



中国科学院大学  
University of Chinese Academy of Sciences

# 硕士学位论文

## 基于非差非组合 PPP 的电离层模型研究及验证

作者姓名: 伍冠滨

指导教师: 陈俊平 研究员 中国科学院上海天文台

学位类别: 理学硕士

学科专业: 天体测量与天体力学

培养单位: 中国科学院上海天文台

2020 年 6 月



**Research on Ionospheric Model and its Assessment Based on**  
**Undifferenced and Uncombined Precise Point Positioning**

**A dissertation submitted to**  
**University of Chinese Academy of Sciences**  
**in partial fulfillment of the requirement**  
**for the degree of**  
**Master of Natural Science**  
**in Astrometry and Celestial Mechanics**  
**By**  
**Wu Guanbin**  
**Supervisor: Professor Chen Junping**

**Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences**

**June 2020**



中国科学院大学  
研究生学位论文原创性声明

本人郑重声明: 所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知, 除文中已经注明引用的内容外, 本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体, 均已在文中以明确方式标明或致谢。

作者签名: 伍冠滨  
日 期: 2020.5.30

中国科学院大学  
学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院有关保存和使用学位论文的规定, 即中国科学院有权保留送交学位论文的副本, 允许该论文被查阅, 可以按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分内容, 可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名: 伍冠滨  
日 期: 2020.5.30  
导师签名: 陈飚  
日 期: 2020.5.30



## 摘要

在 GNSS 定位中, 电离层是重要的误差来源之一, 利用非差非组合 PPP 可提取高精度的电离层延迟为高精度电离层建模提供支持。随着 GNSS 的发展, 测站的可见卫星数目越来越多, 基于精客单点定位实时高精度的动态精客单点定位 (PPP-RTK) 的研究也越发成为研究的热点。本文通过建立高精度的电离层模型提供有效的电离层信息能够加快非差非组合 PPP 定位的收敛速度, 对于 PPP-RTK 的应用有着重大意义。本文主要的研究工作和成果如下:

(1) 研究了通过非差非组合 PPP 提取等效电离层的物理意义以及数学表达形式。由于伪距观测值中含有接收机端和卫星端的硬件延迟, 使得通过非差非组合 PPP 提取的电离层延迟中也含有相应的误差。利用固定站坐标、固定模糊度以及使用高精度改正产品等方法, 非差非组合 PPP 提取的等效电离层精度要比传统相位平滑伪距提取电离层精度要高。实时的高精度等效电离层提取让实时高精度电离层建模成为可能。

(2) 重点研究了基于非差非组合 PPP 提取等效电离层延迟进行广域电离层建模的方法, 针对等效电离层延迟中含有的卫星端和接收机端硬件延迟误差的特点, 提出广域的非差电离层改正模型以及星间单差电离层改正模型。实验表明: 两种模型自身的内符合精度与外符合精相当, 无明显差别; 星间单差电离层改正模型的内外符合精度比非差电离层电离层改正模型精度要高, 星间单差电离层改正模型的卫星 GPS 系统 RMSE 在 1TECU 以内, 非差电离层改正模型 GPS 系统在 2 个 TECU 左右; GLONASS 系统相对较差, 总体而言, 两种模型基本在 3 个 TECU 左右, 星间单差电离层改正模型效果要稍好。

(3) 重点进行了事后和实时用户端 PPP 电离层约束实验, 检验广域星间单差电离层改正模型的效果。基于事后的观测数据和产品进行了欧洲地区事后的服务端建模与用户端 PPP 实验, 结果表明: 收敛时间有提升的时段占统计总数的 91.18%; 收敛时间提升超过 20%以上的时段占统计总数的 83.09%; 收敛时间提升 50%以上的占统计总数的 69.85%; 对华中地区进行实时建模与用户端 PPP 实验, 有扼流圈的附加电离层约束 PPP 较无约束 PPP 有提升、提升 20%以上以及提升 50%以上的指标分别占统计数据的 90.22%、79.35% 和 52.17%, 无扼流圈上

述统计则为 77.50%、47.50% 以及 22.50%。

(4) 基于非差非组合 PPP 重点研究了区域大气建模方法与模型验证。对小区域电离层进行斜路径方向上建模、对对流层进行天顶方向建模，实验得到电离层模型与对流层模型的 RMSE 均在 7mm 以内。对上海地区进行实时用户端 PPP 实验，结果表明：水平方向上，大部分（89.16%）的实验组在 30s 内收敛到水平 0.05 m 的水平，91.80% 的实验组在 1min 内收敛，整体而言，绝大多数（95.98%）可在 2min 内收敛；三维方向上，30s 内收敛、1min 内收和 2min 内收敛分别占统计时段的 86.22%、88.70% 和 93.34%。

**关键词：**非差非组合 PPP, 广域电离层模型, 区域大气模型, 快速收敛

## Abstract

In GNSS measurement, the ionosphere is one of the important sources of error. The use of undifferenced and uncombined PPP can extract high-precision ionospheric delay to provide support for high-precision ionospheric modeling. With the development of GNSS, the number of visible satellites at the station is increasing, and real-time high-precision dynamic precision positioning technology (PPP-RTK) based on precise point positioning has also become a research hotspot. Establishing a high-precision ionospheric model to provide effective ionospheric information can accelerate the convergence speed of undifferenced and uncombined PPP, which is of great significance for the application of PPP-RTK. The main work and results of this article are as follows:

(1) This article studies the physical meaning and mathematical expression of extracting generalized ionosphere through undifferenced and uncombined PPP. The pseudorange observations contain receiver-side and satellite-side hardware delays, so that the generalized ionospheric delays extracted by undifferenced and uncombined PPP also contain corresponding errors. Through fixed station coordinates, fixed ambiguity, and using high-precision correction products, the accuracy of the generalized ionospheric extraction is higher than that of the traditional phase smooth pseudorange extraction. Extracting real-time high-precision generalized ionosphere through undifferenced and uncombined PPP makes real-time high-precision ionospheric modeling possible.

(2) This article studies the method of wide-area ionospheric modeling based on undifferenced and uncombined PPP. Due to the satellite-side and receiver-side hardware delay errors contained in the generalized ionospheric delay, this article proposes a wide-area undifferenced ionospheric correction model and a satellite single-difference ionospheric correction model. Experiments show that the internal accuracy of the model is comparable to its external accuracy. In the satellite single-difference ionospheric correction model, the satellite RMSE of the GPS system is within 1 TECU while it's about 2TECU in undifferenced ionospheric correction model. The

GLONASS system is relatively poor. In general, the two models are basically around 3 TECUs, and the model of the single-difference ionospheric correction model is slightly better.

(3) This paper studies non-real-time and real-time user-side PPP ionospheric constraint experiments to test the effect of wide-area single-difference ionospheric correction model. Based on non-real-time observation data and products, the European region server-side modeling and user-side PPP experiments show that Experiments with improved convergence time accounted for 91.18% of the total statistics; experiments with convergence time increased more than 20% accounted for 83.09% of the total statistics; those with convergence time increased more than 50% accounted for 69.85% of the total statistics. Real-time modeling and user-side PPP experiments on China's middle areas show that ionosphere-constrained PPP with choke has improved, increased by more than 20%, and improved by more than 50% compared to unconstrained PPP, accounting for 90.22%, 79.35%, and 52.17% of the statistics, respectively, and the above statistics for unchoke is 77.50 %, 47.50% and 22.50%.

(4) In this paper, we focus on regional atmospheric modeling methods and model verification based on undifferenced and uncombined PPP. We model the ionosphere in a small area in the direction of the oblique path and the troposphere in the direction of the zenith. The experimental results show that the RMSE of the ionospheric model and the tropospheric model are within 7mm. A real-time client PPP experiment was conducted in Shanghai, and the results showed that: in the horizontal direction, most (89.16%) of the experimental group converged to the level of 0.05 m within 30s, and 91.80% of the experimental group converged within 1 min. Overall, the vast majority (95.98%) could converge within 2 min. In the three-dimensional direction, convergence within 30s, convergence within 1min and convergence within 2min accounted for 86.22%, 88.70% and 93.34% of the total statistics, respectively.

**Key Word:** Undifferenced and uncombined PPP, Wide-area ionospheric model, Regional atmospheric model, Fast convergence

## 目 录

摘 要.....	5
Abstract .....	111
第 1 章 绪论.....	1
1. 1 研究背景.....	1
1. 2 国内外研究现状.....	2
1. 3 本文章节内容.....	4
第 2 章 GNSS 精密单点定位基础理论.....	6
2. 1 PPP 简述.....	6
2. 2 PPP 的主要误差来源.....	6
2. 2. 1 与接收机有关的误差.....	6
2. 2. 2 与卫星有关的误差.....	8
2. 2. 3 与信号传播有关的误差.....	11
2. 3 PPP 数学模型.....	12
2. 3. 1 无电离层组合模型.....	12
2. 3. 2 Uofc 模型.....	13
2. 3. 3 非差非组合模型.....	14
2. 4 精密单点定位的随机模型.....	15
2. 4. 1 基于卫星高度角法随机模型.....	15
2. 4. 2 基于信噪比法随机模型.....	15
2. 5 小结 .....	16
第 3 章 GNSS 研究电离层原理及其主要模型.....	17
3. 1 电离层的基本特性.....	17
3. 1. 1 电离层概况.....	17
3. 1. 2 GNSS 中电离层的影响 .....	18
3. 2 电离层数据处理的常用计算方法.....	20
3. 2. 1 总电子含量 TEC 单位与距离单位、时间单位的关系 .....	20

---

3.2.2 穿刺点的计算 . . . . .	21
3.2.3 电离层的映射函数 . . . . .	22
3.2.4 非差非组合 PPP 提取电离层延迟 . . . . .	23
3.3 主要的电离层模型 . . . . .	24
3.3.1 Klobuchar 模型 . . . . .	24
3.3.2 球冠谐模型 . . . . .	26
3.4 本章小结 . . . . .	27
<b>第 4 章 基于非差非组合 PPP 广域电离层模型 . . . . .</b>	<b>28</b>
4.1 非差和星间单差电离层改正模型 . . . . .	28
4.1.1 非差电离层改正模型 . . . . .	28
4.1.2 星间单差电离层改正模型 . . . . .	29
4.2 数据处理 . . . . .	30
4.2.1 选择参考卫星 . . . . .	30
4.2.2 法方程叠加 . . . . .	30
4.2.3 硬件延迟参数基准 . . . . .	32
4.2.4 迭代抗差 . . . . .	32
4.3 广域电离层模型对比实验分析 . . . . .	33
4.3.1 实验软件系统介绍 . . . . .	34
4.3.2 硬件延迟 . . . . .	35
4.3.3 内外符合精度 . . . . .	38
4.4 星间单差电离层模型 PPP 收敛测试 . . . . .	42
4.4.1 欧洲地区事后 PPP 实验 . . . . .	43
4.4.2 中国地区实时 PPP 测试 . . . . .	47
4.5 本章小结 . . . . .	54
<b>第 5 章 基于非差非组合 PPP 的区域大气模型 . . . . .</b>	<b>55</b>
5.1 区域大气改正模型 . . . . .	55
5.1.1 区域电离层改正模型 . . . . .	55
5.1.2 区域对流层改正模型 . . . . .	56
5.1.3 用户端参数约束 . . . . .	56
5.2 实时 PPP 实验分析 . . . . .	57
5.2.1 大气模型内符合精度 . . . . .	57

5. 2. 2 非差非组合 PPP 收敛测试.....	60
5. 3 本章小结.....	64
第 6 章 总结与展望.....	65
6. 1 总结.....	65
6. 2 展望.....	66
参考文献 .....	67
附 录 1 缩略词对照表.....	72
致 谢.....	74
作者简历及攻读学位期间发表的学术论与研究成果 .....	75



## 第1章 绪论

### 1.1 研究背景

自美国的 GPS 系统在上世纪 90 年代建成后，俄罗斯的 GLONASS、欧洲的 GALILEO 和中国的 BDS 也相继建立。这些导航系统都由空间部分、地面监测部分和用户部分组成。空间部分由不同的卫星系统的导航卫星组成；地面监测部分是指地面的监控中心，由其运营国家和组织负责卫星的跟踪维护、星历信息播发等工作；用户部分是指遍布全世界的各个接收卫星信号的接收机。现阶段 GNSS 除了上述四系统外，还包括日本的 QZSS 以及印度的 IRNSS 区域卫星导航系统，随着 GNSS 卫星数目以及观测频段越来越多，使得 GNSS 得到了快速的发展。

GPS 是最早建成的全球导航卫星系统，也是美国的第二代卫星导航系统，由原来的子午仪卫星导航系统的基础发展而来。GPS 从上世纪 70 年代开始研制，历时 20 年，于 1994 年全面建成。GPS 卫星星座由卫星高度为 2 万多千米的 24 颗近圆形轨道卫星构成，24 颗卫星分布在 6 个轨道上，轨道倾角约 55 度。这样的卫星的轨道设计使得用户在全球任何地方、任何时间都能理论上观测到 4 颗以上的卫星，以实现卫星定位。

GLONASS 最早由苏联研发，苏联解体后由俄罗斯接管。俄罗斯 1993 年开始独自建立本国全球卫星导航系统，并于 2007 年开始运营，到 2009 年，其服务范围以扩展到了全球。按照设计，GLONASS 的卫星高度为 1.9 万公里，倾角 64.8 度，由 24 颗中轨道卫星组成。和 GPS 不同的是，GLONASS 采用频分多址的方式，卫星信号的频率由主频加偏频叠加构成。

GALILEO 由欧洲于 1999 年开始建设，旨在建立独立于 GPS 和 GLONASS 的全球卫星导航系统。星座的卫星高度约为 2.4 万公里，位于 3 个倾角约 56 度的轨道内。该系统由 30 颗卫星组成，其中 27 颗工作卫星，3 颗为备用卫星。

BDS 是我国自主研发、自主运行的全球导航卫星系统，可为全球的用户提供全天候、全天时、高精度导航定位和授时服务的国家重要空间基础设施。1994 年，启动北斗一号系统建设，该系统为有源定位；2004 年启动北斗二号建设，采用无源定位体系；2009 年进一步启动北斗三号系统建设。2012 年北斗二号工程完成亚太地区的覆盖，形成区域服务。2018 年底，完成北斗 19 颗卫星组网，实现北

斗三号的基本建设，北斗卫星导航系统正式向全球提供服务。目前，我国正在进行北斗三号系统的建设，截止到 2018 年 12 月，BDS 有 33 颗在轨卫星，其中 15 颗北斗二号和 18 颗北斗三号卫星。BDS 中的轨道中，有 5 颗为静止轨道卫星、7 颗倾斜同步轨道卫星和 21 颗中圆地球轨道卫星。

随着卫星导航技术的不断成熟，用户精度也从米级的伪距定位，到相对定位的厘米级；从原来依赖参考站的相对定位向独立性更强的精密单点定位（PPP）；从事后到实时的 RTK；现阶段仅依靠单站就能实现的实时高精度的 PPP。另一方面，对于如何提高精密单点定位的收敛速度也越来越成为研究的热点。非差非组合 PPP 由于不采用任何形式的组合或差值的方法，所以其观测量数目较其他方法要多，其观测噪声也不会因此而放大。在不添加先验的电离层信息约束的条件下，非差非组合 PPP 与传统的无电离层组合 PPP 是等价的，添加先验的电离层信息约束将会加快非差非组合 PPP 的收敛速度。因此，高精度、高时效的电离层模型的研究对于实时高精度的定位有着重要意义。

## 1.2 国内外研究现状

进入 21 世纪，网络 RTK 技术和精密单点定位技术（PPP）日趋成熟并得到广泛应用，定位精度可达到分米级甚至厘米级<sup>[1,2]</sup>。但网络 RTK 技术仍存在覆盖范围受限于参考网内部、数据通信负担等缺陷，而 PPP 的主要问题在于首次收敛和重启后再次收敛时间比较长<sup>[3]</sup>。Wubbena 在 2005 年提出了 PPP-RTK 的概念，并利用参考站坐标已知的优势，解算出实时状态的空间参数和各种误差参数，通过误差建模等手段将改正信息播发给用户，实现用户在区域内的实时精密单点定位<sup>[4]</sup>。PPP-RTK 技术充分融合了 RTK 和 PPP 技术的优势，极大地提高了 PPP 的收敛速度，并在参考网外的一定范围仍可以得到与网内相当的定位精度。

实现 PPP-RTK 技术需要高精度的卫星轨道和钟差等改正信息，实际应用可分为服务端和用户端。服务端为用户端提供用户端 PPP 所需要的各种改正数，但这些改正数生成方法和处理方法有着一定的差异，总体来说分为两类：一是卫星轨道和钟差，二是未校准的硬件相位延迟（UPD）。卫星轨道和钟差方面，IGS 于 2000 年正式对外提供 IGU 产品，以文件形式公布卫星实测的前 24 小时和预测 24 小时的卫星轨道数据，延迟约 3 小时，更新间隔为 6 小时，卫星钟差的预报

钟差优于 5ns。IGS 提供的轨道产品精度随着延迟的时间增加而下降,研究表明,3 小时的时间延迟无法满足实时高精度 PPP 的需求<sup>[5]</sup>。IGS 各个数据分析中心:WUH/JPL/GMV/CNES/NRCan/BKG/EAS 等都针对实时的高精度定位需要提供了实时的卫星轨道和卫星钟差修正产品,并可以对广播的卫星轨道和钟差进行实时修正。对于 UPD,可以分为整数部分和小数部分 FCB。Gabor 和 Nerem 提出估计单差的卫星宽巷 FCB,固定宽巷模糊度后,代入无电离层组合模糊度中求解窄巷模糊度和 FCB<sup>[6]</sup>。Ge 在这个方法基础上,在解求窄巷 FCB 时,只把固定的宽巷 FCB 代入消电离层模糊度中<sup>[7]</sup>。李一鹤等提出了一种考虑卫星钟差与卫星轨道参数影响的 UPD 估计方法以提高 UPD 的估计精度<sup>[8]</sup>。邹璇等利用非差的网络 RTK 与 PPP-RTK 解算的一致特性来增强 PPP-RTK<sup>[9]</sup>。

在 GNSS 电离层的研究和应用中,通常涉及两类电离层模型:经验模型和非经验模型<sup>[10]</sup>。经验模型主要包括 IRI 模型、Bent 模型和 Klobuchar 等模型。研究表明,即使根据最佳的电离层经验模型计算出的月平均 TEC 值效果也只有 75~80%,其精度不适用于高精度的 GNSS 用户的需求<sup>[11]</sup>;非经验模型大多基于 GNSS 双频观测值构建电离层模型,其中对于区域、广域应用最广泛的是 VTEC 多项式模型,精度要好于经验模型。IGS 下属的不同国际分析机构如 CODE、ESA、EMR、JPL 和 WHU 在薄层的条件下,采用球谐函数模型对全球电离层 TEC 分布进行拟合,并发布各自的电离层网格产品,精度在 2~8TECu 之间<sup>[12-17]</sup>。章红平、Tang、熊波、张瑞等基于多频多系统数据对中国区域或全球范围的电离层建模进行分析,但受观测噪声和多路径误差的影响,伪距观测值精度较低,所以建模精度不高<sup>[18-21]</sup>。为提高提取精度,张宝成等提出采用非差非组合 PPP 技术提取电离层延迟值<sup>[22, 23]</sup>;李玮等将非差非组合 PPP 提取的电离层观测值用于单频动态 PPP,获得分米级精度。但有文献认为虽然非差非组合 PPP 提取精度高于伪距、相位平滑伪距的提取精度,但其提取误差依然可以达到几个 TECu<sup>[24]</sup>。Simon 等提出将 PPP 固定解代入无几何相位观测值,实现高精度电离层观测值提取;Adria 等利用 PPP 固定解提取电离层观测值,其提取精度优于 1TECU<sup>[25]</sup>。

对流层的经典模型有 Saastamoinen 模型、Hopfied 模型和 Black 模型等,研究表明:若较精确的气象数据得以提供, Saastamoinen 模型和 Hopfied 模型的建模天顶方向干延迟精度可达亚毫米级别<sup>[26, 27]</sup>;目前,许多学者对预测 ZTD 进行

了很多研究。宋淑丽等利用中国地壳网的数据构建了满足中国地区使用精度的对流层改正模型(SHAO-C)，总体的平均 bias 和 RMSE 分别为 2.0cm 和 4.5cm<sup>[28]</sup>；李薇等建立一种不需要气象信息的全球 ZTD 模型(IGGtrop)，在全球的平均 bias 和 RMSE 分别为-0.8cm 和 4.0cm<sup>[29]</sup>。

### 1.3 本文章节内容

本文针对非差非组合 PPP-RTK 应用，将其分为服务端和用户端。服务端通过固定站坐标、固定模糊度的方式对跟踪站网络进行非差非组 PPP，以提取高精度的电离层进行建模。针对不同的应用范围提出基于非差非组合 PPP 的广域单差电离层和区域大气模型，前者是针对较大区域(如一个洲或中国)，后者针对小区域(35~70km 范围)建立的模型。服务端建立模型后通过播发的形式发送到用户端，用户端接收模型参数后即可使用实时的模型参数进行电离层约束，以加快用户的 PPP 收敛速度。论文共分为 6 章，具体结构内容如下：

第 1 章介绍论文的背景，阐述 PPP-RTK 的发展与关键技术：卫星实时轨道、卫星实时钟差和模糊度固定所需的实时 UPD 的研究状况，以及具有时效性的 IGS 机构播发的改正产品可以满足高精度的 PPP-RTK 的需求。另一方面介绍关于电离层建模的研究进展，阐述不同学者的利用不同的手段提取和电离层建模的效果。最后对区域大气中对流层建模方面的研究做了简单的介绍。

第 2 章和第 3 章主要介绍基本的 GNSS 和电离层的理论原理。第 2 章介绍关于精密单点的误差源和定位(PPP)的原理，其中包括传统的消电离层组合法、UofC 法和非差非组 PPP 法。阐述了不同方法数学表达、参数处理以及不同的方法之间的优缺点。第 3 章详细叙述电离层的物理特性，介绍 GNSS 研究电离层的原理、常用的数据处理计算方法和对电离层建模的几个主要模型。

第 4 章详细描述了基于非差非组合 PPP 提取的电离层延迟值，进行广域的电离层建模。基于 VTEC 多项式模型提出非差和星间单差两种电离层改正模型，通过实验分析两种模型的精度。对星间单差电离层改正模型进行欧洲的区域事后和中国的区域进行事实时实验，分析了该模型对用户端 PPP 快速收敛的提升效果。

第 5 章主要承接了第 4 章基于非差非组合 PPP 提取大气延迟观测值的方法

进行,针对小区域,对电离层进行斜路径方向、对对流层进行天顶方向建模。本文通过对上海7个跟踪站进行实时建模,并实时播发到2个用户端测站的方法进行模型效果验证。

第6章对本文的内容进行总结,并对本文有不足的地方和有进一步提升空间的地方进行展望。

## 第 2 章 GNSS 精密单点定位基础理论

### 2.1 PPP 简述

精密单点定位依赖于高精度的卫星轨道和卫星钟差产品，是一种在高精度的参考框架下进行单个站点定位的方法。一般而言，PPP 所需的高精度卫星轨道和卫星钟差产品由 IGS 根据跟踪站解算所得，产品要求卫星轨道的产品精度达到厘米级水平，要求卫星钟差产品精度达亚纳秒水平。除了需要高精度的卫星轨道和卫星钟差产品外，PPP 与单点定位不同点在于 PPP 除了使用伪距外，相位观测值也是重要的观测量。PPP 理论上的定位精度可达厘米级，可同时解算接收机位置坐标、接收机钟差、天顶对流层、相位模糊度等参数，若进行非差非组合 PPP，电离层参数亦可被一同解算出来。

GPS 系统是第一个发展成熟的全球导航系统，为适应 GPS 系统在各个行业领域的研究与应用，国际大地测量协会（IAG）于 1993 年成立国际 GPS 地球动力学服务组织（IGS），并在 1994 年 1 月 1 日正式运营，旨在为全球地球动力学研究者提供 GPS 支持服务。20 世纪 90 年代末，美国喷气推进实验室（JPL）有学者首次提出精密单点定位（PPP）概念，由于当时 IGS 缺乏实时高精度卫星轨道和卫星钟差产品，所以在提出 PPP 初期主要是针对 GPS 系统事后的单个站点进行处理<sup>[1, 30]</sup>。随着 GNSS 的发展与壮大，俄罗斯的格洛纳斯（GLONASS）和欧洲伽利略系统（GALILEO）加入了 IGS，IGS 于 2005 年 5 月 4 日更名为国际卫星导航服务（IGS），这样，IGS 就为多个全球导航系统提供支持服务。IGS 进一步成立了实时工作组（RTWG），直至 2013 年，IGS 正式发布实时实验计划，其中实时服务所提供的产品都在原来的 GNSS 数据基础上加入实时改正产品，均已达到目标精度<sup>[31]</sup>。IGS 多个分析机构提供实时多系统的产品支撑，有效地解决了卫星轨道和钟差产品高延迟发布的问题，PPP 逐渐从事后数据处理向实时数据处理，PPP 的精度也越来越高。

### 2.2 PPP 的主要误差来源

#### 2.2.1 与接收机有关的误差

##### （1）接收机钟差误差

考虑到接收机的成本,一般而言,接收机采用质量比原子钟小很多的石英钟。由于石英钟稳定性远不如原子钟,所以石英钟钟差具有数值变化大、变化速度快的特点,无法采用数学模型进行模型化。在精密单点定位中,一般把每个历元的接收机钟差当作白噪声来进行估计。对于全球分布的 IGS 跟踪站,近年来 IGS 组织对部分测站进行了硬件升级,超过 100 多个跟踪站替换了精度更高的原子钟,提高了接收机钟差的短期频稳定,有利于对接收机钟差进行建模预报的研究。

### (2) 接收机天线相位中心偏差

在 GNSS 测量中,观测值的参考距离都是以接收机天线的相位中心位置为准的,天线的相位中心与其几何中心,在理论上应保持一致。但在实际应用中,天线的相位中心随着信号输入的强度和方向不同而有所变化,即观测时相位中心的瞬时位置(一般称相位中心)与理论上的相位中心将有所不同,这种差别叫天线相位中心偏差。接收机端的相位中心改正可分为 PCO 和 PCV 两部分,IGS 提供的 antex 文件给出了接收机相应于 GPS 和 GLONASS 不同载波频率的 PCO 和 PCV 改正信息,其中 PCV 值考虑了方位角和高度角因素,给出了以高度角和方位角各以 5°为间隔,高度角 0~90°、方位角 0~360°范围的 PCV 节点改正值。但目前尚未提供 BDS、GALILEO、QZSS 以及 IRNSS 卫星系统的接收机端 PCO 及 PCV 值。PPP 数据处理时,为保持与精密产品的一致性,需要使用相同的接收机端 PCO 和 PCV 误差改正值及改正策略。

