



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

博士学位论文

GNSS 实时滤波定轨理论及软件研究

作者姓名：柳培钊

指导教师：陈俊平 研究员

中国科学院上海天文台

学位类别：理学博士

学科专业：天体测量与天体力学

培养单位：中国科学院上海天文台

2023 年 6 月

Research on Theory and Software of GNSS Real-Time Filtering
Orbit Determination

A dissertation submitted to
University of Chinese Academy of Sciences
in partial fulfillment of the requirement
for the degree of
Doctor of Philosophy
in Astrometry and Celestial Mechanics

By

LIU Peizhao

Supervisor: Prof. CHEN Junping

Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences

June, 2023

中国科学院大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。承诺除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体享有著作权的研究成果，未在以往任何学位申请中全部或部分提交。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人或集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

日 期：

中国科学院大学 学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院大学有关收集、保存和使用学位论文的规定，即中国科学院大学有权按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则，保留并向国家指定或中国科学院指定机构送交学位论文的电子版和印刷版文件，且电子版与印刷版内容应完全相同，允许该论文被检索、查阅和借阅，公布本学位论文的全部或部分内容，可以采用扫描、影印、缩印等复制手段以及其他法律许可的方式保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：

日 期：

导师签名：

日 期：

摘 要

随着我国北斗卫星导航系统和欧盟 Galileo 系统的正式建成，多 GNSS 并存发展的局面已然形成、联合应用的趋势日益显著。GNSS 实时高精度 PNT 服务在灾害监测预警、气象监测预报、飞机精密近进、低轨卫星实时定轨、精准农业、自动驾驶等多个行业与领域得到了广泛的应用，而 GNSS 实时精密轨道是实现这些科学与工程应用的必要前提条件。目前，普遍使用的实时轨道是通过“事后批处理定轨 + 轨道预报”而获得的，预报实时轨道的不足之处主要体现在两点：1、实时轨道精度会随着预报时间的推移不断地下降，同时在轨道更新时间点上还存在轨道跳变现象；2、当 GNSS 卫星有机动或者姿态变化时，预报实时轨道的精度将出现异常且无法及时预警。基于滤波估计的实时定轨可以有效克服预报轨道存在的以上问题，因此有必要进行 GNSS 实时滤波定轨的研究并开发相应的软件平台，以更好地服务于各类 GNSS 实时精密 PNT 应用。

围绕 GNSS 实时滤波定轨的研究，本文的主要工作可以概括为三点：

1、从无到有开发了一个 GNSS 实时滤波定轨软件平台 – RTMaster。该平台目前仅支持事后 RINEX 观测数据的仿实时处理。使用该平台对 GPS 系统进行了实时定轨解算，并以 IGS 最终轨道产品为基准对 GPS 实时轨道进行了评估。结果显示，当使用全球均匀分布的 40 个测站且进行非差模糊度固定时，GPS 实时轨道在径向、切向、法向上的 RMS 值分别为 2.5 cm、2.5 cm、1.6 cm。一方面，定轨结果表明了当实时观测数据稳定且可靠时，使用 60 个左右的地面测站网就可以实现高精度的 GPS 实时定轨；另一方面也反映了非差模糊度固定在 GNSS 实时定轨中的重要作用。由于 RTMaster 软件平台在设计之初即面向多系统，后续可以较为方便地对其余 GNSS 进行实时定轨验证。

2、从数学推导的角度出发，分析了 GNSS 卫星受照横截面积的变化对太阳光压摄动力的影响。针对 ECOM1 模型在长方体 GNSS 卫星精密定轨中的不足，构建了顾及卫星受照横截面积变化的 ECOM1 模型，该模型可看作一种顾及卫星尺寸信息的 ECOM1 模型增强方法。通过 Galileo 系统实时定轨对这一模型增强方法进行了验证，结果显示：该增强策略在不增加额外待估参数的前提下，实现了和 ECOM2 模型相当的定轨精度。

3、从数学推导的角度出发，构建了一个经验型太阳光压模型 – QOF 模型。为了验证 QOF 光压模型的性能，以 ECOM 五参数模型为对照，分别将两个光压模型应用于 GPS 实时定轨。结果表明：相较于 ECOM 五参数模型，QOF 模型对应的 GPS 实时轨道 RMS 在径向上由 2.92 cm 提升至 2.08 cm（提升 28.8%），切向上由 2.66 cm 提升至 2.40 cm（提升 9.8%），法向上由 1.91 cm 提升至 1.89 cm（提升 1.0%），三维上由 4.39 cm 提升至 3.70 cm（提升 15.7%）。

关键词： GNSS，实时定轨，滤波，经验型光压模型

Abstract

With the official accomplishment of China's BeiDou navigation satellite system and the European Galileo system, the situation of coexistence and development of multi-GNSS has been formed, and the trend of multi-GNSS joint usage is becoming more and more remarkable. Real-time high-precision PNT services based on GNSS are widely used in many industries and fields, such as disaster monitoring and early warning, meteorological monitoring and forecasting, aircraft precision approach, LEO satellite real-time orbit determination, precision agriculture, automatic driving, and more. To realize these scientific and engineering applications, GNSS real-time precise orbit information is an indispensable prerequisite. At present, the commonly used real-time orbit is obtained by the method of "batch-processing orbit determination + orbit prediction", and the shortcomings of the predicted orbit are mainly reflected in two points: 1. The accuracy of real-time orbit decreases as the prediction goes on, and there exists also the phenomenon of orbit jump at the time of orbit update; 2. When GNSS satellites have maneuvers or attitude changes, the accuracy of the predicted orbit will be abnormal and cannot be warned in time. Real-time orbit determination based on filtering estimation can effectively overcome the above problems of the predicted orbit. Therefore, it is necessary to conduct research on GNSS real-time filter-based orbit determination and develop the corresponding software platform to better serve various GNSS real-time precise PNT applications.

Around the research of GNSS real-time filtering and orbit setting, the main work of this paper can be summarized as three points:

1. From scratch, a GNSS real-time filter-based orbit determination software platform – RTMaster has been developed. The platform currently supports only the archived RINEX data processing in a simulated real-time mode. The platform was used to conduct the real-time orbit determination for GPS constellation and then the generated GPS real-time orbit is evaluated against the IGS final orbit product. The results show that when 40 stations globally and uniformly distributed are used and the undifferenced

ambiguity resolution is performed, the RMS values of the GPS real-time orbit in radial, tangential and normal directions are 2.5 cm, 2.5 cm and 1.6 cm, respectively. On the one hand, the results show that when real-time GNSS observations are stable and reliable, the GPS real-time precise orbit determination can be achieved with a network of about 60 ground stations; On the other hand, it also reflects the important role of undifferenced ambiguity resolution in GNSS real-time orbit determination. Since the RTMaster software platform is designed for multi-GNSS at the beginning, it is not difficult to verify the real-time orbit determination for other GNSS.

2. From the perspective of mathematical derivation, the impact of the variation of the illuminated cross-sectional area of GNSS satellites on SRP perturbation is analysed. To address the shortcomings of the ECOM1 model in the POD of elongated GNSS satellites, an ECOM1 model that takes into account the variation of the illuminated cross-sectional area of satellites is constructed. This model can be regarded as an enhancement of the ECOM1 model which takes into account satellite dimensions. The augmentation strategy is validated by real-time POD of the Galileo constellation, and the result shows that the enhancement strategy achieves an orbit accuracy comparable to that of the ECOM2 model without adding additional parameters to be estimated.

3. From the perspective of mathematical derivation, an empirical solar radiation pressure model - QOF model is constructed. In order to verify the performance of the QOF SRP model, the ECOM five-parameter model is selected as the control and these two SRP models are used in GPS real-time orbit determination respectively. The results show that compared with the ECOM five-parameter model, the GPS real-time orbit RMS of the QOF model is improved from 2.92 cm to 2.08 cm in the radial direction (improved by 28.8%), improved from 2.66 cm to 2.40 cm in the tangential direction (improved by 9.8%), improved from 1.91 cm to 1.89 cm in normal direction (improved by 1.0%), and improved from 4.39 cm to 3.70 cm in 3D (improved by 15.7%).

Keywords: GNSS, real-time orbit determination, filter, empirical SRP model

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 国内外研究现状	3
1.3 本文研究内容及章节安排	5
第 2 章 GNSS 实时滤波定轨理论基础	9
2.1 GNSS 概述	9
2.1.1 GPS 系统	9
2.1.2 北斗系统	10
2.1.3 Galileo 系统	11
2.1.4 各 GNSS 系统比较	12
2.2 GNSS 观测模型	13
2.2.1 观测方程	13
2.2.2 误差模型	14
2.2.3 观测值线性组合	18
2.3 GNSS 非差模糊度固定	20
2.4 时间与坐标系统	20
2.4.1 时间系统	21
2.4.2 坐标系统	22
2.5 GNSS 卫星运动方程及其数值解	24
2.5.1 运动方程	24
2.5.2 力学模型	25
2.6 U-D 滤波	35
2.6.1 经典卡尔曼滤波	35
2.6.2 卡尔曼滤波的 U-D 协方差分解	37
2.7 小结	38
第 3 章 GPS/BDS-3 实时滤波定轨算例分析	39
3.1 引言	39
3.2 GPS 实时滤波定轨	42
3.2.1 试验设计	42
3.2.2 结果分析	43
3.3 BDS-3 实时滤波定轨	58

3.3.1 BDS-3 星座基本情况	58
3.3.2 解算策略	58
3.3.3 结果分析	58
3.4 小结	64
第 4 章 ECOM 光压模型在 Galileo 实时定轨中的影响分析	67
4.1 引言	67
4.2 长方体 GNSS 卫星光照横截面积的变化分析	69
4.3 Galileo 实时定轨试验	77
4.4 小结	83
第 5 章 QOF 经验型太阳光压模型的构建与初步分析	85
5.1 引言	85
5.2 QOF 经验型太阳光压模型的构建	86
5.2.1 构建思路	86
5.2.2 构建过程	87
5.3 QOF 经验型太阳光压模型的初步验证	90
5.3.1 试验设计	90
5.3.2 GPS 实时轨道精度评估	93
5.4 小结	102
第 6 章 总结与展望	103
6.1 本文工作总结	103
6.2 后续工作展望	104
附录 A GNSS 实时滤波定轨程序开发	105
A.1 引言	105
A.2 实时滤波定轨之流程策略	105
A.3 程序设计	109
参考文献	115
致谢	123
作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果	125

图形列表

1.1 本文研究内容的框架结构	6
2.1 GPS 星座示意图 (来源: https://www.gps.gov)	10
2.2 北斗系统星座示意图 (来源: http://www.beidou.gov.cn)	11
2.3 Galileo 系统星座示意图 (来源: https://gssc.esa.int)	12
3.1 由小到大依次包含的四个测站网之分布图: 20 个测站 (左上)、40 个测站 (右上)、60 个测站 (右下)、80 个测站 (左下)	41
3.2 GPS 各卫星实时轨道偏差统计	47
3.3 GPS 各卫星实时轨道 RMS 统计	52
3.4 各组 GPS 实时轨道误差的时间序列	56
3.5 各组 GPS 实时定轨的历元耗时情况	57
3.6 按卫星制造单位分组的 BDS-3 各卫星的轨道和钟差精度比较	62
3.7 按卫星轨道面分组的 BDS-3 各卫星的轨道和钟差精度比较	63
3.8 各组 BDS-3 实时定轨的历元耗时情况	64
4.1 太阳、地球和卫星轨道之间的几何关系	70
4.2 Galileo FOC 卫星星体的光照横截面积随时间的变化	76
4.3 Galileo FOC 卫星星体的光照横截面积的谱分析	77
4.4 试验所用 MGEX 测站的分布	78
4.5 不同光压策略之间的 Galileo 轨道精度比较	81
5.1 太阳、地球和 GNSS 卫星轨道之间的几何关系以及 QOF 经验型太阳光压模型各参考轴的空间指向	87
5.2 QOF 模型验证试验所选 IGS 测站的名称及分布情况	91
5.3 采用不同过程噪声时, ECOM 和 QOF 模型的 GPS 系统实时轨道精度 (Liu 等, 2022)	92
5.4 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 各卫星轨道偏差	95
5.5 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 各卫星轨道 RMS	98
5.6 轨道评估时段内 (2019 年 10 月 3 日至 8 日), 异常卫星 (G02、G07、G18、G27) 的轨道误差时间序列	101
A.1 GNSS 实时滤波定轨处理流程	106
A.2 RTMaster 软件平台结构图	109

表格列表

2.1 GPS、BDS-3、Galileo 各系统主要参数比较	13
2.2 GNSS 卫星所受作用力一览表	26
3.1 部分 IGS 分析中心各类型轨道产品解算所用测站数量（数据来源为各分析中心的 SUM 文件，GPS 时 2243 周）	40
3.2 针对测站数量和非差模糊度固定设计的对照试验	42
3.3 GPS 实时定轨对比试验所采用的解算策略	44
3.4 GPS 实时轨道评估中的卫星剔除情况	45
3.5 GPS 星座卫星类型统计	45
3.6 GPS 星座卫星轨道面统计（下划线表示试验期间该卫星处于地影期）	46
3.7 GPS 星座实时轨道误差的偏差统计（单位：厘米）	48
3.8 GPS 各卫星实时轨道偏差具体数值（单位：厘米）（一）	49
3.9 GPS 各卫星实时轨道偏差具体数值（单位：厘米）（二）	50
3.10 GPS 星座实时轨道误差的 RMS 统计（以厘米为单位）	53
3.11 GPS 各卫星实时轨道 RMS 具体数值（单位：厘米）（一）	54
3.12 GPS 各卫星实时轨道 RMS 具体数值（单位：厘米）（二）	55
3.13 各组 GPS 实时定轨所对应的状态参数统计（ $n_{\text{sat}}=32$ ）	56
3.14 BDS-3 星座基本信息一览表（截至 2012 年 8 月）	59
3.15 Processing strategies used for BDS-3 experiments	60
3.16 滤波状态参数以及噪声设置（ $n_{\text{sat}}=27, n_{\text{sta}}=20,40,60,80$ ）	61
3.17 BDS-3 MEO 卫星轨道和钟差精度统计（单位：厘米）	63
4.1 试验期间（2022 年 4 月）Galileo 各卫星的尺寸信息	73
4.2 试验用到的太阳光压模型	77
4.3 Galileo 实时定轨试验的解算策略	79
4.4 Galileo 轨道精度统计，“offset $\pm$ STD”（单位：厘米）	82
5.1 试验时段内（2019 年 10 月 1 日至 8 日）GPS 星座的卫星类型	92
5.2 QOF 模型验证试验所用的解算策略	93
5.3 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 星座平均轨道偏差（单位：厘米）	95
5.4 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 各卫星轨道误差，偏差 $\pm$ STD（单位：厘米）	96
5.5 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 星座平均轨道 RMS（单位：厘米）	98
5.6 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 各卫星轨道 RMS（单位：厘米）	99

5.7 轨道精度评估时段内 (2019 年 10 月 3 日至 8 日), ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 卫星剔除情况	100
5.8 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 异常卫星轨道 RMS (单位: 厘米)	101
A.1 IGS 各分析中心及相应软件平台	105
A.2 GNSS 实时定轨所采用的观测模型	107
A.3 GNSS 实时定轨所采用的轨道动力学模型	108
A.4 RTMaster 软件平台主要组成部分	110
A.5 RTOrb 的功能模块组成	110
A.6 RTNet 的功能模块组成 (一)	111
A.7 RTNet 的功能模块组成 (二)	112
A.8 实时定轨程序中导航系统 (CDMA) 和信号频率的管理和使用	113

缩略词列表

APC	Antenna Phase Center
ARP	Antenna Reference Point
AT	Atomic Time
BDS	BeiDou Navigation Satellite System
BKG	Bundesamt für Kartographie und Geodäsie
CAST	China Academy of Space Technology
CDMA	Code Division Multiple Access
CNES	Centre National d'Études Spatiales
CODE	Center for Orbit Determination in Europe
CoM	Center of Mass
DT	Dynamical Time
ECEF	Earth-Centered Earth-Fixed
ECI	Earth-Centered Inertial
ECOM	Empirical CODE Orbit Model
ESA	European Space Agency
GF	Geometry-Free
GFZ	Deutsches GeoForschungsZentrum
GMF	Global Mapping Function
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
GPST	GPS Time
GPT	Global Pressure and Temperature
GRGS	Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale
IERS	International Earth Rotation and Reference Systems Service
IF	Ionosphere-Free

IGS	International GNSS Service
JPL	Jet Propulsion Laboratory
LC	Linear Combination
MF	Mapping Function
MIT	Massachusetts Institute of Technology
MW	Melbourne-Wübbena
NGS	National Geodetic Survey
NL	Narrow-Lane
NRCan	Natural Resources Canada
PCO	Phase Center Offset
PCV	Phase Center Variation
PNT	Positioning, Navigation and Timing
PPP	Precise Point Positioning
QOF	Quasi-Orbit-Fixed
QZSS	Quasi-Zenith Satellite System
RHCP	Right-Hand Circular Polarization
RNSS	Regional Navigation Satellite System
RTK	Real-Time Kinematic
RTN	Radial, Tangential, Normal
SECM	Shanghai Engineering Center for Microsatellites
SIO	Scripps Institution of Oceanography
SRP	Solar Radiation Pressure
SSR	State Space Representation
TAI	International Atomic Time
TDB	Barycentric Dynamical Time
TDT	Terrestrial Dynamical Time
TEC	Total Electron Content
UT	Universal Time

UTC Coordinated Universal Time

WHU Wuhan University

WL Wide-Lane

ZPD Zenith Path Delay

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

当前,实时高精度定位、导航和授时(Positioning, Navigation and Timing, PNT)服务已经成为现代社会生产生活中不可或缺的基本要素,而全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)以其全天时、全天候、全覆盖、高精度、高效率、低成本等优势为全球范围内的各类用户提供着最广泛的实时 PNT 服务。进入 21 世纪,世界范围内的 GNSS 建设发展迅速。中国和欧盟相继开始了自主可控的 GNSS 系统建设,美国的 GPS(Global Positioning System)和俄罗斯的 GLONASS(GLObal NAvigation Satellite System)也开启了各自的现代化进程。截至目前,已经建成的 GNSS 有美国的 GPS、俄罗斯的 GLONASS、中国的北斗卫星导航系统(BeiDou Navigation Satellite System, BDS)以及欧盟的 Galileo。除此以外,日本和印度还分别建设了各自的区域卫星导航系统(Regional Navigation Satellite System, RNSS): QZSS(Quasi-Zenith Satellite System)和 IRNSS(Indian Regional Navigational Satellite System),以提升本国及周边区域的 PNT 服务性能。

四个核心 GNSS 的发展概况如下:

- GPS 设计基础星座包含 24 颗中地球轨道(Medium Earth Orbit, MEO)卫星,轨道高度为 20180 千米,轨道周期为 11 时 58 分。这些卫星分布于 6 个轨道面内,它们的轨道倾角为 55 度。GPS 系统的建设开始于 1978 年,于 1995 年实现完全服务能力,并于 2005 年开始了其现代化进程。自建设以来, GPS 卫星的更新换代共包含了 BLOCK I、BLOCK II/IIA、BLOCK IIR-A/IIR-B/IIR-M、BLOCK IIF、BLOCK IIIA 等类型。在信号现代化方面, BLOCK IIR-M 卫星开始播发民用信号 L2C 以及新型军用信号, BLOCK IIF 卫星开始播发 L5 频率, BLOCK IIIA 卫星开始播发民用信号 L1C (Hegarty, 2017)。

- GLONASS 设计基础星座也包含 24 颗 MEO 卫星,轨道高度为 19100 千米,轨道周期约为 11 时 16 分。GLONASS 卫星分布于 3 个轨道面内,它们的轨道倾角约为 65 度。GLONASS 系统的建设开始于 1982 年,和 GPS 系统一样于 1995 年实现完全服务能力。自建设以来, GLONASS 卫星共有 GLONASS、GLONASS-M、GLONASS-K1 等类型。其中,作为系统现代化的一部分, GLONASS-K1 类型卫

星开始播发基于码分多址 (Code Division Multiple Access, CDMA) 技术的导航信号 (Revnivkykh 等, 2017)。

- BDS 的建设采用了“三步走”战略, 经历了 BDS-1、BDS-2、BDS-3 三个建设阶段 (Yang 等, 2017)。作为北斗卫星导航试验系统, BDS-1 于 2000 年发射了 2 颗地球静止轨道 (Geostationary Earth Orbit, GEO) 卫星并完成了星座部署, 因此也称作双星系统。2003 年和 2007 年, BDS-1 又分别发射了第三颗和第四颗 GEO 卫星。作为区域卫星导航系统, BDS-2 设计星座包含 5 颗 GEO 卫星、5 颗倾斜地球同步轨道 (Inclined Geosynchronous Orbit, IGSO) 卫星、4 颗 MEO 卫星。BDS-2 的建设开始于 2007 年, 并于 2012 年底完成系统建设。作为全球卫星导航系统, BDS-3 设计星座包含 3 颗 GEO 卫星、3 颗 IGSO 卫星、24 颗 MEO 卫星。其中, MEO 卫星分布于 3 个轨道面内, 轨道倾角约为 55 度。BDS-3 的建设开始于 2015 年, 并于 2020 年正式开通运行。

- Galileo 设计星座包含 30 颗 MEO 卫星, 其中 24 颗卫星组成基础星座, 其余 6 颗卫星作为辅助。这些卫星分布于 3 个轨道面内, 轨道倾角约为 56 度。Galileo 卫星的轨道高度为 23222 千米, 轨道周期约为 14 时 5 分 (Falcone 等, 2017)。Galileo 系统的建设开始于 2005 年, 目前已经完成 24 颗卫星基础星座的部署。

GNSS 提供的基本 PNT 服务一般分为标准定位服务 (Standard Positioning Service, SPS) 和精密定位服务 (Precise Positioning Service, PPS)。然而, 受限于 GNSS 广播星历产品的精度以及伪距观测量的测距精度, GNSS 提供的 SPS 和 PPS 服务难以实现分米级乃至厘米级的精度水平。为了实现厘米级的实时精密定位, 一方面需要使用具有毫米级测距精度的载波相位观测量, 另一方面需要实时获得厘米级精度的 GNSS 卫星轨道钟差产品。目前, 基于 GNSS 的厘米级定位技术主要有 RTK (Real-Time Kinematic) 技术和 PPP (Precise Point Positioning) 技术。

在无需 GNSS 精密轨道钟差产品的情况下, RTK 技术通过对地面两个观测站的同历元载波相位观测值作差, 可以最大程度上消除掉卫星轨道、卫星钟差、大气延迟等误差项的影响, 从而实现厘米级精度的实时定位服务。但是, 观测值差分操作使得 RTK 技术仅可获取观测站之间的相对位置且相对定位精度受制于两个观测站之间的距离, 因此 RTK 技术的作业范围十分有限。

在绝对定位的模式下，PPP 技术首先在状态域对 GNSS 卫星的轨道、钟差、信号偏差以及大气延迟等误差项进行精确的建模和估计，然后使用载波相位观测测量在单点定位过程中对以上误差项进行改正，从而实现厘米级定位服务。浮点解 PPP 技术具有收敛时间较长的缺点，这很大程度上限制了其在近实时乃至实时精密 PNT 领域的应用。为了解决这一难题，众多学者在 PPP 浮点解的基础上提出了模糊度固定、大气延迟改正等策略以提高定位精度、缩短收敛时长，从而演化为 PPP-AR (Ambiguity Resolution)、PPP-RTK 等技术。

随着 GNSS 应用的不断扩展，其实时高精度 PNT 服务在灾害监测预警、气象监测预报、飞机精密近进、低轨卫星实时定轨、精准农业、自动驾驶等多个行业与领域存在广泛的应用需求。而作为 GNSS 厘米级高精度绝对定位技术，相较于 RTK，PPP 技术 (Zumberge 等, 1997) 具有全球覆盖、操作灵活、高精度、低成本等优点，已经广泛应用于卫星精密定轨、灾害监测预警、气象监测预报等科学与工程领域 (Laurichesse 等, 2009; Bock 等, 2016)。考虑到实时精密轨道和钟差产品是实时 PPP 应用的前提，有必要针对 GNSS 精密轨道钟差产品的实时估计展开研究。

就 GNSS 实时精密定轨而言，目前常用的策略主要分为超快速轨道预报和实时滤波估计。根据已有研究 (Lou 等, 2022)，超快速轨道预报的不足之处主要有：1、实时轨道精度会随着预报时间的推移不断地下降，同时在轨道更新时间点上还存在轨道跳变现象；2、当 GNSS 卫星有机动或者姿态变化时，预报实时轨道的精度将出现异常且无法及时预警。而基于滤波估计的实时定轨可以有效克服超快速预报轨道存在的以上问题。综合以上分析，有必要开展 GNSS 实时滤波定轨的研究并开发相应的软件平台，以更好地服务于 GNSS 实时精密 PNT 应用。

1.2 国内外研究现状

根据 Francisco (1996)，GPS 系统的地面运控中心 OCS (Operational Control Segment) 使用 UD 分解形式的卡尔曼滤波对 GPS 系统状态量进行实时估计，其中最主要的状态量就是 GPS 卫星轨道和钟差。而后，对实时估计的轨道钟差进行拟合外推，再解算生成 GPS 卫星向用户广播的星历参数。起初为了解算效率的缘故，GPS 星座的滤波估计曾一度采用了分批处理的方法，数颗卫星成为一

组并分配一个滤波器。随着计算机技术的发展进步，GPS 系统的实时定轨如今只需要一个单独的滤波器。

JPL 对 GNSS 实时滤波定轨的研究由来已久 (Lichten 等, 1987, 1989; Bertiger 等, 1997), 其所用滤波算法为 SRIF (Square Root Information Filter)。JPL 利用其软件平台 GIPSY 开发了广域 GPS 差分系统并联合其它组织或者商业公司将该系统投入了实际应用, 如美国联邦航空管理局的广域增强系统、SATLOC 的精准农业服务系统等。除了不适用于高频观测数据的实时处理以外, 以 Fortran 程序为主的 GIPSY 平台也难以实现在操作系统之间的移植。为了解决这些问题, JPL 在不损失模型精度的前提下利用 C 语言对 GIPSY 软件平台进行了重新实现, 并为新软件平台取名 Real-Time Gipsy (RTG)。彼时, RTG 利用局部分数测站可以实现 1 米左右精度水平的 GPS 实时定轨。继 GIPSY 和 RTG 之后, JPL 又开发了新一代的软件平台 GipsyX/RTGx (Bertiger 等, 2020)。该平台目前支持 GNSS、SLR、DORIS 等空间大地测量数据的精密处理, 同时也支持实时和事后方式的数据解算。以用户测距误差 (User Range Error, URE) 为评估指标, 基于 RTGx 算得的 GPS 实时轨道钟差的综合精度为 5 厘米。自 2014 年开始, RTGx 平台也正式取代 RTG 成为 GDGPS 系统的解算引擎。目前, GDGPS 全面支持 GPS、GLONASS、BDS、Galileo、QZSS 等多系统的轨道钟差差分改正数的播发, 且 MEO 导航卫星的实时轨道精度优于 20 厘米 (3D RMS), URE 指标精度优于 10 厘米。

2005 年, 英国 Newcastle 大学的研究人员在 IGS 分析中心 ESOC/ESA 的事后 GNSS 数据处理平台软件 BAHN 的基础上扩展了实时滤波功能, 从而开发了实时 GNSS 数据处理平台软件 Auto-BAHN (Zhang 等, 2007)。基于 Auto-BAHN 实时滤波估计的 GPS 轨道可以实现三维轨道精度约 13.6 厘米。

根据 Laurichesse 等 (2013), IGS 实时分析中心 CNES 最初依赖外部超快速预报轨道获取实时轨道信息。2013 年, 该分析中心采用 UD 分解形式的卡尔曼滤波实现了卫星轨道和钟差产品的一步法实时估计, 并对 GPS 系统和 Galileo 系统进行了实时滤波定轨的解算验证。结果表明, 非差模糊度固定的 GPS 实时轨道在径向、切向、法向上的精度分别为 2.86 cm、4.18 cm、2.24 cm; 而未进行非差模糊度固定的 Galileo 实时轨道的 3D RMS 在 15 厘米左右。目前, CNES 分析中心采用滤波定轨方法实时解算 GPS、GLONASS、BDS、Galileo 等全系统的轨道钟差产品, 且其各系统的实时轨道精度在所有 IGS 实时分析中心里面最优 (Li

等, 2022)。

日本的宇宙航空研究开发机构联合东京海洋大学开发了 MADOCA 软件平台, 以实时估计多 GNSS 的轨道和钟差产品 (Takasu 等, 2005; Takasu, 2013)。MADOCA 实时解算的 GPS 轨道在径向、切向、法向上的精度分别为 2.66 cm、5.60 cm、4.57 cm; GLONASS 轨道在径向、切向、法向上的精度分别为 2.71 cm、7.73 cm、7.87 cm。

在武汉大学 PANDA 软件平台的基础上, 戴小蕾 (2016) 利用平方根信息滤波 (Square-Root Information Filter, SRIF) 算法扩展了实时滤波定轨功能, 解算的实时 GPS 轨道在径向、切向、法向上的精度分别为 2.9 cm、4.8 cm、3.7 cm, 实时 GLONASS 轨道在径向、切向、法向上的精度分别为 3.3 cm、7.6 cm、4.2 cm。李成龙 (2022) 继续在该平台基础上实现了实时数据流的处理能力。随着非差模糊度固定算法的实现, 该平台 GPS、Galileo 仿实时滤波轨道的三维 RMS 可以达到 4.7 cm、5.5 cm (Dai 等, 2022)。

Kuang 等 (2019) 及匡开发 (2019) 进行了 GPS 系统实时滤波定轨的研究并利用 OpenMP 并行处理方法实现了解算效率的提升, GPS 实时轨道 RMS 在径向、切向、法向上分别为 2.7 cm、5.7 cm、4.9 cm。Kuang 等 (2021) 进行了 Galileo 系统的实时定轨研究, 在进行非差模糊度固定的情况下, Galileo 实时轨道 RMS 在径向、切向、法向上分别达到了 3.66 cm、3.60 cm、3.09 cm。

1.3 本文研究内容及章节安排

本文围绕 GNSS 的实时滤波定轨这一关键问题, 开发了 GNSS 实时滤波定轨软件平台并构建了新型的太阳光压模型和策略以提升 GNSS 实时定轨精度。本文的主要研究内容和论文架构如图 1.1 所示。

本文各章节的具体内容安排如下:

