君刚.综合伪距相位观测的北斗导航系统广域差分模型[J].测绘学报,2017,46(05):537-546.
- [61] 张益泽,陈俊平,杨赛男,陈倩.北斗广域差分分区综合改正数定位性能分析[J].武汉大学学报(信息科学版),2019,44(02):159-165.
- [62] Cai C, Gong Y, Gao Y, et al. An approach to speed up single-frequency PPP convergence with quad-constellation GNSS and GIM[J]. Sensors, 2017, 17: 1302. doi:10.3390/s17061302.
- [63] 杨乾峰,陈俊平,王解先,侯阳飞,谭伟杰.基于 RTK/PPP 组合滤波的实时快速定位研究[A].中国卫星导航系统管理办公室学术交流中心.第十一届中国卫星导航年会论文集——S05 空间基准与精密定位[C].中国卫星导航系统管理办公室学术交流中心:中科北斗汇(北京)

科技有限公司,2020:5.

[64] Wang, M., Wang, J., Dong, D., Meng, L., Chen, J., Wang, A., & Cui, H. (2019a). Performance of BDS-3: satellite visibility and dilution of precision. *GPS Solutions*, 23(2), 56.

## 个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果

### 个人简历:

杨乾峰, 男, 1993 年 10 月生。

2014 年 9 月入同济大学读本科。

2018 年 6 月毕业于同济大学, 测绘工程专业, 获学士学位。

2018 年 9 月入同济大学攻读硕士学位。

### 已发表论文:

[1] 杨乾峰,王解先.激光三维扫描数据提取四边形算法[J].工程勘察,2020,48(08):67-71.

[2] 杨乾峰,陈俊平,王解先,侯阳飞,谭伟杰. 基于 RTK/PPP 松组合滤波的实时快速定位研究 [A]. 中国卫星导航系统管理办公室学术交流中心.第十届中国卫星导航年会论文集——S05 空间基准与精密定位[C].中国卫星导航系统管理办公室学术交流中心:中科北斗汇(北京)科技有限公司,2020:5.

[3] 杨乾峰,侯阳飞,王解先.城市独立坐标系转换为 CGCS2000 椭球时投影参数的选取方法[J].工程勘察,2021,49(02):62-66.