### (3) 地球固体潮改正

固体潮是指在日、月引潮力的作用下,固体地球产生的周期性形变的现象。在 GNSS 测量中主要对测站的影响包括与纬度相关的长周期项和半日周期、日周期组成的短周期项。ITRF 协议中指出,大部分的固体潮周期项可以通过长期的观测平滑改正,但剩余的误差部分对精密单点定位的测站坐标会产生径向 12.5cm 和 N 方向 5cm 的系统性误差,所以精密单点定位中必须考虑改正。可以用  $n \times m$  阶含有 Shida 数和 Love 数的球谐函数来表示地球固体潮引起的站坐标偏移。其表达如下:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j}{GM} \frac{r^4}{R_j^3} \left\{ [3l_2(\hat{R}_j \cdot \hat{r})]\hat{R}_j, \left[ 3\left(\frac{h_2}{2} - l_2\right)(\hat{R}_j \cdot \hat{r})^2 - \frac{h^2}{2} \right] \hat{r} \right\} + \\ [-0.025 \sin\phi \cos\phi \sin(\theta_g + \lambda)] \cdot \hat{r} \quad (2-1)$$

其中,  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  为天球坐标系下的测站坐标改正量;  $r$  为地球半径,  $\hat{R}_j$  为摄动天体在地心坐标系中的位置向量,  $\hat{r}$  为地心坐标系中的测站位置向量,  $h_2$  为第二 Shida 数,  $l_2$  为第二勒夫(second-degree Love)数, 一般取  $l_2 = 0.0852$ ,  $h_2 = 0.6090$ ;  $\phi, \lambda$  分别为测站纬度和经度(东经为正);  $\theta_g$  为格林尼治恒星时,  $GM_j$  为万有引力常数  $G$  摄动天体的质量  $M_j$  ( $j=2$  表示月球,  $j=3$  表示太阳)之乘积,  $GM = 3.986005 \times 10^{14} m^3/s^2$  为万有引力常数  $G$  和地球质量  $M$  的乘积。

#### (4) 海洋潮汐负荷改正

海洋负荷潮是由于海洋潮汐引起的地壳表面的周期性涨落, 其影响较固体潮要小一个量级。对于厘米级精度的动态定位, 和观测时间不足 24h 处于沿海地区测站的高精度静态定位, 需要进行海洋潮汐改正。海洋潮汐负载所引起的测站位移式分潮波进行的, 由于潮波的海潮图和格林函数计算得一测站在潮波径向、东南和南北向的幅度( $A_i^r, A_i^{EW}, A_i^{NS}$ )和相对于格林子午线的相位滞后( $\delta_i^r, \delta_i^{EW}, \delta_i^{NS}$ ), 最后的改正为各潮波的迭加。海洋潮汐改正模型为:

$$\Delta R_{ocean} = \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} A_i^r \cos(\omega_i t + \phi_i - \delta_i^r) \\ A_i^{EW} \cos(\omega_i t + \phi_i - \delta_i^{EW}) \\ A_i^{NS} \cos(\omega_i t + \phi_i - \delta_i^{NS}) \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

式中,  $t$  是以秒计的世界时,  $\omega_i$  和  $\phi_i$  是分潮波的频率和历元时刻的天文幅角,  $N$  为阶数, 目前仅考虑 11 阶。转化到地球参考系中:

$$\Delta R = R_Z(-\lambda) R_Y(\varphi) \Delta R_{ocean} \quad (2-3)$$

### 2. 2. 2 与卫星有关的误差

#### (1) 卫星轨道和卫星钟差误差

卫星真实的轨道与卫星星历的轨道之间的差异叫做卫星轨道误差。在事后精密产品方面, 目前 IGS 机构可以提供精度优于 2.5cm 的轨道产品。用户无法直接通过定位算法来获得卫星的真实轨道, 所以对于精密单点定位用户采用精密的轨道产品来减少卫星轨道误差带来的影响。GNSS 卫星都搭载了高精度的原子钟, 但由于卫星所处的太空环境不同, 原子钟也存在误差。对于精密单点定位用户而言, 这些卫星钟差可通过 IGS 各分析中心提供的高精度钟差产品进行卫星钟差的修正。目前, IGS 组织向用户提供卫星钟差精度优于 0.1 纳秒的 5 分钟和 30 秒

时间间隔的精密事后卫星钟差产品, 以及 5 分钟时间间隔的快速精密卫星钟差产品。CODE 从 2008 年开始面向高采样率用户提供 5 秒时间间隔的精密卫星钟差产品。

### (2) 地球自转改正

由于地面测站所处的地固系是一个随着地球自转而变化的非惯性坐标系统, 造成卫星信号发射时和地面测站信号接收时所对应的地固坐标系不同, 因此, 在地固系中计算地卫的几何距离时必须予以考虑地球自转带来的几何变化影响。由地球自转引起的距离变化可以由下面式子进行改正:

$$\Delta D_\omega = \frac{\omega}{c} [Y_S(X_R - X_S) - X_S(Y_R - Y_S)] \quad (2-4)$$

其中,  $(X_R, Y_R, Z_R)$  为测站坐标;  $(X_S, Y_S, Z_S)$  为卫星坐标;  $\omega$  为地球自转角速度;  $c$  为真空中的光速。

### (3) 卫星天线相位中心偏差

卫星天线相位中心偏差是指卫星天线质量中心和相位中心之间的偏差。精密卫星轨道产品给出的是卫星质心的坐标, 而 GNSS 观测量参考点为卫星天线相位中心。卫星质心与相位中心不一致引入的误差即为卫星端天线相位中心偏差, 通常分为两部分: (1) 天线参考点与天线平均相位中心的偏差, 称为天线相位中心偏移(PCO); (2) 天线瞬时相位中心与平均相位中心之间的偏差, 称为天线相位中心变化(PCV)。

IGS 提供的 antex 文件给出了 GPS 和 GLONASS 各颗卫星不同频率的 PCO 和 PCV 改正信息。从 GPS1400 周(2006 年 11 月 5 日)起, IGS 采用新的绝对天线相位中心改正模型 igs05.atx 取代原来的 igs\_01 相对天线相位中心改正模型(包括 igs\_01.txt 和 igs\_01.pcv), 并于 GPS1632 周(2011 年 4 月 17 日)起, 更新为最新的 igs08.atx 模型。自 GPS1854 周开始, 也开始提供 BDS、GALILEO、QZSS 以及 IRNSS 卫星系统的 PCO 及 PCV 值(Montenbruck et al. 2015)。PPP 数据处理时, 为保持与精密产品的一致性, 需要使用相同的卫星端 PCO 和 PCV 误差改正值及改正策略。

### (4) 相位缠绕改正

GPS 卫星发射信号为右旋极化的电磁波, 因此, 实际接收的载波相位观测量取决于卫星及接收机天线的相互朝向。接收机或卫星天线绕中心轴的旋转会使载

波相位观测值的大小发生改变，其最大影响可达一周。接收机端天线通常维持指向某一固定参考方向（通常为北方向），而卫星为使太阳能帆板始终指向太阳会使得信号发射天线随着卫星的运动缓慢旋转。这种由于卫星或接收机天线的相对旋转而产生的相位观测值的改变被称为相位缠绕。

相位缠绕改正模型为：

$$\delta\phi = \text{sign}(\zeta) \cos^{-1}(\vec{D}' \cdot \vec{D} / |\vec{D}'| |\vec{D}|) \quad (2-5)$$

式中，

$$\zeta = \bar{k} \cdot (\vec{D}' \times \vec{D});$$

$$\vec{D}' = \bar{x}' - \bar{k}(\bar{k} \cdot \bar{x}') - \bar{k} \times \bar{y}';$$

$$\vec{D} = \bar{x} - \bar{k}(\bar{k} \cdot \bar{x}) + \bar{k} \times \bar{y}';$$

$\bar{k}$ 是卫星到接收机方向的单位向量；

$(\bar{x}', \bar{y}', \bar{z}')$ 为卫星坐标系的单位向量；

$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 为测站地平坐标(NEU)方向的单位向量。

忽略该误差会使 PPP 位置和钟差估值精度降低为分米级。值得注意的是，动态导航定位情形下，接收机天线旋转引起的相位缠绕会被接收机钟差完全吸收，不影响位置解算。

### (5) 相对论效应改正

相对论效应是由于卫星钟和接收机钟所处的状态（即运动速度和重力位）的不同而引起的卫星钟和接收机钟之间产生相对钟误差的现象。GPS 卫星以大约 3km/s 的平均速度运行，卫星和地面用户之间存在不可忽略的重力势差。根据相对论效应理论，GPS 卫星钟比地面钟走得快，每秒会产生大约 0.45 纳秒的差值。为了保持地面接收到的信号频率与 GPS 系统设计的信号频率一致，已在卫星发射之前人为将 GPS 卫星钟的标准频率进行了调整。但由于 GPS 卫星轨道并非圆轨道，且卫星在不同位置受到的地球重力场的影响也不相同，相对论效应对卫星钟频率的影响并非常数，经过上述频率调整后仍有残余，这部分影响可用以下公式改正：

$$\Delta_{\text{rel}} = -\frac{2}{c} \mathbf{X}^S \cdot \dot{\mathbf{X}}^S \quad (2-6)$$

式中， $\mathbf{X}^S$ 和 $\dot{\mathbf{X}}^S$ 分别代表卫星的位置及速度向量。当卫星轨道的偏心率为 0.01

时, 由相对论效应引起的测距误差最大可达 6.864 米, 故在精密单点定位中, 上述周期项必须考虑。

除了周期性改正以外, 相对论效应还包括地球引力场引起的引力延迟, 其计算公式如下:

$$\Delta D_g = \frac{2\mu}{c^2} \ln \frac{r+R+\rho}{r+R-\rho} \quad (2-7)$$

式中:  $\mu$  为万有引力常数  $G$  与地球总质量  $M$  之乘积;  $c$  为真空中的光速;  $r$  为卫星至地心的距离;  $R$  为测站至地心的距离;  $\rho$  为测站至卫星的几何距离。当卫星接近地平面时引力延迟取得最大值, 约 19 毫米。

### 2.2.3 与信号传播有关的误差

#### (1) 对流层延迟

对流层是地球大气层靠近地面的一层。它同时是地球大气层里密度最高的一层, 它蕴含了整个大气层约 75% 的质量, 以及几乎所有的水蒸气及气溶胶。在 GNSS 研究中, 其范围通常为从地表到地表以上 50km 的高度。相对于电离层, 对流层对于 GNSS 信号不存在色散效应, 即在同一路径下的所有卫星信号受到的对流层延迟影响是相同的, 因此不能观测值的线性组合 (如无电离层组合) 消除对流层的影响。

GNSS 信号在天顶方向的对流层延迟约为 2.3m, 但不同卫星高度角所对应的对流层延迟差异很大。对流层延迟中, 可分为干延迟和湿延迟分量。其中干延迟由空气中的干燥气体引起约占对流层延迟的 90%, 湿延迟由水汽引起约占总对流层延迟的 10%。干延迟一般可以通过模型进行较为准确的改正, 而湿延迟由于水汽的密度分布的关系难以通过模型进行改正, 一般采用未知参数估计的方法处理。在精密单点定位中, 一般将卫星斜路径方向的对流层的湿延迟投影到测站天顶方向, 对天顶方向的对流层延迟 (ZTD) 设为参数进行估计。基于气象参数的常用的对流层改正模型有 Saastamoinen 模型和 Hopfiled 模型, 常用的投影函数有 Niell 投影函数 (NMF)、全球投影函数模型 (GMF) 和维也纳投影函数模型 (VMF)。

#### (2) 电离层延迟

电离层的范围一般认为是从地表高度 50km 到 1000km 的大气层区域。由于电磁波经过电离层时, 会受到电离层中的自由电子的影响, 导致电磁波的传播速

度以及方向发生变化，对电磁波产生了延迟效应。电离层的延迟效应主要与电离层中的电子密度以及卫星信号的频率有关。在 GNSS 测量中，这种电离层延迟效应可达几十米，是 GNSS 定位中主要的误差来源之一。

对于单频用户来说，可以使用如克罗布歇等模型或利用电离层网格模型进行电离层延迟改正。对于双频用户而言，在精客单点定位中可采用不同频率观测值的线性组合来消除电离层一阶项的影响。在非差非组合 PPP 中，也可以将斜路径的电离层延迟当做未知参数进行估计。

### （3）多路径效应

理想状态下，卫星信号从卫星沿着直线传播到接收机，但在信号传播的过程中，信号会受到一些物体的反射，从而改变了信号的传播方向、振幅、极化以及相位等，这些变化会叠加直线传播的信号到达接收机，这种现象成为多路径效应。严重的多路径效应会导致卫星信号的失锁。多路径效应的影响理论上最大可达到码长的一半左右，（对于 P 码）其误差可达 15 米，但对相位观测值相对较小，不超过其波长的四分之一。

对于多路径效应的影响，目前还没有行之有效的解决方法。在 GNSS 测量中，可通过选择合适的站址、给接收机配备抑径板或抑径圈等方法削弱多路径效应的影响，也可以通过延长观测时间来削弱其影响。一般而言，卫星高度角越低，其多路径效应就越明显，可以在数据处理阶段设置一定的截止卫星高度角来削弱多路径效应。

## 2.3 PPP 数学模型

合理的数学模型与随机模型是确保 GNSS 精客单点定位解算高精度参数的重要保证。良好的数学模型描述了待估参数与观测值的函数关系，而随机模型则是反映了不同的观测量之间的数据质量关系。目前在精客单点定位领域中使用最为广泛的数学模型是无电离层组合模型、UofC 模型以及非差非组合模型。这些模型在不同的应用场合中各有优劣，本节将重点介绍这三种数学模型。

### 2.3.1 无电离层组合模型

传统精客单点定位模型即无电离层 (Ionosphere Free) 模型，也称作 IF 模型，是利用电离层延迟的色散效应对双频观测值进行一定的线性组合，从而达到消除

电离层延迟一阶项的目的。无电离层组合的简化表达如下<sup>[32]</sup>:

$$\begin{aligned} P_{IF} &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} P_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} P_2 = \rho + c \cdot (dt_r - dt^s) + MF \cdot T + \varepsilon_{P_{IF}} \\ L_{IF} &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} L_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} L_2 = \rho + c \cdot (dt_r - dt^s) + MF \cdot T + \lambda_{IF} \cdot N_{IF} + \varepsilon_{L_{IF}} \end{aligned} \quad (2-8)$$

其中,  $P_{IF}$ 、 $L_{IF}$  分别为无电离层组合的伪距观测值和相位观测值;  $f_1$ 、 $f_2$  分别代表  $L_1$ 、 $L_2$  相位观测值的频率;  $\rho$  代表地卫几何距离;  $c$  代表光在真空中的传播速度;  $dt_r$  代表接收机钟差;  $dt^s$  代表卫星钟差;  $MF$  代表天顶对流层到斜路径对流层的投影函数;  $T$  代表天顶对流层延迟;  $\lambda_{IF}$  代表无电离层组合相位波长;  $N_{IF}$  代表无电离层组合相位模糊度;  $\varepsilon_{P_{IF}}$ 、 $\varepsilon_{L_{IF}}$  分别代表无电离层组合的伪距噪声和相位噪声。

在精密单点定位中, 一般使用高精度的卫星轨道和钟差产品, 上述模型中的卫星钟差与轨道误差可以忽略。测站坐标、对流层湿分量延迟参数可作为待估参数通过卡尔曼滤波估计。关于其他的误差如对流层干分量、卫星和接收机的相位中心偏差、固体潮负荷、海超负荷、相对论效应、地球自转等引起的误差可以通过现有的模型进行改正<sup>[33]</sup>。无电离层组合模型具有消除电离层一阶项的影响, 但由于其相位的模糊度参数吸收了相位偏差和硬件延迟, 所以其无电离层组合的模糊度参数不具有整周特性, 所以无法直接模糊度固定。另一方面, 根据误差传播率, 无电离层组合的观测值相对于原始观测值, 其观测值的观测噪声放大了近 3 倍, 使得无电离层组合的定位精度和收敛时间受到影响<sup>[34]</sup>。对于其他难以使用模型估计和参数估计的误差, 主要通过合适的随机模型进行处理。

### 2.3.2 UofC 模型

UofC 模型又称半合模型, 该模型由加拿大 Calgary 大学的高扬教授于 2001 年提出。UofC 实质上也是一种无电离层组合模型, 但与传统方法不同的是 UofC 模型利用电离层延迟在伪距和相位观测值中符号相反、大小相同的特性, 通过伪距与相位半和的方法代替原来的双频伪距观测值。其数学表达可简化表达如下<sup>[35]</sup>:

$$\begin{aligned}
 P_{IF,P_1} &= \frac{1}{2}(P_1 + L_1) = \rho + c \cdot (dt_r - dt^s) + MF \cdot T + \frac{1}{2}\lambda_1 \cdot N_1 + \varepsilon_{P_1,L_1} \\
 P_{IF,P_2} &= \frac{1}{2}(P_2 + L_2) = \rho + c \cdot (dt_r - dt^s) + MF \cdot T + \frac{1}{2}\lambda_2 \cdot N_2 + \varepsilon_{P_2,L_2} \\
 L_{IF} &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} L_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} L_2 = \rho + c \cdot (dt_r - dt^s) + MF \cdot T + \lambda_{IF} \cdot N_{IF} + \varepsilon_{L_{IF}}
 \end{aligned} \quad (2-9)$$

符号含义与 (2-8) 中相同。在 UofC 模型中, 由于无法消除  $L_1$ 、 $L_2$  载波上的频间码偏差, 所以在数据处理阶段必须予以考虑, 通常地, 该误差可通过 IGS 各分析机构对外发布的卫星频间码偏差产品进行改正。相对于传统的无电离层组合模型, UofC 模型增加了一个观测方程, 同时多引入一个卫星模糊度参数, 但其伪距观测噪声由于半和乘数的原因减为原来的一半, 有利于精密单点定位的定位精度的提高和缩短收敛时间。

### 2.3.3 非差非组合模型

无电离层组合模型和 UofC 模型虽然能消除低阶电离层延迟的影响, 但造成了观测信息的丢失, 无电离层组合还进一步放大了观测噪声。非差非组合模型则从充分利用观测值的角度出发, 进一步利用电离层信息, 提高定位精度与加快收敛速度。其表达形式可以简单表示如下:

$$\begin{cases} P_i = \rho + c \cdot (dt_r - dt^s) + C_i \cdot I + MF \cdot T + \varepsilon_{P_i} \\ L_i = \rho + c \cdot (dt_r - dt^s) - C_i \cdot I + \lambda_i \cdot N_i + MF \cdot T + \varepsilon_{L_i} \end{cases} \quad (2-10)$$

其中, 表达式的下标  $i$  表示信号频率号; 当  $i = 1$  时,  $C_i = 1$ , 当  $i = 2$  时,  $C_i = \frac{f_1^2}{f_2^2}$ ,  $f$  表示频率(单位为 Hz);  $I$  表示在第一频点的斜路径电离层延迟(单位为 m);  $\varepsilon_{P_i}$ 、 $\varepsilon_{L_i}$  分别代表伪距和相位测量噪声。

由于非差非组合模型直接采用原始观测值作为观测量, 所以大大增加了定位的观测量, 且不放大观测噪声。另一方面, 对于双频伪距观测量, 接收机端和卫星端的码间偏差可以依然存在, 卫星端可以使用 IGS 各个分析中心的的改正产品进行改正。值得注意的是, 载波相位模糊度中也含有卫星端与接收机端的相位偏差。非差非组合模型新增估计了斜路径的电离层延迟, 由于参数的线性相关的原因, 卫星端与接收机端的硬件延迟会被电离层部分吸收, 载波相位的模糊度则既吸收接收机端和卫星端的硬件延迟也吸收两端的相位偏差, 在做模糊度固定的时候, 必须考虑恢复模糊度整周特性的问题。关于非差非组合模型在本文的具体应用将会在第四章进一步说明。

## 2.4 精密单点定位的随机模型

随机模型反映了观测值的精度水平、各个估计参数的随机特性和整个系统的动态变化。在进行 GNSS 精密单点定位解算之前，必须先要确定随机模型。在精密单点定位中，常常用到随机模型有卫星高度角法、信噪比法以及方差分量法等。本章主要介绍应用最为广泛的卫星高度角法以及信噪比法两种随机模型。

### 2.4.1 基于卫星高度角法随机模型

一般而言，卫星高度角越低，GNSS 的观测值收到多路径效应以及大气延迟的影响就越大，其数据质量就越差。基于高度角法的随机模型可以将观测值的观测噪声表示以变量为卫星高度角的函数，即：

$$\sigma^2 = f(E) \quad (2-11)$$

式中， $\sigma^2$  为观测噪声； $E$  为卫星高度角。

在具体的应用中，基于卫星高度角函数模型有不同的表达形式，其中应用最为广泛的随机模型是指数函数模型和正余弦函数模型。Bernese 采用的指数函数模型为：

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 (1 + a e^{-E/E_0})^2 \quad (2-12)$$

式中， $\sigma_0$  为观测值在近天顶方向的标准差， $E_0$  为参考高度角（单位：度）。国际上知名的大地测量数据处理软件 Bernese 采用的余弦函数模型为：

$$\sigma^2 = a^2 + b^2 \cos^2 E \quad (2-13)$$

GAMIT 软件则采用正弦函数模型：

$$\sigma^2 = a^2 + b^2 / \sin^2 E \quad (2-14)$$

PANDA 软件的高度角定权策略为：

$$\sigma^2 = \begin{cases} a^2, & E \geq 30 \\ \frac{a^2}{4 \sin^2 E}, & E < 30 \end{cases} \quad (2-15)$$

此外常用的高度角定权模型还有：

$$\sigma^2 = a^2 / \sin^2 E \quad (2-16)$$

上述表达式中  $a$ 、 $b$  表示的常数，通常为经验值。

### 2.4.2 基于信噪比法随机模型

一般使用载波噪声功率谱密度来描述 GNSS 观测值的噪声水平。其信噪比与多路径效应、天线增益、大气参与误差以及接收机的内部电路等因素有关。观测

值的信噪比水平一定程度上能够衡量观测值的数据质量。Brunner 等利用信噪比观测信息建立了基于载波相位观测值的 SIGMA- $\varepsilon$ 随机模型，其表现形式如下：

$$\sigma^2 = C_i \cdot 10^{-\frac{S}{10}} = B_i \left(\frac{\lambda_i}{2\pi}\right)^2 \cdot 10^{-\frac{S}{10}} \quad (2-17)$$

式中，下标*i*表示载波相位频率号；*S*表示实测信噪比；*B<sub>i</sub>*表示相位跟踪环带宽 (Hz)；实际计算中，通常取  $C_1 = 0.00224m^2HZ$ ， $C_2 = 0.00077m^2HZ$ 。

## 2.5 小结

本章主要介绍了有关精客单点定位的理论知识。2.1 小节简述了 PPP 的发展历史以及发展现状；2.2 小节了 GNSS 定位中各种误差来源以及常用的改正方法；2.3 小节着重介绍了在 PPP 中常用的三种定位模型：无电离层组合模型、UofC 模型以及非差非组合模型，并简单介绍了各种模型的特点；最后描述了常用的随机模型：高度角法模型、信噪比法模型。

## 第3章 GNSS研究电离层原理及其主要模型

### 3.1 电离层的基本特性

#### 3.1.1 电离层概况

地球电离层是地球大气的重要层区，它是由于太阳辐射、宇宙射线以及沉降的粒子作用于地球大气从而产生使得大气电离出电子、离子和中性粒子的区域。电离层部分电离区域的大气的范围在 50km~2000km 之间，而完全电离的大气区域称为磁层，其高度可达数万公里<sup>[36]</sup>。电离层的电子密度与太阳的活跃程度以及大气的成分密度有关。因为大气总体上呈现上稀薄下层稠密的特点，所以太阳的辐射会随着地表高度的降低而逐渐减弱，所以在垂直方向上，会产生不同的电子密度峰值的区域。这样的电离层垂直分层结构可以分为 D 层、E 层和 F 层。其中 F 层又可以分为 F1 层和 F2 层。D 层的高度范围为 70~90km，日间最大电子密度可达  $7 \times 10^8 \text{ el/m}^3$ ，晚间电子密度可降到很低水平；E 层的高度范围为 90~160km，日间最大电子密度为  $1 \times 10^{11} \text{ el/m}^3$ ；F1 层电子密度可达  $3 \times 10^{11} \text{ el/m}^3$ ，F2 层可达到  $1 \times 10^{12} \text{ el/m}^3$ ，F 层中最大的电子密度区域集中在 300~400km 高度。电子密度剖面如图 3-1 所示<sup>[37]</sup>。

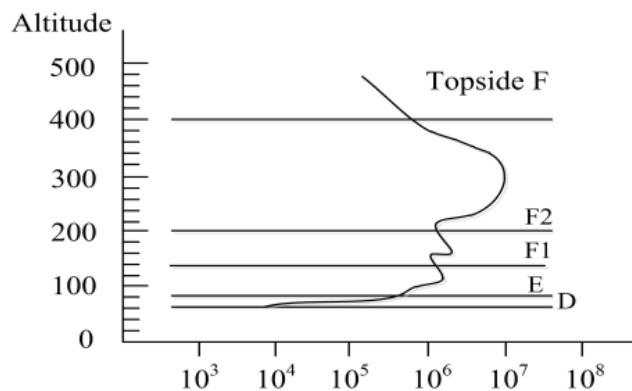


图 3-1 电子密度剖面图

电离层的垂直分层结构只是理论上的理想描述，实际上电离层有着复杂的时空特征，既会随着地球经纬度的变化而变化，也会与日夜、季节、太阳黑子周期呈现出一定的周期变化特征。这些变化都是受到太阳活动影响，太阳活动活跃时，电离层电子密度就相应地正向增加。太阳活动通常约为 11 年一个周期，太阳活动在低峰年和高峰年电子含量差异可达到 4 倍之多。

电离层在垂直方向上具有分层结构，但在 GNSS 领域中，并不需要将电离层还原成真实的分层结构。由于电离层中的自由电子主要分布在 F 层中，在 GNSS 研究中通常在 300~500km 的高度范围选取一个薄层，假设所有的电子都集中在该层薄层中，从而在不改变问题本质的基础上建立一个电离层的单层模型 SLM (Single Layer Model)。这个电离层单层模型实际上是一个假想的理想模型，所以在模型的高度选取方面没有统一的标准。Klobuchar 认为该高度可选取在 350km 的高度<sup>[38]</sup>。IGS 分析中心采用 450km 的高度作为基准计算并发布的电离层产品。文献<sup>[39]</sup>研究表明，在 300~500km 这个高度范围内，电离层单层模型的影响很微小。

### 3.1.2 GNSS 中电离层的影响

GNSS 信号是一种电磁波信号，由于大量自由的电子在电离层中运动会形成磁场作用，GNSS 信号在电离层中传播过程中会受到色散效应使得路径发生弯曲，其影响程度与传播路径上的电子密度和 GNSS 信号自身的频率有关。由于电离层垂直分层结构的特点，不同卫星高度角受到的电离层影响在数值上有很大的区别，天顶方向的影响可达几十米，而较低的卫星高度角的影响比天顶方向大 1~3 个数量级<sup>[40]</sup>。电离层会对 GNSS 信号产生折射，其折射率与 GNSS 的传播速度成反比关系。根据 A-H (Appleton-Hartree) 相折射指数公式可以推导出电离层的折射率<sup>[41]</sup>。

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 - jZ - \frac{Y_T^2}{2(1-X-jZ)} \pm \sqrt{\frac{Y_T^4}{4(1-X-jZ)^2} + Y_L^4}} \quad (3-1)$$