第 1 章, 绪论。本章主要介绍了 GNSS 实时滤波定轨的研究背景及意义, 并详细论述了实时滤波定轨的国内外研究现状, 进而引出了本文的主要研究内容和具体章节安排。

第 2 章, GNSS 实时滤波定轨理论基础。本章首先简单介绍了 GPS 系统、北斗导航系统、Galileo 系统的发展历史和当前现状, 并就 GNSS 主要设计参数比较了三者之间的差异。就 GNSS 精密数据处理方面, 首先列出了 GNSS 伪距和

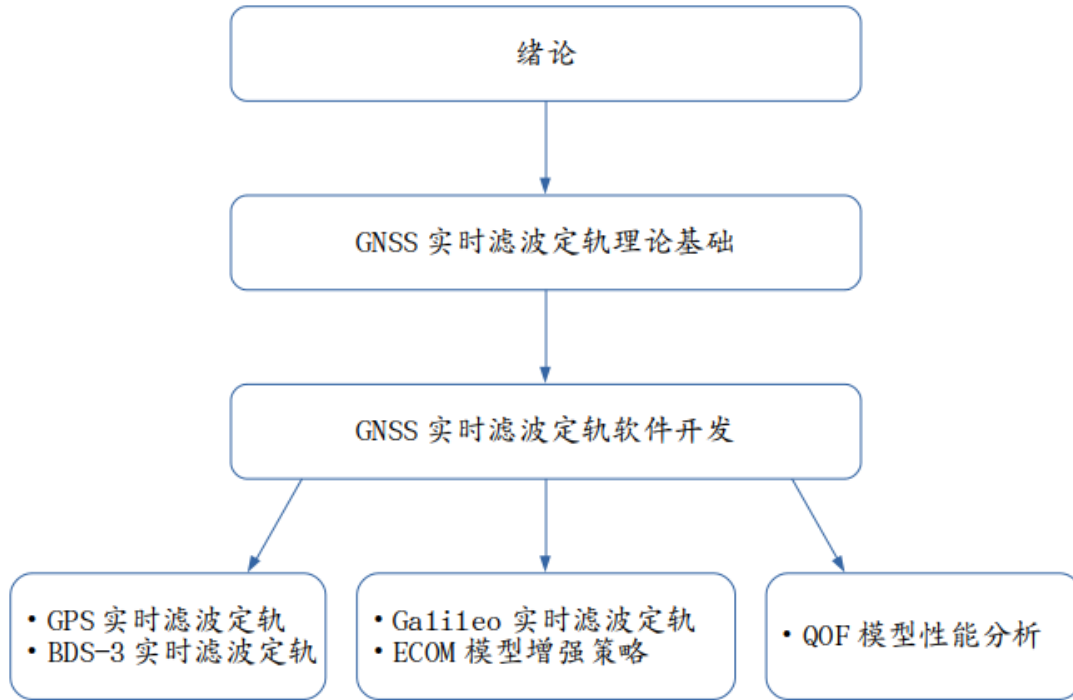


图 1.1 本文研究内容的框架结构

载波相位原始观测值的观测方程，然后总结了精密数据处理需要考虑的误差项并就本程序实现过程中所选择的模型进行了阐明，最后针对 GNSS 数据处理中常用到的观测值线性组合进行了汇总。在人造卫星精密定轨方面，首先介绍了 GNSS 精密定轨中所用到的时间系统和坐标系统，以及它们之间相互联系和转换，其次系统介绍了 GNSS 卫星的运动方程、轨道力学模型、卡尔曼滤波分解算法等内容。GNSS 实时滤波定轨程序开发则在附录 A 中给出。依托 GNSS 精密数据处理和卫星精密定轨的基础理论，开发了支持多 GNSS 的实时滤波定轨软件平台 RTMaster；介绍了该软件的总体结构、处理流程以及各组成部分的功能用途，以列表的形式展示了模块 RTNet 和 RTOrb 的具体内容；汇总了该软件平台实时定轨所采用的观测模型、力学模型、解算策略等关键信息。

第 3 章，测站数量及非差模糊度固定对 GPS 实时定轨的影响。为了测试软件平台 RTMaster 的实时定轨性能，基于实测数据，对 GPS 系统进行了实时滤波定轨；根据实时轨道精度、实时解算效率等评估指标，对测站数量和非差模糊度固定这两个因素进行了验证。

第 4 章，ECOM 光压模型在 Galileo 实时定轨中的影响分析。首先从数学推导出发，阐明卫星受照横截面积的变化对太阳光压摄动力的影响；然后构建了顾

及卫星受照横截面积变化的 ECOM 模型,通过 Galileo 系统实时定轨对这一策略进行了验证,探讨了 GNSS 卫星尺寸信息在经验型光压模型构建中的作用。

第 5 章, QOF 经验型太阳光压模型的构建与初步分析。从数学推导的角度出发,构建了一种新型的经验型太阳光压模型 – QOF 模型;以 ECOM 五参数模型为对照,通过应用于 GPS 系统的实时滤波定轨,对 QOF 模型的定轨性能进行了验证。

第 6 章,总结与展望。总结了本文的研究内容,并在此基础上对接下来的研究工作给出展望。

第2章 GNSS 实时滤波定轨理论基础

2.1 GNSS 概述

随着我国北斗系统和欧盟 Galileo 系统的全面建成,多 GNSS 星座并存发展的局面已然形成。目前,GNSS 涵盖了美国的 GPS、俄罗斯的 GLONASS、中国的北斗系统、欧盟的 Galileo 这四个均已具备全面服务能力的全球卫星导航系统,还囊括了日本的 QZSS、印度的 IRNSS 这两个区域型卫星导航系统。不管是定轨还是定位,多 GNSS 融合的数据处理已经成为一个必然的发展趋势。由于本文研究内容为基于滤波的多 GNSS 系统实时精密定轨,接下来将首先对 GPS、北斗系统、Galileo 这三个系统的发展历史、星座现状等内容进行简要的论述,然后以列表的形式比较了三者在星座部署、时间系统、坐标系统、信号频率等方面的差异。因为 GLONASS 系统采用了频分多址的信号复用方式,本文定轨软件暂时不对该系统进行解算。

2.1.1 GPS 系统

GPS 是美国国防部出于军事目的而建设的第二代星基全球定位导航系统。该系统于 1978 年 2 月发射第一颗 BLOCK I 类型的组网卫星,在 1993 年实现初步服务能力并于两年后正式开通运行。系统建成后,GPS 提供的实时定位精度在 10 米左右,远远优于当初的设计精度。GPS 曾一度实施了 SA 政策以降低民用导航定位的精度至 100 米左右的水平,后来出于系统竞争的需要,美国政府在 2000 年 5 月决定终止这一干扰政策。2007 年,美国政府还宣布新建造的 BLOCK III 类型的卫星将不再具备 SA 干扰功能。

伴随着 SA 政策的终止,GPS 系统也开始了其现代化进程。在民用信号方面,GPS 现代化举措包括 IIR-M 卫星新播发第二个民用信号 L2C、IIF 类型的卫星增加了信号频率 L5 并新播发利用该频率播发第三个民用信号 L5、III 类型的卫星新播发第四个民用信号 L1C。除此之外,GPS 的现代化还涉及军用信号的增强、卫星设计寿命的延长、新型星载原子钟等方面。

按照最初设计,GPS 星座拥有 6 个轨道面,每个轨道面部署 4 颗卫星,从而组成 24 颗卫星的基础星座。后来为了实现更好的全球覆盖,GPS 基础星座的卫星数目扩展到了 27 颗,如图 2.1 所示。但实际上,近年来 GPS 星座正常提供服

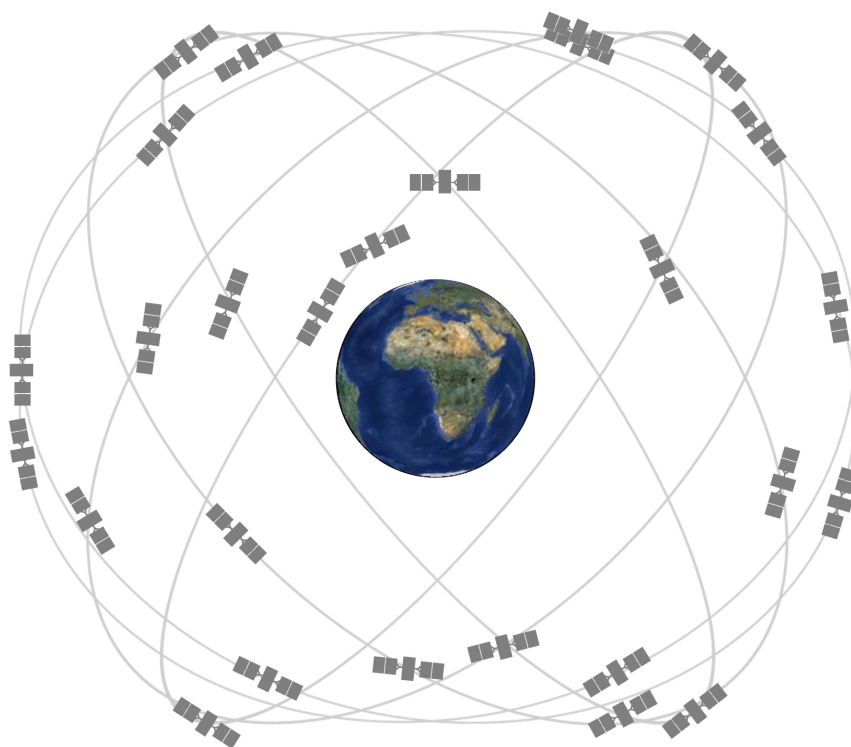


图 2.1 GPS 星座示意图 (来源: <https://www.gps.gov>)

务的卫星数目要多于 27 颗, 目前稳定维持在 32 颗左右。GPS 系统理论上的轨道倾角为 55 度、轨道高度距离地面 20200 公里、轨道周期为 11 小时 58 分。

2.1.2 北斗系统

北斗系统是我国自主建设并独立运行的卫星导航系统。从实际国情出发, 我国北斗卫星导航系统的建设按照“三步走”战略历经了双星系统(北斗一号)、区域系统(北斗二号)、全球系统(北斗三号)这三个相互之间较为独立又颇为衔接的建设阶段。北斗一号系统首先于 2000 年完成两颗 GEO 卫星的发射, 之后在 2003 年第三颗 GEO 卫星的成功发射标志着整个系统的建设完成。北斗一号在我国本土范围内提供主动式双向测距定位服务, 并于 2008 年汶川地震的抗震救灾任务中发挥了重要的作用。

从 2007 年 4 月发射第一颗北斗二号导航卫星开始, 到 2012 年 12 月正式开通运行, 北斗二号系统共包含了 5 颗 GEO 卫星、5 颗 IGSO 卫星和 4 颗 MEO 卫星。在克服了北斗一号主动式有源定位的弱点之后, 北斗二号成为真正可用于军事国防事业的卫星导航系统, 在面向亚太区域及周边提供着连续可靠的导航定位服务的同时, 也为北斗系统迈向全球化打下了坚实的基础。2017 年 11 月, 两

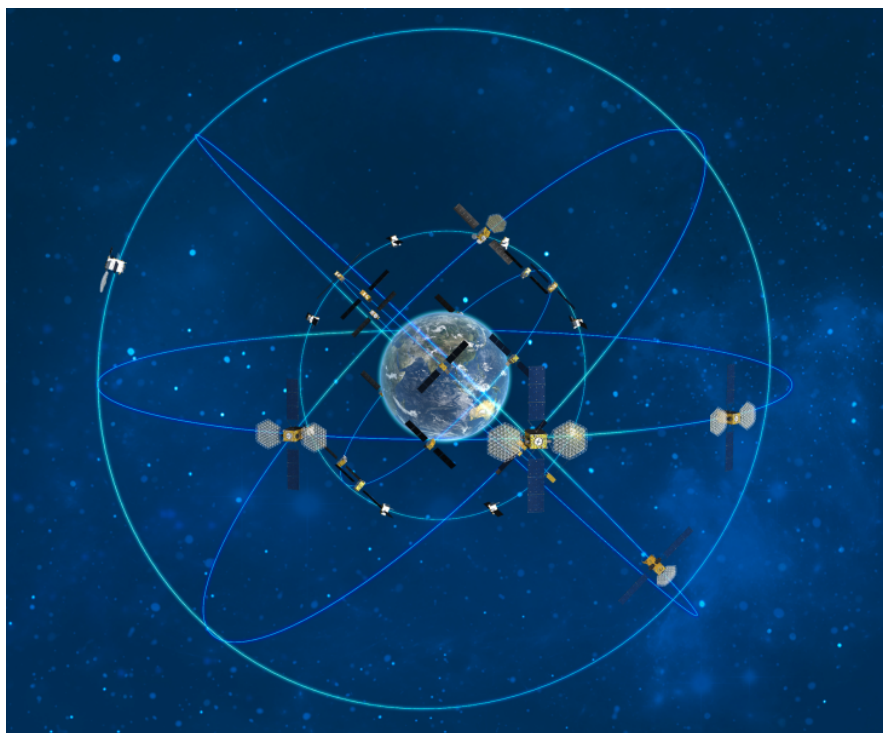


图 2.2 北斗系统星座示意图 (来源: <http://www.beidou.gov.cn>)

颗 MEO 卫星的发射标志着北斗三号系统建设的开始。2020 年 8 月 1 日, 在按照设计要求完成了 24 颗 MEO 卫星、3 颗 IGSO 卫星、3 颗 GEO 卫星的发射部署之后, 北斗三号全球卫星导航系统正式开通运行, 标志着北斗卫星导航系统“三步走”战略的圆满完成。

如上所述, 北斗三号空间星座在设计上由 3 颗 GEO 卫星、3 颗 IGSO 卫星、24 颗 MEO 卫星组成。GEO 卫星轨道高度为 35786 公里, 分别部署于东经 80 度、110.5 度、140 度; IGSO 卫星轨道高度同样为 35786 公里, 轨道倾角为 55 度, 分布于 3 个轨道面上; MEO 卫星轨道高度为 21528 公里, 轨道倾角为 55 度, 分布于 3 个轨道面上; 整个星座的分布如图 2.2 所示。通过采用由三种轨道卫星构成的混合星座, 北斗系统相较于其它 GNSS 拥有更多的高轨卫星, 因此具有更强的抗遮挡性能。

2.1.3 Galileo 系统

Galileo 系统是欧盟以民用名义独立建设的全球卫星导航系统。首先, 欧盟于 2005 年和 2008 年分别发射了在轨验证卫星 GIOVE-A 和 GIOVE-B (Galileo In-Orbit Validation Element, GIOVE), 以抢救导航信号频率和测试如星载原子钟等关键导航组件。随后, 欧盟又于 2011 年至 2012 年间发射了 4 颗 IOV 卫星, 这

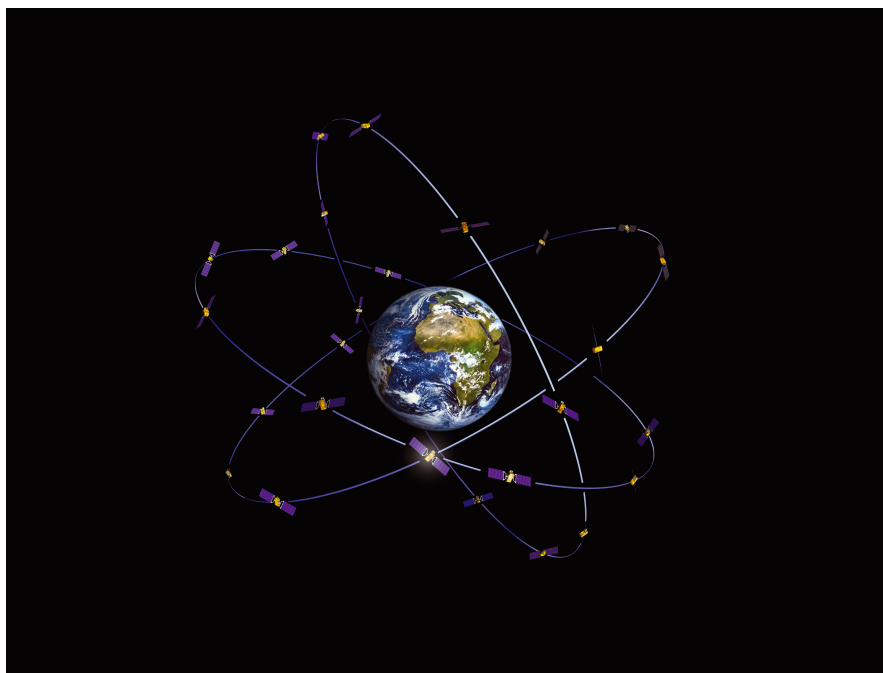


图 2.3 Galileo 系统星座示意图 (来源: <https://gssc.esa.int>)

一阶段的任务是获得 Galileo 系统独立的地面定位结果,同时对地面运控部分进行测试。在完成验证阶段之后,从 2014 年 8 月开始截至目前,欧盟以一箭双星或一箭四星的方式共完成了 24 颗 FOC 卫星的发射,基本完成了 Galileo 空间星座的部署。

Galileo 空间星座在设计上由 30 颗 MEO 卫星组成,其中 24 颗卫星构成基础星座,其余 6 颗作为辅助或备份卫星存在。这些卫星轨道高度为 23222 公里,轨道倾角为 56 度,分布于 3 个轨道面上。Galileo 系统整个星座的分布如图 2.3 所示。

2.1.4 各 GNSS 系统比较

同样作为全球卫星导航系统,各 GNSS 之间在系统组成、信号调制、定位原理等方面存在相似之处。但是,这些由不同国家或地区独立自主建设的各 GNSS 系统在星座部署、时间系统、坐标系统、信号频率等诸多方面也存在着一一定的差异。表 2.1 列举了 GPS、北斗三号、Galileo 这三个 GNSS 系统的一些基本参数。

各 GNSS 系统之间的差异可能对多 GNSS 数据融合处理产生一定的影响。其一,基于广播星历的多系统联合定位需要顾及各 GNSS 之间的时间系统和坐标系统差异,一般通过系统之间的转换参数使定位结果落在统一的时空参考框架之下。其二,多 GNSS 的联合定轨一般需要由广播星历计算先验卫星轨道和钟

差，此时也需要进行各时间系统之间的转换和统一。

表 2.1 GPS、BDS-3、Galileo 各系统主要参数比较

参数	GPS	BDS-3	Galileo
轨道类型	MEO	MEO/IGSO/GEO	MEO
设计卫星数目	24	24/3/3	30
轨道高度 (km)	20180	21528/35786/35786	23222
轨道面数目	6	3/3/1	3
轨道倾角	55°	55°/55°/0°	56°
轨道周期 (MEO)	11 时 58 分	12 时 53 分	14 时 4 分
时间系统	GPST	BDT	GST
坐标系统	WGS84	BDCS	GTRF
信号频率	L1/L2/L5	B1/B2(B2a+B2b) Legacy B1/B3	E1/E6/E5(E5a+E5b)

2.2 GNSS 观测模型

2.2.1 观测方程

作为 GNSS 数据处理中的两类基本观测量，伪距和载波相位的观测方程为

$$\begin{cases} P_r^s = \rho_r^s + \Delta\rho_{rel} + \Delta\rho_{clk} + \Delta\rho_{trp} + \Delta\rho_{ion} + \Delta\rho_{apc} + \epsilon_P \\ L_r^s = \rho_r^s + \Delta\rho_{rel} + \Delta\rho_{clk} + \Delta\rho_{trp} - \Delta\rho_{ion} + \Delta\rho_{apc} + \Delta\rho_{pw} + \lambda N_r^s + \epsilon_L \end{cases} \quad (2.1)$$

其中，各项符号的含义分别为：

- s, r 卫星及测站标识符
- P_r^s GNSS 伪距观测值，单位为米
- L_r^s GNSS 载波相位观测值，单位为米
- λ GNSS 载波的波长，单位为米
- ρ_r^s 卫星质心（信号发射时刻）到接收机天线参考点（信号接收时刻）的几何距离
- $\Delta\rho_{rel}$ 相对论效应

$\Delta\rho_{clk}$	卫星钟差和接收机钟差的等效距离
$\Delta\rho_{trp}$	信号传播路径上的对流层延迟
$\Delta\rho_{ion}$	信号传播路径上的电离层延迟
$\Delta\rho_{apc}$	天线相位中心改正
$\Delta\rho_{pw}$	相位缠绕效应
N_r^s	初始整周模糊度
ϵ_P, ϵ_L	伪距和载波相位观测噪声，未模型化的误差项也包含其中。

2.2.2 误差模型

相对论改正 – $\Delta\rho_{rel}$

GNSS 观测方程中的相对论效应主要体现在两个方面，如下式所示，

$$\Delta\rho_{rel} = \Delta\rho_{rel}^{shapiro} + \Delta\rho_{rel}^{periodic}. \quad (2.2)$$

根据广义相对论，GNSS 信号由卫星传播至测站的过程中会受到引力位变化的影响，即所谓的 Shapiro 效应。Shapiro 效应引起的距离改正可达 19 毫米 (Zhu 等, 1988)，其具体计算公式为，

$$\Delta\rho_{rel}^{shapiro} = \frac{2GM_{\oplus}}{c^2} \cdot \ln \frac{r^s + r_r + r_r^s}{r^s + r_r - r_r^s}. \quad (2.3)$$

其中， $GM_{\oplus}$ 为地球引力系数， c 为真空中光速， r^s 为卫星到地心的距离， r_r 为接收机到地心的距离， r_r^s 为卫星到接收机的距离。

GNSS 卫星在轨运行时，其星载原子钟会同时受到广义相对论效应和狭义相对论效应的影响。根据 GNSS 圆形设计轨道，GNSS 星载原子钟在频率设定时会在标称频率基础上进行一定的修正，从而抵消相对论效应对卫星钟的影响。尽管如此，GNSS 定轨定位等数据处理依然要考虑卫星非圆形轨道引起的周期性相对论效应，其计算公式为 (Kouba, 2002)

$$\Delta\rho_{rel}^{periodic} = \frac{2}{c}(\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}). \quad (2.4)$$

其中 c 为真空中光速， $\mathbf{r}$ 和 $\dot{\mathbf{r}}$ 分别表示卫星的位置和速度。

卫星钟差和接收机钟差 – $\Delta\rho_{clk}$

GNSS 的基本原理就是对时间差 (= 信号接收时刻-信号发射时刻) 的精准测量, 该时间差的等效距离包含了星站几何距离以及叠加的各误差项。因此, GNSS 伪距和载波相位观测量的获取依赖于卫星端和接收机端的时钟, 进而卫星钟差和接收机钟差对 GNSS 距离观测值会产生直接的影响, 即

$$\Delta\rho_{clk} = c(\delta t_r - \delta t^s). \quad (2.5)$$

GNSS 星载原子钟具有很高的精度和稳定性, 其钟差具有明显的钟偏、钟速、钟漂等系统性特征, 一般使用二次多项式或者一次多项式模型进行拟合和预报。广播星历中的卫星钟差信息就是以二次或一次多项式系数的形式播发给用户使用, 计算公式为

$$\delta t^s = a_0 + a_1(t - t_{oc}) + a_2(t - t_{oc})^2. \quad (2.6)$$

上式中, a_0 、 a_1 、 a_2 分别表示星载原子钟的钟偏、钟速以及钟漂, t_{oc} 为这些钟差参数的参考时刻 (中国卫星导航系统管理办公室, 2016)。然而, 为了获取最高精度的卫星钟差信息, 如 IGS 最终钟差产品, 则需要使用足够密集的全球测站网对卫星钟差进行逐历元的估计。在测站端, 普通接收机大多内置石英钟, 其低精度和低稳定性使得接收机钟差只能作为历元参数参与解算。以上关于卫星钟差和接收机钟差的处理方式主要针对 GNSS 非差观测值。

GNSS 双差观测值可以消除卫星端和接收机端钟差的影响, 但是尽管如此, GNSS 双差网解依然需要利用广播星历卫星钟差对接收机钟差进行逐历元解算, 从而实现整个测站网 GNSS 观测值的时间同步。时间同步的精度要求一般是优于 1 微秒 (Dach 等, 2015), 伪距单点定位可以轻松实现这一目标。

对流层延迟 – $\Delta\rho_{trp}$

粗略而言, 对流层是地球大气圈的最底层部分, 由地球表面延伸至 10 公里左右的高度; 而平流层是地球大气圈的次底层部分, 由对流层顶端延伸至 50 公里左右的高度。对流层和平流层同属于中性大气, 对 GNSS 无线电波的折射呈现非散射特性, 即不同频段的 GNSS 信号穿过这两个大气圈层时有相同的路径延迟。因此在 GNSS 误差处理中, 对流层和平流层统称为对流层。

为方便建模, 通常将对流层延迟分为干湿两个分量, 并且每个分量的斜路径延迟均通过投影函数 (Mapping Function, MF) 和相应的天顶路径延迟 (Zenith

Path Delay, ZPD) 相联系。它们之间的关系具体表示为:

$$\begin{aligned}\Delta\rho_{trp} &= \Delta\rho_{trp}^{dry} + \Delta\rho_{trp}^{wet} \\ &= M^{dry} \cdot Z^{dry} + M^{wet} \cdot Z^{wet}.\end{aligned}\quad (2.7)$$

式中, 干延迟分量 $\Delta\rho_{trp}^{dry}$ 大约占对流层总路径延迟 $\Delta\rho_{trp}$ 的 90%, 而湿延迟分量 $\Delta\rho_{trp}^{wet}$ 仅占总路径延迟的 10% 左右。天顶路径延迟干分量 Z^{dry} 以及干湿投影函数 M^{dry} 、 M^{wet} 可通过模型公式和标准大气参数精确计算。本文实时定轨程序对 Z^{dry} 所使用的大气参数为 GPT (Global Pressure and Temperature) 模型、计算公式为 Saastamoinen 模型 (Saastamoinen, 1973), 对 M^{dry} 和 M^{wet} 两个投影函数采用了 GMF (Global Mapping Function) 模型 (Boehm 等, 2006)。由于大气中水汽含量的复杂变化, 天顶路径延迟湿分量 Z^{wet} 难以精确建模, 一般作为未知参数进行估算。

电离层延迟 – $\Delta\rho_{ion}$

电离层位于平流层之上, 是地球大气圈层中距离地球表面 50 公里至 1000 公里的部分。该部分大气在太阳紫外辐射的作用下发生高度电离, 从而形成一个充满自由带电粒子的等离子体区域。GNSS 无线电波穿过电离层区域时在传播速度、传播方向、信号极化等方面都会受到折射影响, 在电离层活跃期间, GNSS 信号的电离层路径延迟可达上百米。由于结构复杂、变化快速等特性, 电离层延迟难以精确建模, 一直以来都是 GNSS 信号处理中的主要误差源之一。

电离层对 GNSS 信号的折射作用主要取决于信号传播路径上的总电子含量 (Total Electron Content, TEC)。其中, TEC 的定义是以单位面积为底 (1 平方米), 以信号传播路径为轴形成的贯穿电离层的圆柱体所包含的自由电子总量, 其积分形式的表达式为

$$TEC = \int_{50km}^{1000km} n_e(s) ds. \quad (2.8)$$

上式中 n_e 表示电子密度, 单位是: 个/立方米。

不同于对流层, 电离层对 GNSS 信号的折射呈现散射特性, 即不同频率的 GNSS 信号穿过电离层区域时表现出不同的路径延迟。若已知 GNSS 信号频率 f 以及信号传播路径上的 TEC, 电离层延迟一阶项的计算公式为

$$\Delta\rho_{ion}^{1st} = \frac{40.3 \cdot TEC}{f^2}. \quad (2.9)$$

相较于一阶项，电离层延迟二阶项 $\Delta\rho_{ion}^{2nd}$ 以及三阶项 $\Delta\rho_{ion}^{3rd}$ 的影响较小，它们的具体量级和计算公式可见 Bassiri 等 (1993); Fritsche 等 (2005)。本文实时定轨程序对电离层延迟采用的处理策略为：通过对 GNSS 双频观测值进行消电离层组合直接消除电离层延迟一阶项的影响；对于电离层延迟高阶项，直接忽略其影响。

天线相位中心改正 - $\Delta\rho_{apc}$

在 GNSS 精密定轨定位中谈及卫星轨道时，一般默认将卫星质心 (Center of Mass, COM) 作为参考点，这在动力学定轨中是很自然的选择；在测站端也有标记好的或者大家公认的天线参考点 (Antenna Reference Point, ARP)。另一方面，GNSS 观测值的参考点则是卫星端以及接收机端天线相位中心 (Antenna Phase Center, APC)。GNSS 精密数据处理必须对这两组参考点之间的差异进行改正，即天线相位中心改正。

卫星天线 (或接收机天线) 的相位中心随天底角 (或天顶角) 和方位角的不同而有所变化，因此，以平均天线相位中心为过渡点，天线相位中心改正一般分为相位中心偏差 (Phase Center Offset, PCO) 和相位中心变化 (Phase Center Variation, PCV) 两个部分进行。在计算思路，天线 PCO 既可以改正到卫星或者测站的坐标位置上，也可以投影到站星连线上直接对 GNSS 观测值进行距离改正。本文实时定轨程序采用了第二种 PCO 改正思路，那么总的天线相位中心改正公式即为

$$\begin{cases} \Delta\rho_{apc} = \Delta\rho_{PCO}^s + \Delta\rho_{PCV}^s + \Delta\rho_{PCO,r} + \Delta\rho_{PCV,r} \\ \Delta\rho_{PCO}^s = +(\Delta\mathbf{r}^s \cdot \mathbf{e}_r^s) \\ \Delta\rho_{PCO,r} = -(\Delta\mathbf{r}_r \cdot \mathbf{e}_r^s). \end{cases} \quad (2.10)$$

上式中， $\Delta\mathbf{r}^s$ 和 $\Delta\mathbf{r}_r$ 分别表示矢量形式的卫星天线 PCO 和接收机天线 PCO， $\mathbf{e}_r^s$ 是由测站指向卫星的单位矢量。天线 PCV 改正模型一般以格网改正数的形式给出。根据 GNSS 信号的天底角 (或天顶角) 和方位角找到相应的改正数，使用线性插值方法即可得到卫星天线和接收机天线的 PCV 改正。

相位缠绕 - $\Delta\rho_{pw}$

GNSS 导航信号调制在右旋圆极化 (Right-Hand Circular Polarization, RHCP) 的载波上，因此相位观测值不仅反映卫星天线和接收机天线之间的距离变化，同时还会受到两天线之间相对旋转的影响。这种由天线姿态旋转导致的距离测量

误差就是所谓的相位缠绕效应 (Phase Wind-up), GNSS 精密数据处理中必须对载波相位观测值进行相应的误差改正。根据 Wu 等 (1993), 相位缠绕效应的距离改正公式为

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{d}^s = \mathbf{x}^s - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}^s) - \mathbf{k} \times \mathbf{y}^s \\ \mathbf{d}_r = \mathbf{x}_r - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_r) + \mathbf{k} \times \mathbf{y}_r \\ \zeta = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{d}^s \times \mathbf{d}_r) \\ \Delta\phi = \text{sign}(\zeta) \arccos \frac{\mathbf{d}^s \cdot \mathbf{d}_r}{|\mathbf{d}^s| |\mathbf{d}_r|} \\ \Delta\Phi = 2\pi \cdot \text{NINT} \left(\frac{\Delta\Phi_{prev} - \Delta\phi}{2\pi} \right) + \Delta\phi \\ \Delta\rho_{pw} = \lambda \Delta\Phi. \end{array} \right. \quad (2.11)$$

在上式中, $\mathbf{k}$ 表示由卫星指向测站的单位向量, $\mathbf{x}^s$ 和 $\mathbf{y}^s$ 分别为卫星星固坐标系 X 轴和 Y 轴方向上的单位向量, $\mathbf{x}_r$ 和 $\mathbf{y}_r$ 分别为测站局部坐标系东方向和北方向上的单位向量, sign 和 NINT 分别表示取符号运算和就近取整运算, $\Delta\Phi$ 和 $\Delta\Phi_{prev}$ 分别对应当前历元和上一历元的相位缠绕改正 (以周为单位)。

2.2.3 观测值线性组合

GNSS 原始观测值通过线性组合 (Linear Combination, LC) 可以得到具有特定性质的组合观测值, 以应用于消减或凸显电离层路径延迟、探测并修复周跳、固定整周模糊度参数等方面。其中, 双频组合方法最为基础且应用最广, 其基本表达公式为

$$L_{LC} = \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2. \quad (2.12)$$

常用的双频组合观测值有消电离层组合、无几何距离组合、宽巷/窄巷组合以及 Melbourne-Wübbena 组合。

消电离层组合

电离层对 GNSS 信号的折射呈现散射特性, 基于此, GNSS 双频观测值的特定组合可以消除电离层延迟一阶项的影响。

令 $(\alpha_1, \alpha_2) = (\frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}, \frac{-f_2^2}{f_1^2 - f_2^2})$, GNSS 伪距和载波相位观测值的消电离层

(Ionosphere-Free, IF) 组合为

$$\begin{cases} P_{IF} = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 P_1 - f_2^2 P_2) \\ L_{IF} = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 L_1 - f_2^2 L_2). \end{cases} \quad (2.13)$$

无几何距离组合

无几何距离组合可以直接消除卫星至测站的几何距离以及所有与 GNSS 信号频率无关的误差项, 仅保留了电离层延迟、信号偏差等和频率相关的误差项。其中, 载波相位的无几何距离组合还保留了模糊度参数。因此, 该组合常用于周跳探测与修复、电离层反演、信号偏差估计等。

令 $(\alpha_1, \alpha_2) = (1, -1)$, GNSS 伪距和载波相位观测值的无几何距离 (Geometry-Free, GF) 组合为

$$\begin{cases} P_{GF} = P_1 - P_2 \\ L_{GF} = L_1 - L_2. \end{cases} \quad (2.14)$$

宽巷/窄巷组合

宽巷 (Wide-Lane, WL) 或者窄巷 (Narrow-Lane, NL) 是围绕着组合后的整周模糊度对应波长而言的, 因此这两种组合主要应用于载波相位观测值, 如周跳探测与修复、整周模糊度的固定等。

令 $(\alpha_1, \alpha_2) = (\frac{f_1}{f_1 - f_2}, \frac{-f_2}{f_1 - f_2})$ 和 $(\alpha_1, \alpha_2) = (\frac{f_1}{f_1 + f_2}, \frac{f_2}{f_1 + f_2})$, GNSS 载波相位观测值的宽巷和窄巷组合为

$$\begin{cases} L_{WL} = \frac{1}{f_1 - f_2} (f_1 L_1 - f_2 L_2) \\ L_{NL} = \frac{1}{f_1 + f_2} (f_1 L_1 + f_2 L_2). \end{cases} \quad (2.15)$$

Melbourne-Wübbena 组合

不同于以上几种 GNSS 观测值组合, Melbourne-Wübbena (MW) 组合同时使用了双频载波相位和双频伪距, 由载波相位的宽巷组合同伪距的窄巷组合作差得到。MW 组合仅包含模糊度参数、信号偏差、多路径延迟等误差项, 常用于周跳探测与修复、整周模糊度固定等。

令 $(\alpha_{L1}, \alpha_{L2}) = (\frac{f_1}{f_1 - f_2}, \frac{-f_2}{f_1 - f_2})$ 和 $(\alpha_{P1}, \alpha_{P2}) = (\frac{-f_1}{f_1 + f_2}, \frac{-f_2}{f_1 + f_2})$, MW 组合观测值的

表达式为 (Melbourne, 1985; Wübbena, 1985)

$$L_{MW} = \frac{1}{f_1 - f_2}(f_1 L_1 - f_2 L_2) - \frac{1}{f_1 + f_2}(f_1 P_1 + f_2 P_2). \quad (2.16)$$

2.3 GNSS 非差模糊度固定

载波相位观测值是 GNSS 高精度数据处理的基础，整周模糊度的固定更是获得最高解算精度的关键一步。当已经正确固定的模糊度参数不再参与解算，高精度载波相位观测值对卫星轨道和测站坐标等重要参数将有更严密的估计。模糊度的固定最早仅应用于 GNSS 双差网解，因为双差组合可以消除和模糊度参数完全耦合的信号偏差的影响，从而使得双差模糊度恢复了明显的整数特性。

近年来，许多学者开始研究 GNSS 非差层面上的模糊度固定算法，并获得了成功 (Ge 等, 2008; Laurichesse 等, 2009)。没有了双差组合的限制，这意味着模糊度固定可以直接应用到精密单点定位这一非差定位技术，从定位精度和收敛速度等方面显著改善了 PPP 技术的性能指标。

双差或非差模糊度固定都借助于 MW 组合和 IF 组合观测值，如下式所示，

$$\begin{cases} L_{MW} = \lambda_{WL}(N_1 - N_2) \\ \quad = \lambda_{WL}N_{WL} \\ L_{IF} - \rho = \frac{c \cdot f_1}{f_1^2 - f_2^2}(N_1 - N_2) + \frac{c}{f_1 + f_2}N_1 \\ \quad = \frac{c \cdot f_1}{f_1^2 - f_2^2}N_{WL} + \lambda_{NL}N_1. \end{cases} \quad (2.17)$$

进而得到两个等价模糊度的求解方程，

$$\begin{cases} N_{WL} = \frac{1}{\lambda_{WL}} \cdot L_{MW} \\ N_1 = \frac{1}{\lambda_{NL}}(L_{IF} - \rho - \frac{c \cdot f_1}{f_1^2 - f_2^2}N_{WL}). \end{cases} \quad (2.18)$$

上式中的符号含义和小节 2.2.1 中一致。从上面两个公式可以看出，一个站星连线上需要固定的两个模糊度由 (N_1, N_2) 转化为 (N_{WL}, N_1) ，对应的波长也由 (λ_1, λ_2) 变成了 $(\lambda_{WL}, \lambda_{NL})$ 。

2.4 时间与坐标系统

GNSS 卫星的精密定轨会涉及到不同的时间系统和坐标系统：时间系统主要包括世界时、动力学时、原子时等；坐标系统则大致有地心地固坐标系、地心惯

性坐标系、轨道坐标系、星固坐标系等。各时间系统之间以及各坐标系统之间的准确转换对导航卫星精密定轨是至关重要的(刘林, 1992; 许其凤, 1994; 魏子卿等, 1997)。

2.4.1 时间系统

世界时

因为地球自转是一种相对均匀的周期性现象, 所以它可以用于建立时间系统。恒星时和太阳时就是以地球自转为基础的时间系统: 恒星时以春分点为参考点, 即春分点相邻两次经过上中天的时间间隔为一个恒星日; 而太阳时以太阳为参考点, 即太阳相邻两次经过上中天的时间间隔为一个太阳日。

世界时 (Universal Time, UT) 是格林尼治本初子午线当地的平太阳时。由于地球自转存在极移和日长变化等不均匀问题, UT 可以分为 UT0、UT1、UT2。经天文观测直接测定的世界时为 UT0, 对 UT0 进行极移改正便得到 UT1。在 UT1 的基础上对日长季节变化进行改正便得到了 UT2。

UT1 代表着真实的地球自转情况, 其在准确描述地心地固坐标系和地心惯性坐标系之间的转换时至关重要。故 GNSS 卫星的精密定轨经常用到 UT1。

力学时

力学时 (Dynamical Time, DT) 是依存于惯性系中动力学问题, 是一种抽象的时间系统。地心惯性系动力学问题对应着地心力学时 (Terrestrial Dynamical Time, TDT), 如 GNSS 卫星运动方程的建立和解算; 太阳系质心惯性系动力学问题则对应着质心力学时 (Barycentric Dynamical Time, TDB), 如太阳系行星运动方程的建立和解算。

在 GNSS 卫星精密定轨中, TDB 时间用于岁差、章动以及日月行星星历的计算。由于 TDB 和 TDT 之间的差异很小, 一般以 TDT 时间代替 TDB 时间进行上述的计算。

原子时

1967 年 10 月, 第十三届国际计量大会引入了新的秒长定义: 海平面上零磁场环境下, 铯原子 Cs^{133} 基态两个超精细能级间跃迁辐射振荡 9192631770 周所经历的时间定为一秒。这个秒长称作原子时秒 (如今已成为国际单位秒), 而基于原子时秒的时间系统称为原子时 (Atomic Time, AT)。国际原子时 (International

Atomic Time, TAI)、协调世界时 (Coordinated Universal Time, UTC) 以及各 GNSS 的系统时间均属于原子时。

TAI 是一种连续且均匀的时间系统, 它以国际单位秒为秒长、从世界时 UT1 的 1958 年 1 月 1 日 0 时起算。

由于地球自转有长期变慢趋势, UT1 也相应地存在这样一种趋势。这种现象导致的结果就是 UT1 和 TAI 之间的时间读数差异将越来越大。UTC 就是为了解决这个问题而引入的一种时间系统。UTC 以原子时秒为秒长, 每当 UT1 与 TAI 之间的读数差异大于 0.9 秒时 UTC 就人为地加上一秒, 称为跳秒或闰秒。因此 UTC 是一种尺度均匀但不连续的时间系统。

每个 GNSS 都有自己的时间系统, 由整个星座的星载原子钟和地面运控系统的原子钟共同维持。如果按照 GPST (GPS Time) 的取名规则, 那么 GLONASS 对应着 GLOT、BDS 对应着 BDST、Galileo 对应着 GALT。GPST、GALT 在 1980 年 1 月 6 日 0 时 (UTC 时间) 和 UTC 对齐, BDST 则是在 2006 年 1 月 1 日 0 时 (UTC 时间) 和 UTC 对齐。在确定了时间原点之后, 这三者便以原子时秒作为秒长维持着各自的连续均匀的时间系统。GLOT 和莫斯科当地协调时 (东三区) 保持一致, 且有闰秒操作, 因此 GLOT 是一种均匀但不连续的时间系统。

2.4.2 坐标系统

地心惯性坐标系

根据牛顿力学定律, 导航卫星精密定轨中运动方程的建立和求解需要在惯性坐标系之下进行。J2000.0 地心惯性系 (Earth-Centered Inertial, ECI) 是目前国际上通用的准惯性坐标系: 其原点与地球质心重合, X 轴指向 J2000.0 时刻平春分点, Z 轴指向 J2000.0 时刻平赤道面北极, Y 轴的方向可按照右手坐标系规则确定。

地心地固坐标系

地心地固坐标系 (Earth-Centered Earth-Fixed, ECEF) 的定义为: 原点与地球质心重合, X 轴指向 Greenwich 子午线与赤道的交点, Z 轴平行于地球自转轴指向北极, Y 轴方向按照右手坐标系规则确定。

ECI 与 ECEF 之间的转换

假设某一点在 ECI 坐标系和 ECEF 坐标系中的位置分别为 $\mathbf{r}_{ECI}$ 和 $\mathbf{r}_{ECEF}$ ，则两者之间的转换关系可表达为

$$\mathbf{r}_{ECEF} = M(t)S(t)N(t)P(t)\mathbf{r}_{ECI}. \quad (2.19)$$

其中，转换矩阵 $P(t)$ 、 $N(t)$ 、 $S(t)$ 、 $M(t)$ 分别对应着岁差、章动、地球自转、极移。

轨道坐标系

对卫星轨道产品进行精度评估时，一般将轨道误差（或轨道差异）转换到轨道坐标系之下，以便于从数理层面上进一步分析轨道误差。

轨道坐标系是以卫星质心为原点、以卫星轨道为参考面的右手直角坐标系。三个坐标轴的名称分别为径向（Radial）、切向（Tangential）、法向（Normal），故轨道坐标系也称作 RTN 坐标系。RTN 各方向的表达公式为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_R = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \\ \mathbf{e}_T = \mathbf{e}_N \times \mathbf{e}_R \\ \mathbf{e}_N = \frac{\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}}{|\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}|} \end{cases} \quad (2.20)$$

式中， $\mathbf{r}$ 表示卫星位置向量， $\dot{\mathbf{r}}$ 表示卫星速度向量。

星固坐标系

星固坐标系属于右手直角坐标系。由于具备特定的姿态控制模型，导航卫星的星固坐标系可作明确的定义：坐标原点为卫星质心，Z 轴指向地心，Y 轴和太阳能电池板转轴的方向平行，X 轴方向按照右手坐标系规则确定。XYZ 各轴方向的表达公式为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_Z = -\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \\ \mathbf{e}_Y = \frac{\mathbf{r}_\odot \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}_\odot \times \mathbf{r}|} \\ \mathbf{e}_X = \mathbf{e}_Y \times \mathbf{e}_Z \end{cases} \quad (2.21)$$

式中， $\mathbf{r}$ 表示卫星位置向量， $\mathbf{r}_\odot$ 表示太阳位置向量。

2.5 GNSS 卫星运动方程及其数值解

由火箭发射升空并调整至工作轨道以后，人造卫星将在地球的引力作用下自发地作椭圆形周期运动。对于军事、民用或者科学用途的卫星，想要充分发挥其价值，最基本的前提就是掌握卫星在任意时刻的状态（位置和速度）。如果存在一个函数 $\mathbf{y}_{6 \times 1} = \mathbf{f}(t)$ ，每指定一个时刻 t 便可算出卫星的位置和速度，那么这个函数自然就可以叫作该卫星的运动方程。除了 $\mathbf{y}_{6 \times 1} = \mathbf{f}(t)$ 这样一个绝对的时间函数外，还存在另外一种相对的形式。如果已知卫星在 t_1 时刻的状态，经由一个公式可以直接推算出 $t_2 = t_1 + \Delta t$ 时刻的卫星状态，这也是非常重要的方程。那么，该方程 $\mathbf{y}(t_2) = \Phi(t_2, t_1)\mathbf{y}(t_1)$ 自然而然地可以叫作该卫星的状态转移方程。该状态转移方程是一个复杂的非线性问题。在实际定轨工作中，更实用的问题是处理上述状态转移方程的线性化版本 $\Delta\mathbf{y}(t_2) = \Phi(t_2, t_1)\Delta\mathbf{y}(t_1)$ 。人造卫星定轨过程中，之所以需要首先获取粗略轨道而后进行多次迭代以达到轨道提升这一最终目的，就是因为利用了线性化方法解决非线性问题。

2.5.1 运动方程

人造地球卫星的运动方程以一组二阶微分方程的形式给出，如下所示，

$$\ddot{\mathbf{r}} = -GM_{\oplus} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} + \mathbf{a}(t, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \mathbf{p}). \quad (2.22)$$

其中，各符号的具体含义为

G	万有引力常数
$M_{\oplus}$	地球总质量
$\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \ddot{\mathbf{r}}$	地心惯性坐标系之下，人造卫星在 t 时刻的位置、速度和加速度
$\mathbf{a}$	人造卫星在 t 时刻所受到的摄动加速度
$\mathbf{p}$	待估计的力模型参数。

微分方程2.22只是隐含地给出了卫星状态所满足的关系式，如果想要显式地获取卫星的状态方程，就需要求出该微分方程的特定解。这意味着解求如下式所

示的典型微分方程初值问题，

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{r}} = -GM_{\oplus} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} + \mathbf{a}(t, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \mathbf{p}) \\ \dot{\mathbf{r}}(t_0) = \dot{\mathbf{r}}_0 \\ \mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0. \end{cases} \quad (2.23)$$

2.5.2 力学模型

GNSS 卫星的运动轨迹取决于初始时刻的卫星状态（位置和速度）以及卫星所受到的作用力。如果给定初始时刻 t_0 的卫星状态，并且每时每刻卫星所受作用力精确已知，则任意时刻的卫星状态均可以根据力学规律进行推算。因此，精准地模型化卫星所受作用力对 GNSS 卫星精密定轨而言非常重要。GNSS 卫星所受到的作用力可分为两大类：保守力和非保守力。各作用力的名称见表2.2。其中，地球球形引力最大，其余作用力仅为该中心引力的千分之一乃至更小，所以这些量级较小的作用力一般称为摄动力。

在运动方程2.22中，摄动加速度 $\mathbf{a}$ 可根据不同摄动源细分为很多摄动分量，具体如下式所示，

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{geo} + \mathbf{a}_{tid} + \mathbf{a}_{3rd} + \mathbf{a}_{rel} + \mathbf{a}_{srp} + \mathbf{a}_{erp} + \mathbf{a}_{ant}. \quad (2.24)$$

以上各摄动分量的含义为：

$\mathbf{a}_{geo}$	地球非球形引力摄动
$\mathbf{a}_{tid}$	地球潮汐摄动，包括固体潮、海潮、极潮等
$\mathbf{a}_{3rd}$	第三体引力摄动，包括月球、太阳和其它主要行星
$\mathbf{a}_{rel}$	广义相对论效应
$\mathbf{a}_{srp}$	太阳光压摄动
$\mathbf{a}_{erp}$	地球辐射压摄动
$\mathbf{a}_{ant}$	卫星天线推力摄动。

接下来，将针对地球球形引力和公式2.24中所列各项摄动力，逐一推导它们在运动方程和变分方程中的贡献分量。

表 2.2 GNSS 卫星所受作用力一览表

保守力	非保守力
地球球形引力	太阳光压
地球非球形引力	地球辐射压
第三体引力	卫星天线推力
潮汐摄动	-
广义相对论效应	-

地球球形引力 (二体问题)

运动方程部分

地球是一个稍有扁率的球体, 且其内部物质密度分布大体上和深度相关, 因此可将地球近似看作一个理想球体。这时, 地球对卫星的引力等同于一个质点。根据万有引力定律和牛顿第二定律, 卫星所受到的引力加速度为

$$\mathbf{a} = -GM_{\oplus} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}. \quad (2.25)$$

式中, G 为万有引力常数, $M_{\oplus}$ 为地球质量, $\mathbf{r}$ 为卫星的位置向量。

卫星在地球球形引力作用下的无摄运动称作二体问题。由开普勒定律可知, 卫星运动轨迹是一个椭圆, 地球质心位于该椭圆的一个焦点上。

变分方程部分

公式2.25等号两边同时对卫星位置 $\mathbf{r}$ 求偏导, 可以得到二体问题在变分方程中的分量,

$$\frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{r}} = -GM_{\oplus} \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{I}_{3 \times 3} - \frac{3}{|\mathbf{r}|^5} \mathbf{r} \mathbf{r}^T \right). \quad (2.26)$$

第三体引力

运动方程部分

在人造卫星的绕地运动中, 第三体引力摄动 (或称作 N 体引力摄动) 是太阳系中除地球之外的天体 (以下称摄动天体) 对卫星所施加的引力。由于摄动天体距离遥远, 第三体引力摄动一般当作质点引力问题来处理。

下面以太阳为例分析摄动天体对卫星施加的影响。根据万有引力定律, 太阳对地球及地球卫星分别有引力作用, 这就可以看作“太阳-地球”和“太阳-卫星”

两个二体问题。假定在绝对惯性坐标系之下，地球、卫星和太阳的位置矢量分别为 $\mathbf{r}_\oplus$ 、 $\mathbf{r}_s$ 和 $\mathbf{r}_\odot$ ，则太阳对地球和卫星所产生的引力加速度分别为

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{r}}_{\oplus,\odot} = GM_\odot \frac{\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_\oplus}{|\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_\oplus|^3} \\ \ddot{\mathbf{r}}_{s,\odot} = GM_\odot \frac{\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_s}{|\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_s|^3} \end{cases} \quad (2.27)$$

上式中， G 为万有引力常数， $M_\odot$ 为摄动天体太阳的质量。

因为地球卫星的运动方程一般建立在地心惯性坐标系之下，所以太阳对地球卫星所产生的净摄动加速度为上述两个二体问题加速度的差值，即 $\ddot{\mathbf{r}}_{s,\odot} - \ddot{\mathbf{r}}_{\oplus,\odot}$ 。在地心惯性坐标系之下，地球、卫星和太阳的位置矢量分别变成了 $\mathbf{0}$ 、 $\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_\oplus$ 和 $\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_\oplus$ 。为了简洁，依然记卫星和太阳的位置矢量为 $\mathbf{r}_s$ 和 $\mathbf{r}_\odot$ 。那么相应地，式2.27变为

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{r}}_{\oplus,\odot} = GM_\odot \frac{\mathbf{r}_\odot}{|\mathbf{r}_\odot|^3} \\ \ddot{\mathbf{r}}_{s,\odot} = GM_\odot \frac{\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_s}{|\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_s|^3} \end{cases} \quad (2.28)$$

最终，在地心惯性坐标系之下，太阳对卫星所施加的引力摄动加速度为

$$\mathbf{a}_{3rd}^\odot = GM_\odot \left(\frac{\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_s}{|\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_s|^3} - \frac{\mathbf{r}_\odot}{|\mathbf{r}_\odot|^3} \right). \quad (2.29)$$

在实际定轨工作中，需要考虑的摄动天体有月球、太阳以及除地球以外的太阳系各大行星，故卫星所受到的总的第三体摄动加速度可表示为

$$\mathbf{a}_{3rd} = \sum_i \mathbf{a}_{3rd}^i = \sum_i GM_i \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_s}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_s|^3} - \frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|^3} \right). \quad (2.30)$$

上式中， i 作为引数分别表示月球、太阳和除地球以外的太阳系各大行星。

变分方程部分

如果按照第三体引力摄动运动方程部分的处理思路，变分方程中的第三体引力摄动分量应该也是两个二体问题的差值，但情况并非如此。同样以太阳为例。在“太阳-地球”这个二体问题的加速度计算公式中，不包含卫星的位置向量 $\mathbf{r}_s$ 。这说明该二体问题对变分方程没有丝毫贡献，而只需要考虑“太阳-卫星”二体问题的影响。因此，公式2.28中第二个子公式等号两边同时对卫星位置 $\mathbf{r}_s$ 求偏导，便可以得到太阳引力摄动在变分方程中的分量，

$$\frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}_{3rd}^\odot}{\partial \mathbf{r}} = -GM_\odot \left(\frac{1}{|\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_s|^3} \mathbf{I}_{3 \times 3} - \frac{3}{|\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_s|^5} (\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_s)(\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}_s)^T \right). \quad (2.31)$$

进而，总的第三体引力摄动对变分方程的贡献量为

$$\frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}_{3rd}}{\partial \mathbf{r}} = \sum_i \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}_{3rd}^i}{\partial \mathbf{r}}. \quad (2.32)$$

同样地，在上式中 i 作为引数分别表示月球、太阳和除地球以外的太阳系各大行星。

地球非球形引力

地球是一个形状不规则的近似球体，且地球内部的质量分布并不均匀，这些都导致地球实际引力和理想的地球球形引力之间存在一定偏差。这部分不规则的偏差就是地球非球形引力。因为地球球形引力的公式极其简洁，可以说，地球引力场模型实际上就是对地球非球形引力的描述。

地球引力场一般以引力位函数的形式给出，因为地球引力 $\mathbf{g}$ 与地球引力位 V 之间存在梯度关系，即 $\mathbf{g} = \nabla V$ 。很显然，一维标量函数 V 相较于三维矢量函数 $\mathbf{g}$ 处理起来更加简便。地球引力位需要在地心地固坐标系之下描述，一般利用球谐级数对其进行展开，其非球形部分如下式所示，

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM_{\oplus}}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_{\oplus}}{r} \right)^n P_n^m(\sin \varphi) (C_n^m \cos m\lambda + S_n^m \sin m\lambda). \quad (2.33)$$

上式中，各符号的含义为：

G	万有引力常数
$M_{\oplus}$	地球总质量
$R_{\oplus}$	地球赤道半径
r, φ, λ	某点在地心地固系之下的球坐标（向径、地心纬度、地心经度）
n, m	球谐展开中的阶与次
P_n^m	n 阶 m 次（缔合）勒让德函数
C_n^m, S_n^m	n 阶 m 次地球引力场系数。

以下是关于球谐展开形式地球引力位的一些说明：

1、“球谐”含义：“球”即说明地球引力位模型在球坐标之下描述；“谐”是指地球引力位在地球外部空间满足 Laplace 方程 ($\Delta V = 0$)，而 Laplace 方程的解称为谐函数。

2、 本节球谐展开从阶数 $n = 2$ 开始: $n = 0$ 的球谐分量即地球球形引力位, 已经单独考虑; $n = 1$ 的球谐分量为零, 因为地球质心即为球谐展开所选坐标系之原点。

3、 地球引力场模型不仅仅只是球谐系数 C_n^m 和 S_n^m , 还包含着 $GM_\oplus$ 和 $R_\oplus$ 这些尺度参数。使用任一地球引力场模型时必须确保球谐系数和尺度参数之间的一致性。

式 2.33 的正则化形式为

$$V_{ns}(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM_\oplus}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_\oplus}{r} \right)^n \bar{P}_n^m(\sin \varphi) (\bar{C}_n^m \cos m\lambda + \bar{S}_n^m \sin m\lambda), \quad (2.34)$$

二者之间通过正则化因子 N_n^m 相联系, 具体表示为

$$\begin{cases} N_n^m = \sqrt{\frac{(n-m)!(2n+1)(2-\delta)}{(n+m)!}}, & \delta = \begin{cases} 1 & \text{if } m = 0 \\ 0 & \text{if } m \neq 0 \end{cases} \\ \bar{P}_n^m = N_n^m P_n^m \\ C_n^m = N_n^m \bar{C}_n^m \\ S_n^m = N_n^m \bar{S}_n^m. \end{cases} \quad (2.35)$$

运动方程部分

地球非球形引力加速度的计算可以分三步进行。首先, 在地固球坐标系之下计算地球非球形引力加速度 $(\frac{\partial V}{\partial r}, \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \frac{\partial V}{\partial \lambda})^T$; 然后, 利用球坐标系和直角坐标系之间的转换关系, 得到地固直角坐标系之下的地球非球形引力加速度 $(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z})^T$; 最后, 将地球非球形引力加速度从地心地固坐标系转换到地心惯性坐标系之下。

接下来, 以球谐分量 V_n^m 为例, 简要给出这三步的计算过程。详细的推导过程可以参考 [Beutler \(1977\)](#); [王解先 \(1997\)](#)。

第一步, 地球引力位 V_n^m 对地固球坐标 (r, φ, λ) 的偏导数为

$$\begin{cases} \frac{\partial V_n^m}{\partial r} = -(n+1) \frac{GM_\oplus}{r^2} \left(\frac{R_\oplus}{r} \right)^n P_n^m(\sin \varphi) (C_n^m \cos m\lambda + S_n^m \sin m\lambda) \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial \varphi} = \frac{GM_\oplus}{r} \left(\frac{R_\oplus}{r} \right)^n (-m \tan \varphi P_n^m(\sin \varphi) + P_n^{m+1}(\sin \varphi)) (C_n^m \cos m\lambda + S_n^m \sin m\lambda) \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial \lambda} = m \frac{GM_\oplus}{r} \left(\frac{R_\oplus}{r} \right)^n P_n^m(\sin \varphi) (S_n^m \cos m\lambda - C_n^m \sin m\lambda). \end{cases} \quad (2.36)$$

第二步，首先根据球坐标 (r, φ, λ) 和直角坐标 (x, y, z) 之间的联系公式

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \cos \lambda \\ y = r \cos \varphi \sin \lambda \\ z = r \sin \varphi \end{cases} \quad (2.37)$$

得到两组坐标之间的偏导数矩阵

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \lambda}{\partial x} \\ \frac{\partial r}{\partial y} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} & \frac{\partial \lambda}{\partial y} \\ \frac{\partial r}{\partial z} & \frac{\partial \varphi}{\partial z} & \frac{\partial \lambda}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x}{r} & \frac{-xz}{r^2 \sqrt{x^2+y^2}} & \frac{-y}{x^2+y^2} \\ \frac{y}{r} & \frac{-yz}{r^2 \sqrt{x^2+y^2}} & \frac{x}{x^2+y^2} \\ \frac{z}{r} & \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{r^2} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

然后按照以下转换公式便可以求出地球引力位 V_n^m 对地固直角坐标 (x, y, z) 的偏导数，

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial V_n^m}{\partial x} \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial y} \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \lambda}{\partial x} \\ \frac{\partial r}{\partial y} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} & \frac{\partial \lambda}{\partial y} \\ \frac{\partial r}{\partial z} & \frac{\partial \varphi}{\partial z} & \frac{\partial \lambda}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial V_n^m}{\partial r} \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial \lambda} \end{pmatrix}. \quad (2.39)$$

第三步，将地球非球形引力加速度转换到地心惯性坐标系，

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial V_n^m}{\partial x} \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial y} \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial z} \end{pmatrix}_{ECI} = (M(t)S(t)N(t)P(t))^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial V_n^m}{\partial x} \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial y} \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial z} \end{pmatrix}_{ECEF} \quad (2.40)$$

至此，便得到了运动方程所需要的地球非球形引力加速度，

$$\mathbf{a}_{geo} = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \begin{pmatrix} \frac{\partial V_n^m}{\partial x} \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial y} \\ \frac{\partial V_n^m}{\partial z} \end{pmatrix}_{ECI}. \quad (2.41)$$

变分方程部分

地球非球形引力摄动在变分方程中的贡献分量同样可以按照上述的三步法进行计算，唯一的变化在于由一次偏导扩展到二次偏导。具体公式以及推导过程可以参考 Beutler (1977); 王解先 (1997)。