其中：

$X = \frac{f_P^2}{f^2} = \frac{N_e e^2}{4\pi^2 \epsilon_0 m f^2} = \frac{80.6}{f^2} N_e$ ;  $Y_L = \frac{f_H}{f} \cos\theta = \frac{\mu_0 H_0 |e|}{m 2\pi} \frac{1}{f} \cos\theta$ ;  $Y_T = \frac{f_H}{f} \sin\theta = \frac{\mu_0 H_0 |e|}{m 2\pi} \frac{1}{f} \sin\theta$ ;  $Z = \frac{v_e}{w}$ 。  $f_P$  为等离子频率；  $f$  为电磁波频率；  $N_e$  为电子密度；  $e$  为电子电荷；  $m$  为电子质量；  $\epsilon_0$  为自由空间介电常数；  $\theta$  为地磁场与电磁波传播方向的夹角；  $H_0$  为电磁场强度；  $f_H$  为电子磁旋频率；  $\mu_0$  为自由空间磁导率；  $v_e$  为电子的有效碰撞率。

在一定的假设前提下，电磁波在电离层传播中的相折射率还可以如下表示<sup>[42]</sup>：

$$n_p = 1 - K_1 N_e f^{-2} \pm K_2 N_e (H_0 \cos \theta) f^{-3} - K_3 N_e^3 f^{-4} \quad (3-2)$$

其中：

$K_1 = \frac{e^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 m}$ ;  $K_2 = \frac{\mu_0 e^3}{16\pi^3 \varepsilon_0 m^2}$ ;  $K_3 = \frac{e^4}{128\pi^4 \varepsilon_0^3 m^2}$ 。符号含义与 (3-1) 相同。由于 GNSS 卫星的工作频率在 1000MHz 量级，代入 (3-2) 可知该式的第三项 ( $f^{-3}$  项) 和第四项 ( $f^{-4}$  项) 的数值很小，量级分别在  $10^{-9}$  和  $10^{-10}$ ，所以一般可以把这两项忽略不计，可以得到相折射率的近似表达为：

$$n_p = 1 - K_1 N_e f^{-2} = 1 - \frac{40.28 N_e}{f^2} \quad (3-3)$$

根据相折射率，可以计算在电离层中的相速度  $V_p$ ：

$$V_p = \frac{c}{n_p} = \frac{c}{1 - 40.28 \frac{N_e}{f^2}} = c \left( 1 + 40.28 \frac{N_e}{f^2} \right) \quad (3-4)$$

在伪距测量中，测距码则以群速度  $V_g$  在电离层中传播，所以同理可得：

$$V_g = \frac{c}{n_g} = \frac{c}{1 + 40.28 \frac{N_e}{f^2}} = c \left( 1 - 40.28 \frac{N_e}{f^2} \right) \quad (3-5)$$

GNSS 观测值一般为伪距观测值和载波相位观测值，有了上述伪距和载波相位的传播速度，下面推导一下电离层在这两种观测值上的影响大小。假设伪距观测值以群速度  $V_g$  在电离层中传播，从卫星到测站的传播时间为  $\Delta t$ ，卫星到测站的实际几何距离为  $\rho$ ，则有如下表示：

$$\rho = \int_{\Delta t} V_g dt = \int_{\Delta t} (c - c \cdot 40.28 \frac{N_e}{f^2}) dt = c \cdot \Delta t - 40.28 \frac{N_e}{f^2} \int_{\Delta t} c \cdot N_e dt \quad (3-6)$$

令  $P = c \cdot \Delta t$  即伪距观测值，传播路径记为  $s$ ，则有  $ds = c dt$ 。所以 (3-6) 可表达为：

$$\rho = P - \frac{40.28}{f^2} \int_s N_e ds \quad (3-7)$$

由 (3-7) 可以看出，伪距观测值既包含了真实的几何距离值也含有电离层延迟项，所以伪距含有的电离层延迟改正量  $I_g$  为：

$$I_g = - \frac{40.28}{f^2} \int_s N_e ds \quad (3-8)$$

同理，载波相位观测值的类似表达如下：

$$\rho = \lambda(\varphi + N) + \frac{40.28}{f^2} \int_s N_e ds \quad (3-9)$$

$$I_p = \frac{40.28}{f^2} \int_s N_e ds \quad (3-10)$$

其中  $\lambda$  代表载波波长；  $\varphi$  代表载波相位观测值；  $N$  代表载波相位整周模糊度；  $I_p$  代表载波相位的电离层延迟改正量。

从 (3-8) 和 (3-10) 可以看出，在忽略高阶项的情况下，GNSS 的伪距观测量与载波相位观测量在电离层中受到的影响是大小相等方向相反的，这就是 UofC 模型的重要的数学依据。另一方面从表达式中可以看出电离层对伪距和载波相位的频率平方成反比，对于多频用户来说，可通过一定的线性组合组成无电离层组合模型。

### 3.2 电离层数据处理的常用计算方法

#### 3.2.1 总电子含量单位与距离单位、时间单位的关系

总电子含量 TEC 表示以截面面积为  $1m^2$ ，沿着电磁信号传播的方向的整个柱体在电离层中的总电子含量。根据定义可以得到总电子含量 TEC 实际是上述伪距和载波相位的电离层延迟改正中的积分项，即：

$$TEC = \int_s N_e ds \quad (3-11)$$

将 (3-11) 代入 (3-8)、(3-10) 则有：

$$\begin{cases} I_g = -\frac{40.28}{f^2} TEC \\ I_p = \frac{40.28}{f^2} TEC \end{cases} \quad (3-12)$$

上式中伪距和载波相位电离层的改正数以距离  $m$  为单位；频率以千赫兹 (KHz) 为单位；TEC 以总电子数单位 TECU 为单位。假设电离层延迟改正数换算成时间，相当于 GNSS 信号在真空中  $\Delta t$  的传播时间，则有：

$$c \cdot \Delta t = \frac{40.28}{f^2} TEC \quad (3-13)$$

$$\Delta t = \frac{40.28 \cdot TEC}{c \cdot f^2} \quad (3-14)$$

根据 (3-12) 和 (3-14)，以 GPS 的 L1 频点， $f_1 = 1575.42\text{KHz}$  为例，代入公式，可以得到 TECU 与距离单位米 (m)、时间单位纳秒 (ns) 的转换关系：

$$\begin{cases} 1\text{TECU} \approx 0.162m \\ 1\text{ns} \approx 1.852\text{TECU} \approx 0.300m \end{cases} \quad (3-15)$$

利用 GNSS 观测手段提取电离层延迟往往是多频多系统的，不同频率的 GNSS 观测量提取的得到的电离层延迟值为距离单位，而在电离层建模中，通常

针对总电子含量单位建模，这涉及到了不同单位的转换，这一节可以有效地解决TECU对应不同频率的单位换算问题。

### 3.2.2 穿刺点的计算

GNSS研究中多采用电离层的单层模型，假设电离层中的所有自由电子都集中在该薄层上面，则地面接收机与卫星连线必然会与该薄层产生一个唯一的交点，这个交点我们称之为电离层穿刺点 IPP。如下图所示，IPP 为穿刺点的位置，S 代表卫星的方向，R 为地球半径，H = 300~500km，e 代表地卫方向在接收机位置的天顶距，I 为穿刺点与地心连线在地面处的交点即星下点 SIP (Sub-Ionospheric Point)，z 为地卫方向在穿刺点位置的天顶距，ψ 为地心夹角，U 为测站位置。

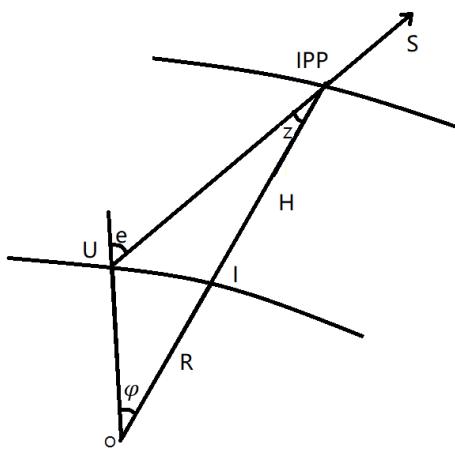


图 3-2 穿刺点位置示意图

电离层穿刺点位置在 GNSS 的建模研究中极其重要，无论是天顶方向建模还是斜路径建模通常都需要用到穿刺点位置。电离层穿刺点的计算公式如下表示：

$$\begin{cases} \varphi_{IPP} = \arcsin(\sin \lambda_U \cdot \cos \varphi + \cos \varphi_U \cdot \sin \varphi \cdot \cos A) \\ \lambda_{IPP} = \lambda_U + \arcsin\left(\frac{\sin \varphi \cdot \sin A}{\cos \varphi_{IPP}}\right) \end{cases} \quad (3-16)$$

其中， $\lambda_{IPP}$ 、 $\varphi_{IPP}$  分别为穿刺点的地理经纬度， $\lambda_U$ 、 $\varphi_U$  分别代表测站的地理经纬度，A 代表卫星的方位角。图 3-2 的几何关系，可以得到地心夹角  $\psi$  的计算方法：

$$\psi = \frac{\pi}{2} - E - \arcsin\left(\frac{R}{R+H} \cos E\right) \quad (3-17)$$

其中，E 为卫星高度角。

### 3. 2. 3 电离层的映射函数

电离层建模中通常需要把斜路径方向的总电子含量转换到到天顶方向, 映射函数的作用是实现两者之间的相互转换。一般而言, 投影函数以卫星高度角作为自变量的函数。以下介绍几种常用的映射函数。

#### (1) 投影映射函数

根据图 3-2 的几何关系, 投影函数  $MF$  的一般形式<sup>[43]</sup>:

$$MF(z) = \frac{1}{\cos z'} \quad (3-18)$$

其中,  $\sin z' = \frac{R}{R+H} \sin z$ ,  $R$  为地球半径,  $H$  取  $300\sim 500\text{km}$ ,  $z$  为接收机位置地卫方向的天顶距,  $z'$  为穿刺点位置地卫方向的天顶距。另一中投影函数表现形式与(3-18)相同, 但  $\sin z'$  的计算方式稍有不同, 在这种函数中,  $\sin z' = \frac{R}{R+H} \sin(az)$ ,  $a = 0.9782$ ,  $H = 506.7\text{km}$ ,  $R = 6378\text{km}$ 。

#### (2) 广播星历中的映射函数

广播星历的投影函数也是基于标准单层模型映射函数, 是一种近似的公式, 其表达形式如下<sup>[38]</sup>:

$$MF(z) = 1.0 + 16.0 \times (0.52 - z)^3 \quad (3-19)$$

#### (3) Q 因子映射函数

Q 因子函数的映射函数<sup>[44]</sup>可如下表达:

$$MF(z) = \sum_{i=0}^3 a_i \left(\frac{2z}{\pi}\right)^{2i} \quad (3-20)$$

其中,  $a_i$  为多项式的系数, 有  $a_0 = 1.0206$ ,  $a_1 = 0.4663$ ,  $a_2 = 3.5055$ ,  $a_3 = -1.8415$ 。

#### (4) 欧氏映射函数

欧氏映射函数是由国内学者欧吉坤提出的一种基于投影映射函数的映射函数, 它增加一个高度角相关的侵蚀因子  $P$  乘数, 即:

$$MF(z) = \frac{P}{\cos z'} \quad (3-21)$$

$P$  是一个以卫星高度角为参考基础的分段函数, 其表达形式如下<sup>[45]</sup>:

$$P = \begin{cases} \sin \frac{2\pi}{3}, & z > 85^\circ \\ \sin \left(\frac{3\pi}{4} - z\right), & 50^\circ < z \leq 85^\circ \\ 1, & z \leq 50^\circ \end{cases} \quad (3-22)$$

### 3.2.4 非差非组合 PPP 提取电离层延迟

第2章介绍了PPP的基本定位原理和几个重要的数学模型,非差非组合PPP具有保留更多观测数据和不放大观测噪声的优点,同时非差非组合PPP将斜路径上的电离层作为待估参数保留在了观测方程中,在解求其他常规参数的同时可以解算出斜路径方向上的电离层延迟参数。在2.3.3小节中,本文简单介绍了非差非组合PPP的定位模型,针对电离层的研究,本小节将更加详细阐述利用非差非组合PPP来提取电离层延迟的数学表达。

在真实的测量环境中,对于双频观测值,除了(2-10)式列出的误差外,伪距观测值中还含有接收机端和卫星端的硬件延迟误差,载波相位观测值中含有接收机端和卫星端的相位偏差误差。因此(2-10)式可以改写成如下表达:

$$\begin{cases} P_i = \rho + c \cdot (dt_r - dt^s) + C_i \cdot I^s + MF^s \cdot T + B_{r,i} - B_i^s + \varepsilon_P \\ L_i = \rho + c \cdot (dt_r - dt^s) - C_i \cdot I^s + \lambda_i \cdot N_i^s + MF^s \cdot T + b_{r,i} - b_i^s + \varepsilon_L \end{cases} \quad (3-23)$$

其中 $B_r$ 代表接收机端的硬件延迟,  $B^s$ 代表卫星端的硬件延迟,  $b_r$ 代表接收机端的载波相位偏差,  $b^s$ 代表卫星端的载波相位偏差,其他符号含义同(2-10)式。

由于卫星轨道和卫星钟差可以使用外部的产品进行修正,所以在参数估计时,可将该历元下的卫星位置和卫星钟差直接进行代入。卫星轨道方面,其卫星钟差采用的无电离层组合的形式进行计算<sup>[46]</sup>,本文不做累述,将产品表示的卫星钟差记为 $\tilde{dt}^s$ ,则有:

$$\tilde{dt}^s = dt^s + d_{IF}^s/c \quad (3-24)$$

同理,由于卫星钟差参数和接收机钟差参数各自会吸收硬件延迟参数,因此得到的接收机钟差 $\tilde{dt}_r$ 有相同的表达形式:

$$\tilde{dt}_r = dt_r + d_{IF,r}/c \quad (3-25)$$

其中,

$$\begin{cases} d_{IF,r} = \alpha \cdot B_{r,1} + \beta \cdot B_{r,2} \\ d_{IF}^s = \alpha \cdot B_1^s + \beta \cdot B_2^s \end{cases} \quad (3-26)$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \\ \beta = -\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \end{cases} \quad (3-27)$$

将 (3-24)、(3-25)、(3-26) 和 (3-27) 代入 (3-21) 中, 得到:

$$\begin{cases} P_i = \rho + c \cdot (\tilde{dt}_r - \tilde{dt}^s) + C_i \cdot I^s + MF^s \cdot T + C_i \cdot \beta \cdot (DCB_r - DCB^s) + \varepsilon_{P_i} \\ L_i = \rho + c \cdot (\tilde{dt}_r - \tilde{dt}^s) - C_i \cdot I^s + \lambda_i \cdot N_i^s + MF^s \cdot T + d_{IF,r} - d_{IF}^s + b_{r,i} - b_i^s + \varepsilon_{L_i} \end{cases} \quad (3-28)$$

其中, 记

$$\begin{cases} DCB_r = B_{r,1} - B_{r,2} \\ DCB^s = B_1^s - B_2^s \end{cases} \quad (3-29)$$

由于电离层、相位模糊度参数与  $DCB_r$ 、 $DCB^s$  参数存在线性相关, 参数无法精确分离, 因此, (3-28) 在实际的非差非组合 PPP 的解算中可简化为:

$$\begin{cases} P_i = \rho + c \cdot (\tilde{dt}_r - \tilde{dt}^s) + C_i \cdot \tilde{I}^s + MF^s \cdot T + \varepsilon_{P_i} \\ L_i = \rho + c \cdot (\tilde{dt}_r - \tilde{dt}^s) - C_i \cdot \tilde{I}^s + \lambda_i \cdot \tilde{N}_i^s + MF^s \cdot T + \varepsilon_{L_i} \end{cases} \quad (3-30)$$

本文记  $\tilde{I}^s$ 、 $\tilde{N}_i^s$  为等效电离层延迟参数和等效模糊度参数, 综合上面的公式, 可得:

$$\begin{cases} \tilde{I}^s = I^s + \beta \cdot (DCB_r - DCB^s) \\ \lambda_i \cdot \tilde{N}_i^s = (\lambda_i \cdot N_i^s + b_{r,i} - b_i^s) + (d_{IF,r} - d_{IF}^s) + C_i \cdot \beta \cdot (DCB_r - DCB^s) \end{cases} \quad (3-31)$$

从 (3-31) 中可以看出, 通过非差非组合 PPP 提取的电离层延迟的方法中, 由于参数之间的相关性, 使得各种误差无法单独分离。提取的电离层延迟中既含有接收机端的也含有卫星端的硬件延迟, 基于该种方法提取电离层建模时必须进行相应的处理。而模糊度中则含有接收机端和卫星端的硬件延迟和相位偏差等误差, 所以在进行模糊度固定的时候必须对这些误差予以考虑。

### 3. 3 主要的电离层模型

#### 3. 3. 1 Klobuchar 模型

在导航定位的应用中, Klobuchar 模型是应用最广泛的经验模型。Klobuchar 模型复杂度不高, 一般的电离层延迟的修正效率达到 50%~60% 左右<sup>[38, 47, 48]</sup>。目前, GPS 和 BDS 导航系统的星历文件都提供 Klobuchar 八参数模型给单频用户进行修正, GLONASS 系统也使用 GPS 提供的 Klobuchar 模型参数来修正其电离层延迟<sup>[49]</sup>。

GPS 系统和 BDS 采用八参数 Klobuchar 模型计算穿刺点天顶方向的电离层延迟值  $I_z$ , 其具体表达形式可表示为穿刺点地方时  $t$  的函数:

$$I_z(t) = \begin{cases} A_1, |t - A_3| > \frac{A_4}{4} \\ A_1 + A_2 \cos\left(\frac{2\pi(t - A_3)}{A_4}\right), |t - A_3| \leq \frac{A_4}{4} \end{cases} \quad (3-32)$$

其中,  $A_1$ 表示垂直方向夜间的延迟常数,  $A_2$ 表示白天的余弦函数振幅,  $A_3$ 表示总电子含量最大值的地方时,  $A_4$ 表示为余弦函数的周期。

GPS与BDS系统虽然都采用了八参数的Klobuchar模型,但根据系统的特点,参数的取值有异同。两个系统 $A_1$ 取值 $5 \times 10^{-9}s$ ,  $A_3$ 取值50400s。在GPS系统中,有:

$$A_2 = \begin{cases} \sum_{i=0}^3 \alpha_i (\phi_M)^i, A_2 > 0 \\ 0, A_2 < 0 \end{cases} \quad (3-33)$$

$$A_4 = \begin{cases} \sum_{i=0}^3 \beta_i (\phi_M)^i, A_4 > 72000 \\ 72000, A_4 < 72000 \end{cases} \quad (3-34)$$

其中,  $\alpha_i$ 、 $\beta_i$ 表示为模型修正数,由地面控制系统从370组常数中选取一组注入到卫星中通过导航电文发给用户<sup>[50]</sup>;  $\phi_M$ 表示穿刺点的地磁纬度。在BDS系统中 $\alpha_i$ 、 $\beta_i$ 则是根据中国的跟踪网的GNSS观测数据进行解算得到,更新时间间隔为两小时;另一方面,在BDS系统中,  $\phi_M$ 则表示为穿刺点的地理纬度的绝对值,且对 $A_4$ 的取值如下:

$$A_4 = \begin{cases} 172800, A_4 \geq 172800 \\ \sum_{i=0}^3 \beta_i (\phi_M)^i, 172800 > A_4 > 72000 \\ 72000, A_4 < 72000 \end{cases} \quad (3-35)$$

在投影函数方面, GPS使用3.2.3小节中的(3-19)式, BDS系统使用(3-18)式。

章红平博士在八参数Klobuchar模型的基础上,提出了14参数的Klobuchar改进模型,其改正效果可以达到70%左右<sup>[51]</sup>。其表达形式如下:

$$I_z(t) = \begin{cases} (5 + A - B \cdot \phi_M) \times 10^{-9} + A_2 \cos\left(\frac{2\pi(t - A_3)}{A_4}\right), |t - A_3| \leq \frac{A_4}{4} \\ (5 + A - B \cdot \phi_M) \times 10^{-9}, |t - A_3| > \frac{A_4}{4} \end{cases} \quad (3-36)$$

其中,  $A$ 表示夜间电离层延迟常数,  $B$ 代表线性变化项,  $A_3$ 取值如下:

$$A_3 = \begin{cases} 43200, A_3 < 43200 \\ 50400 + \sum_{i=0}^3 \gamma_i (\phi_M)^i, 55800 > A_3 > 50400 \\ 55800, A_3 > 55800 \end{cases} \quad (3-37)$$

其他符合含义与BDS系统八参数Klobuchar模型相同。

### 3. 3. 2 球冠谐模型

球冠谐模型既可以对全球范围也可以针对大区域（如中国）的天顶电离层进行建模。球冠谐模型的表达形式如下<sup>[37]</sup>:

$$I_z(\beta_c, \lambda_c) = \sum_{k=0}^{k_{max}} \sum_{m=0}^{m_{max}} \bar{P}_{k,m}(\cos(90^\circ - \beta_c)) (C_{km} \cos(m\lambda_c) + S_{km} \sin(m\lambda_c)) \quad (3-38)$$

其中， $I_z$ 表示球冠谐坐标下穿刺点位置 $(\beta_c, \lambda_c)$ 处天顶方向的 TEC； $k_{max}$ 、 $m_{max}$ 代表最大的球冠谐展开二维阶数； $\bar{P}_{k,m}(\cos\theta_c)$ 表示 $k \times m$ 阶的完全正则化的缩合勒让德函数； $C_{km}$ 、 $S_{km}$ 表示球冠谐模型的待估参数。这里定义了球冠谐坐标系，其坐标的极点一般选取建模的参考中心点，其零度经线为穿过极点的经线，球冠谐坐标 $(\beta_c, \lambda_c)$ 与大地坐标纬度经度 $(\beta, \lambda)$ 相互转换公式如下：

$$\begin{cases} \beta_c = \arccos(\sin\beta_N \sin\beta + \cos\beta_N \cos\beta \cos(\lambda_N - \lambda)) \\ \lambda_c = \arcsin\left(\frac{\sin(\lambda - \lambda_N)}{\sin\beta_c}\right) \cos\beta \end{cases} \quad (3-39)$$

其中， $(\beta_N, \lambda_N)$ 表示大地坐标下的球冠极点纬度经度。 $\bar{P}_{k,m}(\cos\theta_c)$ 的计算公式可以表述为：

$$\bar{P}_{k,m}(\cos\theta_c) = N_{k,m} P_{k,m}(\cos\theta_c) \quad (3-40)$$

$N_{k,m}$ 表示完全正则化系数，其表达为：

$$N_{k,m} = \sqrt{\frac{(2-\delta_{0m})(2k+1)(k-m)!}{(k+m)!}}, \begin{cases} \delta_{0m} = 1, m = 0 \\ \delta_{0m} = 0, m \neq 0 \end{cases} \quad (3-41)$$

$\delta_{0m}$ 表示为克罗内克函数； $P_{k,m}(\cos\theta_c)$ 表示为未正则化的缩合勒让德函数，可采用递归的方法求得 $P_{k,m}(\cos\theta_c)$ :

当  $m = 0, k = 0$ ，则  $P_{0,0}(\cos\theta_c) = 1.0$ ；

当  $m = 0, k = 1$ ，则  $P_{1,0}(\cos\theta_c) = \cos\theta_c$ ；

当  $m = 0, k > 1$ ，则  $P_{k,0}(\cos\theta_c) = (P_{k-1,0}(\cos\theta_c) \times \cos\theta_c \times (2k-1) - P_{k-2,0}(\cos\theta_c) \times (k-1))/k$ ；

当  $m \geq 1$ ，则  $P_{k,m}(\cos\theta_c) = (P_{k-1,m-1}(\cos\theta_c) \times (k+m+1) - P_{k,m-1}(\cos\theta_c) \times \cos\theta_c \times (k-m+1))/\sqrt{1 - \cos^2\theta_c}$ ；

### 3.3.3 VTEC 多项式模型

通常使用 VTEC 多项式模型对区域性的电离层进行建模，其模型表达为：

$$VTEC = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m E_{ij} \cdot (\varphi - \varphi_0)^i (S - S_0)^j \quad (3-42)$$

其中， $n, m$  分别为纬度和经度对应的阶数； $E_{ij}$  为模型待估参数； $\varphi, \varphi_0$  分别为观测时刻卫星电离层穿刺点大地纬度和建模中心大地纬度； $S, S_0$  分别为观测时刻太阳时角和建模中的太阳时角。对于穿刺点 $(\varphi, \lambda)$ ，建模中心 $\varphi_0, \lambda_0$ ，太阳时角差可以如下计算：

$$S - S_0 = \frac{(\lambda - \lambda_0)}{15} + (t - t_0) \quad (3-43)$$

$t$  代表观测值的历元时刻， $t_0$  代表建模的参考时刻，其单位为小时。

VTEC 多项式模型通常在长时段数据建模中应用，对于区域小于一个洲的， $(\varphi - \varphi_0)$  选取 1~2 阶， $(S - S_0)$  选取 2~4 阶即可满足要求。本文的广域电离层建模将基于该模型进行改进，详细描述将在下一章进行具体说明。

## 3.4 本章小结

本章介绍了电离层相关的物理特性以及在 GNSS 中电离层的影响，描述了利用 GNSS 技术研究电离层的常用到的数据处理计算方法。重点从数学上推导了利用非差非组合 PPP 提取电离层延迟值的数学表达。最后详细介绍电离层建模中常用的 Klobuchar 模型、球冠谐模型以及 VTEC 多项模型。

## 第 4 章 基于非差非组合 PPP 广域电离层模型

为建立一个适用于实时、高精度的广域（如中国地区、欧洲地区）电离层模型，本文将工作分为两个应用场景：服务端和用户端。服务端负责基于非差非组合 PPP 的原始电离层观测值的提取、建模、参数播发等工作；用户端即用户仅用单台接收机接收卫星信号以及服务端播发的改正数、模型参数进行非差非组合 PPP。文献<sup>[52]</sup>指出，在可靠的先验电离层信息的约束下，电离层信息对非差非组合 PPP 的快速收敛有着很大贡献。因此通过广域电离层模型可以加快用户端 PPP 的收敛速度。

斜路径方向上的电离层延迟通常表示为投影函数和天顶电离层延迟的组合：

$$I^s = F \cdot mf^s \cdot VTEC^s \quad (4-1)$$

式中， $F$  代表第一频点 TECu 单位向距离单位的转换系数， $F = \frac{40.28 \times 10^{16}}{f_1^2}$ ；  
 $mf$  代表电离层投影函数， $VTEC$  为天顶电离层延迟。 $mf = \frac{1}{\cos Z'}$ ， $Z' = \arcsin \frac{R_E \sin(\alpha \cdot z)}{R_E + H}$ ， $H = 450 \text{ km}$ ， $R_E$  为地球半径， $z$  为测站天顶距， $\alpha = 0.9782$ 。

在第三章中本文已对利用非差非组合 PPP 提取电离层延迟的方法进行了详细描述，本章基于（3-28）式对广域（如一个洲）电离层进行建模研究。结合非差非组合 PPP 提取电离层延迟参数中含有卫星端和接收机端硬件延迟的特点，本文基于 3.3.3 小节中的 VTEC 多项式模型建立非差和星间单差两种电离层改正模型并进行比较。