地球潮汐摄动

地球表面的海洋在日月引力的作用下会产生潮汐现象，一般称为海潮。地球的固体部分并非一个刚体，其在日月引潮力的作用下也会产生周期性的形变，这称作固体潮。除此之外，地球自转中的极移所导致的离心力的变化也会引起一定的潮汐现象，即为极潮。极潮细分为固体极潮和海洋极潮。这些潮汐现象都会引起地球质量的重新分布，从而导致地球引力场具有时变特征。在利用地球引力场模型计算加速度时，需要对地球引力场之球谐系数进行相应的潮汐改正。

固体潮

根据 IERS Conventions (2010)，固体潮的改正分步进行。

其中第一步的改正公式为

$$\begin{cases} \Delta \bar{C}_{nm} = \sum_i \frac{GM_i}{GM_\oplus} \left(\frac{R_\oplus}{r_i} \right)^{n+1} \frac{\bar{P}_{nm}(\sin \varphi_i)(k_{nm}^R \cos m\lambda + k_{nm}^I \sin m\lambda)}{2n+1} \\ \Delta \bar{S}_{nm} = \sum_i \frac{GM_i}{GM_\oplus} \left(\frac{R_\oplus}{r_i} \right)^{n+1} \frac{\bar{P}_{nm}(\sin \varphi_i)(k_{nm}^R \sin m\lambda + k_{nm}^I \cos m\lambda)}{2n+1} \end{cases} \quad (2.42)$$

$$\begin{cases} \Delta \bar{C}_{4m} = \sum_i \frac{GM_i}{GM_\oplus} \left(\frac{R_\oplus}{r_i} \right)^3 \frac{\bar{P}_{2m}(\sin \varphi_i)k_{2m}^{(+)} \cos m\lambda}{5} \\ \Delta \bar{C}_{4m} = \sum_i \frac{GM_i}{GM_\oplus} \left(\frac{R_\oplus}{r_i} \right)^3 \frac{\bar{P}_{2m}(\sin \varphi_i)k_{2m}^{(+)} \sin m\lambda}{5} \end{cases} \quad (2.43)$$

其余步骤改正公式参见 Petit 等 (2010)。

固体极潮

$$\begin{cases} \Delta \bar{C}_{21} = -1.333 \times 10^{-9}(m_1 + 0.0115m_2) \\ \Delta \bar{S}_{21} = -1.333 \times 10^{-9}(m_2 - 0.0115m_1) \end{cases} \quad (2.44)$$

其中， m_1 和 m_2 与地球极移 (x_p, y_p) 之间的联系为 (Petit 等, 2010, p. 115)

$$\begin{cases} m_1 = x_p - \bar{x}_p \\ m_2 = -(y_p - \bar{y}_p) \end{cases} \quad (2.45)$$

海洋极潮

$$\begin{cases} \Delta \bar{C}_{21} = -2.1778 \times 10^{-10}(m_1 - 0.01724m_2) \\ \Delta \bar{S}_{21} = -1.7232 \times 10^{-10}(m_2 - 0.03365m_1) \end{cases} \quad (2.46)$$

其中 m_1 和 m_2 的定义见式2.45。

广义相对论效应

根据 IERS Conventions (2010), 在地心惯性坐标系 (尤指 GCRS) 中, 广义相对论效应对人造地球卫星引起的完整的摄动加速度为

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{rel} = & \frac{GM_{\oplus}}{c^2|\mathbf{r}|^3} \left\{ \left[2(\beta + \gamma) \frac{GM_{\oplus}}{|\mathbf{r}|} - \gamma \dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} \right] \mathbf{r} + 2(1 + \gamma) (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}) \dot{\mathbf{r}} \right\} \\ & + (1 + \gamma) \frac{GM_{\oplus}}{c^2|\mathbf{r}|^3} \left[\frac{3}{|\mathbf{r}|^2} (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}) (\mathbf{r} \cdot \mathbf{J}) + (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{J}) \right] \\ & + \left\{ (1 + 2\gamma) \left[\dot{\mathbf{R}} \times \left(\frac{-GM_{\odot}\mathbf{R}}{c^2|\mathbf{R}|^3} \right) \right] \times \dot{\mathbf{r}} \right\}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

上式中各符号的含义如下,

c	真空中的光速
β, γ	PPN (parameterized post-Newtonian) 参数, 广义相对论中皆等于 1
$\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}$	卫星相对于地球的位置和速度
$\mathbf{R}, \dot{\mathbf{R}}$	地球相对于太阳的位置和速度
$\mathbf{J}$	地球单位质量的角动量 ($ \mathbf{J} \approx 9.8 \times 10^8 \text{ m}^2/\text{s}$)
$GM_{\oplus}$	地球引力系数
$GM_{\odot}$	太阳引力系数。

式2.47等号右端的三行由上至下依次称为 Schwarzschild 项、Lense-Thirring 项和 de Sitter 项。其中, Schwarzschild 项所引起的摄动加速度最大 (可达 $3 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$), 另外两项的影响则至少还要小一两个量级。因此在 GNSS 定轨工作中, 只需要考虑 Schwarzschild 项。顾及 β 和 γ 皆等于 1, 那么实用的广义相对论摄动加速度的计算公式为

$$\mathbf{a}_{rel} = \frac{GM_{\oplus}}{c^2|\mathbf{r}|^3} \left[\left(\frac{4GM_{\oplus}}{|\mathbf{r}|} - \dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} \right) \mathbf{r} + 4(\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}) \dot{\mathbf{r}} \right]. \quad (2.48)$$

由于量级微小, 该项摄动力在变分方程中不予考虑。

太阳光压摄动

在 GNSS 卫星受到的所有的摄动力中, 太阳光压摄动仅次于地球非球形引力摄动和日月摄动。太阳光压的精确建模是一个研究难点, 也是影响 GNSS 卫

星精密定轨中的主要误差源。太阳光压模型主要分为解析型光压模型、经验型光压模型和半经验型光压模型。以下将主要针对 ECOM 模型进行简要阐述。

ECOM 模型是使用最广泛的经验型光压模型,指 CODE 提出的一系列相互联系相互补充的经验型模型。在此坐标系之下,以卫星的纬度幅角(也称升交点角距)为参数,太阳光压摄动可统一表示为,

$$\mathbf{a}_{srp} = D(u)\mathbf{e}_D + Y(u)\mathbf{e}_Y + X(u)\mathbf{e}_X. \quad (2.49)$$

具体来说,Beutler 等(1994)提出的 ECOM 模型在每个方向上均设置了一个常数项和两个周期项,表示为

$$\begin{cases} D(u) = D_0 + D_C \cdot \cos u + D_S \cdot \sin u \\ Y(u) = Y_0 + Y_C \cdot \cos u + Y_S \cdot \sin u \\ X(u) = X_0 + X_C \cdot \cos u + X_S \cdot \sin u. \end{cases} \quad (2.50)$$

之后,Springer 等(1999)在经过大量的数据解算与分析之后,简化了式2.50并一定程度上提升了 GPS 卫星的轨道精度。简化的 ECOM 模型的表达式为

$$\begin{cases} D(u) = D_0 \\ Y(u) = Y_0 \\ X(u) = X_0 + X_C \cdot \cos u + X_S \cdot \sin u. \end{cases} \quad (2.51)$$

再后来,Arnold 等(2015)更新了 ECOM 模型以适应多 GNSS 精密定轨的需要,使得更新后的 ECOM 模型使用范围扩展到了所有的 GNSS 卫星。并且使用了新的参数,卫星与太阳的纬度幅角之差 $\Delta u = u_s - u_\odot$ 。其表达式为

$$\begin{cases} D(\Delta u) = D_0 + \sum_{i=2,4} [D_{iC} \cdot \cos(i\Delta u) + D_{iS} \cdot \sin(i\Delta u)] \\ Y(\Delta u) = Y_0 \\ X(\Delta u) = X_0 + X_C \cdot \cos \Delta u + X_S \cdot \sin \Delta u. \end{cases} \quad (2.52)$$

地影/月影检查

GNSS 卫星大部分时间完全处于太阳的光照中,仅有一小部分时间会经过地球阴影区域甚至月球阴影区域。在这些阴影区域内,卫星受到的太阳辐射压力几乎为零,因此,精确地探测卫星何时处于地月阴影区域也是太阳光压精细建模的

一部分。GNSS 卫星经历地影的一段时间称为地影期。因为 GNSS 卫星轨道在空间定向基本不变，故随着地球每年绕太阳公转一圈，GNSS 卫星每年会有两个地影期。

GNSS 卫星实时滤波定轨中，对地月阴影的具体处理策略为：当 GNSS 卫星处于地月阴影期后，将经验型太阳光压参数的过程噪声提高一倍，以适应此期间 GNSS 卫星姿态的变化；当 GNSS 卫星进入地影或月影后，就不再考虑太阳光压摄动力对卫星运动方程以及变分方程的贡献。

地球辐射压

地球辐射压摄动可大致分为两个部分，其一是地球因反射太阳光而导致的反照辐射（可见光辐射），其二是地球自身的热辐射（红外辐射）。一直以来，众多学者在研究 GNSS 卫星的太阳光压摄动力模型时，都会对地球辐射压摄动进行一定的讨论 (Beutler, 1977; Beutler 等, 1994; Ziebart, 2001; 赵群河, 2017)。Rodríguez-Solano (2009) 则专门针对地球辐射压摄动在 GPS 精密定轨中的影响开展了细致系统的研究，在构建并比较了四种不同复杂度的地球辐射压模型之后，最终确定了一种满足精度要求又便于程序实现的模型。目前，该模型已经成为 IGS 分析中心日常定轨以及 IGS 数据重处理项目的标准力学模型之一。

根据 Rodríguez-Solano (2009)，地球作为辐射源在可见光部分和红外部分的辐射通量为

$$\begin{cases} \Phi_{VI} = \frac{A_E \Phi_{sun}}{(R_E + h)^2} \cdot \frac{2\alpha}{3\pi^2} ((\pi - \psi) \cos \psi + \sin \psi) \\ \Phi_{IR} = \frac{A_E \Phi_{sun}}{(R_E + h)^2} \cdot \frac{(1 - \alpha)}{4\pi} \end{cases} \quad (2.53)$$

上式中， R_E 为地球平均半径（取为 6371 km）， $A_E = \pi R_E^2$ 为地球受照横截面积， Φ_{sun} 为太阳辐射通量（取为 1367 W/m²）， α 为地球反照率（取为 0.3）， ψ 为太阳-地球-卫星之间的夹角， h 为卫星距离地表的高度。

在计算地球辐射压摄动加速度时，通常将 GNSS 卫星的结构简化为 Box-Wing 模型，同时需要获得卫星姿态模型、卫星各面板的面积和光学参数等数据。对应可见光辐射和红外辐射，光学参数也有相应的两组：可见光部分光学参数 ($\alpha_{VI}, \rho_{VI}, \delta_{VI}$)、红外部分光学参数 ($\alpha_{IR}, \rho_{IR}, \delta_{IR}$)。接下来以逐面板叠加的形式，按照以下公式对地球辐射压摄动进行计算 (Milani 等, 1987; Li 等, 2019; Bury 等,

2020),

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{box} = -\frac{\Phi A}{cm} \cos \theta \left[(\alpha + \delta) \left(\mathbf{e}_{s,\oplus} + \frac{2}{3} \mathbf{e}_N \right) + 2\rho \cos \theta \mathbf{e}_N \right] \\ \mathbf{a}_{wing} = -\frac{\Phi A}{cm} \cos \theta \left[(\alpha + \delta) \mathbf{e}_{s,\oplus} + \left(\frac{2}{3} \delta + \rho \cos \theta \right) \mathbf{e}_N \right]. \end{cases} \quad (2.54)$$

式中, c 为真空中光速, Φ 为地球辐射通量, m 为卫星质量, A 为卫星面板的面积, (α, ρ, δ) 为卫星面板的光学参数, $\mathbf{e}_N$ 为卫星面板的法方向单位向量, $\mathbf{e}_{s,\oplus}$ 为卫星指向地球的单位向量, θ 为两个单位向量 $\mathbf{e}_N$ 和 $\mathbf{e}_{s,\oplus}$ 之间的夹角。

由于量级微小, 该项摄动力在变分方程中不予考虑。

卫星天线推力

卫星天线推力是因导航信号播发而引起的作用于卫星本体的微小摄动力。该摄动力的方向和信号播发方向相反, 其大小则取决于导航卫星的信号播发功率和卫星质量。卫星天线推力的计算公式为 (Milani 等, 1987; Steigenberger 等, 2018)

$$\mathbf{a}_{ant} = \frac{P}{cm} \cdot \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}. \quad (2.55)$$

上式中, c 为真空中光速, P 为导航信号的播发功率 (W), m 为卫星质量 (kg), $\mathbf{r}$ 为卫星位置向量。

由于导航卫星在轨质量变化缓慢, 且卫星以恒定功率连续播发信号, 因此其天线推力近似表现为一个沿卫星轨道径向的常数作用力。类比二体问题的中心引力 (量级不同、方向相反), 卫星天线推力的影响主要表现为卫星轨道的尺度变化。给定卫星轨道周期 T , 这一尺度变化的衡量公式为 (Montenbruck 等, 2015b)

$$\Delta r = -\frac{1}{3} \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \cdot |\mathbf{a}_{ant}|. \quad (2.56)$$

由于量级微小, 该项摄动力在变分方程中不予考虑。

2.6 U-D 滤波

2.6.1 经典卡尔曼滤波

当不考虑外部控制输入时, 离散化的线性动力系统通常可以描述为 (Kalman, 1960; Gelb, 1974)

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i = \Phi_{i,i-1} \mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{G}_{i-1} \mathbf{w}_{i-1} \\ \mathbf{y}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i, \end{cases} \quad (2.57)$$

式中各符号的含义为

$i, i-1$	等间隔的采样时间点 t_i, t_{i-1}
$\mathbf{x}$	系统状态向量
Φ	状态转移矩阵
$\mathbf{G}$	过程噪声输入矩阵
$\mathbf{w}$	过程噪声向量, 且 $\mathbf{w} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$
$\mathbf{Q}$	过程噪声向量的协方差矩阵
$\mathbf{y}$	观测值向量
$\mathbf{H}$	观测矩阵
$\mathbf{v}$	观测噪声向量, 且 $\mathbf{v} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R})$
$\mathbf{R}$	观测噪声向量的协方差矩阵。

对于以上系统的时间更新和测量更新, 卡尔曼滤波的算法公式分别为 (Gelb, 1974)

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}_i = \Phi_{i,i-1} \hat{\mathbf{x}}_{i-1} \\ \tilde{\mathbf{P}}_i = \Phi_{i,i-1} \hat{\mathbf{P}}_{i-1} \Phi_{i,i-1}^T + \mathbf{G}_{i-1} \mathbf{Q}_{i-1} \mathbf{G}_{i-1}^T \end{cases} \quad (2.58)$$

和

$$\begin{cases} \mathbf{K}_i = \tilde{\mathbf{P}}_i \mathbf{H}_i^T (\mathbf{H}_i \tilde{\mathbf{P}}_i \mathbf{H}_i^T + \mathbf{R}_i)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_i = \tilde{\mathbf{x}}_i + \mathbf{K}_i (\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \tilde{\mathbf{x}}_i) \\ \hat{\mathbf{P}}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i) \tilde{\mathbf{P}}_i. \end{cases} \quad (2.59)$$

上两式中新出现的各符号的含义为

$\sim$	时间更新后的预报值
$\wedge$	测量更新后的滤波值
$\mathbf{P}$	系统状态向量的协方差矩阵
$\mathbf{K}$	卡尔曼增益矩阵
$\mathbf{I}$	与矩阵 $\mathbf{P}$ 同规模的单位矩阵。

2.6.2 卡尔曼滤波的 U-D 协方差分解

非奇异的情况下, 协方差矩阵具有正定性。然而卡尔曼滤波的实际应用表明 (Bellantoni 等, 1967; Schlee 等, 1967), 在按照公式 $\hat{\mathbf{P}}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i) \tilde{\mathbf{P}}_i$ 对状态向量的协方差矩阵 $\mathbf{P}$ 进行测量更新时, 计算机舍入误差可能会导致矩阵 $\mathbf{P}$ 失去正定性, 进而导致滤波异常。为了使矩阵 $\mathbf{P}$ 的测量更新有更高的数值精度与稳定性, 研究人员提出了各种针对矩阵 $\mathbf{P}$ 的处理方法 (Golub, 1965; Carlson, 1973; Bierman, 1977)。从数值精度、数值稳定性、计算效率、存储空间等多方面因素综合衡量, U-D 协方差分解形式的卡尔曼滤波 (以下称 U-D 滤波) 性能最为优良 (Bierman, 1977; Gibbs, 2011)。因此, 本文 GNSS 实时滤波定轨软件平台即采用这种滤波方法。

由经典卡尔曼滤波到 U-D 滤波的变换是很直接的, 因为区别于信息滤波 (Golub, 1965; Hanson 等, 1969), U-D 滤波和经典卡尔曼滤波同属于协方差滤波。

首先, 对协方差矩阵 $\mathbf{P}$ 进行因式分解, 即

$$\mathbf{P} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{U}^T. \quad (2.60)$$

其中 $\mathbf{U}$ 为单位上三角矩阵, $\mathbf{D}$ 为对角矩阵。对于正定矩阵而言, 这样的分解因子 $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{D}$ 存在且唯一。

然后, 将式 2.60 代入式 2.58、式 2.59 中, 便可得到只有分解矩阵 $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{D}$ 参与的卡尔曼滤波算法公式

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}_i = \Phi_{i,i-1} \hat{\mathbf{x}}_{i-1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_i \tilde{\mathbf{D}}_i \tilde{\mathbf{U}}_i^T = \Phi_{i,i-1} \hat{\mathbf{U}}_{i-1} \hat{\mathbf{D}}_{i-1} \hat{\mathbf{U}}_{i-1}^T \Phi_{i,i-1}^T + \mathbf{G}_{i-1} \mathbf{Q}_{i-1} \mathbf{G}_{i-1}^T \end{cases} \quad (2.61)$$

和

$$\begin{cases} \mathbf{K}_i = \tilde{\mathbf{U}}_i \tilde{\mathbf{D}}_i \tilde{\mathbf{U}}_i^T \mathbf{H}_i^T (\mathbf{H}_i \tilde{\mathbf{U}}_i \tilde{\mathbf{D}}_i \tilde{\mathbf{U}}_i^T \mathbf{H}_i^T + \mathbf{R}_i)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_i = \tilde{\mathbf{x}}_i + \mathbf{K}_i (\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \tilde{\mathbf{x}}_i) \\ \hat{\mathbf{U}}_i \hat{\mathbf{D}}_i \hat{\mathbf{U}}_i^T = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i) \tilde{\mathbf{U}}_i \tilde{\mathbf{D}}_i \tilde{\mathbf{U}}_i^T. \end{cases} \quad (2.62)$$

显而易见, 经典卡尔曼滤波中所需要的 $(\tilde{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{P}}_i; \hat{\mathbf{x}}_i, \hat{\mathbf{P}}_i)$ 在 U-D 滤波中变成了 $(\tilde{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{U}}_i, \tilde{\mathbf{D}}_i; \hat{\mathbf{x}}_i, \hat{\mathbf{U}}_i, \hat{\mathbf{D}}_i)$, U-D 滤波的重点就是实现分解矩阵 $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{D}$ 的时间更新和测量更新。

以上即为由经典卡尔曼滤波变换到 U-D 滤波的基本思路。有关 U-D 滤波的时间更新与测量更新的具体算法, 可参考 Thornton (1976); Bierman (1977); Gibbs (2011)。

2.7 小结

本章首先概述了 GPS 系统、北斗导航系统、Galileo 系统的发展历史和当前现状, 并就重要的设计参数比较了三者之间的差异。接着介绍了 GNSS 实时滤波定轨所依赖的基础理论知识, 主要包括 GNSS 观测模型、卫星轨道模型、非差模糊度固定、卡尔曼滤波的 UD 分解形式等。在 GNSS 观测模型方面, 首先列出了 GNSS 伪距和载波相位原始观测值的观测方程, 然后总结了精密数据处理需要考虑的误差项并就本文程序实现过程中所选择的模型进行了阐明, 最后针对 GNSS 数据处理中常用到的观测值线性组合进行了汇总。在此之后, 对 GNSS 非差模糊度的大致原理进行了描述。在卫星精密定轨方面, 首先介绍了 GNSS 精密定轨中所用到的时间系统和坐标系统以及它们之间相互联系和转换, 其次系统介绍了 GNSS 卫星的运动方程、轨道力学模型等内容。最后, 对卡尔曼滤波的 UD 分解原理进行了简要解释。

第3章 GPS/BDS-3 实时滤波定轨算例分析

3.1 引言

基于 GNSS 精密数据处理和卫星精密定轨的基础理论, 本文开发了支持多 GNSS 的实时滤波定轨软件平台 RTMaster。附录 A 概括了该软件平台的基本情况。首先介绍了 GNSS 实时滤波定轨的数据处理流程, 以及采用的观测模型与力学模型等信息; 然后展示了该软件的总体结构以及各主要组成部分的功能用途, 并以列表的形式展示了模块 RTNet 和 RTOrb 的功能模块。

本文所开发的软件平台的实时定轨性能需要通过实际数据解算进行验证, 本章将分别对 GPS 系统和 BDS-3 系统进行实时滤波定轨试验。首先, 在 GPS 系统的实时滤波定轨试验中, 将对测站数量和非差模糊度固定这两个因素进行评定; 然后, 基于确定的合适数量的测站网对 BDS-3 系统进行了实时滤波定轨解算。

在 GNSS 精密定轨中, 测站数量是影响导航卫星轨道精度的重要因素。测站数量多的优势, 不仅仅在于观测信息在数量上的丰富, 更在于观测几何强度的改善。在时效性要求不高的事后精密定轨中, 分析中心一般倾向于选用数量可观的地面测站以提升 GNSS 卫星的轨道精度。表 3.1 列出了部分 IGS 分析中心在解算超快速、快速、最终轨道产品时所选用的测站数量。从表中可知, MIT 分析中心在解算最终轨道产品时所用测站个数已经超过 350 个, NGS 和 CODE 两个分析中心在生成最终轨道产品时所选用的测站也均在 300 个左右。在时效性要求较高的超快速轨道解算中, 各分析中心一般都选择 100 个左右的测站以兼顾轨道精度和解算效率。

对 GNSS 实时高精度应用而言, 导航卫星实时轨道和钟差产品的时效性在指标重要性方面一点也不亚于产品精度。每个 GNSS 实时定轨软件平台因其特定的设计架构、模型算法、解算策略等, 在解算效率和产品精度方面都不同于其它同类平台, 因此有必要进行实测解算以综合评估软件平台的性能。只有这样, 当实时定轨软件平台应用到实际工作中时, 才能稳妥地确定合理的测站数量、合适的计算机配置等所需资源, 以便提供在精度和时效性等方面均满足要求的 GNSS 实时轨道和钟差产品。

整周模糊度参数的固定可以显著提高 GNSS 数据处理精度, 但模糊度固定

表 3.1 部分 IGS 分析中心各类型轨道产品解算所用测站数量 (数据来源为各分析中心的 SUM 文件, GPS 时 2243 周)

分析中心	产品标识	所用测站数量		
		超快速轨道	快速轨道	最终轨道
CODE	COD	100	126	285
NRCan	EMR	107	139	-
ESA	ESA	-	-	173
GFZ	GFZ	73	114	147
GRGS	GRG	94	95	127
MIT	MIT	-	-	362
NGS	NGS	-	249	301
SIO	SIO	90	96	-

最早仅局限于双差观测值层面 (Blewitt, 1989; Dong 等, 1989; Mervart, 1995)。近年来, 非差层面上的模糊度固定研究如火如荼, 众多学者已经验证了非差模糊度固定在 GNSS 定轨定位等方面的可行性和有效性 (Ge 等, 2008; Laurichesse 等, 2009; Loyer 等, 2012; 邓志国 等, 2022)。为了基于有限数量的测站最大程度地提升 GNSS 实时轨道产品的精度, 有必要将非差模糊度固定算法纳入到实时定轨流程中。

综合以上分析, 本章将围绕测站数量和非差模糊度固定这两个影响因素开展试验, 一来确定 GNSS 实时高精度定轨所需要的合适测站数量, 二来评估非差模糊度固定算法所带来的轨道精度提升。因为同时估计着卫星钟差参数, 基于滤波算法的 GNSS 实时定轨对导航卫星的连续跟踪观测有较高的要求。因此, 接下来不管测站数量的多少, 本文试验均要求地面测站网在全球范围内有最大限度的均匀分布。

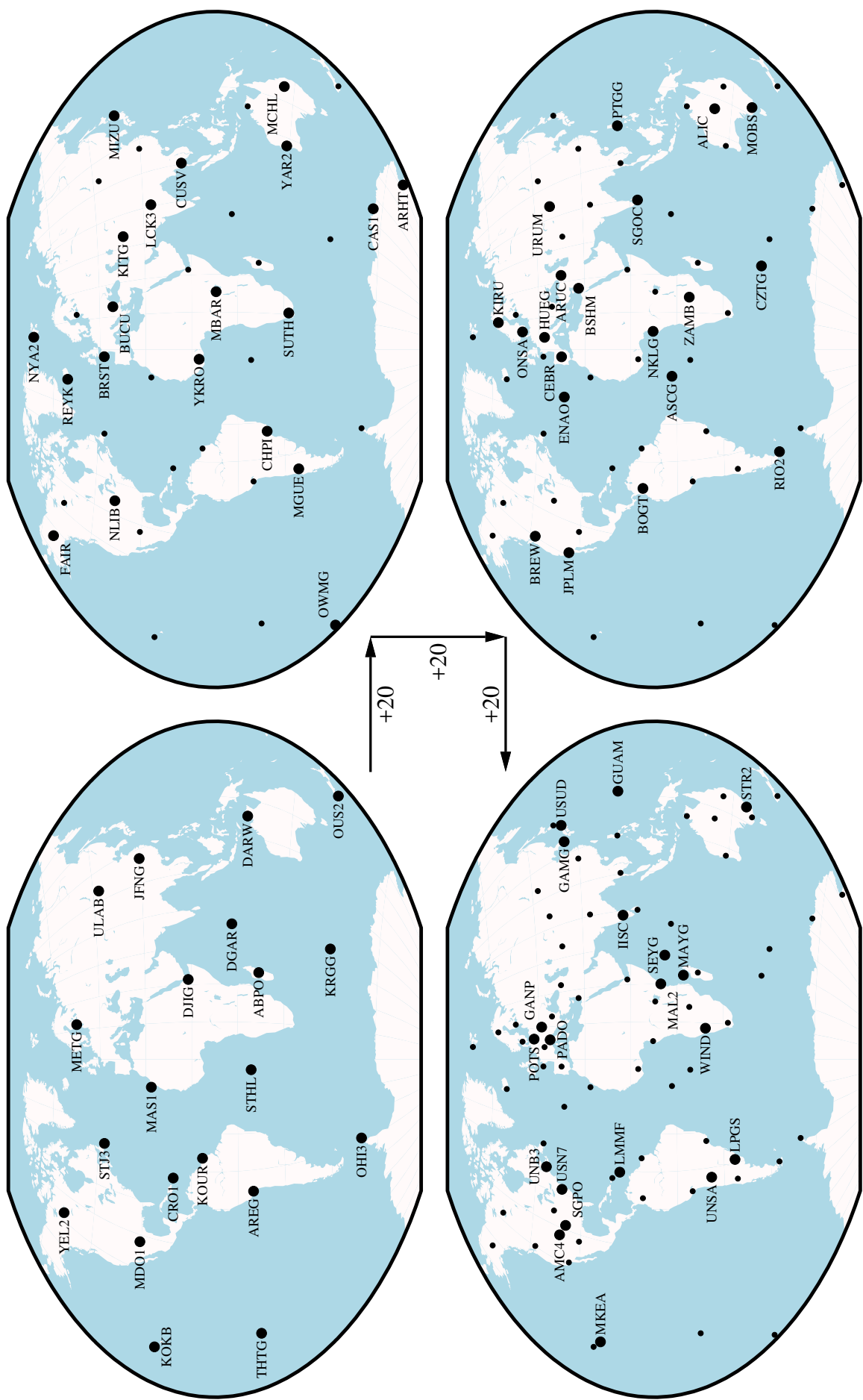


图 3.1 由小到大依次包含的四个测站网之分布图：20 个测站（左上）、40 个测站（右上）、60 个测站（右下）、80 个测站（左下）

3.2 GPS 实时滤波定轨

3.2.1 试验设计

针对测站数量的验证，从 IGS MGEX 测站网中选取四个全球分布均匀的子网。这四个子网的测站数量以等差数列的形式递增，分别有 20、40、60、80 个测站。并且，这四个子网由大到小逐级包含。图 3.1 展示了这些测站网的测站分布情况以及测站网的逐步加密过程。

这样便可以设计出四组试验，根据测站数量可分别命名为 STA20、STA40、STA60、STA80。再考虑到是否采用非差模糊度固定策略，则又可以增加四组试验 STA20+AR、STA40+AR、STA60+AR、STA80+AR。所有的八组对照试验如表 3.2 中所列。经过实算验证，基于 20 个测站的 GPS 实时定轨无法正确地进行非差模糊度固定，因此接下来只有七组试验参与对比分析。

表 3.2 针对测站数量和非差模糊度固定设计的对照试验

测站个数	非差模糊度固定策略	
	不固定模糊度	固定模糊度
20	STA20	STA20+AR
40	STA40	STA40+AR
60	STA60	STA60+AR
80	STA80	STA80+AR

由于本文 GNSS 实时定轨软件平台还不具备实时流数据的处理功能，本章节将基于事后 RINEX 数据以仿实时的形式进行算法验证。选取 2021 年 8 月 1 日至 7 日共一周时间作为试验时段，对 GPS 系统进行仿实时的轨道和钟差解算。考虑到轨道收敛问题，数据解算实际上从 2021 年 7 月 31 日开始。

除了写入程序不易改动的模型策略外，还有很多解算策略可以通过配置文件按需改动，接下来对本章节 GPS 实时定轨试验采用的一些策略进行简要的说明。地面测站的位置取自于 IGS SINEX 文件并全部固定，试验时段内属于 IGS14 参考框架，因此可直接解算得到 IGS14 框架下的 GPS 实时轨道和钟差产品。由于 GNSS 网解无法对地球自转进行精准估计，UT1 值取自 IERS C04 产品（文件 C04_2021.ERP）并固定，极移参数则和 GPS 轨道等参数一起估计。正因如此，

本章及后续章节中的实时轨道精度评定是在不考虑 UT1 和测站坐标误差的情况下进行的。考虑到试验时段内的 GPS 星座已经有数颗 BLOCK IIIA 类型的导航卫星在轨服役，而这种类型的 GPS 卫星星体有显著的长方体特征 (Steigenberger 等, 2020)，因此对太阳光压摄动力的吸收使用了 ECOM2 七参数模型 (Arnold 等, 2015)。所有 IGS 测站均提供 GPS C1C 观测值，但很多测站并不提供 C1W；为了避免对外部 DCB 产品的依赖，本文的 GPS 实时定轨将以 C1C 替代 C1W。考虑到伪距相较于载波相位有很大的观测噪声，这种替代仅仅会引起卫星钟差的偏移，而不会降低卫星钟差精度。表 3.3 列举了本章节试验所采用的解算策略。

3.2.2 结果分析

为了综合评估测站数量和非差模糊度固定这两个因素对 GPS 实时定轨的影响，本节将从轨道精度、轨道时间序列、实时解算效率等多个方面对七组对照试验的解算结果进行分析比较。

3.2.2.1 轨道精度评估

本小节主要围绕 GPS 实时轨道误差的系统偏差（以下称轨道偏差）和均方根（以下称轨道 RMS）这两个指标进行统计。选取 IGS 发布的 GPS 最终轨道产品作为基准，采用 sp3 轨道互差的比较方法评定本章七组 GPS 实时轨道的精度，并将轨道误差转换到 RTN 坐标系之下进行统计。为了反映实时轨道和 IGS 最终轨道产品之间可能存在的系统性差异，轨道互差时不使用 Helmert 七参数转换。

轨道互差比较过程中，设置了一定的阈值（ $2 \times \text{RMS}$ ）以剔除可能存在的问题卫星，表 3.4 列出了各试验组所对应的 GPS 卫星剔除情况。卫星 G03 在 2021-08-06 这天的轨道误差超过了 100 米，可能是出现了卫星机动，因而在最后两天的轨道评估中被剔除。卫星 G20 的剔除并不是出现了机动问题，因为其在 2021-08-01 这天的轨道误差不超过 10 厘米。并且考虑到该卫星的剔除仅发生在试验组 STA40+AR，应该只是数据处理方面的问题。在试验时段内，G11 和 G28 两颗卫星的广播星历一直处于非健康状态，因而没有对它们的轨道进行解算。

太阳光压、地球辐射压、卫星天线推力等非保守摄动力和卫星自身参数紧密相关，如卫星质量、尺寸、各面板光学参数、信号播发功率等，而这些卫星元数据一般都是卫星类型相关的。由于这个原因，GPS 系统各卫星的实时轨道精度可能存在卫星类型相关的现象。同理，因为太阳高度角的缘故（太阳光压、地球

表 3.3 GPS 实时定轨对比试验所采用的解算策略

项目	策略
试验时段	2021-08-01 至 2021-08-07 (GPS 时间 2169 周)
卫星系统	GPS
测站个数	20 / 40 / 60 / 80 (验证一)
观测值类型	原始双频观测值: C1C / L1C / C2W / L2W 模型化观测值: 非差消电离层组合
采样间隔	30 s
截止高度角	10°
观测值噪声	伪距: 1.0 m, 载波: 0.01 m
观测值定权	高度角相关: $\sin^2(e)$
周跳探测阈值	MW: 5 周, GF: 0.3 m
验后残差阈值	伪距: 10.0 m 以及 $3\sigma_{C,res}$ 载波: 0.05 m 以及 $3\sigma_{L,res}$
天线相位中心改正	igs14_2194.atx
GPS 卫星元数据	igs_satellite_metadata_2247.snx
先验 SRP 模型	无
经验型 SRP 模型	ECOM2 七参数 (Arnold 等, 2015)
非差模糊度固定	固定 / 不固定 (验证二)
宽巷偏差模型	分段常数, 每天一估计
窄巷偏差模型	分段常数, 每五分钟一估计
测站位置	固定, 坐标值取自 SINEX 文件 (IGS14 参考框架)
ERP 参数	UT1 值取自 IERS C04 产品并固定, 极移参数自由估计
轨道钟差产品	输出格式 sp3, 更新间隔 30 s

表 3.4 GPS 实时轨道评估中的卫星剔除情况

试验组	2021-08-						
	01	02	03	04	05	06	07
STA20	-	-	-	-	-	G03	G03
STA40	-	-	-	-	-	G03	G03
STA40+AR	G20	-	-	-	-	G03	G03
STA60	-	-	-	-	-	G03	G03
STA60+AR	-	-	-	-	-	G03	G03
STA80	-	-	-	-	-	G03	G03
STA80+AR	-	-	-	-	-	G03	G03

辐射压相关), GPS 系统各卫星的实时轨道精度和卫星轨道面可能也存在一定的相关性。所以在进行实时轨道精度评估之前,可以对 GPS 各卫星的类型以及在轨道面进行统计。表 3.5和表 3.6列出了这些统计信息。

表 3.5 GPS 星座卫星类型统计

GPS 卫星类型	PRN	SVN
BLOCK IIR-A	G13, G16, G20, G21, G28	G043, G056, G051, G045, G044
BLOCK IIR-B	G02, G19, G22	G061, G059, G047
BLOCK IIR-M	G05, G07, G12, G15, G17, G29, G31	G050, G048, G058, G055, G053, G057, G052
BLOCK IIF	G01, G03, G06, G08, G09, G10, G24, G25, G26, G27, G30, G32	G063, G069, G067, G072, G068, G073, G065, G062, G071, G066, G064, G070
BLOCK IIIA	G04, G11, G14, G18, G23	G074, G078, G077, G075, G076

轨道偏差

以径向轨道偏差为例,轨道偏差的计算公式为,

$$R_{offset} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta R_i^{RT-IGS}}{N}. \quad (3.1)$$

表 3.6 GPS 星座卫星轨道面统计（下划线表示试验期间该卫星处于地影期）

GPS 轨道面	太阳高度角	PRN
Plane A	70 度左右	G07, G24, G28, G30, G31
Plane B	36 度左右	G12, G14, G16, G25, G26
Plane C	-12 度左右	<u>G08</u> , <u>G17</u> , <u>G19</u> , <u>G27</u> , <u>G29</u>
Plane D	-38 度左右	G01, G02, G06, G11, G18, G21
Plane E	-17 度左右	<u>G03</u> , <u>G05</u> , <u>G10</u> , G20, G22, <u>G23</u>
Plane F	31 度左右	G04, G09, G13, G15, G32

图 3.2 逐卫星绘制了七组 GPS 实时轨道的偏差统计情况。首先考虑不进行非差模糊度固定的情况：在四组不同测站数量的试验中，即 STA20、STA40、STA60、STA80，轨道偏差在径向上的量级要远小于切向和法向上的，而切向和法向二者相比，切向上的轨道偏差量级更大。随着测站数量的不断增加，轨道偏差有一定程度的改善和提升。具体地说，由 20 个测站增加到 40 个测站时，切向和法向上的轨道偏差有明显的改善；但是从 40 个测站增加至 60 个乃至 80 个测站之后，这两个方向上轨道偏差的提升幅度很有限。从 20 个测站一直增加到 80 个测站，径向方向上的轨道偏差基本没有变化。

其次，对于三组采用了非差模糊度固定的试验，即 STA40+AR、STA60+AR、STA80+AR，几乎所有 GPS 卫星的轨道偏差都不会随着测站数量的增加而变化，径向、切向、法向上的情况皆是如此。而分析 GPS 整个星座在径向、切向、法向上的轨道偏差可以看到，径向上的轨道偏差量级最大，切向和法向上的轨道偏差要明显好于径向。切向和法向上的轨道偏差因为量级都很小，从图中不容易作出比较。最后，可以对非差模糊度固定这一因素进行分析。使用 40 个测站进行 GPS 实时定轨，在进行了非差模糊度固定之后，切向和法向上的轨道偏差有了非常明显的改善，轨道偏差在径向上的变化幅度则很小。这说明非差模糊度固定在改善切向和法向轨道偏差这一方面有很大作用，在径向轨道偏差上作用不大。

表 3.7 给出了 GPS 星座的平均轨道偏差统计数据。从表中可以看出，即使是 20 个测站进行 GPS 实时定轨且不进行非差模糊度固定，实时轨道在径向、切向、法向上轨道偏差最大不超过 1.2 厘米。这反映了本文实时定轨程序在观测模型和

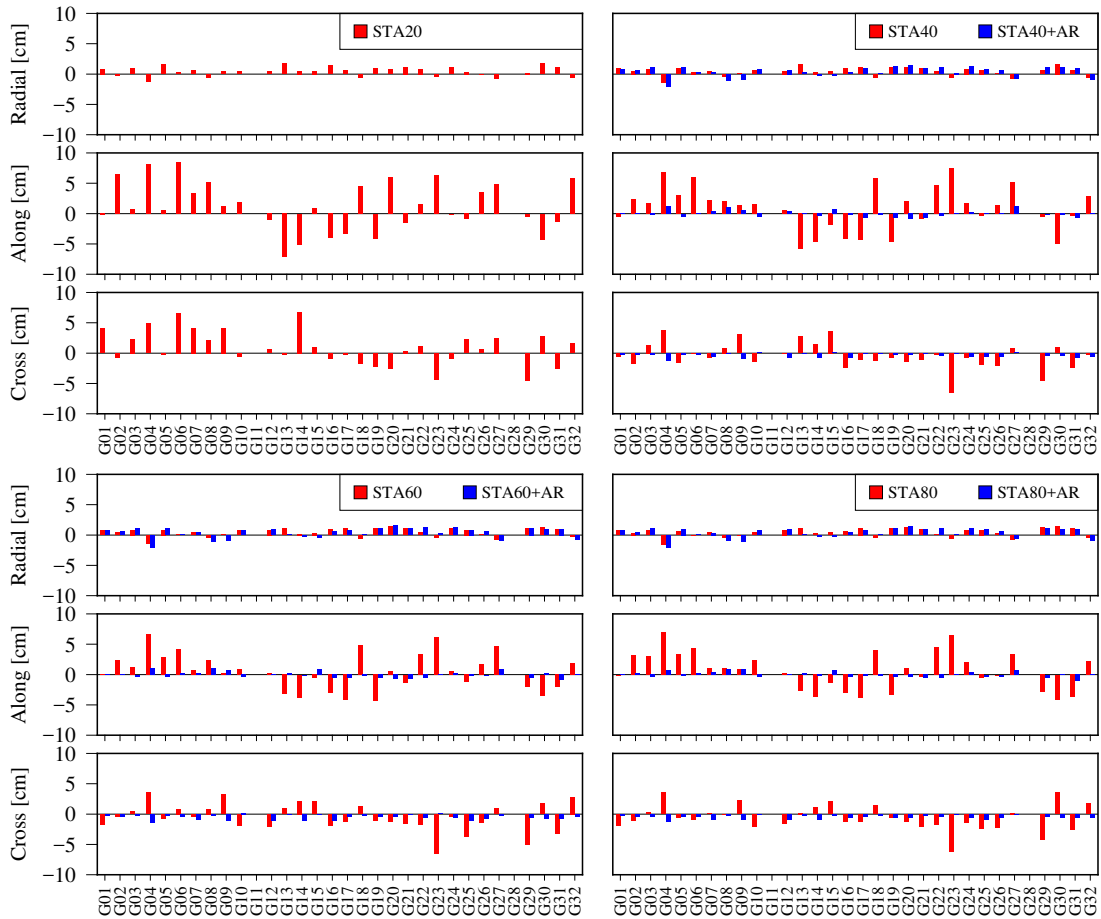


图 3.2 GPS 各卫星实时轨道偏差统计

轨道力学模型等方面都比较完善，同 IGS 事后数据处理所用模型之间没有明显的系统性差异。不固定模糊度的情况下，由 20 个测站增加至 40 个测站时，GPS 星座的平均轨道偏差在切向和法向上有一定程度的改善，而测站数量由 40 增加至 60 以及 80 个时，GPS 平均轨道偏差在三个方向上的变化幅度均不再明显。固定非差模糊度之后，最明显的变化就是切向上的轨道偏差下降到 1 毫米以内。而且，从 40 个测站开始，轨道偏差的数值在径向、切向、法向上保持了稳定的状态。这些结果表明非差模糊度固定是提升轨道精度的重要因素，尤其是在测站数量有限的情况下。

对应图 3.2，表 3.8、表 3.9 列出了 GPS 各卫星实时轨道偏差的具体数值。

表 3.7 GPS 星座实时轨道误差的偏差统计 (单位: 厘米)

测站个数	不固定模糊度			固定模糊度		
	径向	切向	法向	径向	切向	法向
20	0.47	1.20	0.87	-	-	-
40	0.44	0.84	-0.48	0.38	-0.03	-0.37
60	0.46	0.54	-0.51	0.39	-0.01	-0.53
80	0.40	0.67	-0.65	0.36	-0.03	-0.51

表 3.8 GPS 各卫星实时轨道偏差具体数值 (单位: 厘米) (一)

PRN	STA20			STA40			STA40+AR		
	R	T	N	R	T	N	R	T	N
G01	0.82	-0.29	4.05	0.87	-0.52	-0.61	0.72	0.02	-0.19
G02	-0.21	6.52	-0.76	0.49	2.36	-1.75	0.65	0.03	-0.19
G03	0.88	0.72	2.31	0.81	1.73	1.37	1.08	-0.20	-0.24
G04	-1.23	8.21	4.92	-1.40	6.76	3.69	-2.07	1.15	-1.32
G05	1.58	0.60	-0.32	0.95	3.08	-1.58	1.02	-0.45	-0.31
G06	0.26	8.45	6.59	0.34	6.07	-0.09	0.29	-0.01	-0.18
G07	0.61	3.37	4.17	0.48	2.20	-0.74	0.31	0.38	-0.67
G08	-0.57	5.15	2.14	-0.47	1.98	0.81	-1.08	1.12	-0.05
G09	0.44	1.18	4.17	0.03	1.32	3.10	-0.88	0.51	-0.89
G10	0.46	1.87	-0.61	0.59	1.49	-1.39	0.76	-0.56	0.12
G12	0.47	-1.01	0.63	0.51	0.56	0.04	0.68	0.43	-0.68
G13	1.74	-7.16	-0.29	1.54	-5.86	2.75	0.30	-0.03	-0.08
G14	0.52	-5.08	6.79	0.33	-4.72	1.52	-0.25	-0.35	-0.69
G15	0.50	0.94	0.99	0.45	-1.94	3.68	-0.25	0.70	0.14
G16	1.43	-4.02	-0.92	0.97	-4.20	-2.45	0.30	-0.27	-0.76
G17	0.63	-3.35	-0.20	1.12	-4.39	-1.06	0.91	-0.71	-0.15
G18	-0.60	4.51	-1.80	-0.67	5.91	-1.17	0.05	-0.25	-0.15
G19	0.91	-4.09	-2.26	1.08	-4.63	-0.78	1.31	-0.74	-0.19
G20	0.74	6.07	-2.53	1.12	1.99	-1.36	1.43	-0.85	-0.30
G21	1.17	-1.59	0.35	0.94	-0.84	-1.14	0.95	-0.75	0.00
G22	0.82	1.53	1.17	0.38	4.71	-0.27	1.11	-0.41	-0.39
G23	-0.46	6.32	-4.33	-0.61	7.41	-6.46	0.19	0.14	-0.07
G24	1.10	-0.13	-0.83	0.82	1.66	-0.81	1.28	0.22	-0.60
G25	0.36	-0.89	2.24	0.67	-0.35	-1.90	0.70	-0.00	-0.67
G26	-0.06	3.51	0.60	0.13	1.37	-2.10	0.59	-0.02	-0.59
G27	-0.74	4.88	2.51	-0.74	5.12	0.80	-0.79	1.18	0.06
G29	0.19	-0.46	-4.49	0.62	-0.48	-4.62	1.06	-0.14	-0.34
G30	1.76	-4.29	2.82	1.67	-4.99	0.90	1.05	-0.29	-0.39
G31	1.10	-1.41	-2.50	0.63	-0.43	-2.38	0.87	-0.72	-0.82
G32	-0.66	5.85	1.63	-0.53	2.87	-0.25	-0.86	-0.04	-0.53

表 3.9 GPS 各卫星实时轨道偏差具体数值 (单位: 厘米) (二)

PRN	STA60			STA60+AR			STA80			STA80+AR		
	R	T	N	R	T	N	R	T	N	R	T	N
G01	0.77	0.07	-1.68	0.72	0.13	-0.31	0.71	-0.13	-1.96	0.72	0.08	-0.29
G02	0.42	2.44	-0.42	0.59	0.10	-0.39	0.33	3.19	-1.07	0.43	0.25	-0.47
G03	0.82	1.27	0.41	1.06	-0.30	-0.29	0.69	2.97	0.31	1.03	-0.34	-0.39
G04	-1.36	6.62	3.62	-2.08	1.11	-1.37	-1.52	6.93	3.62	-2.09	0.78	-1.32
G05	0.84	2.87	-0.68	1.09	-0.45	-0.30	0.63	3.31	-0.51	0.98	-0.27	-0.39
G06	0.13	4.27	0.82	0.11	0.18	-0.37	-0.09	4.42	-0.94	0.08	0.24	-0.47
G07	0.47	0.76	-0.46	0.35	0.27	-0.90	0.40	1.01	0.06	0.33	0.35	-0.88
G08	-0.46	2.36	0.84	-1.03	1.12	-0.23	-0.45	1.01	0.04	-0.83	0.84	-0.19
G09	0.06	0.25	3.25	-0.96	0.75	-1.15	-0.10	0.95	2.19	-1.00	0.89	-0.91
G10	0.70	0.82	-1.98	0.78	-0.36	0.21	0.37	2.39	-2.13	0.78	-0.36	-0.03
G12	0.84	0.15	-2.02	0.91	0.11	-1.06	0.82	0.24	-1.63	0.86	-0.08	-0.83
G13	1.04	-3.22	0.87	0.14	0.31	-0.15	1.03	-2.64	0.18	0.13	0.27	-0.24
G14	0.16	-3.79	2.18	-0.24	-0.13	-1.02	0.24	-3.72	1.08	-0.23	-0.20	-0.91
G15	0.33	-0.55	2.10	-0.37	0.97	-0.03	0.48	-1.44	2.02	-0.28	0.73	-0.24
G16	0.86	-3.01	-1.90	0.51	-0.53	-1.00	0.65	-3.08	-1.27	0.38	-0.46	-0.62
G17	1.13	-4.25	-1.21	0.79	-0.51	-0.45	1.16	-3.82	-1.33	0.72	-0.20	-0.46
G18	-0.51	4.80	1.30	0.07	-0.20	-0.18	-0.46	3.95	1.36	0.13	-0.28	-0.32
G19	1.04	-4.38	-1.00	1.13	-0.60	-0.41	1.03	-3.36	-0.63	1.07	-0.42	-0.51
G20	1.42	0.53	-1.29	1.61	-0.72	-0.48	1.25	1.04	-1.18	1.41	-0.43	-0.51
G21	1.04	-1.31	-1.60	1.04	-0.79	-0.16	0.85	-0.38	-2.08	0.92	-0.62	-0.20
G22	0.38	3.40	-1.78	1.21	-0.60	-0.54	0.14	4.54	-1.81	1.12	-0.62	-0.49
G23	-0.36	6.18	-6.51	0.25	0.06	0.06	-0.64	6.54	-6.13	0.14	0.02	-0.07
G24	1.03	0.50	-0.39	1.19	0.30	-0.55	0.70	2.03	-1.42	1.14	0.32	-0.59
G25	0.82	-1.28	-3.74	0.82	-0.21	-1.16	0.82	-0.60	-2.46	0.85	-0.33	-0.90
G26	0.08	1.70	-1.43	0.59	-0.13	-0.81	0.31	-0.15	-2.28	0.57	-0.33	-0.64
G27	-0.70	4.66	0.97	-0.83	0.96	-0.17	-0.74	3.44	0.17	-0.60	0.67	-0.15
G29	1.07	-1.98	-5.11	1.16	-0.60	-0.63	1.18	-2.86	-4.28	1.08	-0.48	-0.50
G30	1.27	-3.45	1.78	0.92	0.17	-0.78	1.38	-4.09	3.53	0.95	0.02	-0.63
G31	0.89	-2.05	-3.20	1.00	-0.86	-0.74	1.16	-3.74	-2.63	0.95	-1.04	-0.58
G32	-0.30	1.82	2.81	-0.82	0.10	-0.44	-0.41	2.23	1.76	-0.90	0.01	-0.52

轨道 RMS

以径向轨道偏差为例，轨道偏差的计算公式为，

$$R_{offset} = \frac{\sum_{i=1}^N (\Delta R_i^{RT-IGS} \cdot \Delta R_i^{RT-IGS})}{N}. \quad (3.2)$$

图 3.3 逐卫星绘制了七组 GPS 实时轨道的 RMS 统计情况。由图可知，轨道 RMS 的总体情况和轨道偏差的情况非常类似。在不进行非差模糊度固定时，四组（即 STA20、STA40、STA60、STA80）实时轨道的 RMS 指标呈现典型的特征：径向上的轨道 RMS 最小、切向 RMS 最大、法向 RMS 居中。随着测站个数由 20 个增加至 40 个，轨道 RMS 在径向、切向、法向上均有明显可见的提升；然而当测站个数继续增加至 60、80 之后，轨道 RMS 在各方向上看不出明显的改善。

固定非差模糊度以后，三组（即 STA40+AR、STA60+AR、STA80+AR）轨道 RMS 在径向、切向、法向上均呈现出基本相同的情况，即轨道 RMS 没有随着测站数量的增加而有明显变化。在模糊度固定的情况下，轨道 RMS 在数值大小上不再呈现“径向 RMS < 法向 RMS < 切向 RMS”这一特征，而是法向 RMS 最优，径向 RMS 和切向 RMS 稍差一些但两者不相上下。目前卫星钟差参数是以单历元方式进行估算的，卫星轨道和钟差参数之间存在很强的相关性。为了更进一步地提升径向 RMS 这一指标，需要降低卫星轨道和钟差参数之间的相关性，行之有效的方法是进行卫星钟差的一次或二次多项式建模。

非差模糊度固定的优势在于，选用 40 个测站解算的 GPS 实时轨道，在切向和法向上的轨道 RMS 便实现了大幅度的提升。继续增加测站直至 80 个，轨道 RMS 都没有更进一步的明显改善。这两点反映了非差模糊度固定对提升轨道精度的重要作用，使用数量不多的测站即可以达到稳定提升轨道精度的目的。同轨道偏差一样，非差模糊度固定对径向上的轨道 RMS 基本没有改善。

表 3.10 列举了 GPS 星座平均轨道 RMS 的统计数据。表中的百分比数字表示，使用相同数量的测站进行 GPS 实时定轨时，非差模糊度固定所能够带来的轨道精度提升。由表可知，即使使用 20 个测站且不进行非差模糊度固定时，GPS 实时轨道在径向、切向、法向上的轨道 RMS 均优于 10 厘米，分别为 3.57、8.61、4.67 厘米。不固定模糊度的情况下，测站数量由 20 逐步增加到 80 时，GPS 系统平均轨道 RMS 在三个方向上一直有提升，但是提升幅度越来越小。进行非差模糊度固定之后，40 个测站的 GPS 实时轨道在径向、切向、法向上的轨道 RMS

分别为 2.49、2.50、1.61 厘米。这相较于不固定模糊度的所有各组试验，三维轨道 RMS 的提升已经相当明显。当继续增加测站至 60 和 80 个，轨道 RMS 在各方向上仅有小幅度的提升。

对应图 3.3，表 3.11、表 3.12 列出了 GPS 各卫星实时轨道 RMS 的具体数值。

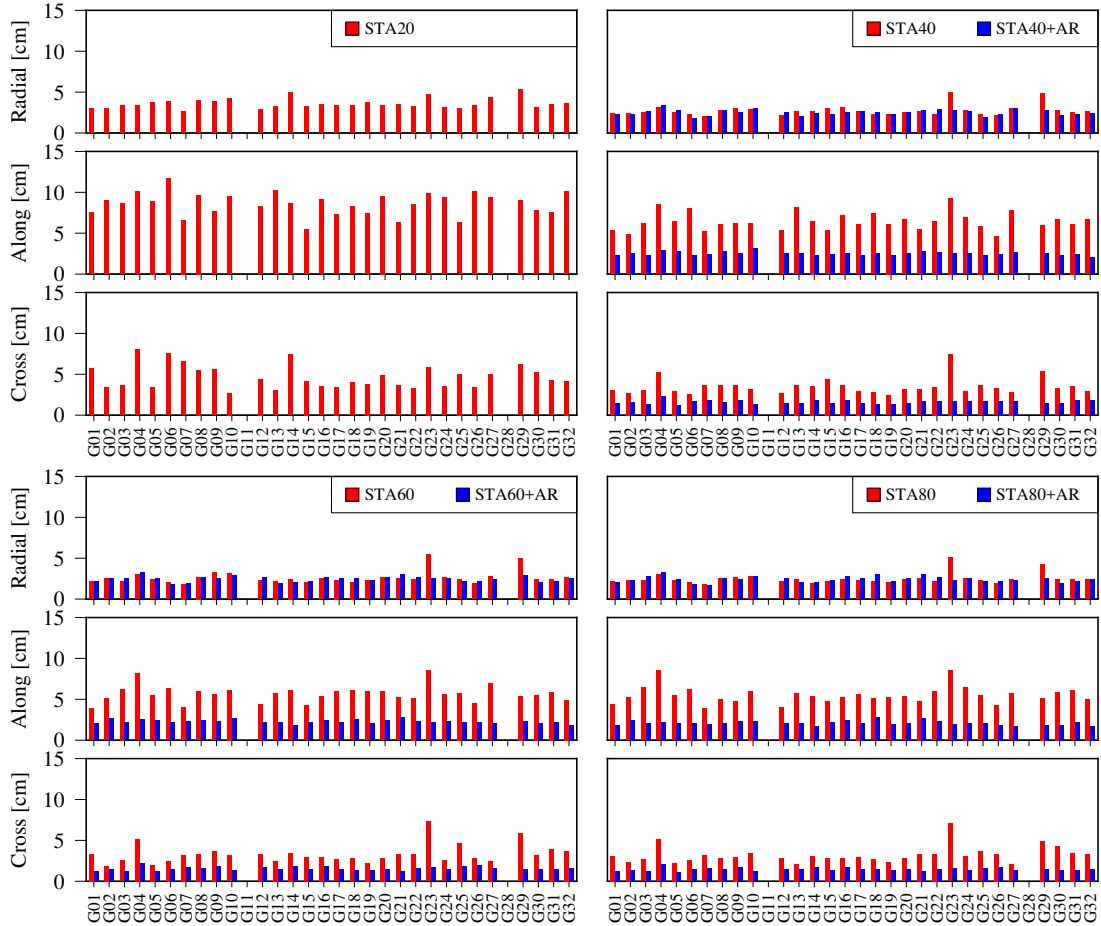


图 3.3 GPS 各卫星实时轨道 RMS 统计

3.2.2.2 轨道时序分析

在利用逐卫星、星座平均等方式统计了七组 GPS 实时轨道在一周时间内的平均精度指标之后，本小节将在时间域内对这些 GPS 实时轨道误差进行分析。采用时间序列的方式可以直观地反映 GPS 实时轨道误差随时间而变化的情况，同时还能够对实时定轨最初时段的轨道收敛过程有清晰的认识。

图 3.4 绘制了七组 GPS 实时轨道误差在试验时段前半段（2021-07-31 至 2021-08-03，共四天）的时间序列。从图中可以看出，当解算时长达到 24 小时之后，各组 GPS 实时轨道在径向、切向、法向上均收敛到了正常精度。由于非差模糊

表 3.10 GPS 星座实时轨道误差的 RMS 统计 (以厘米为单位)

测站个数	不固定模糊度			固定模糊度		
	径向	切向	法向	径向	切向	法向
20	3.57	8.61	4.67	-	-	-
40	2.72	6.45	3.49	2.49 (8.5%)	2.50 (61.2%)	1.61 (53.9%)
60	2.62	5.68	3.33	2.45 (6.5%)	2.26 (60.2%)	1.55 (53.4%)
80	2.47	5.52	3.23	2.40 (2.8%)	2.11 (61.8%)	1.46 (54.8%)

度固定是从解算 24 小时之后才开始的, 因此这里无法评估非差模糊度固定对轨道收敛的影响, 只能讨论测站数量变化对轨道收敛快慢的影响。

当测站数量为 20 个时, 实时轨道的收敛时间要稍大于 12 小时, 且径向、切向、法向上的收敛时间大致相同。当测站数量增加至 40 个, 切向、法向上的轨道收敛速度有明显的提升, 但是径向上的轨道收敛却没有明显变化。当测站个数继续增加至 60 和 80 个, 实时轨道在三个方向上的收敛情况仅有小幅度的好转, 这主要通过轨道收敛期间轨道误差振荡的稀疏程度来判断。

接下来, 从图 3.4 中可以清晰地看出非差模糊度固定对轨道精度提升的贡献。不管测站数量是 40、60 还是 80 个, 非差模糊度固定所带来的轨道精度提升主要体现在切向和法向这两个分量上。非差模糊度固定不仅显著降低了切向和法向上轨道误差的振荡幅度, 还基本消除了径向、切向、法向上均存在的 12 小时周期的振荡信号。

3.2.2.3 解算效率评估

在 GNSS 实时轨道和钟差产品的提供服务中, 定轨估钟软件平台的解算效率是一个至关重要的性能评估指标。除了软件平台本身的算法和策略之外, 网解规模和计算机性能是直接关乎实时定轨解算效率的两个因素。首先, 表 3.13 列出了当测站数量分别为 20、40、60、80 个时这四种网解规模所对应的滤波参数数量。由表可知, 这四个网解规模的状态参数数量分别为 690、930、1170、1410。和测站数目的等差递增一样, 它们也以等差数列的规律递增。其次, 本章节实时定轨解算所用计算机搭载的 CPU 为 Intel® Core™ i3-8100, 运行内存为 12GB。

图 3.5 绘制了七组 GPS 实时定轨试验在试验时段内的逐历元耗时序列。由图

表 3.11 GPS 各卫星实时轨道 RMS 具体数值 (单位: 厘米) (一)