### 4.1 非差和星间单差电离层改正模型

#### 4.1.1 非差电离层改正模型

在第三章的 3.2.4 小节中，（3-28）式表明提取的等效电离层延迟中，既含有接收机端的硬件延迟也含有卫星端的硬件延迟，所以在建模过程中必须对该误差的影响进行处理。首先考虑采用非差的建模方法，即在电离层延迟进行建模的时候，同时估计接收机端和卫星端的硬件延迟。基于（4-1）式和（3-29）式中提取的等效电离层延迟的含义，非差电离层模型可以表达为：

$$\tilde{I}^s = F \cdot mf^s \cdot VTEC^s + D_r - D^s \quad (4-2)$$

其中,  $D_r = \beta \cdot DCB_r$ ,  $D^s = \beta \cdot DCB^s$ 。

将(3-40)式代入(4-2)式, 得到:

$$\tilde{I}^s = F \cdot mf^s \cdot \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m E_{ij} \cdot (\varphi - \varphi_0)^i (S - S_0)^j + D_r - D^s \quad (4-3)$$

在非差电离层改正模型中, 由于不同卫星系统在接收机端的硬件延迟不同, 所以必须区分不同系统, 对不同的卫星系统分别估计不同的接收机端硬件延迟。非差电离层模型是针对非差非组合PPP提取的等效电离层延迟所建立的模型, 这个模型的思想认为电离层的提取值中除了电离层本来的延迟外, 只包含接收机端和卫星端的误差, 这些误差可以通过模型中设立的与接收机端相关的 $D_r$ 以及与卫星端相关的 $D^s$ 参数吸收。该模型忽略了可能存在的其他误差带来的影响(如多路径效应等)。模型中不考虑的误差的影响, 将会在下面的章节中介绍其处理方法。

#### 4.1.2 星间单差电离层改正模型

为消除等效电离层延迟中含有的接收机硬件延迟对建模的影响, 可选定一个参考卫星, 进行星间单差:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{I}^s &= \tilde{I}^s - \tilde{I}^{ref} \\ &= (F \cdot mf^s \cdot VTEC^s + D_r - D^s) - (F \cdot mf^{ref} \cdot VTEC^{ref} + D_r - D^{ref}) \quad (4-4) \\ &= (F \cdot mf^s \cdot VTEC^s - D^s) - (F \cdot mf^{ref} \cdot VTEC^{ref} - D^{ref}) \end{aligned}$$

式中,  $s$ 、 $ref$ 上标分别代表卫星号和参考卫星号式。通过斜路径电离层延迟的星间单差可以把同接收机端硬件延迟消除。由于星间单差把接收机端的误差消除, 理论上单差后的电离层延迟仅含有卫星端的硬件延迟, 因而本文采用参数估计的方法把卫星端的硬件延迟在建模的同时估计出来, 这样卫星端的硬件延迟也可以播发用户。

本文选用上一章中的VTEC多项式模型作为基础模型, 在此基础上, 代入(4-4)得到最终的数学表达为:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{I}^s &= \left\{ F \cdot mf^s \cdot \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m E_{ij} \cdot (\varphi^s - \varphi_0)^i (S^s - S_0)^j \right) - D^s \right\} \\ &\quad - \left\{ F \cdot mf^{ref} \cdot \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m E_{ij} \cdot (\varphi^{ref} - \varphi_0)^i (S^{ref} - S_0)^j \right) - D^{ref} \right\} \quad (4-5) \end{aligned}$$

## 4.2 数据处理

### 4.2.1 选择参考卫星

在非差电离层改正模型中，不存在作差处理，故不涉及参考星选择的问题。在星间单差电离层改正模型中，由于 VTEC 多项式模型基于电离层的电子含量密度单位的，针对卫星电离层 TECU 单位的延迟量，在进行多系统建模的时候必须考虑系统间第一频率值不相同的问题。另一方面由于不同的卫星系统的接收机通道的不同，即使同一个测站，不同的卫星系统产生的接收机端硬件延迟也是不同的，因此在选择参考卫星进行单差时，必须为不同的卫星系统选定一个参考卫星，本文以不同卫星系统的同一个历元观测到的最高的卫星高度角卫星作为参考星进行星间单差处理。

### 4.2.2 法方程叠加

在上述两种电离层改正模型中，VTEC 多项式必须为模型选定一个  $n \times m$  的阶数，另外在星间单差电离层改正模型中，待估参数中含卫星端的硬件延迟，非差模型中还增加了接收机端的硬件延迟，从单个历元来看，模型参数与硬件延迟无法一次性解得，因此需要对多个观测历元进行法方程叠加。本文采用最小二乘叠加的方式进行处理，假设历元  $e$  观测到  $ns$  颗卫星，可以得到非差电离层改正模型的任意历元  $e$  的观测方程：

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}^1 \\ \tilde{I}^2 \\ \vdots \\ \tilde{I}^{ns} \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} a_{00}^1 & a_{01}^1 & \cdots a_{nm}^1 & R_1 & S_1 \\ a_{00}^2 & a_{01}^2 & \cdots a_{nm}^2 & R_2 & S_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{00}^{ns} & a_{01}^{ns} & \cdots a_{nm}^{ns} & R_n & S_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{00} \\ E_{01} \\ \vdots \\ E_{nm} \\ f_r \\ f^s \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}_e \quad (4-6)$$

其中， $R_i$  表示测站  $i$  的系数矩阵，有且只有对应的测站列系数为 1，其他为 0； $S_i$  表示卫星  $i$  的系数矩阵，有且只有对应的卫星列系数为 1，其他为 0； $f_r$  表示接收机端硬件延迟参数； $f^s$  表示卫星端硬件延迟系数； $\boldsymbol{\varepsilon}_e$  表示观测噪声矩阵； $a$  表示  $E_{nm}$  的系数，其上标表示卫星号，下标表示维度经度的阶数，以  $a_{ij}^s$  为例，有：

$$a_{ij}^s = F \cdot [mf^s \cdot (\varphi^s - \varphi_0)^i (S^s - S_0)^j] \quad (4-7)$$

对于任意历元  $e$ ，令：

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y}_e = \begin{bmatrix} \tilde{I}^1 \\ \tilde{I}^2 \\ \vdots \\ \tilde{I}^{ns} \end{bmatrix}_e \\ \mathbf{H}_e = \begin{bmatrix} a_{00}^1 & a_{01}^1 & \cdots a_{nm}^1 & R_1 & S_1 \\ a_{00}^2 & a_{01}^2 & \cdots a_{nm}^2 & R_2 & S_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{00}^{ns} & a_{01}^{ns} & \cdots a_{nm}^{ns} & R_n & S_n \end{bmatrix}_e \\ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} E_{00} \\ E_{01} \\ \vdots \\ E_{nm} \\ f_r \\ f^s \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4-8)$$

同理，在星间单差电离层改正模型中，假定最后一颗为参考卫星，则在建模覆盖的时间长度内的数据中，可以得到任意历元 $e$ 的观测方程：

$$\begin{bmatrix} \Delta \tilde{I}^1 \\ \Delta \tilde{I}^2 \\ \vdots \\ \Delta \tilde{I}^{ns-1} \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} a_{00}^1 & a_{01}^1 & \cdots a_{nm}^1 & S^1 \\ a_{00}^2 & a_{01}^2 & \cdots a_{nm}^2 & S^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{00}^{ns-1} & a_{01}^{ns-1} & \cdots a_{nm}^{ns-1} & S^{n-1} \end{bmatrix}_e \begin{bmatrix} E_{00} \\ E_{01} \\ \vdots \\ E_{nm} \\ f^s \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}_e \quad (4-9)$$

其中， $S^i$ 表示卫星 $i$ 对应的系数矩阵， $i$ 对应的列系数为1，参考卫星对应的列为-1，其余为0。对于任意历元 $e$ ，令：

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y}_e = \begin{bmatrix} \Delta \tilde{I}^1 \\ \Delta \tilde{I}^2 \\ \vdots \\ \Delta \tilde{I}^{ns-1} \end{bmatrix}_e \\ \mathbf{H}_e = \begin{bmatrix} a_{00}^1 & a_{01}^1 & \cdots a_{nm}^1 & S^1 \\ a_{00}^2 & a_{01}^2 & \cdots a_{nm}^2 & S^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{00}^{ns-1} & a_{01}^{ns-1} & \cdots a_{nm}^{ns-1} & S^{n-1} \end{bmatrix}_e \\ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} E_{00} \\ E_{01} \\ \vdots \\ E_{nm} \\ f^s \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4-10)$$

其中

$$a_{ij}^s = F \cdot [mf^s \cdot (\varphi^s - \varphi_0)^i (S^s - S_0)^j - mf^{ref} \cdot (\varphi^{ref} - \varphi_0)^i (S^{ref} - S_0)^j] \quad (4\text{-plus})$$

则上述两种改正模型有任意历元 $e$ 的观测方程的可简写为：

$$\mathbf{y}_e = \mathbf{H}_e \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4-11)$$

记历元 $e$ 时刻电离层单差观测值的先验权矩阵为 $\mathbf{W}_e$ ，则法方程可写为：

$$\mathbf{H}_e^T \mathbf{W}_e \mathbf{H}_e \mathbf{x} = \mathbf{H}_e^T \mathbf{W}_e \mathbf{y}_e \quad (4-12)$$

若存在 $ne$ 个需要叠加的历元，即有

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{H}_1 \mathbf{x} = \mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{H}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{H}_2 \mathbf{x} = \mathbf{H}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{ne}^T \mathbf{W}_{ne} \mathbf{H}_{ne} \mathbf{x} = \mathbf{H}_{ne}^T \mathbf{W}_{ne} \mathbf{y}_{ne} \end{array} \right. \quad (4-13)$$

对 (4-13) 中的 $ne$ 个进行相加然后求解参数，得

$$\begin{aligned} & (\mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{H}_2 + \cdots + \mathbf{H}_{ne}^T \mathbf{W}_{ne} \mathbf{H}_{ne}) \mathbf{x} \\ &= \mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{y}_1 + \mathbf{H}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{y}_2 + \cdots + \mathbf{H}_{ne}^T \mathbf{W}_{ne} \mathbf{y}_{ne} \end{aligned} \quad (4-14)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (\sum_{i=1}^{ne} \mathbf{H}_i^T \mathbf{W}_i \mathbf{H}_i)^{-1} \sum_{i=1}^{ne} \mathbf{H}_i^T \mathbf{W}_i \mathbf{y}_i \quad (4-15)$$

通过上述法方程叠加的方法就可以解的电离层的模型参数和硬件延迟参数。

#### 4. 2. 3 硬件延迟参数基准

从星间单差电离层改正模型表达式可以看出，所有观测方程中，所有硬件延迟都是基于星间单差计算得到的，所以直接解算得到的卫星端硬件延迟是没有基准的，在迭代的时候就无法判断卫星硬件延迟参数是否收敛，故需要为每一个卫星系统选定一颗卫星作为基准星，并把基准卫星的硬件延迟强约束为某一常数。值得注意的是，基准卫星与参考卫星不同，参考卫星只需要保证同一个历元内卫星系统的参考卫星不变即可，而且随着观测的推移即使同一个建模时段，不同的历元的参考卫星是不一样的。但基准卫星必须保证整个建模时段用到的所有历元的基准卫星不变。一般而言，广域星间单差电离层建模时段长度在 10~20min 之间，可选取建模时段开始历元的最高高度角卫星作为基准卫星，因为在 10~20min 的观测时段内，开始历元最高卫星高度角的卫星可以一直在可视范围内。在列观测方程时，本文引入虚拟观测方程的概念。需要加入基准卫星的虚拟观测方程，并给予虚拟观测方程一个很大的权，这样就可以把基准卫星的卫星端硬件延迟约束为某一常数。

#### 4. 2. 4 迭代抗差

在实时建模过程中，非差非组合 PPP 提取的电离层观测值的精度没有一个常规的或第三方长期检核的评定标准，所以在进行建模解算的时候，需要一定的质量控制手段来提高建模的精度。在假定天顶方向电离层的物理特性符合的

VTEC 多项式模型的前提下, 通过残差来不断调整电离层观测值的权重可以不断提高模型的精度, 故需要不断迭代使得解算的参数收敛。在首次迭代时, 可以利用非差非组合 PPP 解算电离层参数的方差-协方差阵和卫星高度角进行先验定权:

$$W_r^s = \frac{\sin^2(el^s)}{(std_r^s)^2 + (std_r^{ref})^2} \quad (4-16)$$

其中,  $W_r^s$  代表权重;  $el$  代表卫星高度角;  $std$  代表观测值中误差。

当非首次迭代时, 为了达到抗差的效果电离层观测值的观测噪声采用等价方差进行替换。目前, 常用的等价权函数有丹麦法<sup>[53]</sup>、Huber 法<sup>[54]</sup>、IGG ( I ~ III ) 系列方案等<sup>[55,56]</sup>。本文迭代抗差中, 采用 IGGIII 方案, 其等价权可以表示为<sup>[57]</sup>:

$$W_r^s = \begin{cases} \frac{\sin^2(el^s)}{(std_r^s)^2 + (std_r^{ref})^2}, & |\bar{v}_s| \leq k_0 \\ \frac{\sin^2(el^s)}{(std_r^s)^2 + (std_r^{ref})^2} \cdot \frac{k_0}{|\bar{v}_s|} \left( \frac{k_1 - |\bar{v}_s|}{k_1 - k_0} \right)^2, & k_0 \leq |\bar{v}_s| \leq k_1 \\ 0, & |\bar{v}_s| \geq k_1 \end{cases} \quad (4-17)$$

其中,  $k_0$ 、 $k_1$  为常数, 通常取  $k_0=1.5$ ,  $k_1 = 3.0$ ;  $\bar{v}_s$  为标准化残差, 其计算方法如下:

$$\bar{v}_s = \frac{y^s - \hat{y}^s}{sigma_s} \quad (4-18)$$

其中,  $y^s$ 、 $\hat{y}^s$  分别为上一次迭代的残差值和电离层观测值;  $sigma_s$  为卫星  $s$  上一次迭代中电离层残差的标准差估计, 其表达为:

$$sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i^s - \hat{y}_i^s)^2}{n-1}} \quad (4-19)$$

$n$  表示观测数目。

#### 4.3 广域电离层模型对比实验分析

本文选取了欧洲地区 58 个 IGS 站进行试验分析, 范围基本覆盖整个欧洲地区。实验选取了 2018 年 11 月 4 日的 GNSS 观测文件, 其中服务端非差非组合 PPP 提取电离层延迟值采用 30s 采样间隔的观测数据。由于这些 IGS 跟踪站中大部分无 GALILEO 以及 BDS 的观测数据, 本文的事后实验中主要针对 GPS 和 GLONASS 双系统进行分析。本章两种模型建模均在服务端中进行, 为得到高精度的等效电离层参数, 服务端对跟踪站进行非差非组合 PPP 时, 由于跟踪站的站坐标已知, 可对观测方程中的站坐标进行超紧约束。另一方面, 上海华测导航技

术有限公司提供事后/实时低延迟的宽窄巷 FCB 产品，本文利用这些产品，对跟踪站进行非差非组合 PPP 时，采用卫星模糊度部分固定的策略，进一步提高非差非组合 PPP 提取等效电离层延迟的精度。实验测站分布如下：

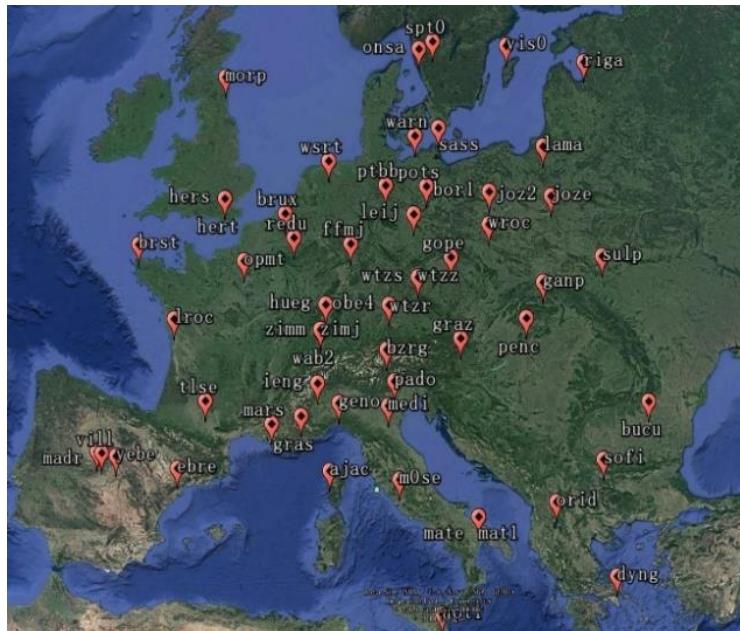


图 4-1 实验测站分布图

#### 4.3.1 实验软件系统介绍

实验采用上海华测导航技术股份有限公司的 CORSPPP2010 程序作为服务端非差非组合 PPP 提取跟踪测站电离层延迟的程序，得到不同穿刺点不同卫星的斜路径电离层延迟值后，根据上述方法进行广域电离层建模。该程序是上海华测导航技术股份有限公司采用非差非组合 PPP 数学模型针对 PPP-RTK 技术的服务端软件，其中还包括必要的实时/事后模块：卫星钟差模块、相位偏差改正（FCB）模块、区域/广域大气模型改正模块等。用户端采用的是上海华测导航技术股份有限公司开发的 SWASPPP 程序，该程序在定位算法与技巧策略上与服务端的 CORSPPP2010 程序保持一致，可接收服务端通过网络实时播发的卫星钟差、相位偏差改正数、区域/广域大气改正模型等参数。

在模糊度固定方面，服务端的 CORSPPP2010 与用户端的 SWASPPP 采用相同的固定策略——部分模糊的固定。服务端和用户端在非差非组合 PPP 定位时，使用了 FCB 模块的 FCB 产品，可对 GPS/GALILEO/BDS 三系统进行模糊度固定。GLONASS 系统因为采用频分多址的模式，不易于对模糊度进行固定，所以该套程序未对其进行模糊度固定，只对 GLONASS 系统卫星进行卡尔曼滤波得

到待估参数的浮点解。在上述服务端中相位偏差改正模块中，估计了不同卫星的宽窄巷的相位偏差，根据宽巷相位偏差单天平稳、窄巷相位偏差短时间平稳的特点，对于不同卫星的宽巷相位偏差参数一天估计一个、窄巷相位偏差参数 15 min 估计一个。

根据宽巷模糊度具有长波长更容易进行模糊度固定的特点，为提高模糊度固定的成功率，程序先把卡尔曼滤波计算的浮点模糊度组合成宽窄巷模糊度。由于模糊度中含有接收机端和卫星端的相位偏差（UPD），实际上计算的组合宽窄巷模糊度是不具有整周特性的，要进行模糊度固定，先要恢复其整周特性。选定一个参考卫星进行卫星间单差以消除接收机端 UPD 的影响，同时使用 UPD 成品进行卫星端的 UPD 修正。其 UPD 产品亦通过该程序的 FCB 估算模块进行计算。在宽巷模糊度固定时执行以下策略：(a) 采用直接取整法对浮点模糊度小数部分小于 0.25 周的浮点解直接取整；(b) 利用 LAMBDA 搜索法，对宽巷模糊度进行搜索；(c) 综合 (a)、(b) 步骤，获得最终的宽巷整周模糊度。以宽巷的单差浮点模糊度为观测值、宽巷的单差整周模糊度为观测真值，与 L1、L2 的单差浮点模糊度组成观测方程，进行滤波更新，获得更新后的 L1、L2 单差浮点模糊度。对 L1、L2 的窄巷 UPD 进行修正，然后利用 LAMBDA 搜索法进行 N1 单差模糊度进行搜索，根据宽巷单差整周模糊度和 N1 单差模糊度确定 N2 单差整周模糊度。同理，N1 模糊度固定后，对其他参数进行更新。

为适应电离层的变化，建模数据弧长为 20min，以建模时段的中间时刻作为建模参考时刻，每隔 10min 估计一套 4\*4 阶 VTEC 多项式参数和卫星端硬件延迟参数。在此基础上，使用上海华测导航技术股份有限公司的 SWASPPP 程序进行非差非组合动态 PPP 定位收敛效果的验证，其核心算法与服务端的 CORSPPP2010 程序保持一致。

#### 4.3.2 硬件延迟

一般认为，接收机和卫星端的硬件延迟是稳定的。通常两种方法获得硬件延迟参数，一是硬件标定法，即接收机或者卫星在生产完成后由厂商通过硬件监测的方法得到硬件延迟参数，但随着硬件的使用，硬件延迟在的外部环境和本身性能也在变化，会导致标定值与真实值不符。另一种方法就是通过参数估计的方法，通常使用 GNSS 观测值计算电离层 TEC 的同时估计接收机和卫星端硬件延迟。

在上述两种电离层改正模型中, 基于非差非组合 PPP 的提取方法, 非差电离层改正模型同时估计了接收机端硬件延迟和卫星端硬件延迟, 星间单差电离层改正模型中则通过单差的方法消除接收机端的硬件延迟, 估计了单差后的卫星硬件延迟。由于不同系统的所对应的接收机硬件延迟不同, 本实验对 GPS 系统以及 GLONASS 系统的两种接收机硬件延迟都进行了估计。

由于服务端建模使用的跟踪站较多, 本文选取其中 10 个测站作为代表例子进行分析。图 4-2 和图 4-3 为非差电离层改正模型的测站双系统估计的接收机的硬件延迟序列: 图 4-2 为 GPS 系统接收机硬件延迟, 图 4-3 为 GLONASS 系统。图 4-4 为非差电离层改正模型的测站硬件延迟中两个系统的 STD 比较。由图 4-2 和图 4-3 可以看出, GPS 系统解算的测站硬件延迟要比 GLONASS 系统更加稳定, 更符合测站硬件延迟短期为一个常数的特征, GLONASS 部分测站的某些时段波动较大, 连贯性较差。图 4-4 定量说明 GPS 系统测站的硬件延迟 STD 要比 GLONASS 系统明显要好。

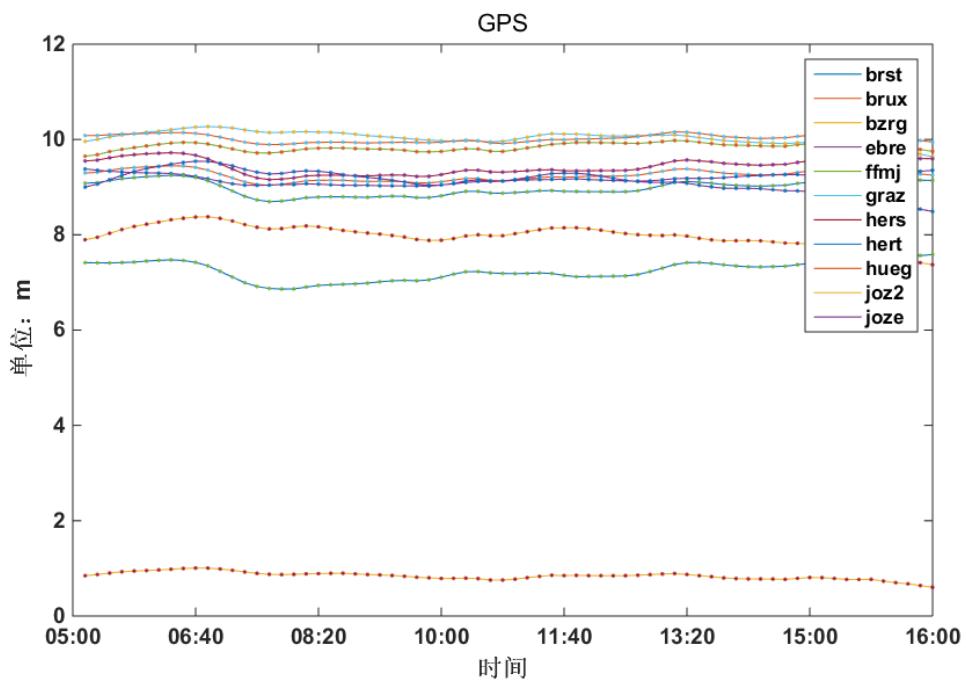


图 4-2 非差电离层改正模型测站 GPS 硬件延迟序列

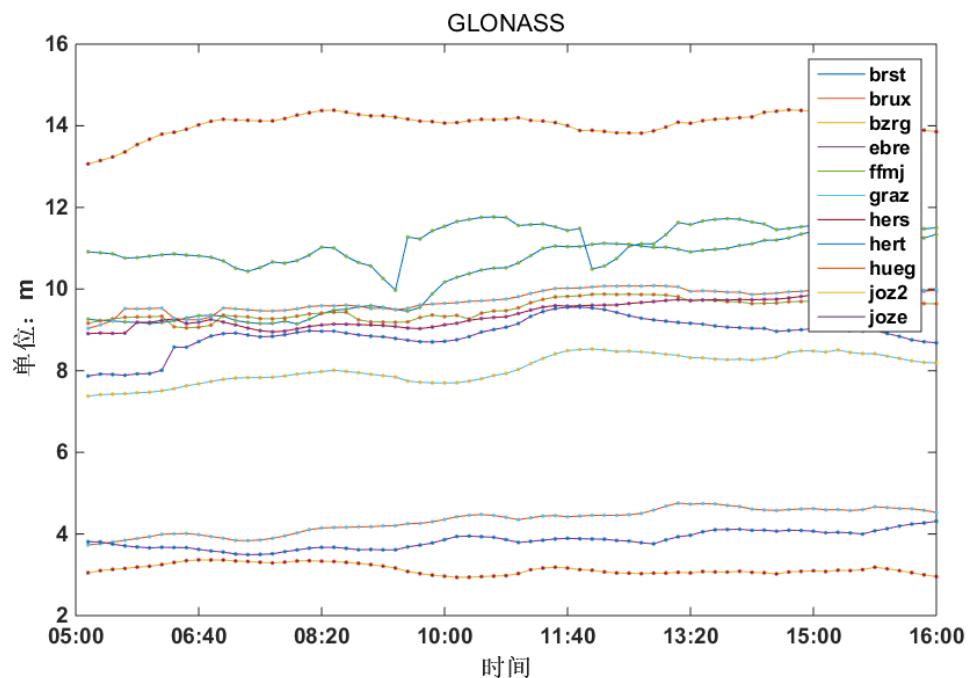


图 4-3 非差电离层改正模型测站 GLONASS 硬件延迟序列

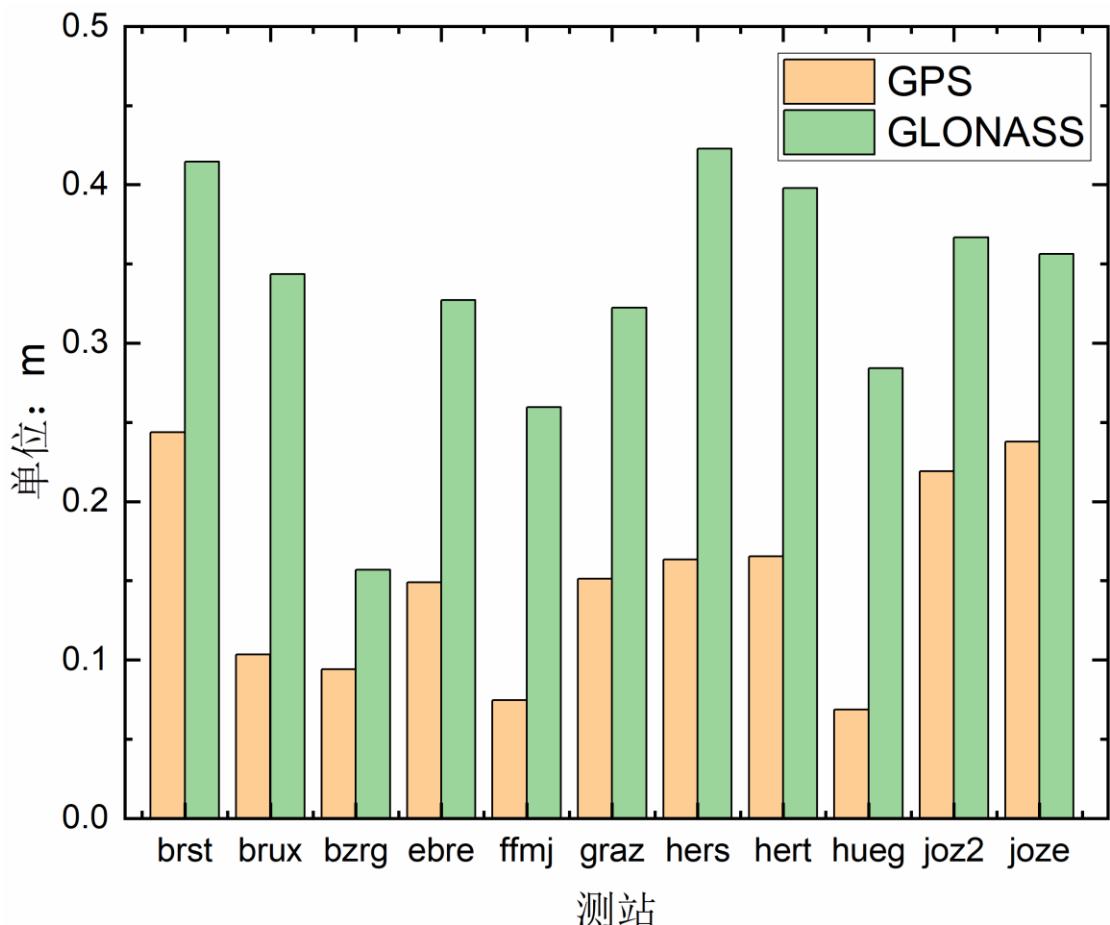


图 4-4 非差电离层改正模型测站 GPS/GLONASS 硬件延迟 STD

非差电离层改正模型中 GPS 和 GLONASS 系统测站硬件延迟的差异一方面是由于 GPS 系统的观测量噪声要比 GLONASS 系统低, GPS 数据的质量较好; 另一方面, 服务端通过非差非组合 PPP 进行等效电离层延迟提取时, GPS 系统采用模糊度固定后的等效电离层延迟作为观测值, 而 GLONASS 则采用浮点解, 两者精度的差别亦造成了两个系统在建模时的观测数据质量的差异。