PRN	STA20			STA40			STA40+AR		
	R	T	N	R	T	N	R	T	N
G01	3.04	7.52	5.68	2.41	5.32	3.03	2.30	2.28	1.49
G02	2.98	9.05	3.42	2.34	4.80	2.73	2.32	2.56	1.60
G03	3.32	8.67	3.67	2.55	6.18	3.01	2.68	2.28	1.36
G04	3.38	10.10	8.00	3.17	8.54	5.24	3.32	2.92	2.36
G05	3.73	8.94	3.36	2.46	6.41	2.95	2.71	2.76	1.26
G06	3.90	11.77	7.55	2.23	8.06	2.56	1.78	2.31	1.68
G07	2.65	6.62	6.54	2.01	5.21	3.64	1.99	2.46	1.79
G08	3.99	9.68	5.51	2.74	6.03	3.60	2.78	2.77	1.62
G09	3.79	7.69	5.55	3.05	6.21	3.67	2.51	2.51	1.81
G10	4.18	9.52	2.72	2.84	6.20	3.20	2.94	3.09	1.38
G12	2.92	8.23	4.44	2.16	5.34	2.67	2.56	2.54	1.48
G13	3.26	10.18	3.00	2.60	8.12	3.68	1.99	2.49	1.42
G14	4.96	8.62	7.43	2.64	6.50	3.55	2.36	2.34	1.86
G15	3.22	5.43	4.16	3.02	5.30	4.43	2.25	2.42	1.41
G16	3.50	9.15	3.48	3.11	7.20	3.70	2.52	2.52	1.84
G17	3.39	7.29	3.46	2.63	6.08	2.93	2.69	2.26	1.41
G18	3.35	8.31	3.98	2.28	7.41	2.84	2.46	2.50	1.33
G19	3.70	7.45	3.80	2.20	6.12	2.45	2.24	2.24	1.35
G20	3.35	9.55	4.85	2.50	6.72	3.20	2.49	2.49	1.39
G21	3.46	6.33	3.62	2.65	5.42	3.12	2.79	2.77	1.66
G22	3.22	8.51	3.26	2.29	6.39	3.46	2.84	2.67	1.74
G23	4.74	9.86	5.91	4.91	9.31	7.46	2.70	2.59	1.74
G24	3.10	9.37	3.52	2.71	6.95	2.85	2.64	2.53	1.68
G25	2.93	6.33	5.02	2.27	5.87	3.62	1.91	2.34	1.65
G26	3.32	10.09	3.38	2.11	4.58	3.25	2.27	2.39	1.75
G27	4.33	9.39	4.99	2.93	7.73	2.84	3.00	2.67	1.71
G29	5.29	8.97	6.19	4.82	5.96	5.38	2.77	2.47	1.45
G30	3.12	7.83	5.26	2.74	6.74	3.28	2.19	2.34	1.46
G31	3.43	7.58	4.25	2.50	6.12	3.59	2.24	2.43	1.76
G32	3.58	10.14	4.17	2.66	6.67	2.91	2.38	2.05	1.77

表 3.12 GPS 各卫星实时轨道 RMS 具体数值 (单位: 厘米) (二)

PRN	STA60			STA60+AR			STA80			STA80+AR		
	R	T	N	R	T	N	R	T	N	R	T	N
G01	2.14	3.90	3.33	2.14	2.02	1.27	2.14	4.37	3.10	2.02	1.77	1.25
G02	2.47	5.13	1.88	2.47	2.72	1.46	2.26	5.20	2.35	2.34	2.46	1.39
G03	2.17	6.24	2.55	2.57	2.16	1.20	2.33	6.42	2.64	2.72	2.10	1.24
G04	3.00	8.16	5.17	3.23	2.52	2.17	3.05	8.49	5.10	3.25	2.22	2.09
G05	2.43	5.50	2.02	2.59	2.42	1.23	2.30	5.48	2.26	2.35	2.09	1.15
G06	2.04	6.32	2.47	1.77	2.18	1.51	1.99	6.25	2.52	1.76	2.04	1.46
G07	1.84	4.03	3.19	1.89	2.26	1.68	1.74	3.95	3.17	1.70	1.99	1.55
G08	2.70	5.97	3.37	2.62	2.38	1.63	2.53	4.93	2.85	2.53	2.09	1.47
G09	3.30	5.62	3.71	2.51	2.33	1.80	2.68	4.77	2.99	2.43	2.32	1.70
G10	3.11	6.12	3.14	2.92	2.64	1.30	2.76	6.00	3.43	2.82	2.37	1.17
G12	2.29	4.39	3.34	2.68	2.22	1.77	2.14	4.06	2.83	2.50	2.08	1.50
G13	2.23	5.74	2.49	1.95	2.22	1.49	2.44	5.72	2.15	2.00	2.11	1.42
G14	2.46	6.07	3.44	2.10	1.79	1.81	1.95	5.38	3.07	2.04	1.66	1.72
G15	2.07	4.24	2.96	2.16	2.19	1.46	2.16	4.77	2.84	2.33	2.16	1.39
G16	2.54	5.36	2.94	2.64	2.42	1.86	2.40	5.26	2.78	2.77	2.40	1.71
G17	2.33	5.98	2.66	2.55	2.17	1.48	2.28	5.63	2.99	2.58	2.08	1.42
G18	2.09	6.06	2.84	2.55	2.49	1.38	2.13	5.12	2.74	3.03	2.81	1.41
G19	2.26	5.98	2.26	2.24	2.05	1.33	2.04	5.25	2.28	2.19	1.98	1.31
G20	2.62	5.98	2.85	2.70	2.38	1.46	2.39	5.36	2.80	2.51	2.11	1.49
G21	2.55	5.19	3.35	3.00	2.85	1.24	2.47	4.78	3.37	2.98	2.71	1.29
G22	2.46	5.18	3.32	2.65	2.28	1.57	2.16	5.95	3.35	2.62	2.35	1.51
G23	5.41	8.51	7.32	2.48	2.20	1.69	5.14	8.49	7.07	2.28	1.97	1.56
G24	2.63	5.67	2.56	2.58	2.27	1.44	2.48	6.51	3.08	2.52	2.09	1.34
G25	2.41	5.78	4.66	2.21	2.15	1.83	2.26	5.48	3.67	2.17	2.07	1.65
G26	1.89	4.49	2.79	2.22	2.16	1.92	1.91	4.22	3.34	2.19	1.86	1.75
G27	2.73	6.95	2.51	2.44	2.02	1.54	2.38	5.75	2.06	2.31	1.74	1.34
G29	5.03	5.38	5.83	2.89	2.30	1.53	4.30	5.14	4.95	2.49	1.87	1.41
G30	2.44	5.53	3.18	1.99	2.04	1.51	2.38	5.87	4.30	1.87	1.86	1.32
G31	2.41	5.90	3.96	2.13	2.19	1.49	2.37	6.09	3.44	2.21	2.12	1.30
G32	2.61	4.91	3.73	2.50	1.85	1.58	2.44	5.03	3.34	2.44	1.71	1.51

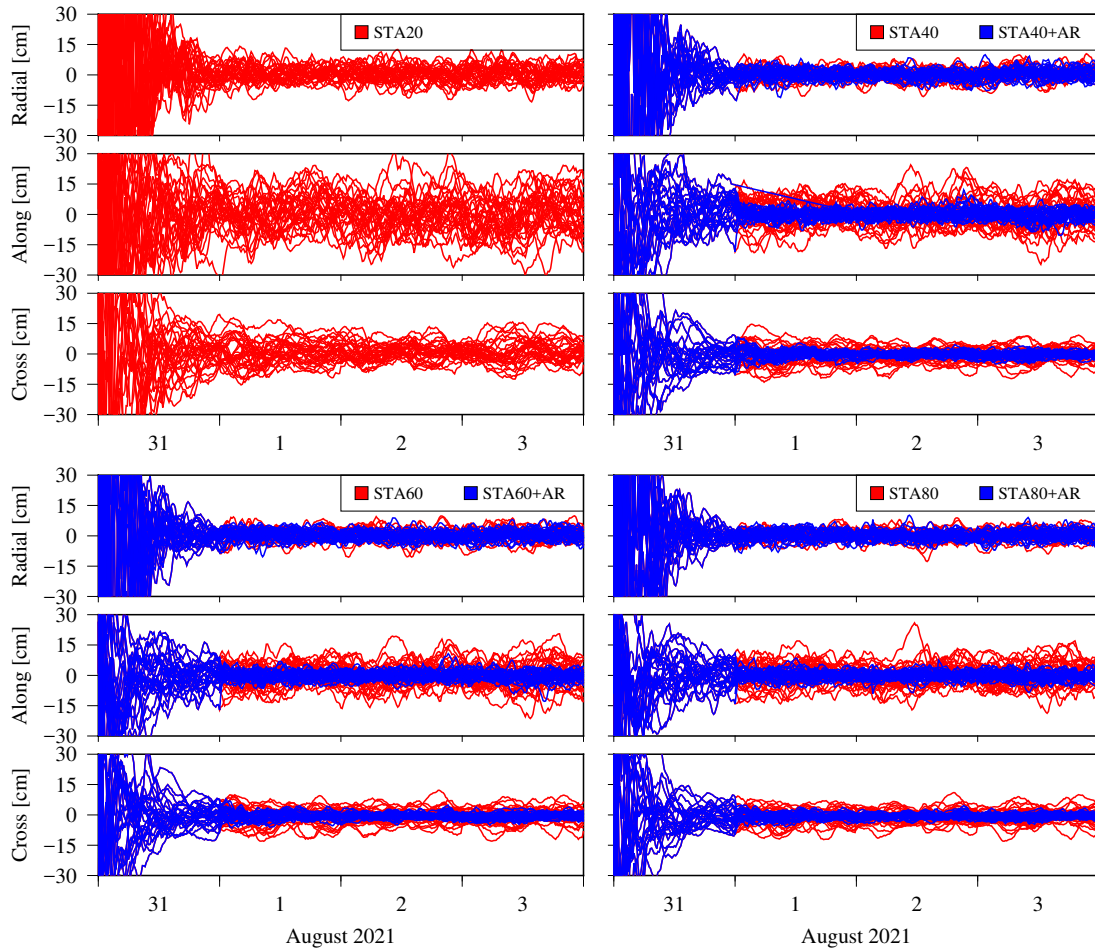


图 3.4 各组 GPS 实时轨道误差的时间序列

表 3.13 各组 GPS 实时定轨所对应的状态参数统计 ($n_{\text{sat}}=32$)

参数名称	参数个数			
	$n_{\text{sta}}=20$	$n_{\text{sta}}=40$	$n_{\text{sta}}=60$	$n_{\text{sta}}=80$
极移	2	2	2	2
卫星位置速度	6×32	6×32	6×32	6×32
SRP 参数	7×32	7×32	7×32	7×32
卫星钟差	1×32	1×32	1×32	1×32
接收机钟差	1×20	1×40	1×60	1×80
对流层延迟	1×20	1×40	1×60	1×80
载波相位模糊度	10×20	10×40	10×60	10×80
总数	690	930	1170	1410

可知, 各组试验的耗时总体上均比较平稳, 但是受硬件设备的限制, 网解规模越大越容易受其它计算机任务的影响, 历元耗时序列的波动也会相应地增大。具体来说, 当没有模糊度固定时, 20、40、60、80 个测站的 GPS 实时定轨中每个历元的平均耗时为 0.3、0.7、1.4、2.7 秒; 当开启了非差模糊度固定之后, 40、60、80 个测站的 GPS 实时定轨中每个历元的平均耗时变为 0.8、1.7、3.2 秒。由此可以算得, 增加了模糊度固定这一步骤以后, 每个历元的解算耗时大概需要增加 20%。

此外, 从这两组耗时数据可以看出, 随着测站个数的线性增加, 历元耗时大致呈指数级增长。尽管 GPS 单系统的实时定轨解算能够满足 10 秒乃至 5 秒更新速率的要求, 但是多系统联合的实时定轨将需要更多的耗时, 接下来必须在提升多系统解算效率这个问题上作进一步的研究。

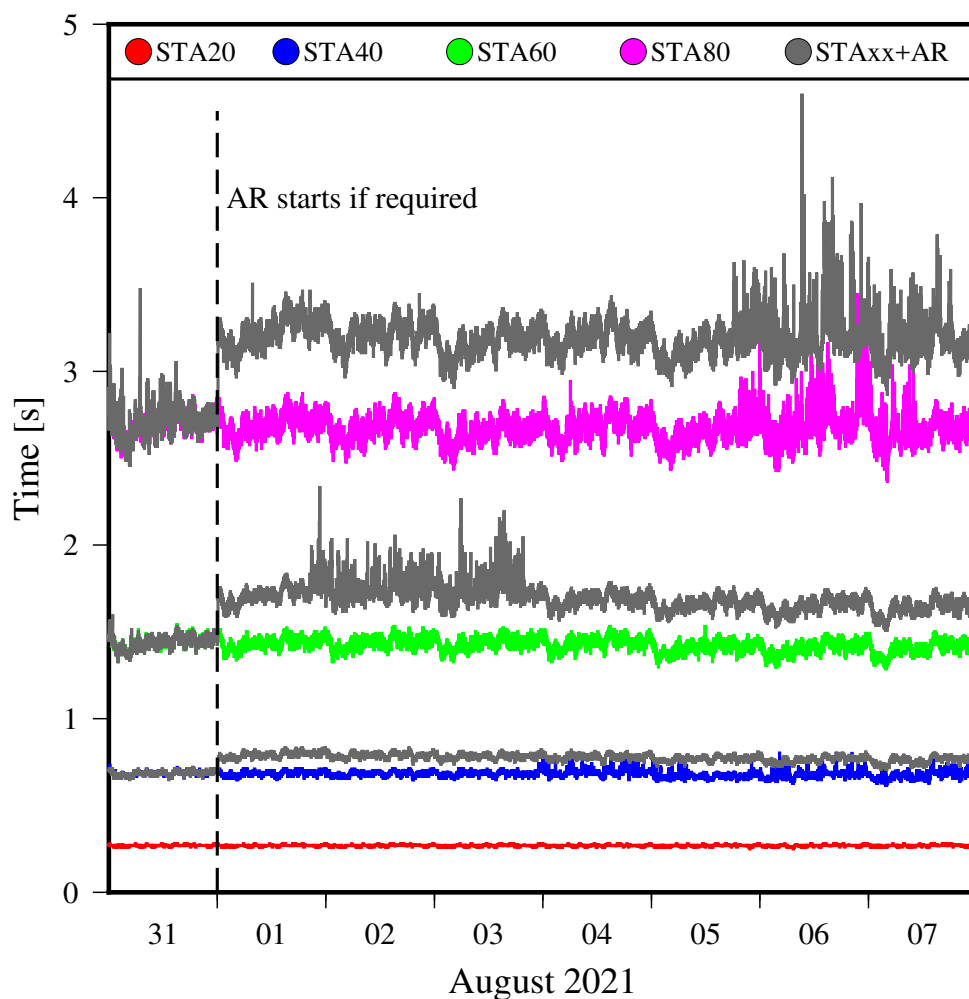


图 3.5 各组 GPS 实时定轨的历元耗时情况

3.3 BDS-3 实时滤波定轨

3.3.1 BDS-3 星座基本情况

目前, BDS-3 星座共由 24 颗 MEO 卫星、3 颗 IGSO 卫星和 3 颗 GEO 卫星构成。如果将四颗 BDS-3 试验卫星也考虑在内, 一共有 34 颗 BDS-3 卫星被发射入轨。按照卫星发射日期的时间顺序, 所有 BDS-3 卫星的基本信息列于表 3.14 中。BDS-3 IGSO 和 GEO 卫星是由中国空间技术研究院 (CAST) 制造的, 而 BDS-3 MEO 卫星则来自两个相互独立的制造单位, 即中国空间技术研究院和上海微小卫星工程中心 (SECM)。正因如此, BDS-3 的两类 MEO 卫星在质量、几何形状、姿态控制、星载原子钟等方面存在不同的配置, 所有这些因素对 BDS-3 的精密定轨都有至关重要的影响。

3.3.2 解算策略

前面章节已经以 GPS 系统为例, 验证了地面测站数量和非差模糊度固定两方面因素对 GPS 实时滤波定轨的影响。BDS-3 系统于 2020 年 7 月正式开通运行, 因此有必要对 BDS-3 系统进行实时滤波定轨并进行类似的验证工作。由于目前所开发的软件平台还未实现 BDS-3 系统的非差模糊度固定, 因此本小节只验证地面测站数量在 BDS-3 实时滤波定轨中的作用。

为了获得足够丰富的 BDS-3 卫星的观测数据, 选择 2021 年 8 月的第一周作为试验时段, 因为此时 BDS-3 系统已经正式运行了超过一整年的时间。IGS MGEX 项目目前大约有 150 个测站在以上时段内可以观测到整个 BDS-3 星座, 因此从 150 个测站左右的 MGEX 跟踪网络中选择四个子网络, 如图 3.1 所示。这四个测站网分别包含 20、40、60 和 80 个测站, 且较大的网络是在较小的基础上加密的。如前所述, 无论测站网的测站数量多少, 每个子网络的分布需要尽可能地全球均匀分布。因为在滤波估计模式下, 地面测站网对 BDS-3 卫星的连续跟踪是十分必要的。表 3.15 和表 3.16 分别列出了验证试验所采用的解算策略和滤波设置, 这些策略和设置与 GPS 实时滤波定轨是基本一致的。

3.3.3 结果分析

由于近乎静止的地面观测几何构型, GEO 卫星的精密定轨在后处理数据分析中依旧是一个难题。也因为这个缘故, GEO 卫星的精密定轨本身已经成为一个独立的研究课题。与 GEO 卫星相比, IGSO 卫星的地面观测几何构型有了很

表 3.14 BDS-3 星座基本信息一览表（截至 2012 年 8 月）

建设阶段	发射日期	SVN	PRN	轨道类型	轨位	星钟类型	制造商
BDS-3S	2015-03-30	C101	-	IGSO	-	PHM	SECM
	2015-07-25	C102, C103	-	MEO	-	RAFS	CAST
	2015-09-30	C104	-	IGSO	-	PHM	CAST
BDS-3	2017-11-05	C201, C202	C19, C20	MEO	B7, B8	RAFS	CAST
	2018-01-12	C203, C204	C27, C28	MEO	A4, A5	PHM	SECM
	2018-02-12	C205, C206	C22, C21	MEO	B6, B5	RAFS	CAST
	2018-03-30	C207, C208	C29, C30	MEO	A2, A3	PHM	SECM
	2018-07-29	C209, C210	C23, C24	MEO	C7, C1	RAFS	CAST
	2018-08-25	C211, C212	C26, C25	MEO	C2, C8	PHM	SECM
	2018-09-19	C213, C214	C32, C33	MEO	B1, B3	RAFS	CAST
	2018-10-15	C215, C216	C35, C34	MEO	A1, A7	PHM	SECM
	2018-11-01	C217	C59	GEO	-	PHM	CAST
	2018-11-19	C218, C219	C36, C37	MEO	C4, C6	RAFS	CAST
	2019-04-20	C220	C38	IGSO	-	PHM	CAST
	2019-06-25	C221	C39	IGSO	-	PHM	CAST
	2019-09-23	C222, C223	C46, C45	MEO	C5, C3	PHM	CAST
	2019-11-05	C224	C40	IGSO	-	PHM	CAST
	2019-11-23	C225, C226	C44, C43	MEO	A8, A6	PHM	SECM
	2019-12-16	C227, C228	C41, C42	MEO	B2, B4	RAFS	CAST
	2020-03-09	C229	C60	GEO	-	PHM	CAST
	2020-06-23	C230	C61	GEO	-	PHM	CAST

表 3.15 Processing strategies used for BDS-3 experiments

项目	策略
试验时段	From 2021-08-01 to 2021-08-07
卫星系统	BDS-3
测站个数	20/40/60/80 (Distribution in Figure 4.4)
截止高度角	10°
采样间隔	30 s
观测值类型	原始双频观测值: C2I/L2I/C6I/L6I 模型化观测值: 非差消电离层组合
观测值噪声	伪距: 1 m, 载波: 0.01 m
观测值定权	高度角相关: $\sin^2(e)$
周跳探测阈值	MW: 5 周, GF: 0.3 m
验后残差阈值	伪距: 10.0 m 以及 $3 \times \sigma_{C,res}$ 载波: 0.05 m 以及 $3 \times \sigma_{L,res}$
卫星天线相位中心改正	igs14_2194.atx
测站天线相位中心改正	B1/B3 改正值或采用 GPS L1/L2 改正值
常规力模型	
地球引力场	EGM2008 模型, 12×12
地球潮汐	固体潮、海潮及两项极潮
第三体引力	月球、太阳以及除地球外的太阳系大行星 (JPL DE405)
相对论效应	改正 Schwarzschild 项
太阳光压	ECOM2 7 参数模型 (Arnold 等, 2015)
卫星姿态	名义动偏 (Montenbruck 等, 2015a)
微小摄动力	
地球反照压	未考虑
卫星天线推力	未考虑
星体热辐射	未考虑

表 3.16 滤波状态参数以及噪声设置 ($n_{sat}=27, n_{sta}=20,40,60,80$)

参数名	初始噪声	过程噪声	参数个数			
			$n_{sta}=20$	40	60	80
卫星位置	10^0 m	0 m	3×27	3×27	3×27	3×27
卫星速度	10^0 m/s	0 m/s	3×27	3×27	3×27	3×27
SRP 参数	10^0 m/s ²	10^{-12} m/s ²	7×27	7×27	7×27	7×27
卫星钟差	10^8 m	10^8 m	1×27	1×27	1×27	1×27
接收机钟差	10^8 m	10^8 m	1×20	1×40	1×60	1×80
对流层延迟	10^0 m	10^{-4} m	1×20	1×40	1×60	1×80
模糊度参数	10^8 m	10^{-3} m	10×20	10×40	10×60	10×80
总数			618	858	1098	1338

大的改善。然而，从 IGSO 卫星的八字形地面轨迹可以看出，其观测几何构型的提升主要在于南北方向上的分量。总之，这两类卫星的定轨精度一般比 MEO 卫星差很多。由于上述原因和它们的区域特性，本章节在评估 BDS-3 卫星的轨道精度时，不考虑三个 GEO 卫星以及同等数量的 IGSO 卫星。

为了评估 BDS-3 实时轨道和钟差产品，选择 GFZ 分析中心提供的最终 MGEX 轨道和钟差产品作为基准。BDS-3 卫星的轨道误差在轨道坐标系之下表示，即径向 (R)、切向 (T) 和法向 (N)。两类轨道作差比较过程中没有使用 Helmert 七参数变换，这样可以最大程度上反映两类轨道产品之间的系统性差异。图 3.6和图 3.7绘制了 BDS-3 各卫星的轨道和钟差精度，其中 BDS-3 MEO 卫星首先按照不同的制造单位分为两组，然后根据不同的轨道面分为三组。

从图 3.6来看，BDS-3 卫星的轨道和钟差精度总体上没有呈现明显的和制造商或轨道平面相关的特征。但是，在图 3.7的径向方向上，可以看到轨道精度呈现一定程度的轨道平面相关的特征。这种现象可能是由于 ECOM2 对不同太阳高度的轨道平面有不同的建模性能。另外，四个不同测站数目的跟踪网所解算的轨道产品在所有三个方向上的偏差和标准差指标上具有相当的精度。将测站数量从 40 个增加到 80 个，轨道精度没有明显的改善。这应该意味着 BDS-3 轨道精度的进一步提高主要受限于系统性的模型缺陷，如缺乏测站端天线的相位中心改正以及现有太阳光压模型的不足。BDS-3 卫星钟差产品的精度也显示在图 3.6和

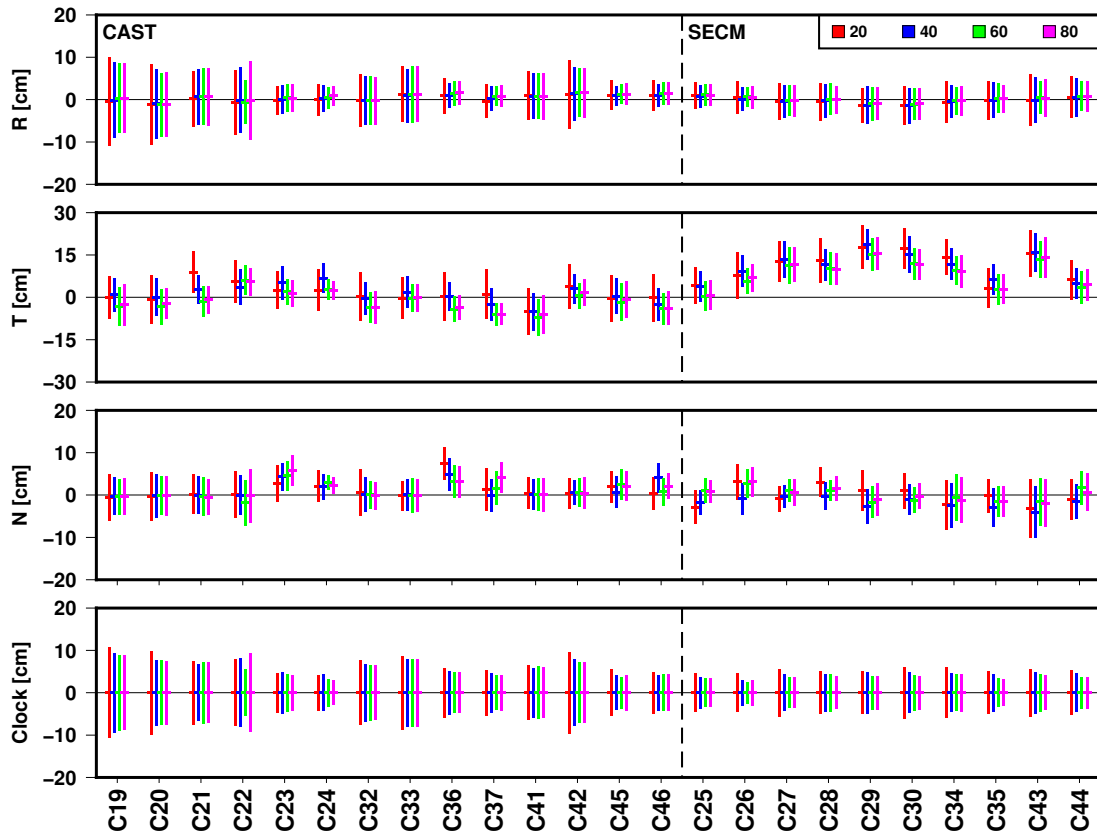


图 3.6 按卫星制造单位分组的 BDS-3 各卫星的轨道和钟差精度比较

图 3.7 中，这与径向方向上的轨道精度是一致的。从 BDS-3 MEO 星座的整体情况来看，轨道和钟差精度的具体数值在表 3.17 中给出。总的来说，使用 60 个跟踪站生成的 BDS-3 卫星轨道和钟差产品已经达到了精度上限。

图 3.8 显示了四组对比试验之间的单历元耗时比较，试验所用计算平台和前面章节一致。由图可知，20、40、60 和 80 个测站的跟踪网所对应的单历元平均耗时分别为 0.2 秒、0.6 秒、1.2 秒和 2.3 秒。对于单 BDS-3 系统的处理，即使利用 80 个测站跟踪网，其效率也完全满足普遍采用的 5 秒更新率。

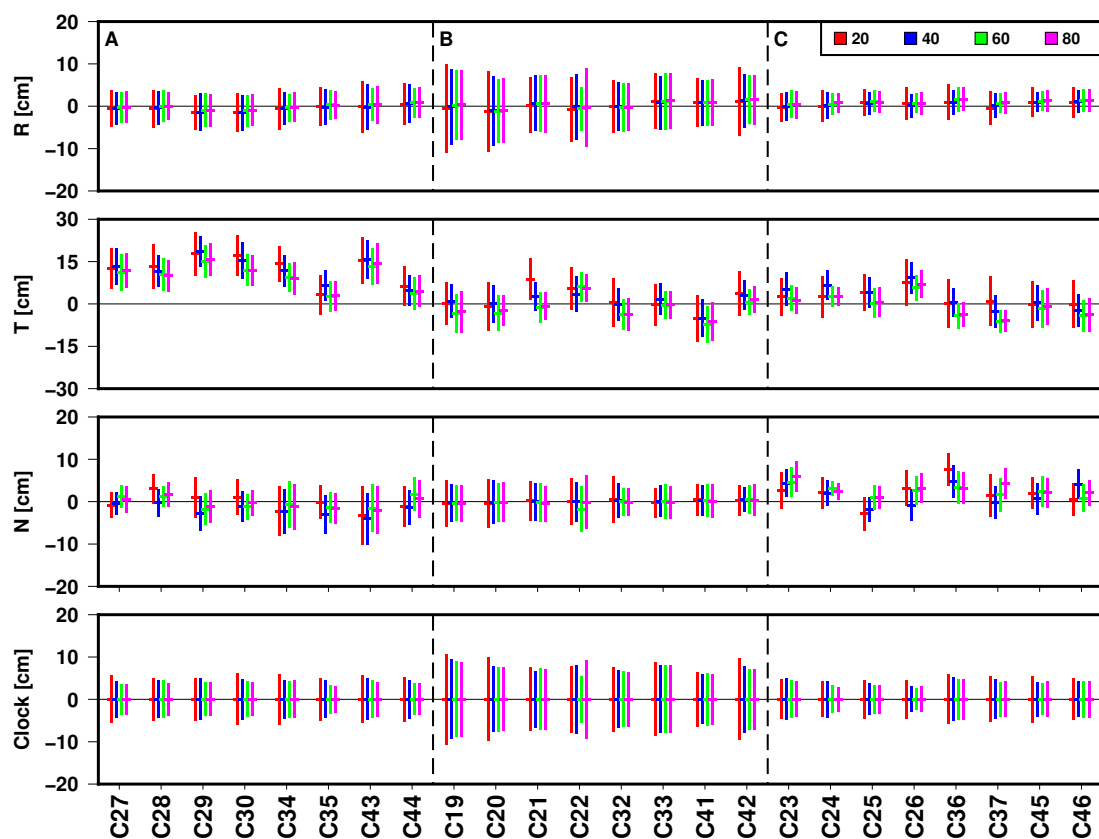


图 3.7 按卫星轨道面分组的 BDS-3 各卫星的轨道和钟差精度比较

表 3.17 BDS-3 MEO 卫星轨道和钟差精度统计 (单位: 厘米)

测站数	径向		切向		法向		钟差
	offset	STD	offset	STD	offset	STD	
20	0.01	5.33	5.42	7.66	0.58	4.48	6.79
40	0.10	4.67	5.21	5.80	-0.08	3.93	5.96
60	0.38	4.20	2.48	5.42	0.62	3.74	5.54
80	0.42	4.42	2.84	5.41	0.81	3.81	5.59

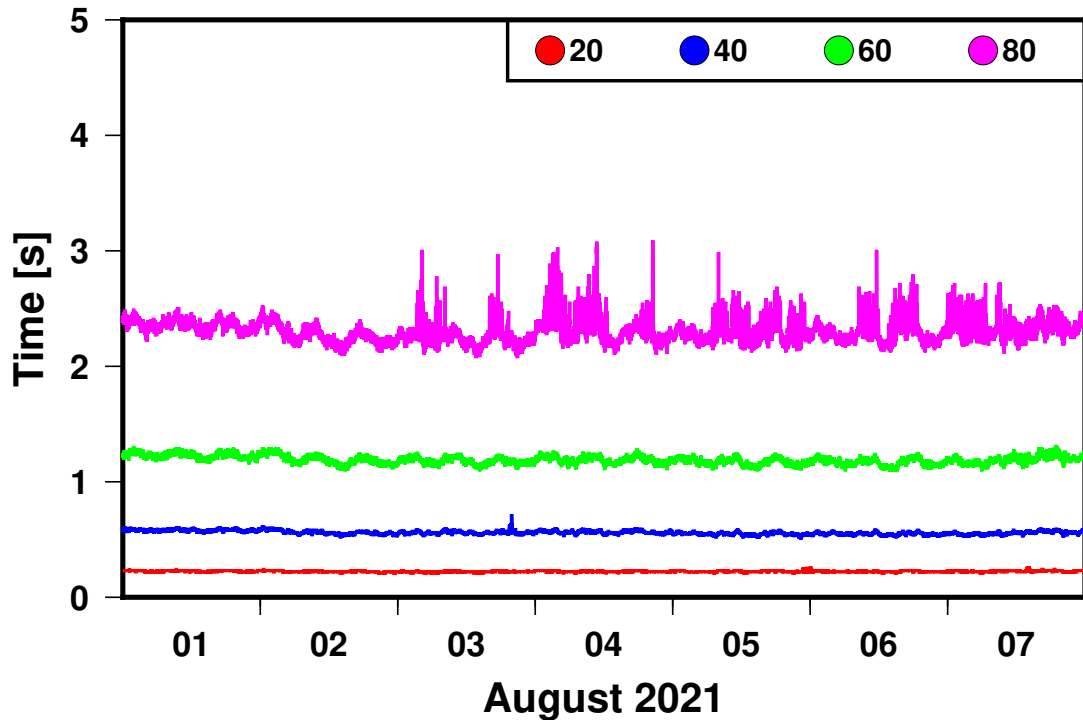


图 3.8 各组 BDS-3 实时定轨的历元耗时情况

3.4 小结

本章以 GPS 系统和 BDS-3 系统为例，对本文所开发的 GNSS 实时滤波定轨软件平台进行了实算验证。对于 GPS 系统，设计了 7 组 GPS 仿实时定轨试验以分析测站数量和非差模糊度固定这两个因素在 GNSS 实时定轨中的作用和影响。选取 IGS 最终 GPS 轨道产品作为参考，以轨道互差的评估方法并围绕轨道误差偏差、轨道误差 RMS 等精度指标和实时解算效率这一时效性指标，对 7 组 GPS 实时轨道进行了比较。对于 BDS-3 系统，设计了 4 组仿实时定轨试验以分析测站数量对 BDS-3 实时定轨的影响。BDS-3 实时轨道的评估和 GPS 系统保持一致。比较结果和结论如下：

1. 当测站数量达到 40 个时，GPS/BDS-3 实时轨道的精度已经趋于稳定。继续增加测站至 60 个以及 80 个之后，轨道精度提升不再明显。

2. 非差模糊度固定对 GPS 实时定轨有重要贡献，尤其体现在切向和法向上的轨道精度提升。40 个测站的 GPS 实时轨道精度为：浮点解情况下，GPS 整体轨道 RMS 为径向 2.72 cm、切向 6.45 cm、法向 3.49 cm；非差模糊度固定之后，轨道 RMS 提升至径向 2.49 cm、切向 2.50 cm、法向 1.61 cm，三个方向上分别提升了 8.5%、61.2%、53.9%。

3. 为了保留一定的冗余度, 可以选择 60 个测站进行 GPS 实时定轨并进行非差模糊度固定, 此时 GPS 平均轨道 RMS 为径向 2.45 cm、切向 2.26 cm、法向 1.55 cm。BDS-3 的实时滤波定轨也适宜采用 60 个测站, 但是目前只能得到 BDS-3 的浮点解实时定轨结果。

4. 使用 60 个测站进行 GPS/BDS-3 单系统实时定轨, 普通配置计算机可以实现 2 s 以内的历元解算耗时。

第 4 章 ECOM 光压模型在 Galileo 实时定轨中的影响分析

4.1 引言

GNSS 精确轨道信息是 IGS 自 1994 年正式成立以来所提供的最重要的产品 (Johnson 等, 2017)。在拥有了满足精度要求的地球引力场模型和行星星历表 (McCarthy, 1989, 1992, 1996; McCarthy 等, 2004; Petit 等, 2010) 以后, 太阳光压摄动一直便是 GNSS 轨道力学建模工作中的最大误差源, 因此, SRP 建模工作一直是 GNSS 精密定轨领域的研究重点。在过去三十年中, 如果不考虑 GNSS 测站数量不断增加这一因素的贡献, GNSS 轨道精度的提升主要得益于 SRP 建模研究的发展和进步。

GNSS 卫星的 SRP 摄动建模有不同的方法。作为最自然的选择, 解析方法已经被许多研究人员采用 (Fliegel 等, 1992, 1996; Ziebart, 2001)。在解析法中, 太阳辐射对 GNSS 卫星所施加的摄动力是基于物理定律、太阳辐射强度以及卫星元数据计算出来的。理论上, 太阳光压摄动力可以用这种直接的方法完全模型化。然而, 除了卫星尺寸外, 卫星元数据中其他信息均不能够准确获得, 并且也不能保证这些信息在卫星生命周期内一直保持不变。尽管在构建这些解析模型时越来越详细地考虑了卫星的复杂结构, 根据解析方法所得到的先验太阳光压模型并不像预期的那样精确。因此在实际应用中, 通常还需要估计一些经验型参数对解析型光压模型进行补充。

经验法是构建太阳光压摄动力模型的另一种方法。使用这种方法是因为 GNSS 卫星元数据的缺失以及先验太阳光压模型的不精确性。根据太阳辐射场的特点, 建立相应的函数对太阳光压摄动力进行重建, 并设置一些待估系数连同六个开普勒根数在后期一起解算。IGS 分析中心 CODE 开发的 ECOM 模型是经验法太阳光压模型的代表性工作。20 世纪 90 年代初, Beutler 等 (1994) 提出了 ECOM 模型来模型化作用于 GPS 卫星上的太阳光压摄动力, 并很大程度上提高了当时的 GPS 轨道精度。几年后, Springer 等 (1999) 提出了简化的 ECOM 模型, 并进一步提升了 GPS 轨道产品的精度。这两种 SRP 模型在 GNSS 轨道拟合、预测和估计中有广泛的应用 (Chen 等, 2007; Choi 等, 2013; Lou 等, 2022)。此外, ECOM 系列经验模型在 IGS 超快速轨道、快速轨道、最终轨道的生成中发挥着

重要作用。

继 GPS 之后, GLONASS、北斗和 Galileo 三个 GNSS 星座也相继成功部署。面对多 GNSS 并存发展的情形, IGS 一直致力于将所有 GNSS 星座纳入其产品线 (Slater 等, 1999; Montenbruck 等, 2014, 2017)。2011 年, IGS 启动了 MGEX 试验项目以处理多 GNSS 数据联合处理的问题。毫无疑问, MGEX 的首要目标便是新型 GNSS 星座的精密定轨。尽管简化的 ECOM 模型在 GPS 卫星的精密定轨中有很高的建模精度, 但是当应用于其他 GNSS 星座的精密定轨时, 该模型存在明显的缺陷 (Meindl 等, 2013; Montenbruck 等, 2015b; Zhao 等, 2018)。这种建模缺陷主要是因为这些非 GPS 星座的卫星体具有明显的长方体特征, 也就是说, 简化 ECOM 模型所基于的假设条件, 即 GNSS 卫星必须在轨道运行过程中具有几乎恒定的光照横截面积, 在新型 GNSS 定轨时已经不再适用了。

针对简化 ECOM 模型在多 GNSS 精密定轨中的不足, 许多研究人员提出了不同的增强策略。为了充分发挥经验光压模型简便易用等优点, 同时为了保持 ECOM 模型的重要作用, Arnold 等 (2015) 对简化后的 ECOM 模型进行了更新, 在太阳-卫星方向上增加了偶数阶周期项, 并利用地心坐标、地球自转参数、空间站坐标的一致性、轨道重叠、SLR 轨道验证等评定方法, 全面评估了新的 ECOM 模型在 GPS 和 GLONASS 星座联合精密定轨中的性能。后来, Prange 等 (2017) 验证了新的 ECOM 模型在多 GNSS 定轨中相较于简化 ECOM 模型的性能优势, 并且在此文中简化 ECOM 模型被称为 ECOM1, 而这个新的 ECOM 模型被命名为 ECOM2。

相比之下, Montenbruck 等 (2015b) 开发了一个可调节的 Box 模型, 使用“恢复-移除”的方法对 Galileo 精密定轨中的 ECOM1 模型进行了增强, 在很大程度上改善了 Galileo 轨道精度。在“恢复”步骤中, 需要使用可调节 Box 模型去拟合估计出来的经验光压参数, 以吸收 ECOM1 无法吸收的异常信号。然后在“移除”步骤中, 在 ECOM1 可以正常使用之前, 从太阳光压摄动中提前减去已经成为先验光压模型的 Box 模型。这种“恢复-移除”思想在各种 GNSS 星座的光压摄动力建模研究中有广泛的应用 (Springer 等, 1999; Bar-Sever 等, 2004; Wang 等, 2019; Duan 等, 2020)。

在本章节的研究中, 我们将提出一种方法来解决长方体 GNSS 卫星精密定轨中 ECOM1 的弱点, 该方法与上述两种增强方法不同, 但在某种程度上又介于

两者之间。考虑到 ECOM1 模型的不足主要是卫星光照横截面积的明显变化而引起的, 本方法的基本思想是不再使用光照横截面积保持恒定的假设条件, 而是将光照横截面积的准确变化纳入 SRP 模型。显然, 这种方法的可行性必须建立在 GNSS 卫星尺寸信息已经精确公开的基础上。在卫星元数据中, 卫星尺寸信息是研究人员最容易获得的信息。因为 Galileo 系统的卫星元数据已经由相关管理部门发布出来, 本章将以 Galileo 系统为例评估所提出的 ECOM1 模型增强方法。

作为本章节的另一个内容, 我们将以一种直接而直观的方式, 重新审视并试图回答两个似乎已经妥善解决的问题。1、为什么 ECOM1 模型在长方体 GNSS 卫星精密定轨中是不足的? 2、为什么 ECOM2 模型相较于 ECOM1 在长方体 GNSS 卫星精密定轨中是一个很好的更新?

4.2 长方体 GNSS 卫星光照横截面积的变化分析

基本原理

太阳光压摄动力的经验建模, 一定的数学推导有助于揭示太阳辐射场的特征。对于光照截面积保持恒定的 GNSS 卫星, Liu 等 (2022) 已经推导了太阳-卫星方向的太阳光压摄动力。在该方向上, 可以为太阳光压摄动力的一个常数项和两个一阶周期项共设置三个待估参数。

然而, 当 GNSS 卫星呈现明显的长方体特征时, 情况就变得更加复杂了。当这样一颗 GNSS 卫星一次又一次地不断靠近太阳而后再远离太阳时, 它的光照横截面积将呈现一个显著的周期性变化。因此, 太阳光压摄动力将会受到太阳-卫星距离变化和光照横截面积变化的双重影响。很显然, 前面提到的三个待估参数在这种情况下不足以很好地模型化光压摄动力。

为了从解析的角度研究这一更为复杂的太阳光压摄动力的特征, 需要像 Liu 等 (2022) 中一样作出如下几个合理的假设。不同之处在于, Liu 等 (2022) 中光照横截面积保持恒定的假设条件在这里不再适用。为完整起见, 所需要的假设条件如下:

1. 太阳以球形方式向外辐射能量, 因此空间某一点的太阳辐射通量和该点到太阳的距离呈平方反比关系。
2. GNSS 卫星的轨道半径 (约 2.6 万千米) 相较于日地距离 (约 1.5 亿千米) 要小几个量级, 因此地球附近的太阳辐射场可以看作一个平行场。

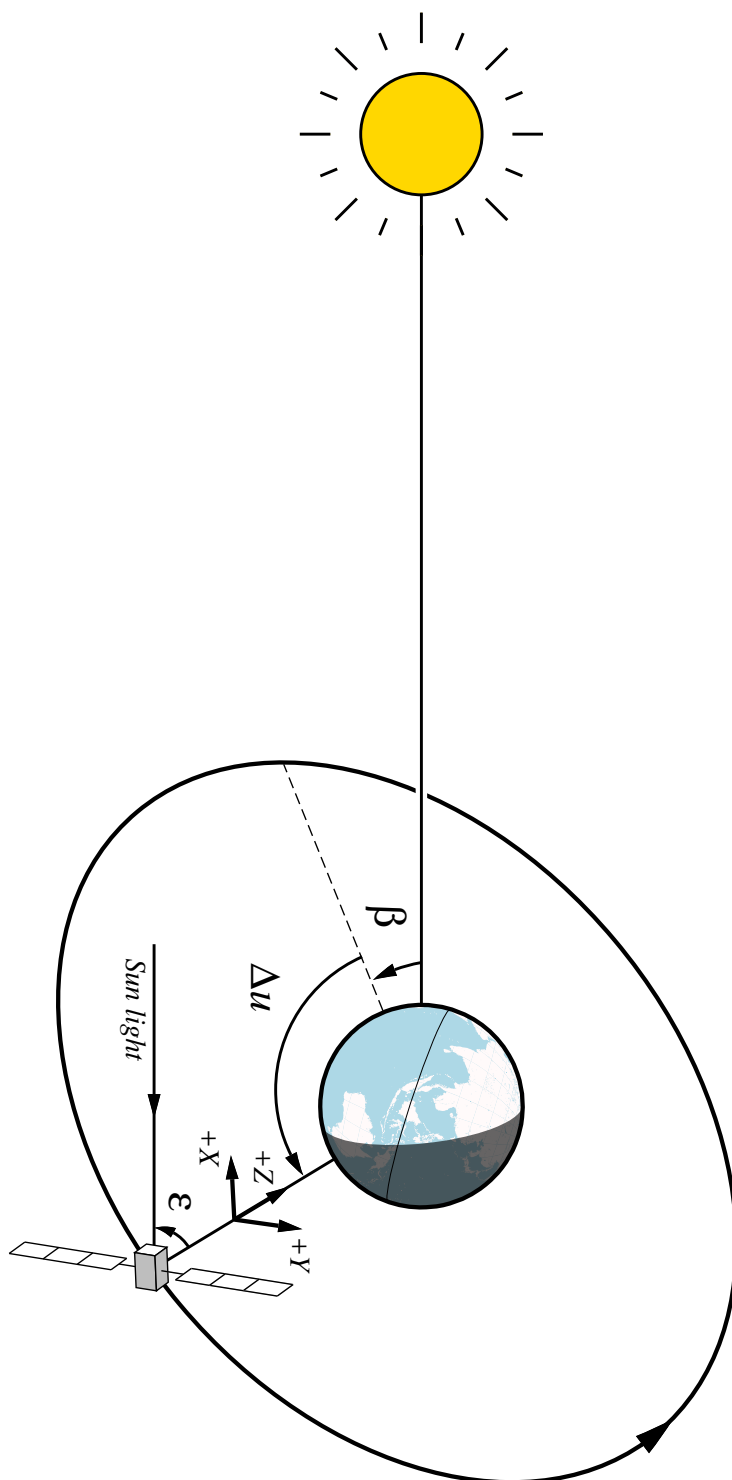


图 4.1 太阳、地球和卫星轨道之间的几何关系

3. GNSS 卫星的质量同样保持不变。
4. GNSS 卫星的轨道是正圆形的。

在太阳指向地球的方向上, GNSS 卫星所受到的太阳光压摄动力可以表示为 (Montenbruck 等, 2000)

$$\begin{aligned} a_{srp} &= C_R \frac{A P_{\odot, \oplus} r_{\odot, \oplus}^2}{m r_{\odot, s}^2} \\ &= \frac{C_{srp} (\bar{A} + \Delta A)}{r_{\odot, s}^2}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

上式中各符号的含义分别是:

- m 卫星质量
- $r_{\odot, \oplus}$ 日地距离
- $r_{\odot, s}$ 太阳到卫星的连线在日地方向上的投影距离
- $P_{\odot, \oplus}$ 距离太阳 $r_{\odot, \oplus}$ 某点的太阳光照强度
- C_R 待估计的系数
- C_{srp} 类似 C_R 的待估计系数
- A 某一时刻卫星受照横截面积
- $\bar{A}$ 一个轨道周期内卫星受照横截面积的平均值
- ΔA 卫星受照横截面积的变化 $A - \bar{A}$.

首先将上式分解为主项和小项, 如下式所示:

$$a_{srp} = \frac{C_{srp} \bar{A}}{r_{\odot, \oplus}^2} + \Delta a_{srp}. \quad (4.2)$$

然后, 利用几何关系式

$$r_{\odot, \oplus} - r_{\odot, s} = r_s \cos \beta \cos \Delta u, \quad (4.3)$$

并且为了公式简洁而定义 $r'_s = r_s \cos \beta \cos \Delta u$, 那么上述的小项可以表示为

$$\begin{aligned} \Delta a_{srp} &= \frac{C_{srp} (\bar{A} + \Delta A)}{r_{\odot, s}^2} - \frac{C_{srp} \bar{A}}{r_{\odot, \oplus}^2} \\ &= \frac{C_{srp} (r_{\odot, \oplus}^2 \Delta A + 2 \bar{A} r_{\odot, \oplus} r'_s - \bar{A} r_s'^2)}{r_{\odot, \oplus}^2 (r_{\odot, \oplus} - r'_s)^2}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

其中, r_s 表示 GNSS 卫星的轨道半径, β 表示太阳相对于卫星轨道面的高度角, Δu 表示卫星和太阳在卫星轨道上的幅角之差值。考虑到卫星轨道半径 r_s 相较于日地距离 $r_{\odot, \oplus}$ 要小四个量级, 故在公式中可只保留分子分母中的主项, 进而上式可以简化为

$$\Delta a_{srp} = \frac{C_{srp} \Delta A}{r_{\odot, \oplus}^2} + \frac{2C_{srp} \bar{A}}{r_{\odot, \oplus}^3} r'_s + o\left(\frac{1}{r_{\odot, \oplus}^3}\right). \quad (4.5)$$

作为高阶无穷小量, 由 ΔA and r'_s 两个变化量交织影响的太阳光压摄动力分量可以舍弃掉。最终, 长方体 GNSS 卫星所受到的太阳光压摄动力有以下新的表达形式

$$a_{srp} = \frac{C_{srp} (\bar{A} + \Delta A)}{r_{\odot, \oplus}^2} + \frac{2C_{srp} \bar{A}}{r_{\odot, \oplus}^3} r'_s. \quad (4.6)$$

由上式可知, 卫星光照横截面积的变化对太阳光压摄动加速度的主分量, 即非周期分量, 有线性影响。如果我们能够计算 GNSS 卫星的瞬时光照横截面积, 并相应地对非周期分量进行尺度考虑, 那么针对具有立方体的 GNSS 卫星而开发的经验型太阳光压模型应该也适用于长方体卫星。以 ECOM1 为例。如果对 D_0 分量进行尺度, 以解释不断变化的光照横截面积, 那么面积缩放的 ECOM1 模型将同样适用于长方体的 GNSS 卫星。总体而言, 如果能够得以验证, 面积缩放的 ECOM 模型不仅可用于长方体的 GNSS 卫星, 也无需使用额外的待估参数。

卫星尺寸信息

所有在轨运行的伽利略卫星都列于上表中。以下卫星因为出现了各种问题, 在本研究没有进行实时轨道的解算: E104 只能在 E01 频率上发射导航信号; E201 和 E202 在 2014 年被发射到了错误的轨道, 卫星广播星历一直处于不健康状态; E204 出现时钟问题, 已从导航服务中移除; E224 试验期间仍处于在轨测试阶段。

元数据是关于 GNSS 卫星的一些基本信息的总称, 包括卫星的质量、尺寸、各表面的光学参数、天线相位中心改正、姿态控制等。一般来说, 研究人员只能从相关文献中收集这些信息。近年来, 情况出现了积极的变化, Galileo 管理机构公布了每颗伽利略卫星的完整元数据, 随后 QZSS 管理机构也采取了同样的行动。

如前面所述, 我们的面积缩放策略对于经验型光压模型 (如 ECOM1) 的可行性依赖于 GNSS 卫星尺寸信息的可用性。虽然不太可能在不久的将来获得所有 GNSS 星座的完整元数据, 但这些星座的卫星尺寸信息很可能首先获得。因为在

表 4.1 试验期间 (2022 年 4 月) Galileo 各卫星的尺寸信息

类型	轨道面	发射日期	SVN	PRN	面积 [m ²]			
					+W	+X	+Y	+Z
IOV	B	2011-10-21	E101, E102	E11, E12	10.820	1.320	3.000	3.000
	C	2012-10-12	E103, E104	E19, E20				
FOC	A	2015-09-11	E205, E206	E24, E30	10.820	1.320	2.783	3.022
		2016-05-24	E210, E211	E01, E02				
	B	2017-12-12	E215, E216, E217, E218	E21, E25, E27, E31				
		2014-08-22	E201, E202	E14, E18				
		2015-03-27	E203, E204	E26, E22				
C		2018-07-25	E219, E220, E221, E222	E36, E13, E15, E33				
		2021-12-05	E223, E224	E34, E10				
		2015-12-17	E208, E209	E08, E09				
		2016-11-17	E207, E212, E213, E214	E07, E03, E04, E05				

卫星元数据中，卫星尺寸信息可能是 GNSS 管理机构最倾向于公开的信息，相应地也就是研究人员最容易获得的信息。一旦获得了卫星的尺寸信息，我们就可以说，按面积缩放的 ECOM1 模型与原始模型具有同等的通用性。

为了简化构建先验太阳光压模型的过程 (Ziebart, 2001), GNSS 卫星通常被简化为 Box-Wing 结构，这样共包含八个面板，分别标记为 $\pm W$ 、 $\pm X$ 、 $\pm Y$ 和 $\pm Z$ (见图4.1)。由于太阳能电池板会一直垂直地朝向太阳，那么主要是卫星体导致了光照横截面积的变化。为了量化这种变化程度，卫星体的长方体度量可以大致定义为

$$e_{X/Z} = \left| \frac{S_{+X} + S_{+W}}{S_{+Z} + S_{+W}} - 1 \right|, \quad (4.7)$$

其中 S_{+W} , S_{+X} , S_{+Z} 表示对应的卫星表面面积。由于 Y 方向的卫星表面对光照面积几乎没有贡献，所以在以上公式中没有反映 S_{+Y} 的面积。通过这种方法，具有立方体星体的 GNSS 卫星的该指标为零。反过来，只要卫星的两个面积 S_{+X} 和 S_{+Z} 相等，卫星体就会被认为是等式4.7意义上的立方体。Galileo 星座的尺寸信息和其他一些信息汇总在表4.1中。

卫星光照横截面积

为了实现面积缩放的太阳光压策略，可以通过数值法或解析法计算所需时刻的 GNSS 卫星光照横截面积。数值方法具有通用性强的优点，不受 GNSS 卫星是否处于标准动态偏航姿态的影响。然而，在标准动偏姿态控制条件下，解析方法可以给出一个简洁的表达式。更重要的是，解析表达式可以很容易地反映出被光照横截面积的时间变化特征以及周期性特征。

数值方法

从数值方法的角度看，卫星光照横截面积就是各受照表面面积投影的总和，可以很容易地用

$$A = \sum \alpha_i S_i, \quad i = \pm W, \pm X, \pm Y, \pm Z, \quad (4.8)$$

其中，

$$\alpha_i = \begin{cases} \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_{+D} & \text{for } \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_{+D} > 0 \\ 0 & \text{for } \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_{+D} \leq 0. \end{cases} \quad (4.9)$$

这里用符号 $\mathbf{e}$ 表示单位矢量，对于标准动偏姿态，公式4.8所需要的所有单位矢量如下：

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{+D} = \frac{\mathbf{r}_{\odot}}{|\mathbf{r}_{\odot}|}, \\ \mathbf{e}_{+Z} = -\frac{\mathbf{r}_s}{|\mathbf{r}_s|}, \\ \mathbf{e}_{+Y} = \frac{\mathbf{e}_{+Z} \times \mathbf{e}_{+D}}{|\mathbf{e}_{+Z} \times \mathbf{e}_{+D}|}, \\ \mathbf{e}_{+X} = \mathbf{e}_{+Y} \times \mathbf{e}_{+Z}, \\ \mathbf{e}_{+V} = \frac{\mathbf{e}_{+D} \times \mathbf{e}_{+Y}}{|\mathbf{e}_{+D} \times \mathbf{e}_{+Y}|}, \\ \mathbf{e}_{+W} = \mathbf{e}_{+Y} \times \mathbf{e}_{+V}. \end{cases} \quad (4.10)$$

需要注意的是，引入单位矢量 $\mathbf{e}_V$ 是为了不考虑 GNSS 卫星的工作姿态以达到通用计算 $\mathbf{e}_W$ 的目的。因为在 GNSS 卫星的地影季，太阳能电池板不一定总是严格垂直地朝向太阳。

解析方法

对于始终采用动偏姿态模型的 GNSS 卫星，卫星体始终只有 +X、+Z 和 -Z 三个面是受照面。因此，为了得到公式 4.8 的解析版，只需要找到三个对应系数的解析表达式。由图4.1所示的几何关系可知，有以下公式成立：

$$\begin{cases} \cos \beta \cos \Delta u + \cos \varepsilon = 0 \\ (\mathbf{e}_{+X} \cdot \mathbf{e}_{+D})^2 + (\mathbf{e}_{+Z} \cdot \mathbf{e}_{+D})^2 = 1 \\ \mathbf{e}_{+Z} \cdot \mathbf{e}_{+D} = \cos \varepsilon, \end{cases} \quad (4.11)$$

其中 ε 表示地球-卫星-太阳所成夹角 (Bar-Sever, 1996)。然后，需要的三个系数是

$$\begin{cases} \alpha_{+X} = \sin \varepsilon, & \varepsilon \in [|\beta|, \pi - |\beta|] \\ \alpha_{+Z} = \begin{cases} \cos \varepsilon, & \varepsilon \in [|\beta|, \frac{\pi}{2}] \\ 0, & \varepsilon \in (\frac{\pi}{2}, \pi - |\beta|] \end{cases} \\ \alpha_{-Z} = \begin{cases} 0, & \varepsilon \in [|\beta|, \frac{\pi}{2}) \\ -\cos \varepsilon, & \varepsilon \in [\frac{\pi}{2}, \pi - |\beta|]. \end{cases} \end{cases} \quad (4.12)$$

最终，卫星光照横截面积的解析表达式为

$$\begin{aligned} A &= S_{+W} \\ &+ S_{+X} \cdot \sin \varepsilon \\ &+ S_{+Z} \cdot |\cos \varepsilon|, \quad \varepsilon \in [|\beta|, \pi - |\beta|]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

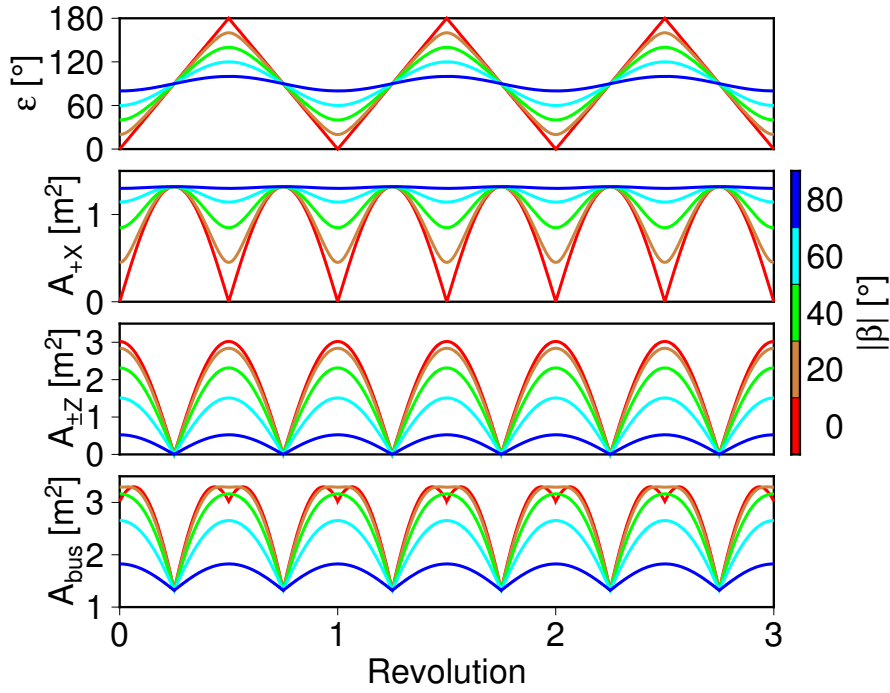


图 4.2 Galileo FOC 卫星星体的光照横截面积随时间的变化

通过公式 4.13，可以试着推断关于卫星光照横截面积的一些特征：

1. 随着 ε 在一个轨道周期内以 $|\beta| \rightarrow \pi - |\beta| \rightarrow |\beta|$ 的方式不断变化，卫星光照横面积应具有明显的 2π 特征。
2. 根据傅里叶分析原理， 2π 函数可以利用偶数阶傅里叶级数进行展开。
3. 因为公式 4.13 中存在 $|\cos \varepsilon|$ ，所以该函数应该是连续的但不可导的。

以伽利略 FOC 卫星的光照横截面积为例，图 4.2 和图 4.3 是对解析公式及其结果推论的验证。由于卫星太阳能电池板对光照横截面积的贡献是恒定不变的，因此我们只分析卫星体引起的变化部分。从图 4.3 中，我们可以观察到长方体 GNSS 卫星的光照横截面积变化函数有明显的偶数阶傅里叶级数分量。此外， $|\beta|$ 越小，所需的截断阶数就越高。

此时，前面所述第二个问题的答案已经很明显了。对于 ECOM2 太阳光压模型，太阳-卫星方向的 2π 和 4π 周期项可以很好地吸收卫星照明横截面积变化引起的摄动加速度。此外，与 $|\beta|$ 值较大的卫星相比，对于 $|\beta|$ 值较小的长方体 GNSS 卫星， 4π 项对精密定轨的影响更加不可忽略。