在卫星端硬件延迟方面, 由于建模区域非全球区域无法对单颗卫星进行长时间跟踪。另一方面因为星间单差电离层改正模型每个系统的约束卫星选择卫星高度角最高的卫星, 在一段时间内由于卫星高度的起落, 导致约束卫星的变化也使得参考基准在一直变化, 无法对卫星硬件延迟进行一个长时间的评估。基于这些原因, 本文不对卫星硬件延迟做展开说明。

#### 4. 3. 3 内外符合精度

模型的内外符合精度是检验模型的精度的重要指标。由于通过非差非组合 PPP 提取的等效电离层延迟值中既含有卫星端也含有接收机端硬件延迟, 因此本文采用非差电离层改正模型和星间单差电离层改正模型对卫星端和接收机端硬件延迟进行处理, 两种模型除了基于 VTEC 多项式模型估计电离层参数外还估计相应的硬件延迟参数。在 PPP-RTK 的应用场景中, 非差非组合 PPP 估计了等效电离层延迟参数, 因此模型建模质量取决于实际拟合的等效电离层延迟的精度, 内外符合精度亦是针对等效电离层延迟而言的。

##### 4. 3. 3. 1 内符合精度

模型内符合精度是指使用参与建模的测站建模并通过模型拟合出测站不同时刻的等效电离层延迟值, 通过对建模的观测值与拟合值的差值可得到一系列的拟合残差。由于上述两种模型中一种是基于非差处理, 另一种是基于星间单差得到的, 通过各自模型拟合的等效电离层延迟也是基于非差和星间单差的拟合值, 因此要比较两种模型必须要统一比较标准。由于用户端 PPP 在使用模型时是基于星间单差的, 其原因在下一节详细说明, 因此本文比较符合精度时都统一采用星间单差等效电离层延迟作为比较标准。电离层改正模型中以各个卫星系统最高卫星高度角卫星作为参考卫星, 每颗卫星的拟合值与观测值都相应地与参考星的拟合值和观测值作差, 这样可以得到每颗卫星拟合值的单差值和观测值单差值,

两者之差即为拟合差。以 graz 测站为例, 对每个历元都按照上述方法计算可以得不同卫星的残差序列如下:

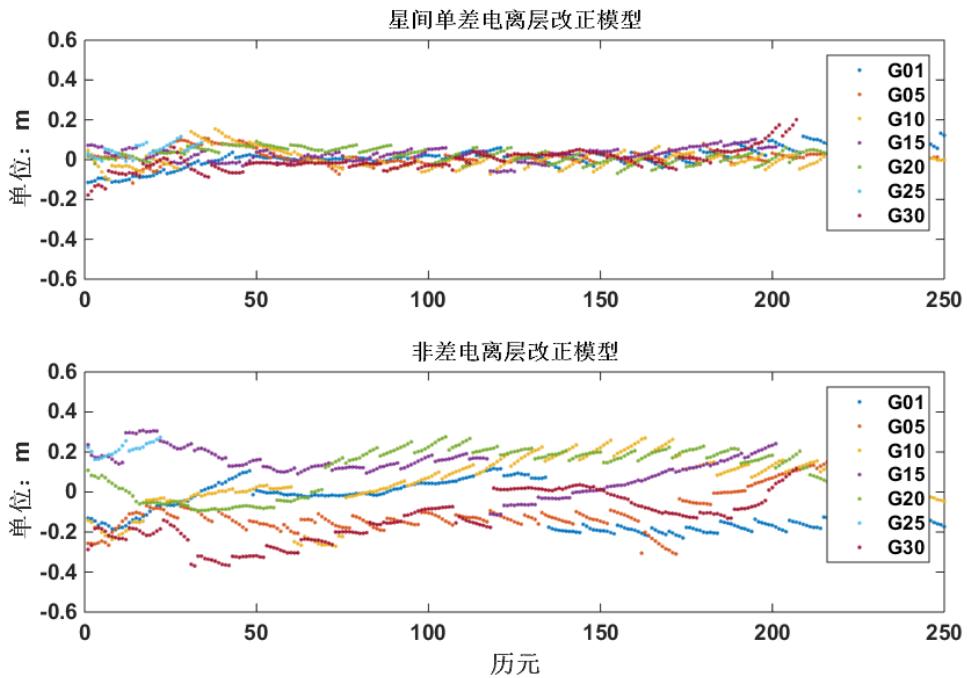


图 4-5 GPS 系统模型内符合残差序列

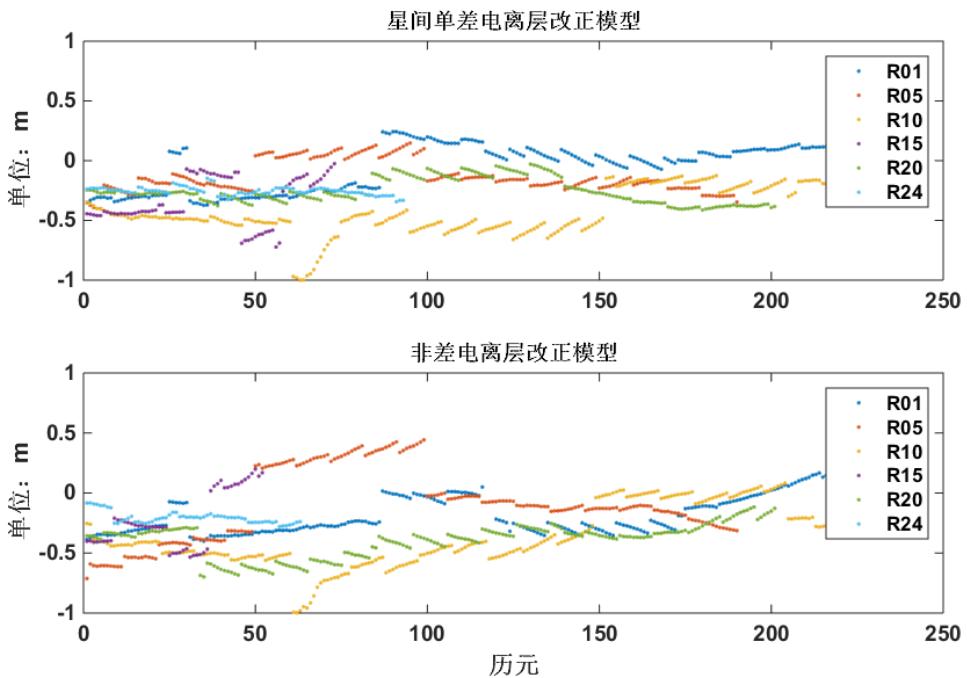


图 4-6 GLONASS 系统模型内符合残差序列

图 4-5 和图 4-6 中各个卫星的残差序列不连贯的现象是由于在一段时间内, 卫星系统中参考卫星在不断变化导致的。从上面两个图可以看出, 在相同的改正模型中, GPS 系统的卫星残差要比 GLONASS 系统卫星残差要小; 在不同的改

正模型中, 星间单差电离层改正模型残差值比非差电离层改正模型残差小, 其中 GPS 卫星系统的对比效果明显。以下是 UTC 时 3 时到 22 时 GPS、GLONASS 在 graz、hueg、redu 三个站在不同的建模站数条件下的 RMSE 值。其中均方根误差定义如下:

$$RMSE = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2 + (x_2 - \bar{x}_2)^2 + \dots + (x_n - \bar{x}_n)^2}{n}} \quad (4-20)$$

其中,  $x_1, x_2 \dots x_n$  表示观测值;  $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \dots \bar{x}_n$  表示真值;  $n$  表示观测值个数。

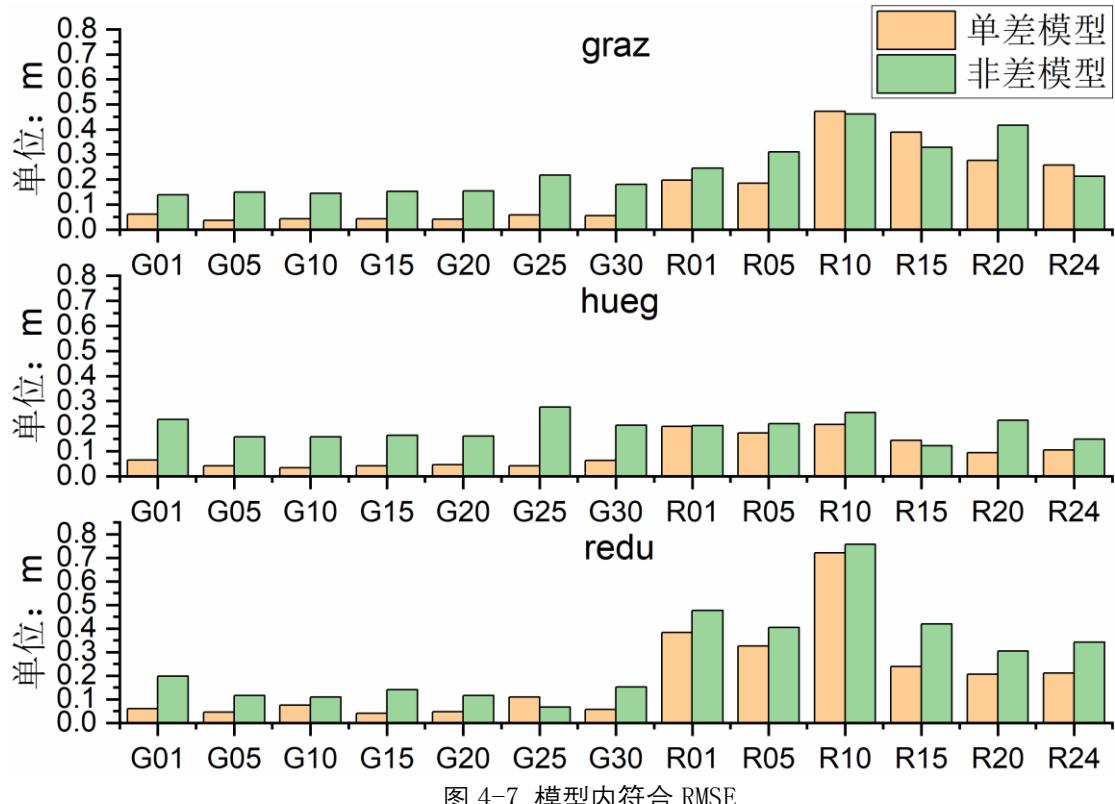


图 4-7 模型内符合 RMSE

从图 4-7 上看, 星间单差电离层改正模型的卫星 GPS 系统 RMSE 在 1TECU 以内, 非差电离层改正模型 GPS 系统在 2 个 TECU 左右; GLONASS 系统相对较差, 总体而言, 两种模型基本在 3 个 TECU 左右, 星间单差电离层模型也比非差电离层改正模型要好。

#### 4. 3. 3. 2 外符合精度

一般要求得电离层模型的外符合精度需要使用第三方产品进行比较, 通常使用 CODE 等机构发布的 GIM 等精密产品。CODE 等机构播发的 GIM 等精密产品基于相位平滑伪距的方法提取的生成的网格电离层, 其标称精度为 2~8TECu, 由于本文采用非差非组 PPP, 电离层延迟值提取精度(含硬件延迟)可达几个厘

米, 所以理论上提取精度要比 GIM 产品要高; 另一方面, GIM 生成的网格电离层为电离层延迟的绝对值, 本文采用的电离层模型中都估计硬件延迟的方式进行建模, 模型对绝对电离层延迟值不敏感, 对绝对电离层延迟值与硬件延迟的组合值敏感。因此外符合精度中, 采用未参与建模的测站来进行检核。计算方法与内符合精度一样, 但在计算外符合精度时采用未参与建模的测站。实验中剔除 graz、hueg、redu 三个测站重新建模, 根据模型参数可得到图 4-8 和图 4-9 类似的残差序列, 外符合的结果与此类似, 本文不做累述, 计算这三个测站卫星的外符合 RMSE 与内符合 RMSE 比较如下:

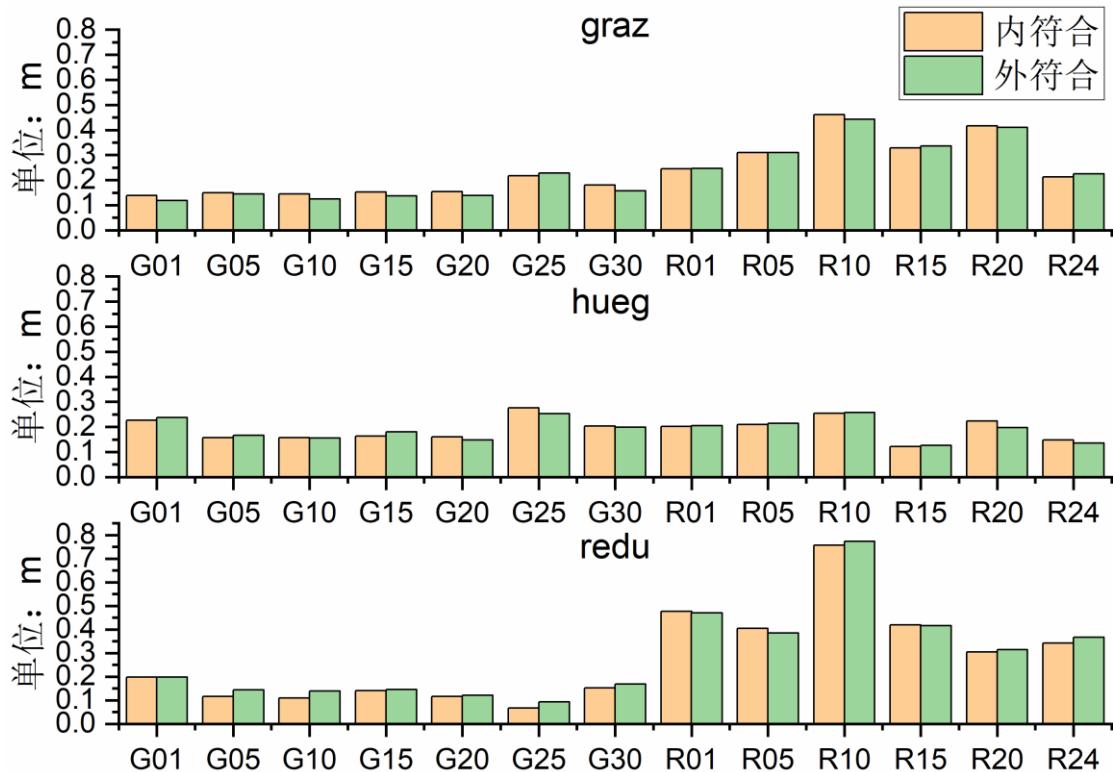


图 4-8 非差电离层改正模型内外符合 RMSE 比较

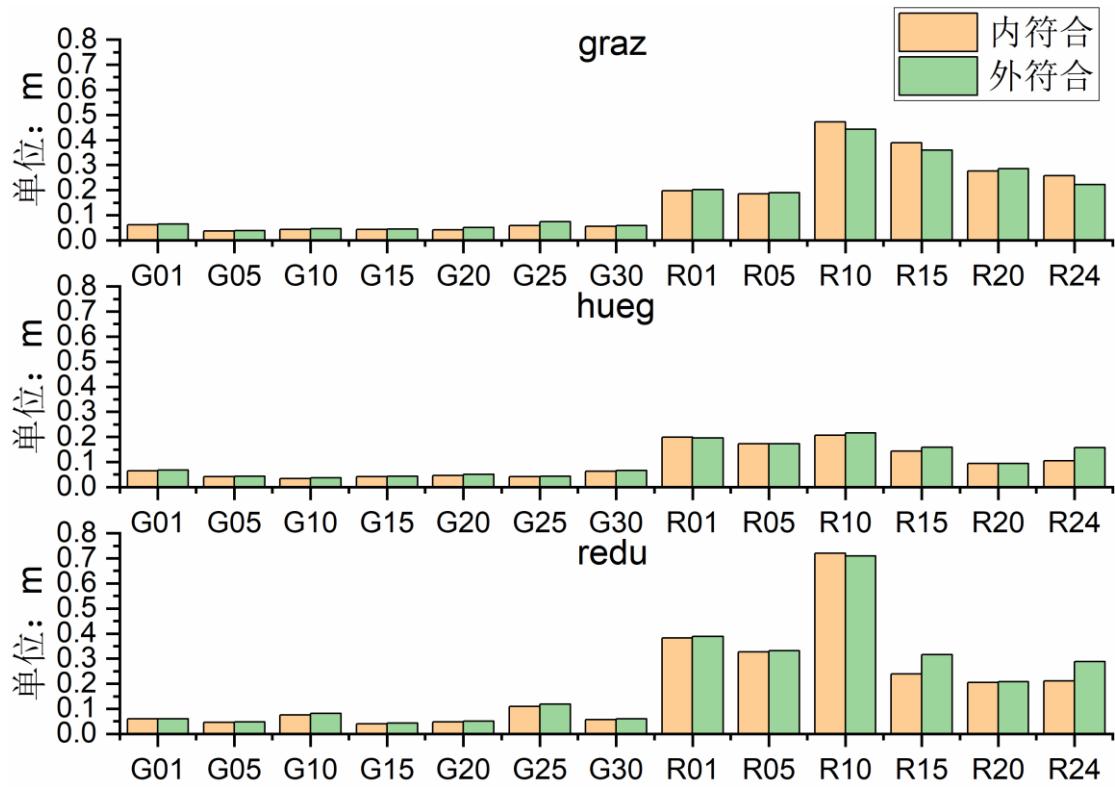


图 4-9 星间单差电离层改正模型内外符合 RMSE 比较

从图 4-8 和图 4-9 中可以看出，无论是非差电离层改正模型还是星间单差电离层改正模型，其内符合与外符合 RMSE 差别很小，这种差别在定位中甚至可以忽略不计。外符合精度可以认为是用户端获得电离层的模型参数后可以拟合出相同精度的等效电离层延迟值，这对于用户端 PPP 测试有着重大意义。

内外符合精度是衡量电离层模型精度的重要指标。上述的实验可以说明在两种电离层模型中，星间单差电离层改正模型的拟合稳定性和模型的拟合精度要比非差电离层改正模型要高。星间单差电离层改正模型由于不估计接收机端硬件延迟，其参数较非差电离层改正模型少，采用星间单差的方法一方面可以消掉接收机端的误差，另一方面与下一节将详细说明的用户端电离层参数单差约束切合，自洽性强。由于建模数据时段较传统时间较短，接收机硬件延迟稳定性较差，模型效果不及星间单差电离层改正模型。

#### 4.4 星间单差电离层模型 PPP 收敛测试

4.3 小节实验可以得到非差电离层改正模型的内外符合精度不如星间单差电离层改正模型的效果好，由此可以推知星间单差电离层改正模型更好。另一方面由于在用户端中，用户无法获得自身接收机各个卫星系统的硬件延迟，因此无法

直接使用非差电离层改正模型的接收机端硬件延迟。为消除用户端接收机硬件延迟的影响, 本文将采用星间单差的方法对电离层参数进行约束, 引入电离层虚拟观测值的概念, 电离层虚拟观测值的构建方法与星间单差电离层改正模型的是一致的。综上所述, 为获得更高精度的电离层模型以及兼顾用户端应用需求, 本文在 PPP 实验中仅采用星间单差电离层改正模型进行。

#### 4.4.1 欧洲地区事后 PPP 实验

##### (1) 用户端电离层约束

服务端的实验数据、软件系统与 4.3 小节中的相同, 每隔 10min 估计一套 4\*4 阶 VTEC 多项式参数和卫星端硬件延迟参数, 在本小节实验中, 加入用户端系统进行测试。用户端实验中, 测站分布如图 4-1, 由于采用事后 PPP 实验, 服务端非差非组合 PPP 采用精密星历, 提取电离层延迟后进行建模, 获得的电离层模型参数通过文件产品的形式加入到用户端的非差非组合 PPP 中。得到星间单差电离层改正模型的电离层参数和卫星硬件延迟参数后, 用户端根据自身接收机的经纬度, 按照 (4-5) 式可以拟合出实时的用户测站的星间单差等效电离层延迟。这里引入电离层延迟虚拟观测值的概念<sup>[59]</sup>, 将星间单差的等效电离层延迟虚拟观测值  $\Delta\tilde{I}^s$  加入到原来的伪距载波相位观测方程中。方程同样以最高卫星高度角的卫星作为参考卫星。为方便表述, 设最后一颗 (第  $n$  颗) 卫星为参考星, 加入电离层单差虚拟观测值后, 观测方程可改写为:

$$\begin{bmatrix} P_1^1 \\ L_1^1 \\ P_2^1 \\ L_2^1 \\ \vdots \\ P_2^n \\ L_2^n \\ \Delta\tilde{I}^1 \\ \vdots \\ \Delta\tilde{I}^{n-1} \end{bmatrix} = [\mathbf{u} \quad \mathbf{s} \quad MF^s \quad \mathbf{C} \quad \mathbf{D}] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ dt \\ T \\ \tilde{I} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} + [\boldsymbol{\varepsilon}_p \quad \boldsymbol{\varepsilon}_L \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{\Delta\tilde{I}}], \quad \mathbf{Q}_p, \quad \mathbf{Q}_L, \quad \mathbf{Q}_{\Delta\tilde{I}} \quad (4-21)$$

其中, 等式左边下标表示频率, 上标表示卫星号;  $\Delta\tilde{I}$  表示电离层虚拟观测值; 等式右边粗体均为矩阵, 其中  $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{x}$  分别表示坐标参数系数矩阵和坐标参数矩阵;  $\mathbf{s}$ 、 $dt$  分别表示不同卫星系统的接收机钟差矩阵和接收机钟差;  $\mathbf{D}$  代表伪距和相位观测值的模糊度参数系数矩阵, 观测值为伪距时, 其对应的元素为 0, 相位观测

值对应的元素为 1;  $\tilde{I}$  为等效斜路径电离层延迟;  $\mathbf{0}$  表示零矩阵;  $\boldsymbol{\varepsilon}_p$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}_L$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}_{\Delta I}$  分别表示伪距、相位、电离层单差虚拟观测值的观测噪声;  $\mathbf{Q}_p$ 、 $\mathbf{Q}_L$ 、 $\mathbf{Q}_{\Delta I}$  分别表示伪距、相位、电离层单差虚拟观测值的方差矩阵;  $\mathbf{K}$  表示电离层单差约束的系数矩阵, 去掉全为 0 的行和列, 假设最后一颗 (第  $n$  颗) 卫星为参考星, 则可表示为:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & -1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4-22)$$

$(n-1) \times n$

在给予电离层的虚拟观测值合适的观测方差, 就可以使得各参数快速解算, 从而加快 PPP 的收敛速度。本文对 GPS/GLONASS 双系统的电离层虚拟观测值的定权方法<sup>[60]</sup>如下:

$$var = (a^2 + \frac{a^2}{\sin^2(el)}) \cdot k \quad (4-23)$$

$$W = \frac{1}{var} \quad (4-24)$$

其中,  $var$  为方差, 通过实验验证, 经验地, 设  $a = 0.1$ , GPS 系统  $k = 10$ , GLONASS 系统  $k = 50$ ,  $el$  为卫星高度角,  $W$  为权。

## (2) 用户端 PPP 非差非组 PPP 收敛测试

在服务端中, 由于需要对几十个地面跟踪测站进行非差非组合 PPP 解算, 得到的等效电离层观测的数据量比较大, 因此采用 30s 的采样间隔。在用户端非差非组合 PPP 中, 为加快收敛速度, 采用的是 1s 采样间隔的高采样率数据。在用户端 PPP 非差非组 PPP 收敛测试中, 使用多个测站多个时段进行测试, 把 2018 年 11 月 4 日 4~21 时分成若干个不重叠的时段, 每个时段长度为 1 小时。实验中, 对同一个测站的同一时段进行附加电离层模型约束和无约束的非差非组合动态 PPP, 通过比较其首次收敛时所需的时间来验证模型的效果。

由于电离层对GNSS定位的水平方向的结果产生影响,所以实验中以水平方向的收敛时间作为判断依据。本文以水平定位误差连续600个历元内不超过0.05m阈值则认为定位结果收敛。由于选用的测站为IGS跟踪站,因此采用IGS机构提供的IGS站周天解文件中的坐标作为用户端测站的坐标真值。图4-10为测站graz的两个时段,附加电离层约束、无约束的动态坐标与真值差值在NEU三个方向上的时间序列。

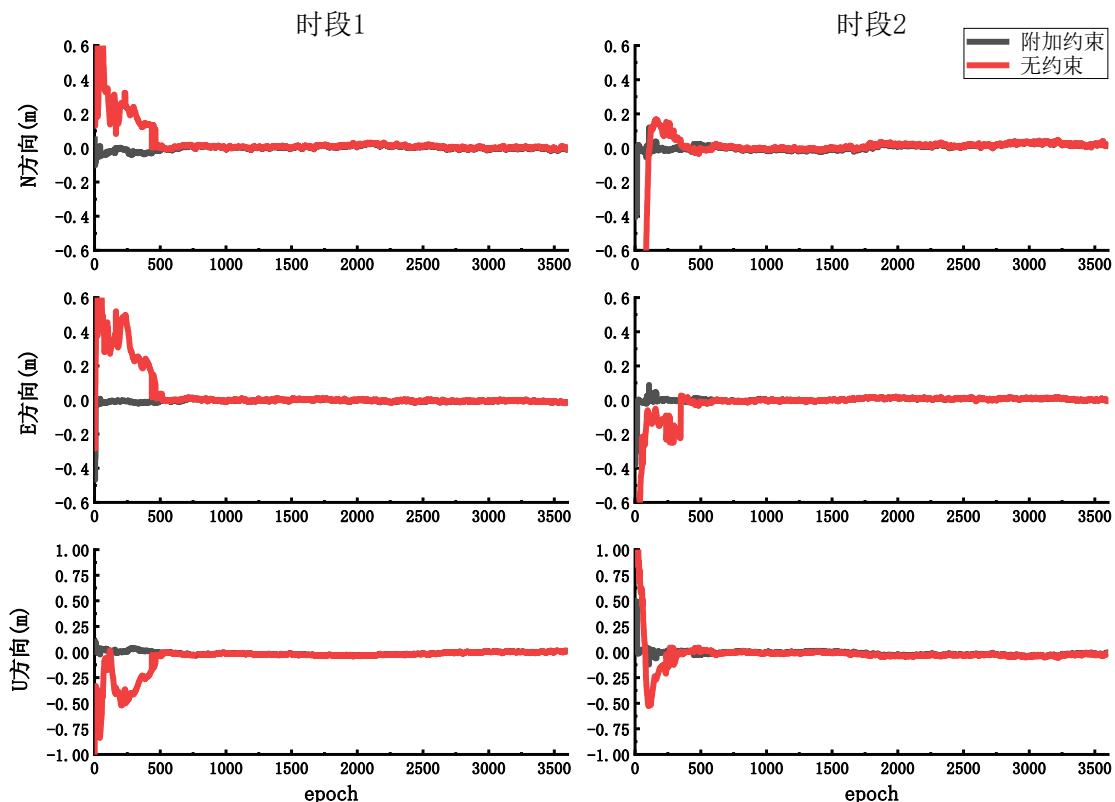


图4-10 graz站两个时段附加电离层约束与无电离层约束获取的动态坐标与真值差值序列

图 4-11 以 graz、hueg 测站为例, 对比附加电离层约束和无约束两种模式下 PPP 的首次收敛时间。

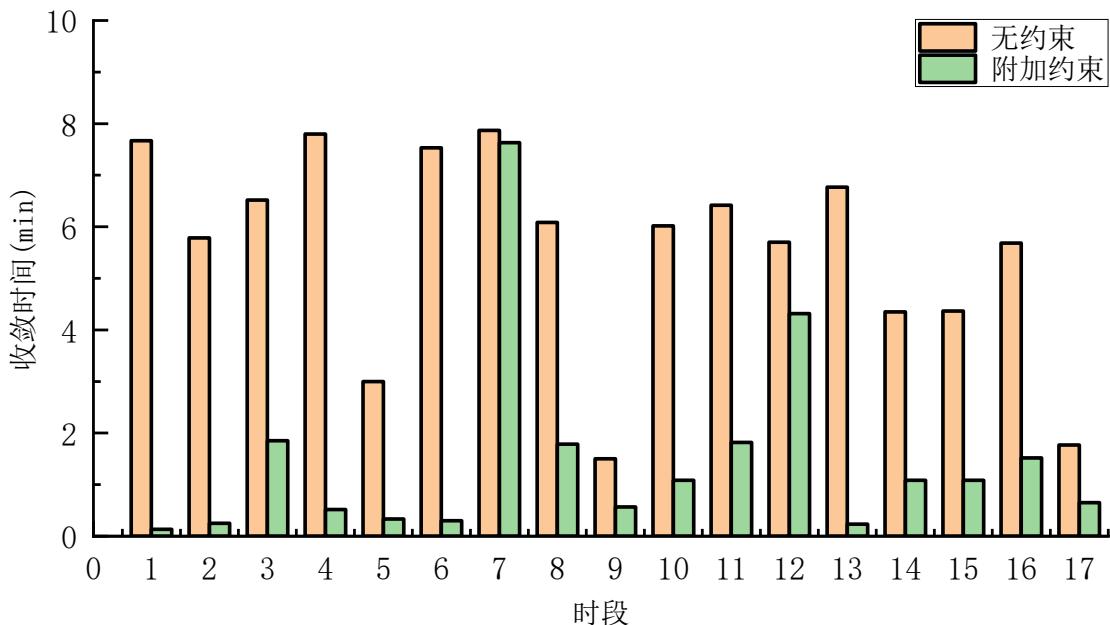


图 4-11 graz 测站电离层约束与无电离层约束动态 PPP 的收敛时间

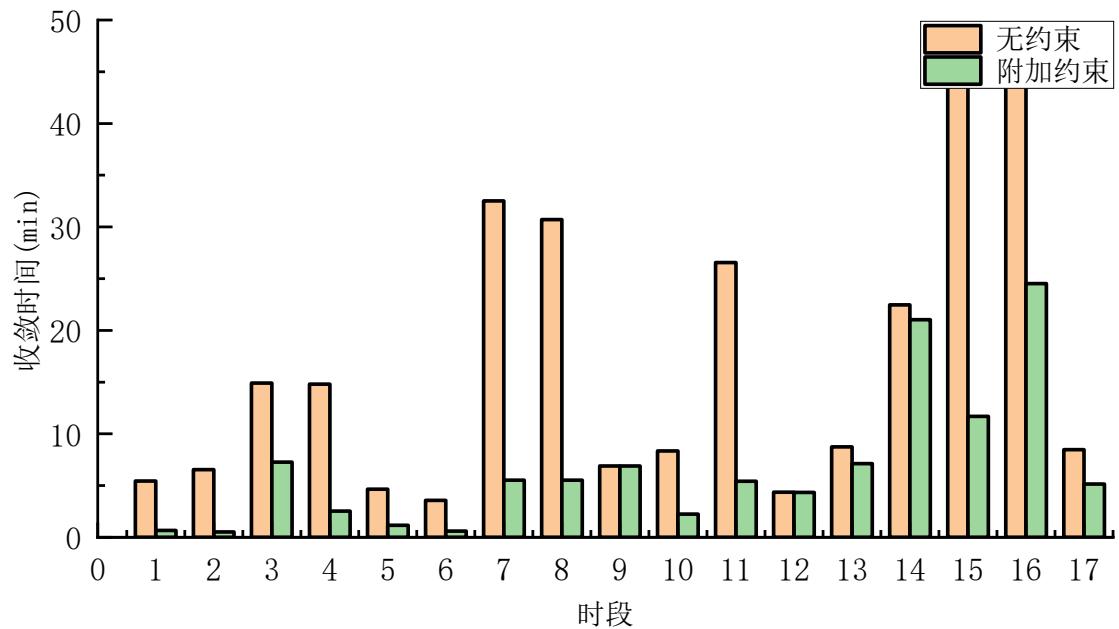


图 4-12 huge 测站电离层约束与无电离层约束动态 PPP 的收敛时间

从图 4-10、图 4-11 和图 4-12 可以看出, 附加电离层约束的 PPP 效果要比无约束 PPP 要好, 且在大部分时段中, 前者的提升效果明显。但图 4-11 和图 4-12 也存在一些提升幅度不大的时段, 主要是由于目前没有从理论上推导出一个合适的定权方法, 而采用的是经验定权, 因此用户端的附加电离层约束 PPP 在不同时段的定权效果出现偏差, 导致约束效果不佳。对于精细化的定权策略, 需要后续再进行深入的研究。

为验证模型的约束效果, 选取建模区域中 ffmj、gras、graz、hueg、leij、redu、wtzr、zim2 这 8 个站采用 1s 采样率的观测文件进行动态 PPP。实验为比较附加电离层约束与无电离层约束 PPP 的收敛效果, 分别对两种模式的收敛时间和收敛提升效果进行统计, 共获得 136 个统计时段, 其统计表如下:

表 4-1 收敛时间统计表

	5min 内	10min 内	15min 内	25min 内	25min 以上
附加电离层约束	78 (57.35%)	97 (71.32%)	122 (89.7%)	132 (97.06%)	4 (2.94%)
无约束	15 (11.03%)	64 (47.06%)	91 (66.91%)	110 (80.88%)	26 (19.12%)

表 4-2 收敛时间提升百分比统计表

统计时段总量	136	占总量百分比
提升个数	124	91.18%
提升 20%以上个数	113	83.09%
提升 50%以上个数	95	69.85%

由表 4.4.1-1 可以看出, 附加电离层约束 PPP 中, 78 个时段收敛时间在 5min 内、97 个时段在 10min 内、122 个时段在 15min 内、132 个时段在 25min 内、4 个时段在 25min 以上, 分别占时段总数的 57.35%、71.32%、89.7%、97.06% 和 2.94%; 在无约束 PPP 中, 上述收敛时间内结果分别为 15、64、91、110, 占时段总数的 11.03%、47.06%、66.91%、80.88% 和 19.12%。由表 4.4.1-2 可知, 收敛时间有提升的时段共有 124 个, 占统计总数的 91.18%; 收敛时间提升超过 20% 以上的时段有 113 个, 占统计总数的 83.09%; 收敛时间提升 50% 以上的有 95 个, 占统计总数的 69.85%。从实验结果可以看出, 通过附加广域单差电离层模型约束的 PPP 收敛速度较无约束的 PPP 有显著的提升。

#### 4.4.2 中国地区实时 PPP 测试

4.4.1 中是基于事后产品的 PPP 测试, 本节中本文利用华中地区的 30 多个测站进行服务端实时的星间单差电离层建模, 并以另外几个测站作为用户端进行测试。服务端的各种改正数和建模参数采用网络播发的方式进行传输。

##### 4.4.2.1 RTCM 介绍

无论差分的网络 RTK 还是 PPP-RTK 技术, 实时的改正参数、模型参数播发

是其得以广泛推广的重要前提。在 PPP-RTK 中，用户端需要实时频繁地接收服务端的各种改正参数和模型参数，因此播发的数据格式在整个播发效率中显得十分重要。现阶段使用的 RTCM Version3.1 在网络 RTK 中得到广泛应用，其数据格式设计在 PPP-RTK 中亦能发挥同样作用。下面本文将简要介绍 RTCM，并参照 RTCM 格式对电离层模型参数进行编码设计。

RTCM 是一个由政府和非政府组织的国际代表参与其工作的非营利性组织。RTCM 不参与设备的设计，销售，制造或分配，也不以任何方式控制任何制造商、服务提供商或用户对本标准的使用。RTCM Version3.1 是一种高效、简洁且容易应用于新环境的数据格式，已经通过了可靠性与实用性测试<sup>[61]</sup>。RTCM Version3.1 包含了多个计算机网络环节，其中对编解码格式设计影响最重要的是表示层和传输层。

### （1）表示层

播发参数的具体协议以及电文格式由表示层进行规定，包括数据字段和消息类型两个主要方面。RTCM3.1 中各种用于实时定位的消息被分为若干组，通过消息类型来描述这些分组的不同子类。

### （2）传输层

传输层定义了发送或者接受信息的帧结构。定义传输层的目的是确保应用层能被正确地解码。从这方面来说，该帧是强制性的，但在整个数据传输中并不是必需的。提供者可以将消息打包成最适合传输介质。数据集在传输到应用程序之前需要重新建立此帧结构。对于高完整性应用程序，应由提供者证明在拆卸和重新组装传输层框架结构的过程中保持足够的完整性。基本帧结构由固定的前同步码，消息长度定义，消息和 24 位循环冗余校验（CRC）组成，以实现高数据传输完整性。帧结构可以如下表表示：

表 4-3 RTCM 3.1 帧结构

引导字	保留字	消息长度	可变长度消息	CRC 校验
8 bits	6 bits	10 bits	0~1023 bits	24 bits
11010011	如无定义设置 为 000000	以字节为单位 的消息长度	消息内容	通过前面的数 据唯一生成

### 4. 4. 2.2 电离层模型参数编码设计

由于标准的 RTCM Version3.1 中没有适合本文电离层模型的消息类型，所以

在应用上述的电离层单差模型时，必须给该模型的参数进行编码设计。参照表 4-3 传输层的帧结构，在确保分辨率足够的情况下，将广域电离层单差模型估计的参数分为两类消息，一类是基于多项式模型的电离层参数，另一类是解求的卫星硬件延迟参数。对电离层模型参数的编码结构进行如下设计：

表 4-4 电离层参数编码表

数据域	数据域范围	数据域分辨率	数据类型	比特长度
消息类型	0~4095	1	uint12	12
GPS 周	0~2047	1 周	uint11	11
周内秒	0~604799	1 秒	uint20	20
建模中心纬度	$\pm \frac{\pi}{2}$	0.000005 弧度 ( $< 31.8m$ )	int19	19
建模中心经度	$\pm \pi$	0.000005 弧度 (约 31.8m)	int20	20
NMAX	0~7	1	uint3	3
MMAX	0~7	1	uint3	3
Enm 00	$\pm 536870911$	0.000005	int30	30
Enm 01	$\pm 536870911$	0.000005	int30	30
Enm 02	$\pm 536870911$	0.000005	int30	30
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Enm nm	$\pm 536870911$	0.000005	int30	30

表 4.4.1-1 中 NMAX、MMAX 分别表示模型取的对应纬度、经度的阶数；

Enm 表示模型的参数共有  $(NMAX + 1) * (MMAX + 1)$  个参数。

表 4-3 卫星硬件延迟参数编码表

数据域	数据域范围	数据域分辨率	数据类型	比特长度
消息类型	0~4095	1	uint12	12
GPS 周	0~2047	1 周	uint11	11
周内秒	0~604799	1 秒	uint20	20
NO. 1 SAT	1~124	1	uint8	8
NO. 1 DCB	$\pm 2621.43$	0.005m	int19	19
NO. 2 SAT	1~124	1	uint8	8
NO. 2 DCB	$\pm 2621.43$	0.005m	int19	19
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
The Last SAT	1~124	1	uint8	8

The Last DCB	$\pm 2621.43$	0.005m	int19	19
End Flag	0	-	uint8	8

#### 4.4.2.3 实时 PPP 测试

基于上述的模型算法,服务端为用户端提供上述电离层模型参数以及各种适用于高精度定位的改正参数,对于常规改正参数可参照《RTCM Standard 10403.3》编解码方式进行网络传输,对于本文广域单差电离层模型参数以及卫星端硬件延迟参数则按上一节方式编码。用户端通过网络或卫星接收服务端播发的实时改正数据和模型数据后,可进行轨道、钟差、FCB 等参数改正以及重构出等效电离层单差值,用于约束用户端的非差非组合 PPP 中的电离层参数。整个流程如下:

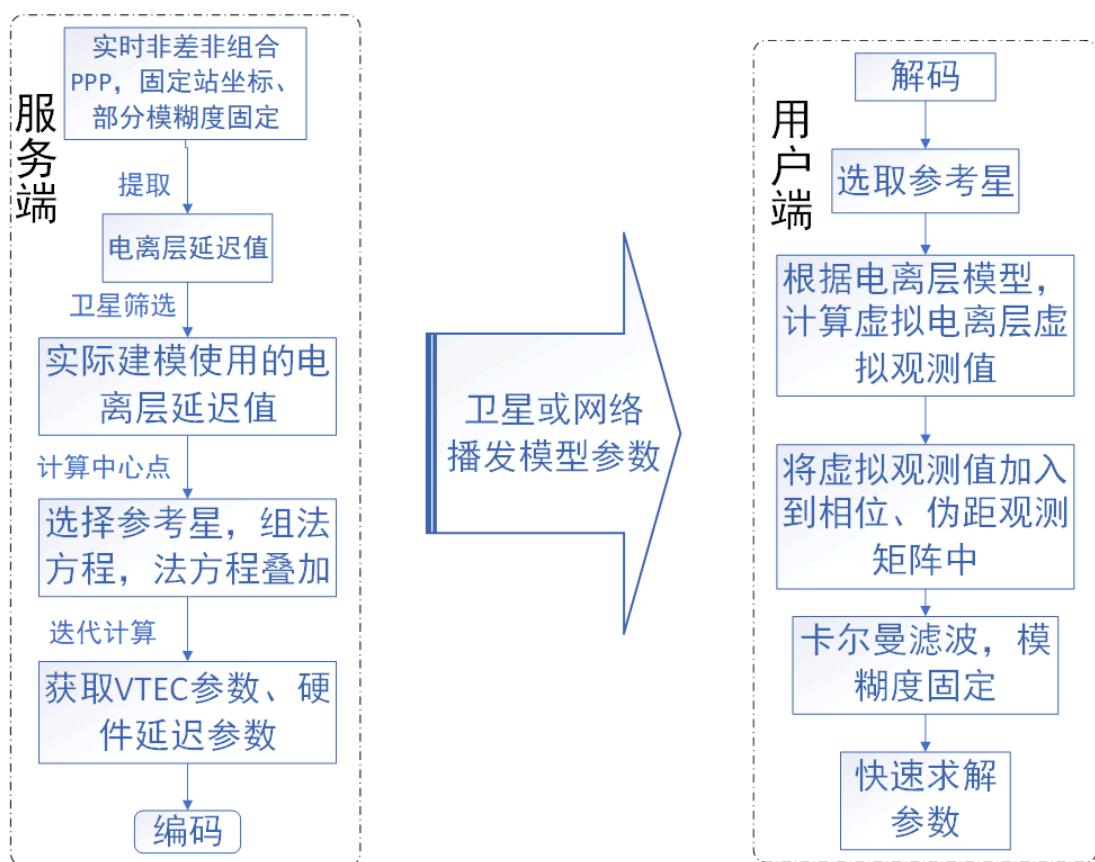


图 4-13 服务端-用户端流程图

在建模区域内,本文选择其中 JNJC、SKYQ 和 CHCU 三个测站作为用户端进行非差非组合 PPP。实验时间为 2019 年 8 月 8 日到 10 日的部分时间段,每次的观测时长为 1 小时。在收敛判定条件与 4.3 节相同的情况下,分别进行附加约束电离层约束的 PPP 和无约束 PPP 比较其收敛结果。对三个用户端测站进行统计得到 132 组实验,附加电离层约束与无约束的收敛效果统计表如下:

表 4-4 实时用户端收敛时间统计表

统计时段总量	132	占总量百分比
提升个数	114	86.36%
提升20%以上个数	92	69.70%
提升50%以上个数	57	43.18%

在实时测试中,选用的三个作为用户端的测站中,其中JNJC无扼流圈,其他两个站有扼流圈。以其中的20个实验时段为例,无扼流圈测站与有扼流圈测站的附加电离层约束与无约束PPP首次收敛时间如下图:

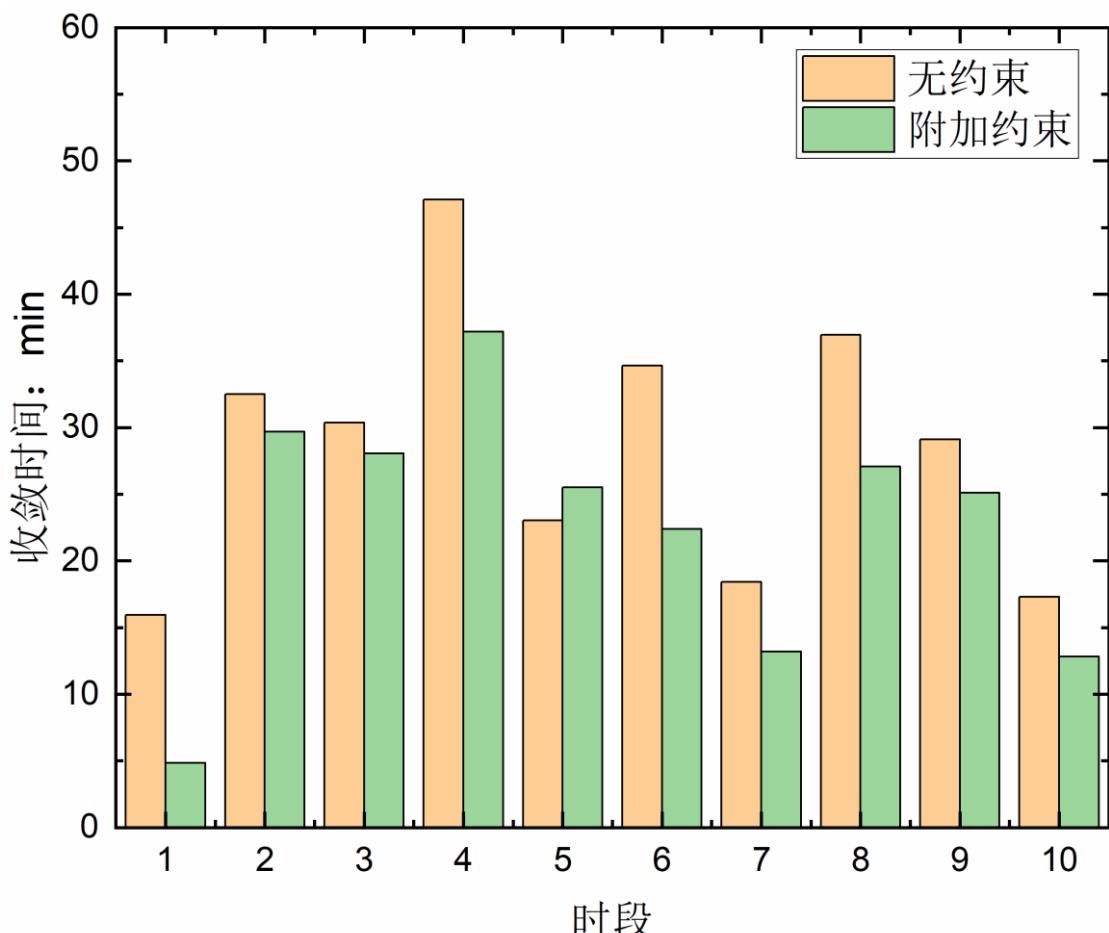


图 4-14 无扼流圈测站电离层约束与无电离层约束动态PPP的收敛时间

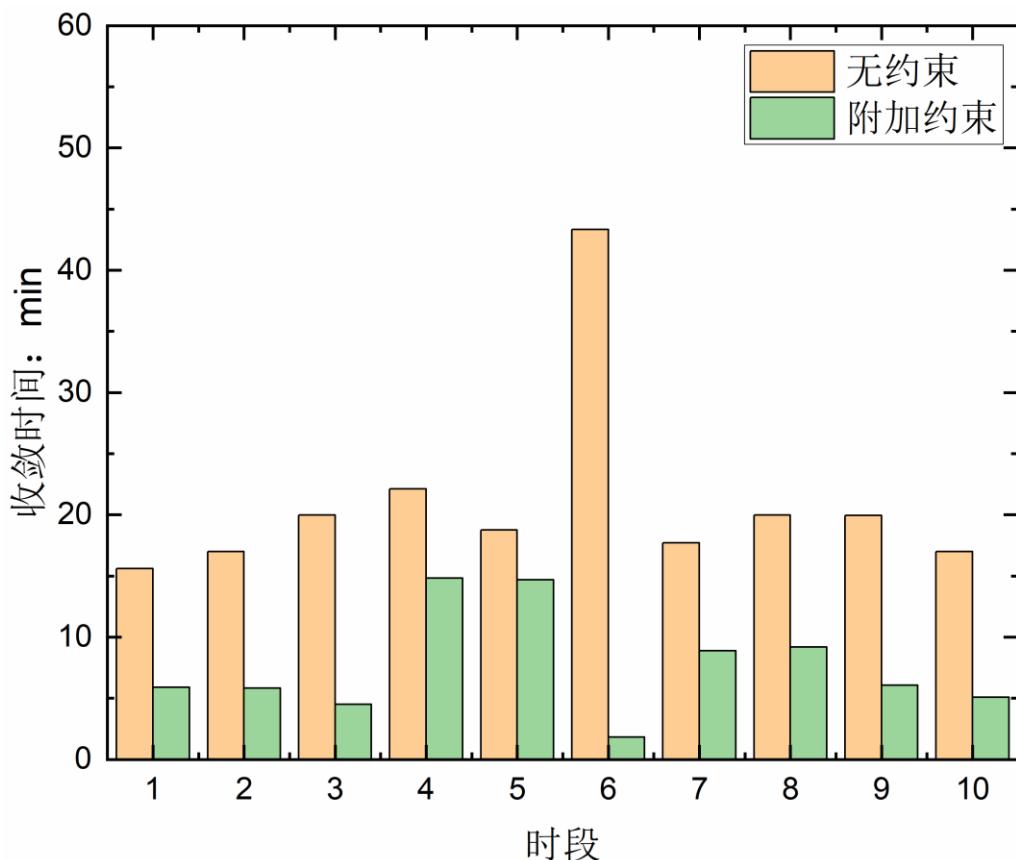


图 4-15 有扼流圈测站电离层约束与无电离层约束动态PPP的收敛时间

对所有实验的 40 组无扼流圈和 92 组有扼流圈的实验进行比较, 统计表明有扼流圈的效果比无扼流圈的测站收敛效果明显要好, 两者的收敛提升效果对比如下图:

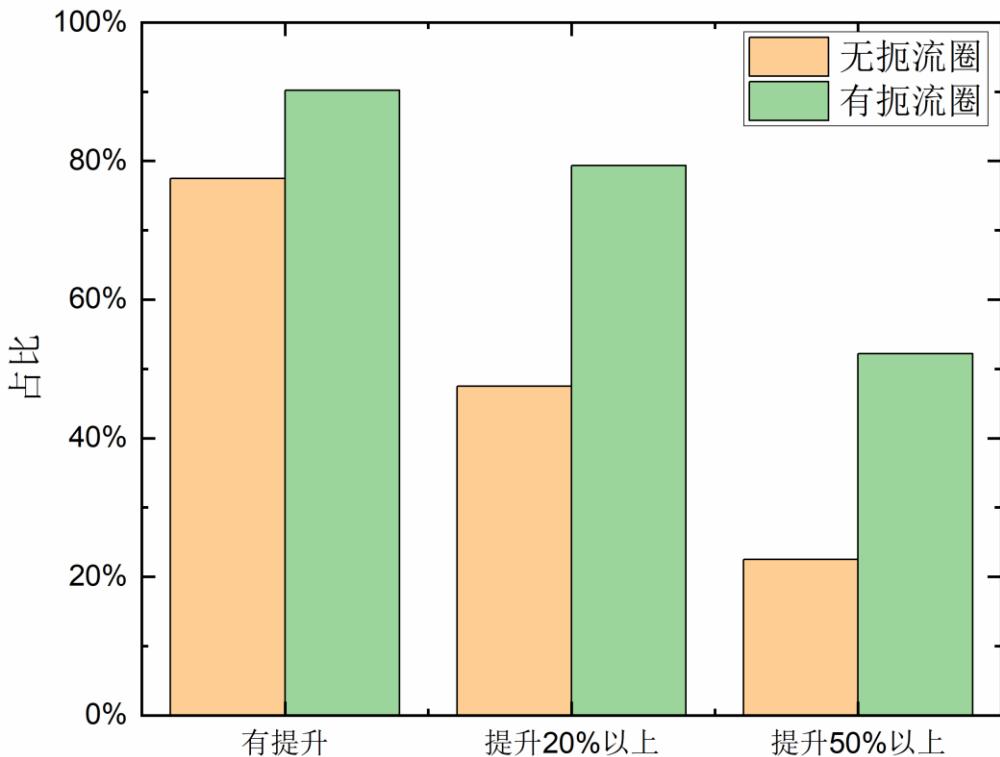


图 4-16 有无扼流圈收敛提升效果对比

从表 4-4 可以看出，附加电离层约束的用户端 PPP 测试中，收敛时间有提升的时段共有 114 个，占统计总数的 86.36%；收敛时间提升超过 20%以上的时段有 92 个，占统计总数的 69.70%；收敛时间提升 50%以上的有 57 个，占统计总数的 43.18%。有扼流圈的实验中有提升、提升 20%以上以及提升 50%以上的指标分别占统计数据的 90.22%、79.35% 和 52.17%，无扼流圈上述统计则为 77.50%、47.50% 以及 22.50%。图 4-14、图 4-15 可以看出，用户端 PPP 的收敛效果跟接收机有无扼流圈有很大关系，说明用户端 PPP 受多路径影响较大。无论附加电离层约束与否，有扼流圈测站的总体收敛时间要比无扼流圈测站要短。

对比 4.3 事后的统计结果，实时的效果较差。综合上文分析，本文认为主要有以下两点原因：①实时 PPP 实验中使用的各个实时轨道、钟差、FCB 等产品的较事后产品存在一定的质量差距，使得用户端 PPP 解算速度受到一定影响；②事后 PPP 测试中采用 IGS 跟踪站作为服务端和用户端测站，这些测站接收机质量较好，配备扼流圈等设施抑制多路径效应。在实时实验也可以看出有无扼流圈对用户端 PPP 的收敛速度有着重要影响，有扼流圈的实验统计效果与事后结果较为接近。

#### 4.5 本章小结

本章基于非差非组合 PPP 提取电离层延迟的方法重点研究了广域电离层的建模方法。基于等效电离层中含有卫星端和接收机端硬件延迟的前提，提出基于 VTEC 多项式模型的非差和星间单差电离层改正模型，并详细介绍了建模过程中的数据处理方法。通过实验对比证明星间单差电离层改正模型更具有优势。通过事后和实时的用户端 PPP 实验验证星间单差电离层改正模型的有效性。

## 第 5 章 基于非差非组合 PPP 的区域大气模型

第 4 章描述了基于天顶方向 VTEC 多项式模型的广域电离层的建模方法，主要针对较大的覆盖区域，模型效果较无约束 PPP 有明显提升，但 PPP 的收敛时间依然需要几分钟到二十几分钟之间，对于 RTK 用户来说时间成本依然很高。本章在服务端利用非差非组合 PPP 提取等效电离层方法不变的情况下，基于斜路径电离层模型和天顶对流层模型提出区域大气模型，保证用户端 PPP 能在几十秒到 2min 内快速收敛的效果。

### 5.1 区域大气改正模型

#### 5.1.1 区域电离层改正模型

通常地，针对区域卫星斜路径电离层延迟的特点，构建斜路径电离层延迟为参考点经纬度到卫星穿刺点经纬度差值的函数，对每颗卫星可以建立如下模型：

$$I^s = a_0 + a_1 \cdot (lat^s - lat_0) + a_2 \cdot (lon^s - lon_0) \quad (5-1)$$

其中  $I^s$  为斜路径电离层延迟值； $lat^s$ 、 $lon^s$  为卫星穿刺点纬度、经度； $lat_0$ 、 $lon_0$  为参考点纬度、经度； $a_0$ 、 $a_1$  和  $a_2$  为各项系数。

由于 (5-1) 式是基于每颗卫星的模型，卫星端的硬件延迟能被常数项  $a_0$  所吸收。由 (3-26) 式可知，通过非差非组合 PPP 提取的斜路径电离层延迟中既含有接收机端的硬件延迟又含有卫星端的硬件延迟，所以接收机端的硬件延迟不能被模型参数吸收，本文为消除其影响，选定一个卫星作为参考卫星，对非差非组合 PPP 提取的等效电离层延迟  $\tilde{I}^s$  进行星间单差，其表达如下：

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{I}^s &= \tilde{I}^s - \tilde{I}^{ref} \\ &= [I^s + \beta \cdot (DCB_r - DCB^s)] - [I^{ref} + \beta \cdot (DCB_r - DCB^{ref})] \\ &= (I^s - \beta \cdot DCB^s) - (I^{ref} - \beta \cdot DCB^{ref}) \end{aligned} \quad (5-2)$$

其中  $ref$  代表的参考卫星。

在 (5-2) 式中，接收机端的硬件延迟被消除掉后，(5-1) 式的模型就能很好地拟合出单差后的电离层延迟，则基于 (5-1) 式单差后的电离层模型变为：

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{I}^s &= [a_0^s + a_1^s \cdot (lat^s - lat_0) + a_2^s \cdot (lon^s - lon_0)] - \\ &\quad [a_0^{ref} + a_1^{ref} \cdot (lat^{ref} - lat_0) + a_2^{ref} \cdot (lon^{ref} - lon_0)] \end{aligned} \quad (5-3)$$

对于公式 (5-2)、(5-3)，由于不同测站和不同的卫星系统的 $DCB_r$ 不同，故卫星 $s$ 与 $ref$ 必须是同一测站同一卫星系统，换言之，基于该模型解算时必须为每一个测站的每一个卫星系统选定一颗参考星。服务端建模可以选择卫星系统中高度角最高的卫星作为参考星。

### 5.1.2 区域对流层改正模型

同样地，对流层的改正模型仍可以采用如 (5-1) 式的表达形式进行建模。由于对流层不存在色散效应，亦不存在设备的硬件延迟的影响，不需要对每颗卫星单独处理，也不需要以进行星间单差建模。本文采用天顶对流层建模的形式，将所有卫星斜路径上的对流层延迟值投影到参考点天顶方向上进行建模，其模型函数如下：

$$ZTD_r = A_0 + A_1 \cdot (lat_r - lat_0) + A_2 \cdot (lon_r - lon_0) \quad (5-4)$$

其中， $ZTD_r$  表示测站天顶对流层延迟， $A_0$ 、 $A_1$  和  $A_2$  为各项系数。

在服务端网络跟踪站足够的情况下 (4 个以上)，单个历元即可完成电离层和对流层改正模型参数的计算，不需要进行法方程的叠加。但受限于网络参数播发的压力，实际可以按照需求拉长播发间隔。

### 5.1.3 用户端参数约束

用户端的参数约束方法与 4.4.1 中相同，通过模型可以拟合出等效电离层延迟值以及天顶对流层延迟值，对天顶对流层延迟通过一定的投影函数投影到斜路径。将拟合的大气延迟值作为虚拟观测值加入到伪距和载波相位观测方程中，其表达如下：

$$\begin{bmatrix} P_1^1 \\ L_1^1 \\ \vdots \\ P_2^n \\ L_2^n \\ \Delta \tilde{I}^1 \\ \vdots \\ \Delta \tilde{I}^{n-1} \\ ZTD_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} & \mathbf{s} & \mathbf{MF}^s & \mathbf{C} & \mathbf{D} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ dt \\ T \\ \tilde{\mathbf{I}} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_p \\ \boldsymbol{\varepsilon}_L \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{\Delta I} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_p, \mathbf{Q}_L, \mathbf{Q}_{\Delta I}, \mathbf{Q}_T \quad (5-5)$$

其中， $\mathbf{Q}_T$  表示天顶对流层虚拟观测值的方差，其他符合含义与 (4-21) 相同。

## 5.2 实时 PPP 实验分析

实验的数据处理系统与上一章相同，分为服务端与用户端。基于以上模型和定位算法，本文开发了区域非差非组合 PPP-RTK 数据处理系统。服务端的主要利用连续观测站数据进行非差非组合 PPP，在每个观测站上提取高精度电离层、对流层等大气延迟值，并在此基础上，构建区域的电离层和对流层模型。服务端计算得到模型参数后，对电离层和对流层参数按照 RTCM3 的格式进行编码，利用网络或者卫星等方式向用户进行信息播发。用户接收到实时数据流后，进行电文解析获取改正参数和模型参数，并基于（5-5）式进行实时 PPP 定位解算。

对以上算法模型和软件进行测试，选取上海市的 8 个连续跟踪 CORS 站的实时数据作为系统服务端的数据源，搭建区域服务系统。选取上海 CORS 网的另外两个站作为用户站，进行非差非组合 PPP 定位。实验时间从 2019 年 10 月 16 日 6 时到 2019 年 10 月 18 日 6 时，用户端两个站每 10 分钟重新启动进行重新收敛测试。实验中，服务端的建模采样间隔为 5s，用户端的观测数据采样间隔为 1s。服务端跟踪站（红色）与用户端测试站分布（黄色）如下：

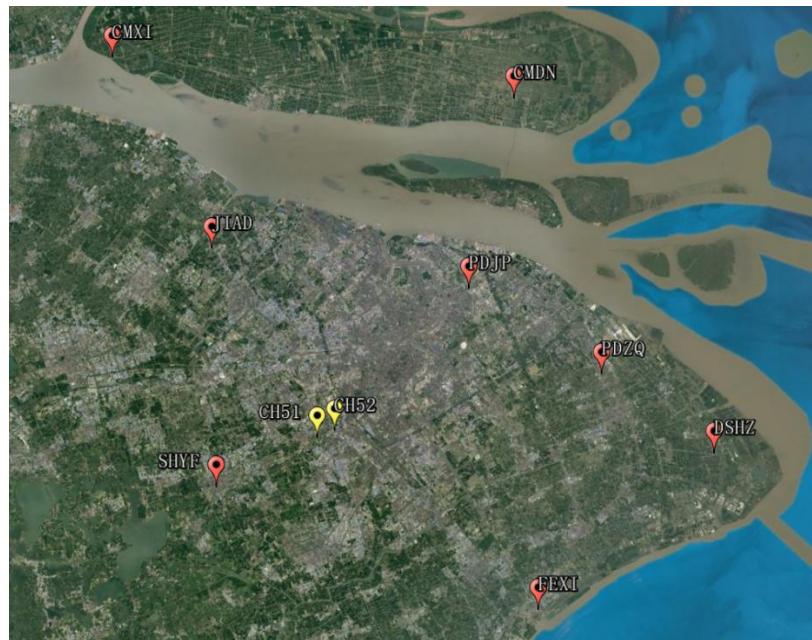


图 5-1 实验区域及测站分布

### 5.2.1 大气模型内符合精度

在电离层建模完成后每颗卫星得到 3 个模型参数，对流层在整个区域可解得 3 个模型参数。计算得到的模型参数可以拟合出实时的电离层延迟和对流层延迟，通过拟合值与提取值的比较可计算出模型的内符合精度。电离层模型内符合精度

计算方法与上一章的类似,选择参考卫星构建拟合单差值与观测单差值进行作差,两者之差即为该卫星斜路径上的电离层延迟单差残差。由于GLONASS频分多址,实验中并未对GLONASS系统卫星进行模糊度固定,所以参与建模的卫星中不包含GLONASS系统。对GPS/GALILEO/BDS每个卫星系统选择5颗卫星作为示例,其单差内符合序列如图5-2所示。图中GALILEO和BDS系统部分时段出现中断是由于在该时间段内模糊度没有固定。其他时段和其他卫星的序列与示例类似。从序列中可以看出不同系统的卫星残差相当,大部分都在5mm以内, GALILEO系统相对对较稳定,但未表现出系统间模型效果的明显差异。

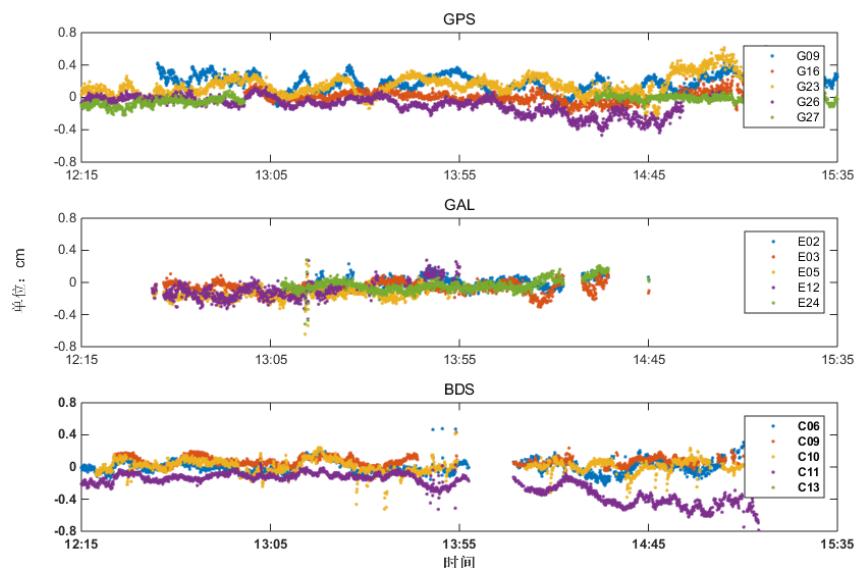


图 5-2 不同卫星系统电离层残差序列

计算对流层时,由于一个测站只有一个天顶对流层参数,把模型拟合的天顶对流层与服务端提取的天顶对流层投影到斜路径作差,可以得到观测路径对流层延迟残差如图 5-3 所示。图中可以看到,不同的站点的对流层残差序列都在 1cm 内,所有测站的残差序列都不是 0 均值序列,但所有测站总体呈现 0 均值序列。造成该结果的原因是由于不同测站与参考点位置的天顶投影误差引起的,但由于测站围绕参考中心分布,因此所有测站残差序列呈现 0 均值分布。

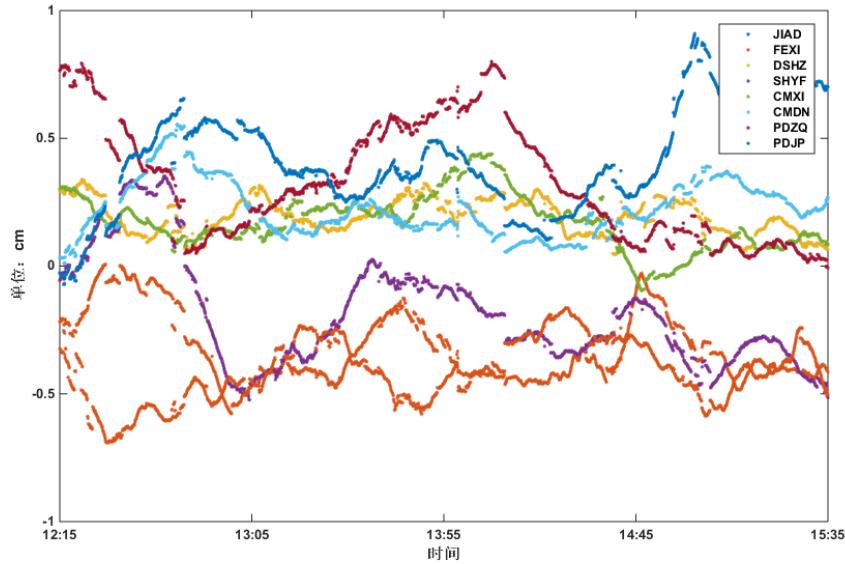


图 5-3 不同测站对流层残差序列

以 JIAD 测站为例, 统计 GPS、GALILEO 和 BDS 三个系统的电离层及对流层延迟的均方根误差。图 5-4 统计了 2019 年 11 月 20 日 12 时到 22 时部分卫星电离层延迟的 RMSE, 其他测站和未列出卫星情况相似。图 5-5 为对 8 个跟踪站在 12 时到 22 时的天顶方向对流层的 RMSE。

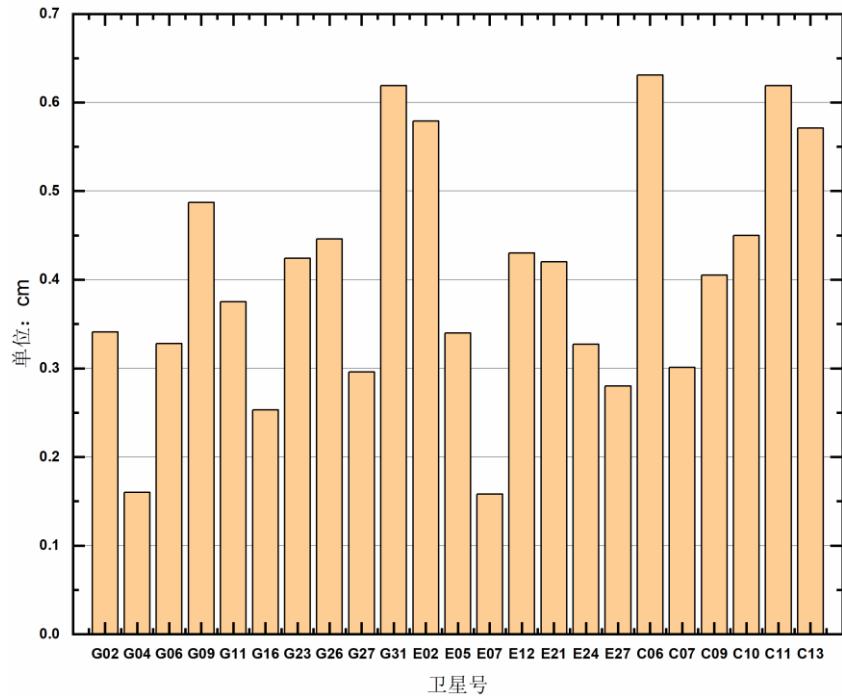


图 5-4 每颗卫星电离层模型内符合 RMSE

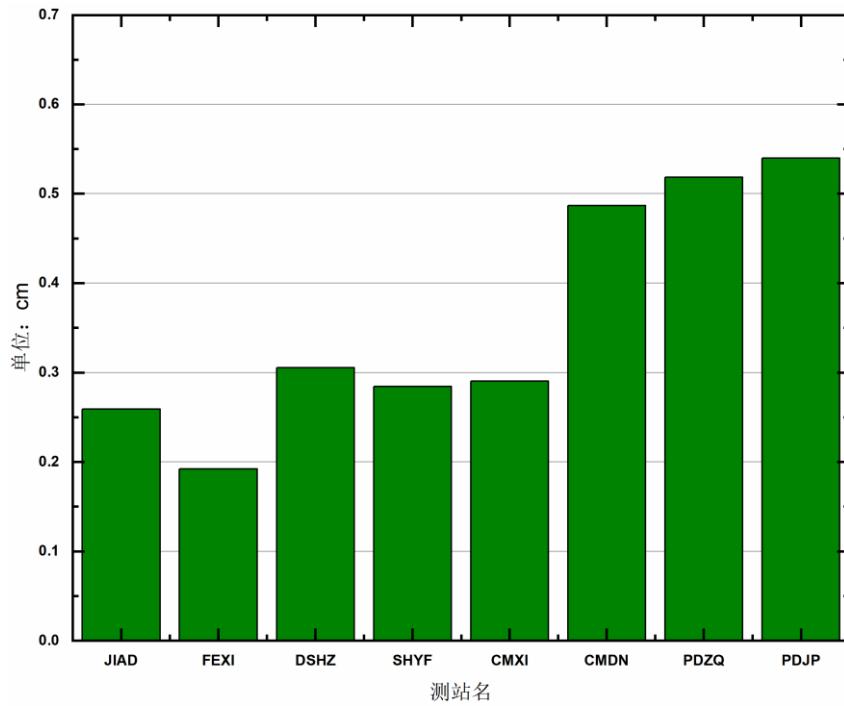


图 5-5 对流层模型内符合RMSE

图5-4和图5-5中,所有卫星的电离层延迟RMSE小于7mm,所有测站天顶对流层的RMSE均在6 mm以内。由图5-2到图5-5可以看出,本文建立的电离层模型、对流层模型与非差非组合PPP提取的大气参数有很好的拟合效果,说明了模型的有效性。此外,由于目前用于对比的电离层、对流层公开产品达不到本文提取参数的精度,相对于广域电离层模型几十个的跟踪站体量,区域模型跟踪站测站较少,因此没有采用外部第三方产品或剔除测站建模进行外符合精度校验。

### 5. 2. 2 非差非组合 PPP 收敛测试

用户端通过网络接收到服务端的轨道、钟差、FCB、大气参数后,可进行实时高精度的动态定位。其中接收的大气模型参数可以按照(5-5)式进行约束。在5.2.1小节中可以看出无论是电离层模型还是对流层模型,基本都可以达到mm级的拟合效果。理论上,若通过非差非组合PPP提取的大气延迟值无误差,则模型最后的使用精度亦可以达到mm级,在用户端约束定权时,可以使用mm级的方差约束。但无论通过何种方法提取大气延迟值,无可避免地存在提取误差,故实际的模型精度不能直接采用内符合精度。本文采用经验常数定权的方法给约束的虚拟观测方程定权,其定权方案如下:

$$\begin{cases} W_{ion} = 0.05^2 \\ W_{trop} = 0.04^2 \end{cases} \quad (5-7)$$

$W_{ion}$ 表示为电离层虚拟观测值的权;  $W_{trop}$ 表示为对流层虚拟观测值的权。

实验时间从2019年10月16日6时到2019年10月18日6时,将CH51、CH52作为用户端接收来自服务端发送的轨道、钟差、FCB改正信息和大气模型参数信息,然后进行附加电离层约束的非差非组合动态PPP定位模式下的定位比较其首次收敛时所需的时间。以上海华测导航技术股份有限公司长期连续监测定位的测站的站坐标作为每个测站的坐标真值,本文以CH51的4个典型时段为例,其动态坐标与真值差值在NEU三个方向上的时间序列如下:

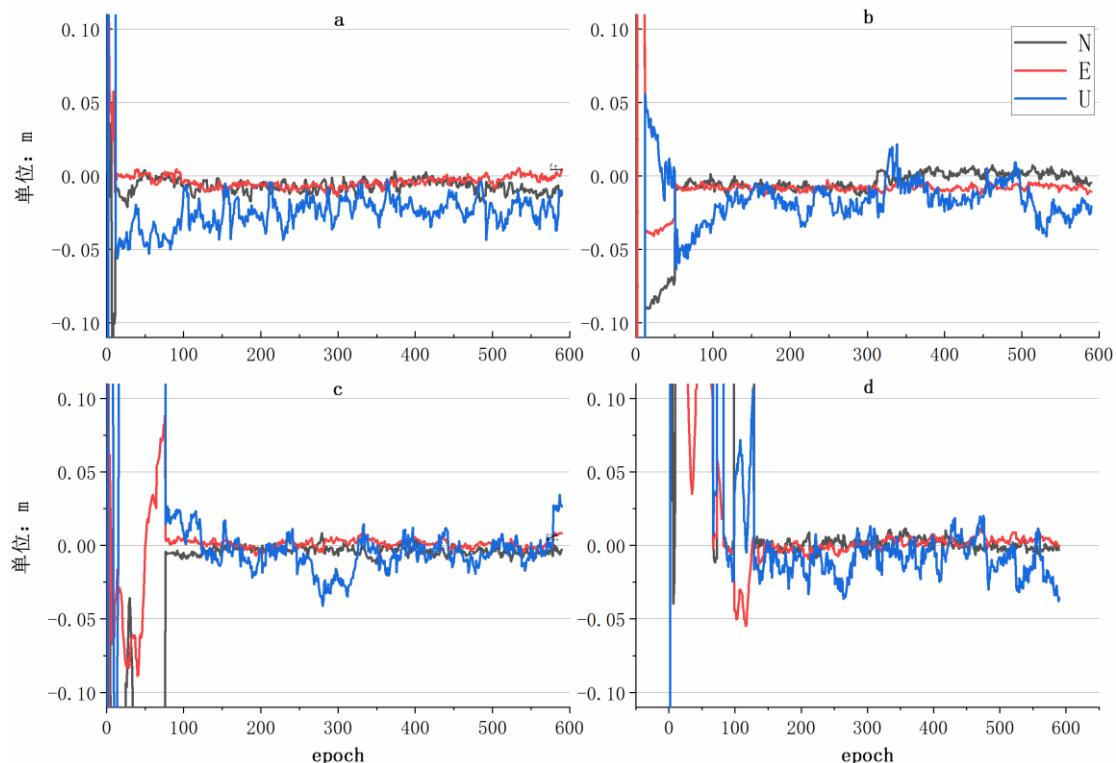


图5-6 CH51站附加大气参数约束获取的动态坐标与真值差值序列

在图5-6中, a子图代表的是30s内收敛的情况、b子图代表1min内收敛的情况、c和d子图分别代表的是2min内和2min以外的收敛情况。图中由于纵坐标的显示尺度问题,部分曲线未能显示完全。在实际统计中,绝大部分首次收敛时间和收敛后的稳定性如a子图,其NEU三个方向均在30s内收敛到0.05m,且收敛后较稳定; b子图相较于a子图,三个方向收敛相对较慢,尤其是U方向较差,收敛后U方向也有起伏。c、d子图三个方向收敛都较慢,主要有可能因为定权方案不是最优导致的,最优的定权方案仍需后续继续研究。

为验证约束模型的效果,本文对CH51、CH52两个用户站进行多次实验,在实验期间每10min重新启动进行重新收敛,共获得646组统计数据。由于电离层和对

流层对定位结果影响不同, 电离层延迟对坐标水平方向定位影响较大, 而对流层一般对坐标高程影响较大。设定坐标水平方向误差小于0.05m和三维位置误差小于0.10m为阈值, 若连续120个历元内误差不超过阈值则认为首次收敛完成。对所有以上646组结果进行收敛性统计, 其中, 坐标水平方向收敛时间超过30秒的占了约10%, 最长的收敛时间为400秒; 三维位置收敛时间超过30秒的占了约13%, 最长的收敛时间为442秒。图5-7及表5-1统计了平面坐标的收敛情况, 图5-8及表5-2统计了三维位置收敛情况所示。

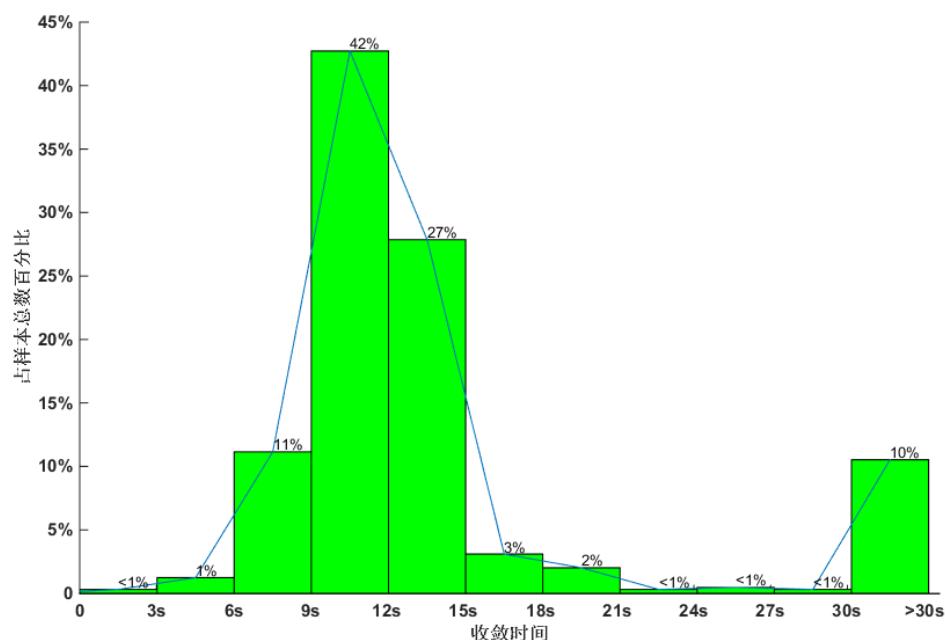


表 5-1 水平方向收敛时间统计

收敛时间	数目	百分比
30 s 内	576	89.16%
1 min 内	593	91.80%
2 min 内	620	95.98%
2 min 以上	26	4.02%

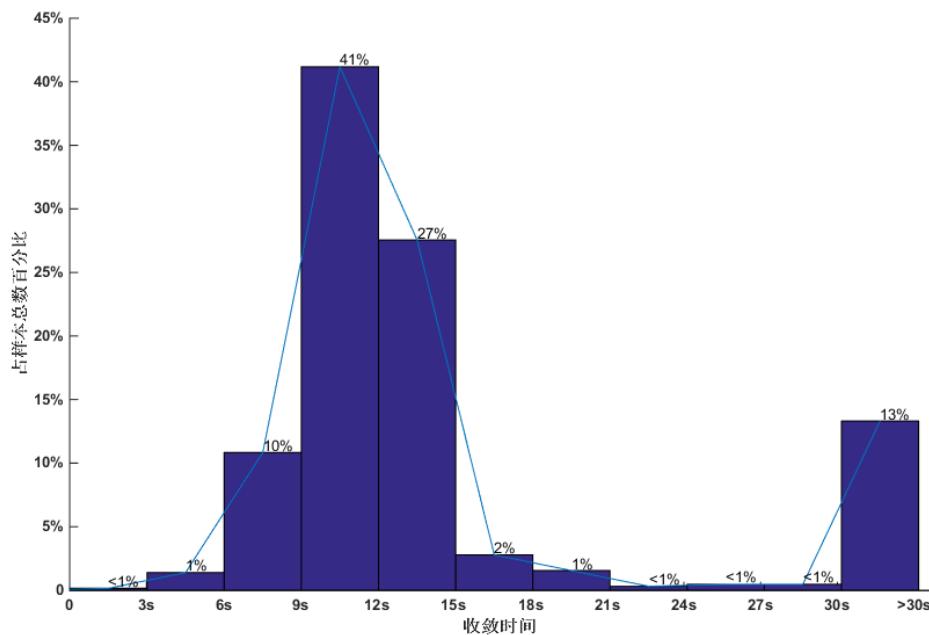


图 5-8 三维坐标收敛时间概率分布图

表 5-2 三维方向收敛时间统计表

收敛时间	数目	百分比
30 s 内	557	86.22%
1 min 内	573	88.70%
2 min 内	603	93.34%
2 min 以上	43	6.66%

由图 5-7 及图 5-8 可以看出，无论是水平方向统计还是三维方向统计，30s 内收敛占了大部分时段。表 5-1 中可以看出，大部分（89.16%）的实验组在 30s 内收敛到水平 0.05 m 的水平，91.80%的实验组在 1min 内收敛，整体而言，绝大多数（95.98%）可在 2min 内收敛。由表 5-2 可以看出，附加大气改正模型约束的非差非组合动态 PPP 中，三维坐标 30s 内收敛的时段有 557 个、1min 内收敛的有 573 个、2min 内收敛的有 603 个、仅 43 个时段收敛时间超过 2min，分别占 648 个时段总数的 86.22%、88.70%、93.34% 和 6.66%。

从统计结果上看，水平方向和三维方向分别有 10%、13% 左右的实验组结果超过 30s，以 CH51 三维方向 PPP 结果为例，对该站的不同实验组的收敛时间和开始启动时间进行统计，得到下图结果：

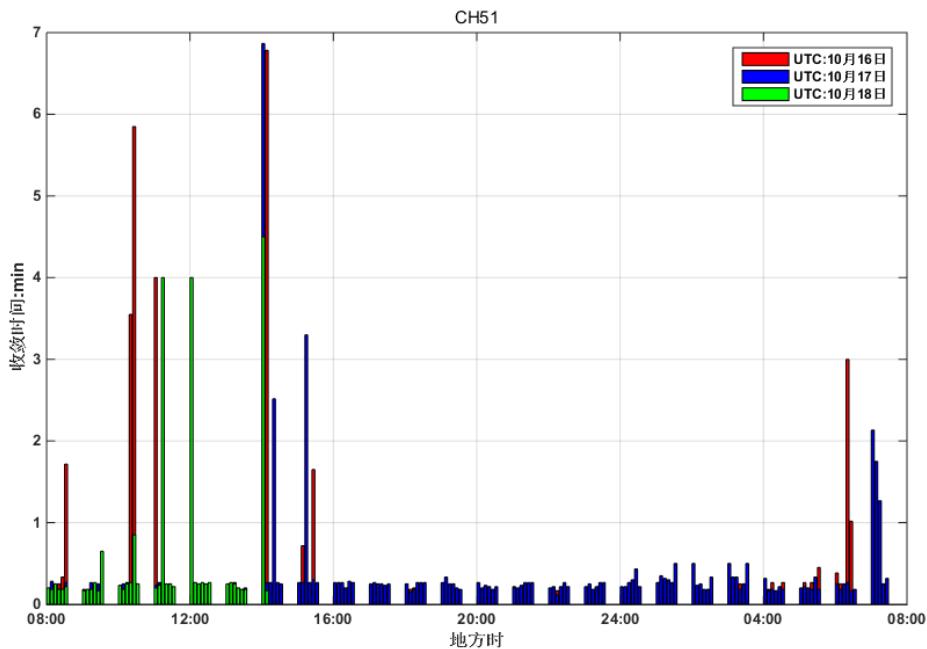


图 5-9 CH51 收敛时间与地方时关系

从图5-9可以看出，从16:00到次日05:00收敛都在30 s内，效果不佳时段主要集中在白天电离层活跃时段，尤其是下午14:00附近，由于该时间段电离层在一天中最活跃，相对其他时段，该时段附近的定位实验中部分实验组的收敛性较差，收敛时间相对较长。针对上述现象，本文认为原因主要由两个方面引起：一方面由于电离层存在白天活跃晚上平静的特点，所以呈现出晚上的总体收敛效果要好于白天；另一方面，由于本文采用了常数定权方法，与大气的时空变化无关，没有顾及到不同地方不同时段的模型精度的差异，所以部分拟合效果并不是最优。

### 5.3 本章小结

本章在非差非组合 PPP 提取大气延迟参数的前提下，研究了适用于 PPP-RTK 的区域大气建模方法，对小区域中电离层进行斜路径方向建模，对流层进行天顶方向上建模方法。通过对上海地区进行实时的动态 PPP 试验，检验大气模型精度以及用户端 PPP 收敛效果。

## 第 6 章 总结与展望

### 6.1 总结

本文主要基于非差非组合 PPP 提取电离层延迟值进行广域（如一个洲、中国）电离层建模和区域（30km~75km 范围）电离层建模的研究，提出了基于 VTEC 多项式模型的广域星间单差电离层改正模型和区域大气（斜路径星间单差电离层改正模型/天顶对路层模型）模型。针对 PPP-RTK 的应用场景，对模型的效果进行评估。本文的研究的主要内容以及结论如下：

1、总结了国内外 PPP-RTK 技术的发展进程以及实现 PPP-RTK 的关键技术：实时卫星轨道、卫星钟差、相位偏差改正以及电离层模型产品。总结了国内外对于电离层建模以及区域对流层建模方面的研究状况，简单介绍其研究成果。

2、阐述 PPP 误差的三个来源：卫星相关、与接收及相关以及传播路径相关的误差。对无电离层组合模型、UofC 模型、非差非组合模型以及 PPP 中的随机模型进行介绍。对电离层的基本特征以及电离层对 GNSS 观测值的影响进行总结，介绍电离层的常用数据计算方法，从数学上推导了基于非差非组合 PPP 提取电离层参数的数理特征，其中包含了接收机端以及卫星端的硬件延迟。详细介绍了电离层建模中常用的 Klobuchar 模型、球冠谐模型以及 VTEC 多项式模型。

3、针对非差非组 PPP 提取等效电离层延迟值中含有的卫星端与接收端硬件延迟的特点，基于 VTEC 多项式模型提出非差电离层改正模型与星间单差电离层改正模型。星间单差电离层改正模型的卫星 GPS 系统 RMSE 在 1TECU 以内，非差电离层改正模型 GPS 系统在 2 个 TECU 左右；GLONASS 系统相对较差，总体而言，两种模型基本在 3 个 TECU 左右，星间单差电离层模型也比非差电离层改正模型稍好

4、对星间单差电离层改正模型进行用户端时候 PPP 实验，在用户端的 PPP 观测方程中加入模型拟合的电离层延迟值作为虚拟观测值进行电离层参数约束。事后实验表明：收敛时间有提升的时段占统计总数的 91.18%；收敛时间提升超过 20%以上的时段占统计总数的 83.09%；收敛时间提升 50%以上的占统计总数的 69.85%。附加电离层约束的 PPP 收敛速度比无约束 PPP 收敛速度提升效果明显。在实时实验中，有扼流圈的附加电离层约束 PPP 较无约束 PPP 有提升、提

升 20%以上以及提升 50%以上的指标分别占统计数据的 90.22%、79.35% 和 52.17%，无扼流圈上述统计则为 77.50%、47.50% 以及 22.50%。

5、最后基于非差非组合 PPP 提取大气参数延迟方法，针对区域地区进行斜路径星间单差电离层建模以及非差天顶方向对流层建模。斜路径星间单差电离层改正模型以及非差天顶方向对流层改正模型的内符合精度均可达到 7mm 以内。对模型进行实时的实验结果表明：水平方向上，大部分（89.16%）的实验组在 30s 内收敛到水平 0.05 m 的水平，91.80% 的实验组在 1min 内收敛，整体而言，绝大多数（95.98%）可在 2min 内收敛；三维方向上，30s 内收敛、1min 内收敛和 2min 内收敛分别占统计时段的 86.22%、88.70% 和 93.34%。

## 6.2 展望

本文主要基于非差非组合 PPP 提取电离层延迟进行广域电离层以及区域大气的研究，与传统反演绝对电离层延迟值思路不同，本文把非差非组合 PPP 提取的大气延迟参数作为研究整体，建立了相应的电离层模型以及大气模型，实验取得了比较好的效果。但在其他精细化方面仍值得深入研究，具体内容包括：

1、模型的使用效果取决于服务端的参数提取精度以及模型本身的建模精度。本文的内外符合精度是对于模型精度本身的评价，由于缺乏对服务端非差非组合 PPP 提取电离层延迟精度评价指标，所以无法真实反映出服务端的大气提取精度，这也是导致部分用户端附加电离层约束效果不理想的原因之一。

2、在广域电离层建模中用户端附加电离层约束 PPP 的实验中采用的是经验定权，在区域建模中采用了常数定权方法，因此两种模型在用户端的附加电离层约束 PPP 在不同时段的定权效果出现偏差，导致约束效果不佳。考虑大气的时空变化、顾及到不同地方不同时段的模型精度的差异的精细化的定权策略值得深入研究。

3、广域实时 PPP 实验中，有无扼流圈的效果差异较大，多路径效应对广域电离层模型效果影响不可忽视。

4、对于广域模型中区域与模型阶数的关系、区域模型的是否考虑高次项以及更好的数据质量控制手段等方面，本文都没有深入探讨，有待进一步研究。

## 参考文献

- [1]. ZUMMBERGE J F, HELFIN M B, JEFFERSON D C, et al. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth(1978-2012)*, 1997, 102(B3):5005-5017.
- [2]. 黄丁发, 周乐韬, 刘经南, 等. 基于 Internet 的 VRS/RTK 定位算法模型及实验研[J]. 究武汉大学学报(信息科学版), 2007, 03): 220-4+8.
- [3]. GENG J, TEFERLE F N, MENG X, et al. Towards PPP-RTK: Ambiguity resolution in real-time precise point positioning [J]. *Advances in Space Research*, 2010, 47(10): 1664-1673.
- [4]. WUBBENA G, SCHMITZ M, BAAGGE A. PPP-RTK: Precise point positioning using state-space representation in RTK network[J]. *Long Beach*, 2005, 2005:2581-2594
- [5]. 李黎, 匡翠林, 朱建军, 等. 基于 IGU 预报轨道实时估计精密卫星钟差[J]. 大地测量与地球动力学, 2011, 31(02): 111-116.
- [6]. GABOR M J, NEREM R S. GPS carrier phase ambiguity resolution using satellite-satellite single difference [C]. In: *Proceedings of ION GNSS 12th International Technical Meeting of the Satellite Division*, Nashville, US, 1999, pp 1569-1578.
- [7]. GE R M, GENDT G, ROTHACHER M, et al. Resolution of GPS carrier-phase ambiguities in Precise Point Positionings(PPP) with daily observations[J]. *Journal of Geodesy*. 2008, 82(7):389-399.
- [8]. LI Y, GAO Y, SHI J. Real-time PPP Ambiguity Resolution with Satellite FCBs Estimated Considering Obit Errors[C]. *Proceedings of 27th International Technical Meeting of The Satellite Division of the Insititue of Navigaiton (ION GNSS+ 2014)*, Tampa, Florida, September 2014, pp.1008-1009.
- [9]. 邹璇, 唐卫明, 施闯, 等. 区域地基增强 PPP-RTK 模糊度快速固定方法研究 [J]. 大地测量与地球动力学, 2014, 34(01): 78-83.
- [10]. 刘长建. GNSS 电离层建模方法与质量控制研究[D].解放军信息工程大学, 2011.
- [11]. 袁运斌. 基于 GPS 的电离层监测及延迟改正理论与方法的研究[D]. 中国科学院研究生院(测量与地球物理研究所), 2002.
- [12]. FELTENS J. Development of a new three-dimensional mathematical ionosphere model at European Space Agency/European Space Operations Centre[J]. *Space Weather the*

- International Journal of Research & Applications, 2007, 5(5):177-180.
- [13]. FELTENS J, SCHEAR S. IGS Products for the Ionosphere [J]. Proceeding of the IGS Ac Workshop, 1998:225-232.
- [14]. GHODDOUSI-FARD R, HEROUX P, DANSKIN D, et al. Developing a GPS TEC mapping service over Canada [J]. Space Weather-the International Journal of Research & Applications, 2011, 9(6):1-10.
- [15]. HERNANDEZ-PAJARES M, ROMA-DOLLASE D, KRANKOWSKI A, et al. Methodology and consistency of slant and vertical assessments for ionosphere electron model, [J]. Journal of Geodesy, 2017(2):1-10.
- [16]. SCHEAR S. Mapping and predicting the Earth's ionosphere using the Global Positioning System [D]. Switzerland, University of Bern, 1999.
- [17]. ZHANG H, XU P, HAN W, et al. Eliminating negative VTEC in global ionosphere maps using inequality-constrained least squares [J]. Advances in Space Research, 2013, 51(6):988-1000.
- [18]. TANG W M, JIN L, XU K. Performance analysis of ionosphere monitoring with BeiDou CORS observational data [J]. Journal of Navigation, 2014, 67(3):511-522.
- [19]. 熊波, 万卫星, 宁百齐, 等. 基于北斗、GLONASS 和 GPS 系统的中低纬电离层特性联合探测[J]. 地球物理学报, 2014, 57(11): 3586-99.
- [20]. 张瑞. 多模 GNSS 实时电离层精化建模及其应用研究[D]. 武汉大学, 2013.
- [21]. 章红平, 韩文慧, 黄玲, 等. 地基 GNSS 全球电离层延迟建模[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2012, 37(10): 1186-9+261-262.
- [22]. 张宝成, 欧吉坤, 李子申, 等. 利用精密单点定位求解电离层延迟[J]. 地球物理学报, 2011, 54(04): 950-7.
- [23]. 张宝成, 欧吉坤, 袁运斌, 等. 利用非组合精密单点定位技术确定斜向电离层总电子含量和站星差分码偏差[J]. 测绘学报, 2011, 40(04): 447-53.
- [24]. 李玮, 程鹏飞, 秘金钟. 利用非组合精密单点定位提取区域电离层延迟及其精度评定[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2011, 36(10): 1200-3.
- [25]. ROVIRA-GARCIA A, JUAN J M, SANZ J, et al. A Worldwide Ionosphere Model for Fast Precise Point Positioning[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2015, 53(8):4596-4604.

- [26].DAVIS J L, HERRING T A, SHAPIRO I I, et al. Geodesy by radio interferometry:Effects of atmospheric modeling errors on estimates of baseline length[J]. Radio Science.2016,20(6):1593-1607.
- [27].王小亚, 朱文耀, 严豪健, 等. 地面 GPS 探测大气可将水量的初步结果[J]. 大气科学,1999,23(5):605-612.
- [28].SONG S, ZHU W, CHEN Q, et al. Establishment of a new tropospheric delay correction model over China area [J]. .Science China (Physics, Mechanics&Astronomy),2011,54(12):2271-2283.
- [29].LI W, YUAN Y B, OU J K, et al. A new global zenith tropospheric delay IGGtrop for GNSS application[J].Chin Sci Bull.2012,57:2132~2139.
- [30].李星星. GNSS 精密单点定位及非差模糊度快速确定方法研究 [D],武汉大学, 2013.
- [31].刘小明,任雅奇,姚飞娟.高精度 GPS 数据处理中 IGS 站的选取 [J].测绘科学, 2014,39(6):22-24.
- [32].KOUBA J, HéROUS P. Precise point positioning using IGS orbit and clock products [J]. GPS Solutions 5(2):12-28. doi:10.1007/PL00012883.
- [33].KOUBA J. A guide to using international GNSS service (IGS) products[EB/OL]. Available at: <http://acc.igs.org/UsingIGSProductsVer21.pdf>
- [34].来凯.多模 GNSS 精密单点定位技术研究 [D],西安科技大学, 2019.
- [35].GAO Y, SHEN X. Improving ambiguity convergence in carrier phase-based precise point positioning [C]. In: Proceedings of ION GPS-2001,11-14 September, Salt Lake City, pp1532-1539.
- [36].袁运斌, 欧吉坤. 基于 GPS 数据的电离层模型和电离层延迟改正新方法研究(英) [J].中国科学院研究生院学报,2002(02):209-214.
- [37].房成贺. GNSS 硬件延迟解算及实时电离层延迟改正方法研究[D].南京, 河海大学, 2017
- [38].KLOBUCHAR J. A. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency GPS users [J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst 23(1):325-331.
- [39].GEORGIADOU Y, KLEUSBERG A. On the Effect of Ionospheric Delay on Geodetic Relative GPS Positioning [J]. Manuscripta Geodaetica, 1988:1-8.
- [40].李征航, 黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2010.
- [41].章红平. 基于地基 GPS 的中国区域电离层监测与延迟改正研究[D],中国科学院研究生院(上海天文台), 2006.

- [42].魏传军. 基于地基 GNSS 观测数据的电离层延迟改正研究[D]. 长安大学, 2014.
- [43].谢益炳. GNSS 电离层建模及硬件延迟分析[D]. 上海: 同济大学, 2014.
- [44].CLYNCH J. R., COCO D. S., COKER C., et al. Aversatile GPS ionospheric monitor-High latitude measurements of TEC and scintillation[C]. Institute of Navigation Satellite Division, International Technical Meeting. Institute of Navigation Satellite Division, 2nd International Technical Meeting, 1989:445-450.
- [45].OU J. On Atmospheric Effects on GPS Surveying [M]. Springer Berlin Heidelberg, 1996:243-247.
- [46].ZHOU F, DONG D, LI P, et al. Influence of stochastic modeling for inter system biases on multi GNSS undifferenced and uncombined precise point positioning [J]. GPS Solutions, (2019) 23:59.
- [47].KLOBUCHAR J A. Ionospheric Effects on GPS [J]. GPS World. 1991,2(4):48-51.
- [48].吴雨航, 陈秀万, 吴才聰, 等. 电离层延迟修正方法评述[J]. 全球定位系统. 2008(02):1-5
- [49].谢钢. 全球导航卫星系统原理: GPS、格洛纳斯和伽利略[M]. 北京:电子工业出版社, 2013.
- [50].刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法[M]. 科学出版社, 2008.
- [51].GOAD C. Precise positioning with the GPS[A]. Preceeding of the Third Internetalional Symposium on Inertial Technalogy for Surveying and Geodesy,1986(3):745-756.
- [52].ZHANG S, LI J, ZHAO L. An Improved Method to Accelerate the Convergence of PPP-RTK with Sparse CORS Station's Augmentation[C].China: China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2015 Proceddings: Volume I, Lecture Notes in Electrical Engineering 340,2015:129-140.
- [53].KRARUP T, JUHL J, KUBIK K. Gotterdammerung over Least Squares Ajustment[C].The 14th Gongress of International Archives of Photogrammetry,Hamburg,1980.
- [54].HUBER P J. Robust Estimation of a Location Parameter [J]. The Annels of Mathematical Statistics,1964,35(1):73-101.
- [55].杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京:解放军出版社, 1993.
- [56].周文江. 经典误差理论与抗差估计[J]. 测绘学报, 1989(2):115-120.
- [57].张小红,潘宇明,左翔, 等. 一种改进的抗差 Kalman 滤波方法在精密单点定位中的应用[J].

- 武汉大学学报(信息科学版),2015,40(07):858-864.
- [58].P.J.G.TEUNISSEN. The Least-squares ambiguity Decorrelation Adjustment: A Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation [J]. Journal of Geodesy(1995)70:65-82.
- [59].ZHOU F, DONG D, LI W, et al. GAMP: An open-source software of multi-GNSS precise point positioning using undifferenced and uncombined observations [J]. GPS Solutions, 2018, Vol.22 (2), pp.1-10.
- [60].张辉, 郝金明, 谢建涛, 等. 多系统非差非组合精室断点定位电离层延迟约束权阵的确定[J].测绘学报,2018,47(03):308-315
- [61].朱静然,潘树国,孔丽珍. DGPS 数据格式 RTCM3.1 介绍及编解码方法[C]. 第四届中国卫星导航学术年会, 2013,中国湖北武汉.

## 附录 1 缩略词对照表

GNSS	Global Navigation Satellite System	全球卫星导航系统
PPP	Precise Point Positioning	精密单点定位
PPP-RTK	Real-time Kinematic Precise Point Positioning	实时动态精密单点定位
RMSE	Root Mean Square Error	均方根误差
GPS	Global Positioning System	全球定位系统
GLONASS	Global Navigation Satellite System	格洛纳斯卫星导航系统
GALILEO	Galileo Navigation Satellite System	伽利略卫星导航系统
BDS	BDS Navigation Satellite System	北斗卫星导航系统
QZSS	Quasi-Zenith Satellite System	准天顶卫星系统
IRNSS	Indian Regional Navigation Satellite System	印度区域导航卫星系统
TEC	Total Electron Content	总电子含量
TECU	Total Electron Content Unit	总电子含量单位
RTK	Real-time Kinematic	实时动态
IGS	International GNSS Service	国际 GNSS 服务
UPD	Uncalibrated Phase Delay	未校正相位延迟
FCB	Fractional Cycle Bias	不足整周偏差

---

ZTD	Zenith Tropospheric Delay	天顶对流层延迟
VTEC	Vertical Total Tlectron Content	垂直总电子含量
RTWG	Real-time Working Group	实时工作组
PCO	Phase Center Offset	相位中心偏移
PCV	Phase Center Variation	相位中心变化
ITRF	International Terrestrial Reference System	协议地球参考框架
IPP	Ionospheric Precise Point	电离层穿刺点
STD	Standard Deviation	标准差
UTC	Universal Time Coordinated	协调世界时
GIM	Grid Ionosphere Model	格网电离层模型
RTCM	The Radio Technical Commission For Maritime Services	无线电服务无线电技术委员会
CRC	Cyclic Redundancy Check	循环冗余校验

## 致 谢

时光荏苒，三年的硕士研究生求学生涯转眼就要结束了，这三年从北京到上海，从国科大到上海天文台，期间有过很多令人忘怀的事情，也认识很多优秀的人，这里要衷心感谢老师们的耐心教诲、感谢同学朋友的热心帮助以及感谢家人的支持鼓励。

首先感谢的是我的导师陈俊平研究员。陈老师不但治学严谨、学识渊博，而且为人平和、耐心、对学生认真负责，在科研学习乃至为人处世对我有很大影响。每次组会提出问题以及小论文的修改上都能从他专业思考角度出发提出高贵的建议，同时也能让我发现自身的不足，启发我不断思考。该论文能顺利完成也离不开陈老师指导和帮助。经师易遇，人师难遭！

感谢师门一起学习的于超、马壮、周扬、柳培钊、刘娇、孟令东、侯阳飞、王阿昊、白天阳以及师弟师妹们。感谢他们在科研学习或在生活上给予我很大的帮助，让我三年的学习感到充实温暖。特意感谢丁君生师弟作为我的答辩秘书，替我承担繁琐的答辩工作。感谢国科大和上海天文台一起学习的李伟、邱辉、张言、苏珂等同学伙伴们以及上海天文台联培的单星美同学，与我一起分享生活讨论科研，让我的生活充满乐趣。这些都是我生命中美好的回忆。感谢魏国光、赵立成、闫国兴三位大学室友一直以来对我的支持与鼓励；感谢我的好友颜英杰以及我的家人三年来对我学业上的付出和支持，他们是我坚强的后盾；感谢叶娜小朋友在我论文写作期间的精神支持以及对我的喜爱。

感谢上海华测导航技术股份有限公司为我提供一年的学习机会，感谢公司的胡金林、伍晓勤、谭宇安三位同事对我实习期间的支持与帮助，与他们同事一年是这三年中收获最多的一年，也开始对未来的工作有了更深入的了解。

这一路上的我遇到了很多的贵人，真的太多太多，无法在这里一一列举，最后感谢所有曾经给予我支持、帮助、付出以及让我成长的人，谢谢你们！

伍冠滨

2020 年 4 月

## 作者简历及攻读学位期间发表的学术论与研究成果

### 作者简历：

2013年9月—2017年6月，在中南大学地球科学与信息物理学院获得学士学位。

2017年9月—2020年6月，在中国科学院大学空间与天文学院、中国科学院上海天文台攻读硕士学位。

### 已发表（或正式接受）的学术论文：

[1]. 伍冠滨, 陈俊平, 白天阳, 等. 非差非组合精客单点定位的广域星间单差天顶电离层模型及其验证[J]. 武汉大学学报(信息科学版) (录用待刊). (EI)

[2]. 伍冠滨, 陈俊平, 伍晓勐, 等. 基于非差非组合精客单点定位的区域大气改正建模及其验证[J]. 测绘学报 (在审). (EI)