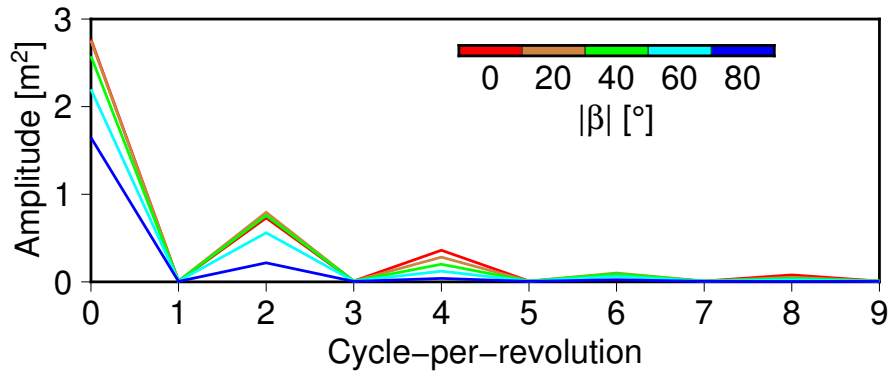


图 4.3 Galileo FOC 卫星星体的光照横截面积的谱分析

4.3 Galileo 实时定轨试验

试验设计

表 4.2 试验用到的太阳光压模型

模型	# 参数	D 方向摄动力分量	说明
M1	5	$D(\Delta u) = D_0$	ECOM1 (Springer 等, 1999)
M2	7	$D(\Delta u) = D_0 + D_{2,C} \cos 2\Delta u + D_{2,S} \sin 2\Delta u$	ECOM2 (Arnold 等, 2015)
M1S1	5	$D(\Delta u) = \frac{A}{S_{+w}} D_0$	面积缩放 ECOM1
M1A1	5	$D(\Delta u) = D_0 + D_{apriori}$	Box-Wing 模型 +ECOM1

在理论层面上讨论了卫星光照横截面积变化对太阳光压建模的影响后，有必要基于实测数据进行了一些试验，以评估本章节提出的面积缩放策略的性能。选择 ECOM 模型作为试验对象以设计具有说服力的对比实验。为了方便明确地标记这些试验及其对应的太阳光压模型，定义了以下符号：

- M1 ECOM1 模型，5 个参数
- M2 ECOM2 模型，7 个参数
- S1 应用面积缩放策略的光压模型
- A1 应用先验 Box-Wing 光压模型。

为了达到验证的目的，一共有四组试验可以进行。首先，在试验 M1 中，单

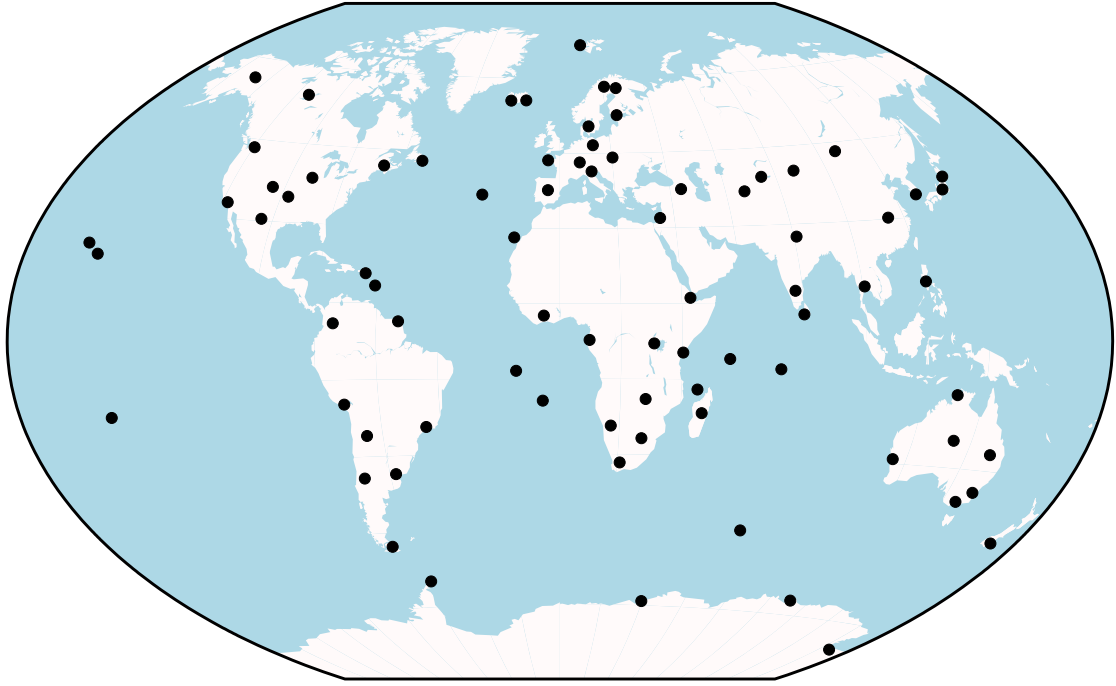


图 4.4 试验所用 MGEX 测站的分布

独使用 ECOM1 模型，对具有长方体星体的 GNSS 卫星的精密定轨。然后，在试验 M2 中，ECOM2 模型作为 CODE 在多 GNSS 精密定轨中对 ECOM1 的更新而进行验证。接下来，我们提出的面积缩放策略需要在试验 M1S1 中进行测试。最后，在试验 M1A1 中使用了基于先验 Box-Wing 模型增强的 ECOM1 模型。表 4.2 列出了这四种 SRP 模型的简要总结。值得注意的是，M1、M2 和 M1S1 三种模型之间唯一的区别是太阳-卫星方向上的摄动力分量的表达式，因此在总结表中只给出 D 分量的表达式。

为支持更加精密的 GNSS 数据处理，Galileo 卫星的官方完整元数据已经向公众公布。由于元数据的发布能够较好地满足实验 M1S1 和 M1A1 的要求，因此本章节的研究选择 Galileo 系统作为试验对象。

自 2011 年 MGEX 试验项目开始以来，目前已有近 400 个 IGS 站提供多 GNSS 观测，其中大多数测站可提供 Galileo 系统的观测数据。在试验中，我们选择了 80 个测站，它们的全球分布情况如图 4.4 所示。以 2022 年 4 月作为试验时段进行 Galileo 系统的实时精密定轨，并分别使用前面所描述的 4 个太阳光压模型来验证面积缩放策略的性能。为了提高效率，最合适的观测值是双频伪距和载波相位原始测量的非差无电离层组合。伪距和载波相位的原始测量噪声分别设置为 1 m 和 0.01 m，组合观测值的权重遵循误差传播规律和高度角相关定权函数。

表 4.3 Galileo 实时定轨试验的解算策略

项目	策略	
试验时段	2022-04-01 至 2022-04-30	
卫星系统	Galileo	
测站个数	80 (测站分布如图 4.4)	
截止高度角	10°	
采样间隔	30 s	
观测值	伪距、载波相位 非差、消电离层组合 C1C/L1C/C5Q/L5Q or C1X/L1X/C5X/L5X	
观测值噪声	$\sigma_C = 1 \text{ m}; \sigma_L = 0.01 \text{ m}$	
观测值定权	高度角相关, $\sin^2(e)$	
残差剔除	伪距阈值: $4 \times \sigma_{C,res}$ 载波阈值: $4 \times \sigma_{L,res}$	
卫星天线 PCO/PCV	igs14_2194.atx	
接收机天线 PCO/PCV	Galileo L1/L5 或者直接使用 GPS L1/L2 (igs14_2194.atx)	
常规的力学模型	地球引力场	EGM2008 模型, 阶次 12×12
	潮汐摄动	固体潮、海潮、极潮
	第三体引力	日月及除地球外各大行星
	相对论效应	仅考虑 Schwarzschild 项
	太阳光压摄动	M1/M2/M1S1/M1A1
微小摄动力	地球辐射压	未考虑
	卫星天线推力	未考虑
	星体热辐射	未考虑
用到的 Galileo 元数据	卫星质量、卫星尺寸、 卫星光学参数、卫星天线 PCO/PCV、 卫星姿态模型	

虽然 Galileo 元数据的公布使得卫星天线 PCO/PCV 校正和载波相位的相位缠绕效应可以完全建模, 但 Galileo 系统 L1 和 L5 频段的接收机天线 PCO/PCV 校正依然较为缺失。在必要时, 采用 GPS L1 和 L2 频段上的接收机天线 PCO/PCV 修正。关于观测模型和力学模型的详细信息, 可见Liu 等 (2022), 表4.3中只总结了一些和本试验较为相关的解算策略。

结果分析

由于轨道重叠的评估方法不适用于实时定轨, 试验中解算生成的 Galileo 轨道必须与外部轨道产品进行比较。以分析中心 CODE 为 MGEX 贡献的最终 Galileo 轨道作为参考, 不应用 Helmert 七参数变换, 直接将试验轨道与参考轨道进行比较。按照惯例, 将得到的轨道差异转换到轨道坐标系 (Montenbruck 等, 2015a) 的径向 (R)、切向 (T) 和法向 (N)。然后, 计算试验时段上的平均统计指标以反映各种太阳光压模型的定轨性能。

四种 SRP 模型对应的轨道精度统计 ($\text{offset} \pm \text{STD}$) 如图4.5所示, 中间横线表示系统偏差 (offset), 纵线表示 2 倍的标准差 (STD)。其中 Galileo 卫星先按照卫星类型排列, 再按轨道平面排列。对于 Galileo FOC 卫星, 各轨道平面对应的平均 offset 和 STD 值也在图4.5中给出。此外, 来自另外两个 MGEX 分析中心, GRGS (Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale) 和 WHU(武汉大学) 的最终 Galileo 轨道产品, 也可作为外部比较的参考。表4.4列出了试验 Galileo 轨道相比于三个 MGEX 分析中心的最终轨道产品的精度统计。由于 M2 和 M1A1 模型在 MGEX 分析中心中广泛应用于多 GNSS 定轨, 在比较 M2、M1S1 和 M1A1 这三个 SRP 模型的定轨性能时, 我们采用 STD 值作为较好的轨道精度指标。

整体而言, 图4.5中的 offset 和 STD 值均清楚地显示了轨道平面相关性, 其中 M1 轨道误差受到的影响最大, 而 M2、M1S1 和 M1A1 SRP 模型的轨道误差只有小幅度这样的特征。下面对每个 SRP 模型进行具体解释。

M1: 大致来说, 在四个 SRP 模型中, M1 对应的 Galileo 轨道在轨道坐标系的三个方向上的偏差和 STD 指标都表现最差。具体来说, 每个 Galileo 轨道面最突出的特征如下。对于轨道面 A 和轨道面 C, M1 轨道误差在法向上分别有明显的约 20 cm 和 -20 cm 的偏移。对于 B 平面的伽利略卫星, STD 值在径向上可达 10 厘米以上。这些重要信号反映了 M1 SRP 模型对于长方体 Galileo 卫星精密定轨的不足。

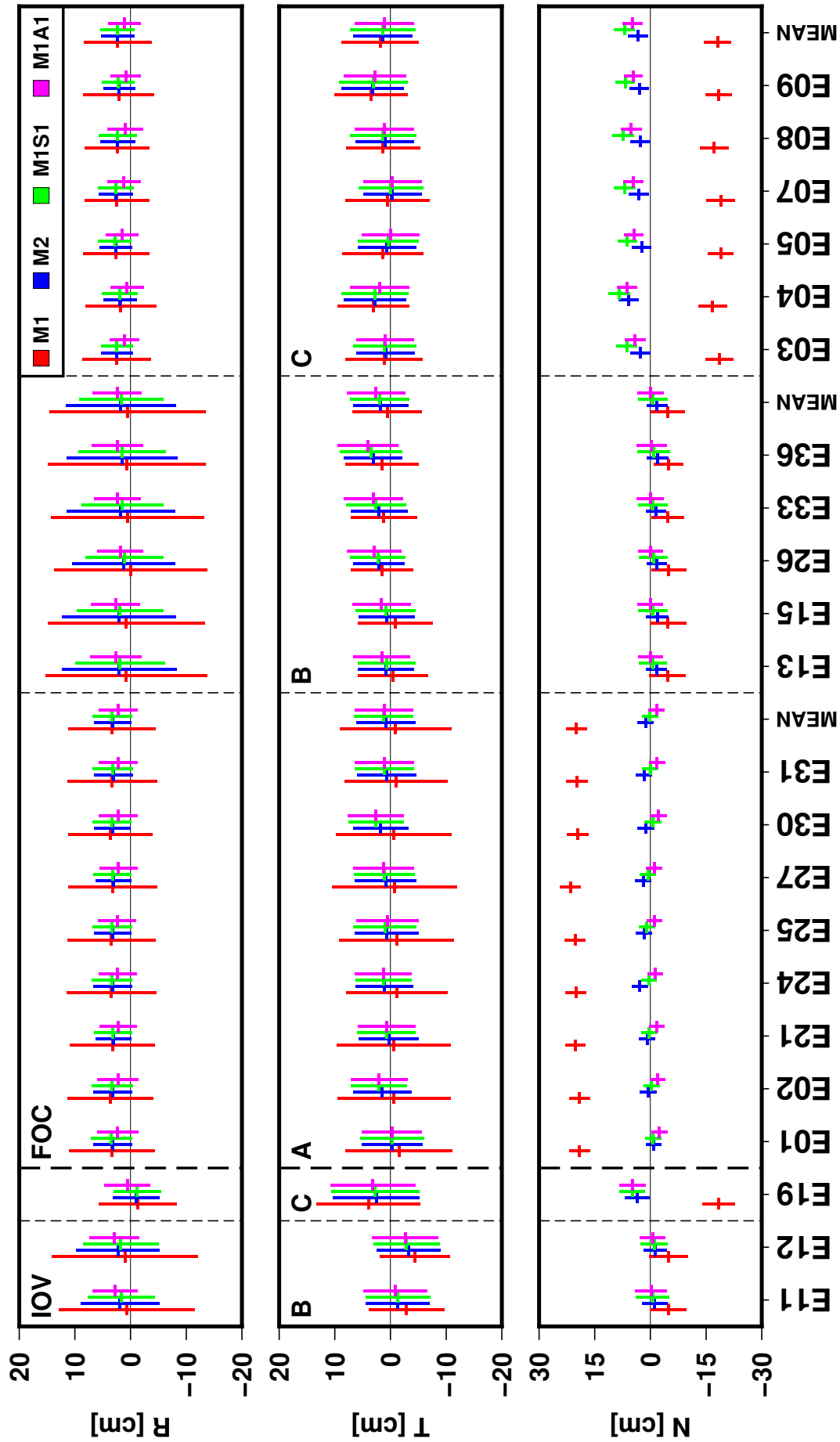


图 4.5 不同光压策略之间的 Galileo 轨道精度比较

表 4.4 Galileo 轨道精度统计，“offset± STD” (单位: 厘米)

AC	Plane A						Plane B						Plane C					
	Model	R	T	N	R	T	N	R	T	N	R	T	N	R	T	N	R	T
CODE	M1	3.4 ±	7.8	-0.9 ±	10.0	20.0 ±	2.8	0.6 ±	13.6	-0.6 ±	6.3	-4.8 ±	4.7	1.8 ±	6.2	2.1 ±	7.2	-18.2 ±
	M2	3.1 ±	3.4	0.8 ±	5.3	1.2 ±	2.2	1.8 ±	9.2	0.6 ±	5.2	-1.6 ±	3.0	1.8 ±	3.2	1.5 ±	5.7	3.3 ±
	MIS1	3.3 ±	3.6	1.2 ±	5.3	0.1 ±	2.2	1.6 ±	7.2	0.8 ±	5.4	-0.8 ±	4.0	1.9 ±	3.2	1.6 ±	6.1	6.7 ±
	MIA1	2.3 ±	3.5	1.1 ±	5.3	-1.7 ±	2.1	2.5 ±	4.3	1.4 ±	5.4	-0.2 ±	3.7	1.0 ±	3.1	1.4 ±	5.6	4.9 ±
GRGS	M1	6.2 ±	7.5	-1.1 ±	10.3	18.8 ±	2.9	3.3 ±	9.4	-0.6 ±	6.4	-4.5 ±	4.8	5.4 ±	5.8	1.5 ±	7.7	-17.9 ±
	M2	5.9 ±	3.1	0.6 ±	5.4	0.1 ±	2.3	4.5 ±	5.6	0.6 ±	5.2	-1.3 ±	3.1	5.4 ±	3.0	0.9 ±	5.5	3.6 ±
	MIS1	6.0 ±	3.3	1.0 ±	5.4	-1.1 ±	2.2	4.3 ±	4.4	0.9 ±	5.4	-0.5 ±	4.1	5.5 ±	3.3	1.0 ±	5.9	7.0 ±
	MIA1	5.0 ±	3.3	0.8 ±	5.4	-2.9 ±	2.2	5.2 ±	4.3	1.4 ±	5.3	0.2 ±	3.8	4.5 ±	3.2	0.7 ±	5.5	5.2 ±
WHU	M1	5.0 ±	7.8	-1.1 ±	9.7	19.3 ±	3.2	2.3 ±	10.4	-0.8 ±	6.4	-4.7 ±	4.8	4.3 ±	6.6	1.8 ±	7.6	-19.0 ±
	M2	4.7 ±	3.3	0.6 ±	5.1	0.6 ±	2.4	3.4 ±	6.2	0.4 ±	5.1	-1.6 ±	3.3	4.4 ±	3.3	1.2 ±	5.5	2.5 ±
	MIS1	4.9 ±	3.4	1.0 ±	5.1	-0.6 ±	2.4	3.2 ±	4.6	0.7 ±	5.3	-0.7 ±	4.3	4.4 ±	3.2	1.2 ±	5.9	5.9 ±
	MIA1	3.8 ±	3.4	0.9 ±	5.1	-2.4 ±	2.3	4.1 ±	3.7	1.2 ±	5.2	-0.1 ±	4.0	3.5 ±	3.0	1.0 ±	5.4	4.1 ±

M1A1: M1A1 轨道具有最高的精度和最好的稳定性, 因为偏差和 STD 指标在轨道坐标系的每个方向上都非常均匀, 和卫星类型和轨道平面没有相关性。这种性能反映了基于卫星元数据的先验 Box-Wing 模型的优势, 该模型在正常使用 M1 模型之前对 SRP 摄动力进行了详细的先验处理。

M2 和 M1S1: M2 和 M1S1 轨道在偏差和 STD 值方面具有相似的精度和稳定性。显然, 与 M1 模型相比, M2 和 M1S1 SRP 模型都能在很大程度上改善 Galileo 轨道。除了 Galileo 轨道平面 B 的径向外, 这两个模型对整个 Galileo 星座的性能甚至与 M1A1 模型几乎相同。另一方面, 在 Galileo 平面 B 的轨道误差中可以很容易地观察到 M2 模型和 M1S1 模型的差异。从表4.4中 Galileo 平面 B 的统计数据可以看出, M1S1 在径向的 STD 值可以比 M2 小 1.6 cm, 而在法向方向上的 M1S1 STD 值要大 1.0 cm。M2 模型和 M1S1 模型 Galileo 轨道性能的相似性是可以理解的, 因为这两个模型都是通过消除或削弱卫星光照横截面积变化的负面影响来增强 M1 模型的。在试验时段内, 由于轨道平面 B 的太阳高度角很小, 约为 11° , 在太阳-卫星方向上截断阶数为 2 的 M2 SRP 模型不能很好地模型化卫星光照横截面积变化引起的 SRP 摄动, 还需要增加更高阶的待估参数。

4.4 小结

本章从数学推导的角度出发, 阐明了 GNSS 卫星受照横截面积的变化对太阳光压摄动力的影响。针对 ECOM1 模型在长方体 GNSS 卫星精密定轨中的不足, 提出了一种只依赖于卫星尺寸信息的模型增强方法, 即构建了顾及卫星受照横截面积变化的 ECOM 模型。然后, 通过 Galileo 系统实时定轨对这一模型增强方法进行了验证, 结果显示, 该增强策略在不增加额外待估参数的前提下, 实现了和 ECOM2 模型相当的定轨精度。

第5章 QOF 经验型太阳光压模型的构建与初步分析

5.1 引言

太阳光压摄动力是 GNSS 卫星轨道力学模型构建工作的主要误差源之一,一直以来都是 GNSS 精密定轨研究中的关键问题。经验型太阳光压模型凭借其简便易用、精度较高等优势,在 GNSS 精密定轨领域有非常广泛的应用。截至目前,最为人熟知的经验型太阳光压模型是由 IGS 分析中心 CODE 提出的 ECOM 系列模型,该系列模型在 IGS 精密轨道产品的解算(轨道预报、轨道估计、轨道综合)中扮演了重要角色。

从 1994 年 Beutler 等 (1994) 提出了 ECOM 模型以来, CODE 分析中心的研究人员一直致力于该模型的分析与优化。以下为 ECOM 模型发展历程的简要论述:

- 1989 年, Colombo (1989) 利用解析型轨道摄动理论对 GPS 广播星历的轨道误差进行了分析,并提出在轨道径向、切向、法向上分别设置三角谐函数(截断至一阶项)以吸收未模型化的摄动力,其中包括地球引力、太阳与地球辐射压、Y-bias (Fliegel 等, 1992) 等。

- 1994 年, Beutler 等 (1994) 提出了九参数形式的 ECOM 经验型太阳光压模型,同时阐明了该九参数模型和 Colombo 九参数模型之间的异同点。ECOM 模型可以看作当时普遍采用的两参数太阳光压模型(D_0 以及 Y-bias)的扩展。在测站数量尚不算多的彼时, ECOM 模型实现了 GPS 轨道由分米级精度到厘米级精度的提升。

- 1999 年, Springer 等 (1999) 对 ECOM 九参数模型进行了简化从而提出了 ECOM 五参数模型。该简化模型舍弃了 D 方向和 Y 方向上的周期项参数,在减少了待估经验参数的同时,还进一步提升了 GPS 卫星的定轨精度。

- 为了解决 ECOM 五参数模型在 GLONASS、北斗、Galileo 等导航系统精密定轨中的缺陷和不足, Arnold 等 (2015) 对 ECOM 五参数模型进行了更新,在 D 方向上添加了偶数阶周期项参数。这一更新使得 ECOM 模型可以较好地适用于多 GNSS 的联合精密定轨 (Prange 等, 2017)。

为了更好地对 GNSS 卫星的太阳光压摄动力进行建模,本章在数学推导的

基础上，试验性地构建了一种新型的经验型太阳光压模型 – QOF (Quasi-Orbit-Fixed) 模型。而后，本章通过 GPS 系统实时定轨对该太阳光压模型的性能进行了初步的分析。

5.2 QOF 经验型太阳光压模型的构建

5.2.1 构建思路

根据 Beutler 等 (1994)，ECOM 经验型太阳光压模型的提出源于 CODE 分析中心的研究人员对 Y-bias 这一经验参数的扩展。既然当时通用的两参数太阳光压模型在 Y 方向（太阳帆板轴向）上设置了一个经验常数偏差，如果推而广之，很自然地可以认为在同时垂直于 D 方向、Y 方向的 X 方向上也存在一个常数偏差。同时借鉴 Colombo (1989) 中的轨道共振参数设置，Beutler 等 (1994) 在 D、Y、X 三个方向上同时添加了与卫星轨道周期一致的谐函数，从而构建了 ECOM 九参数模型。

和 ECOM 九参数模型的构建思路不同，QOF 经验型太阳光压模型的构建起因于对太阳光压摄动力所作的定性定量分析。由于地球是有磁场的，太阳辐射场在地磁作用下会呈现复杂的空间结构，这非常不利于数学推导的开展。因此，本章假定地球是无磁的。

如图 5.1 所示，太阳作为一个球形辐射源，空间某一点的太阳辐射通量大致和该点至太阳中心的距离呈平方反比关系。同时，考虑到日地距离大约为 1.5 亿千米而地球半径仅有 6000 余千米，近地空间的太阳辐射场可以近似看作一个平行场。那么相对太阳，GNSS 卫星在一个平行辐射场中由近及远而后又由远及近如此循环往复地运行着。在此过程中，GNSS 卫星相对于太阳的周期性距离变化伴随着卫星所受到的太阳辐射通量的周期性变化。又因为 GNSS 卫星在绕地运行过程中，其姿态控制系统决定了受照横截面积基本保持不变（尤指立方体 GNSS 卫星），则 GNSS 卫星所受到的太阳光压摄动力也会呈现规则的周期性变化。

根据以上简要分析，对于太阳光压摄动力自然会提出这样的问题：1、这一周期性变化的太阳光压摄动力可以用什么周期函数来表示，是简单的余弦函数还是更复杂的其它周期函数？2、该周期函数的自变量又该选用什么？

总之，QOF 经验型太阳光压模型的构建源于以上问题的提出和解决。

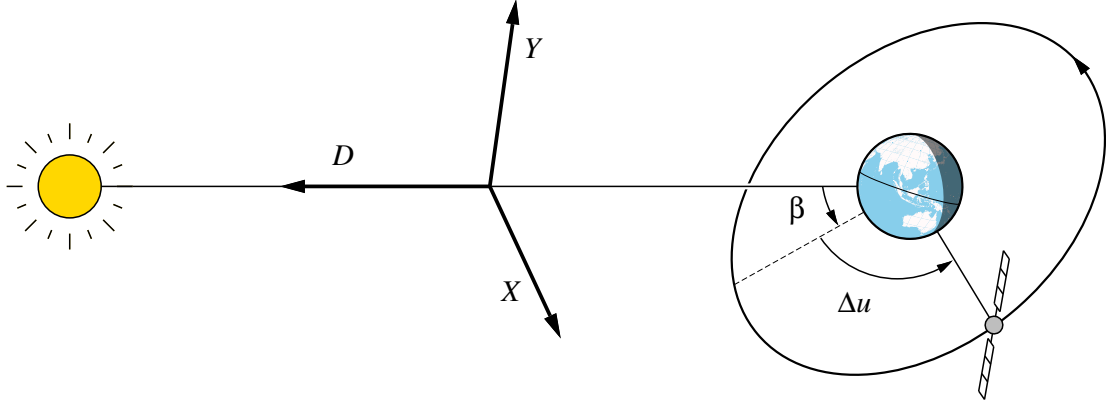


图 5.1 太阳、地球和 GNSS 卫星轨道之间的几何关系以及 QOF 经验型太阳光压模型各参考轴的空间指向

5.2.2 构建过程

按照上面给出的构建思路，为了对周期性的太阳光压摄动力进行定量分析，首先给出以下几个合理的假设条件：

1. 太阳以球形方式稳定地向外辐射能量，因此空间某一点的太阳辐射通量和该点到太阳的距离呈平方反比关系。
2. 绕地运行的 GNSS 卫星轨道半径（约 2.6 万千米）相较于日地距离（约 1.5 亿千米）要小几个量级，因此地球附近的太阳辐射场可以看作一个平行场。
3. （立方体平台的）GNSS 卫星的太阳能电池板始终垂直于太阳辐射场，故卫星受照横截面积始终保持不变。
4. GNSS 卫星的在轨质量保持不变。
5. GNSS 卫星的运行轨道是正圆形的。

太阳直射方向

基于以上假设，GNSS 卫星所受到的太阳光压摄动力始终平行于由太阳指向地球的方向，因此太阳直射方向上的公式推导只需要考虑太阳光压摄动力的大小。从最一般的太阳光压摄动力公式出发，GNSS 卫星所受到的太阳光压摄动力可表达为 (Montenbruck 等, 2000)

$$\begin{aligned} a_{srp} &= C_R \frac{A}{m} \frac{P_{\odot, \oplus} r_{\odot, \oplus}^2}{r_{\odot, s}^2} \\ &= \frac{C_{srp}}{r_{\odot, s}^2}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

上式中各符号的含义分别为：

A	卫星受照横截面积
m	卫星质量
$r_{\odot,\oplus}$	日地距离
$r_{\odot,s}$	太阳到卫星的连线在日地方向上的投影距离
$P_{\odot,\oplus}$	距离太阳 $r_{\odot,\oplus}$ 的某点的太阳光照强度
C_R	待估计的系数
C_{srp}	类似 C_R 的待估计系数

由公式 5.1 很明显可以看出, GNSS 卫星所受到的太阳光压摄动力是一个周期函数, 并且其周期和 GNSS 卫星的轨道周期是一致的。借助于关系式

$$r_{\odot,\oplus} - r_{\odot,s} = r_s \cos \beta \cos \Delta u, \quad (5.2)$$

太阳光压摄动力中的周期项可由下式给出,

$$\begin{aligned} \Delta a_{srp} &= \frac{C_{srp}}{r_{\odot,s}^2} - \frac{C_{srp}}{r_{\odot,\oplus}^2} \\ &= \frac{C_{srp}}{(r_{\odot,\oplus} - r_s \cos \beta \cos \Delta u)^2} - \frac{C_{srp}}{r_{\odot,\oplus}^2} \\ &= \frac{C_{srp}(2r_{\odot,\oplus}r_s \cos \beta \cos \Delta u - (r_s \cos \beta \cos \Delta u)^2)}{r_{\odot,\oplus}^2(r_{\odot,\oplus} - r_s \cos \beta \cos \Delta u)^2}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

上两式中, r_s 表示 GNSS 卫星的轨道半径, β 表示卫星轨道面的太阳高度角, Δu 表示卫星轨道面上卫星幅角和太阳幅角之间的差值, 见图 5.1。从公式 5.3 可以看出, 太阳辐射通量的距离平方反比这一特征使得 GNSS 卫星太阳光压摄动力的周期项函数非常复杂。

考虑到卫星轨道半径 r_s 相较于日地距离 $r_{\odot,\oplus}$ 要小几个量级, 故在公式 5.3 中可只保留分子分母中的主项, 进而太阳光压摄动力的周期项可以简化为

$$\Delta a_{srp} = \frac{2C_{srp}}{r_{\odot,\oplus}^3} r_s \cos \beta \cos \Delta u. \quad (5.4)$$

由于存在关系式 $\cos \varepsilon = \cos \beta \cos \Delta u$, 公式 5.4 又可表达为

$$\Delta a_{srp} = \frac{2C_{srp}}{r_{\odot,\oplus}^3} r_s \cos \varepsilon. \quad (5.5)$$

上式中, ε 为太阳-地球-卫星之间的夹角。

至此, 由公式推导可知, 太阳光压摄动力的周期项大体上是以 ε 为自变量的三角余弦函数。如果再考虑到 β 相较于 Δu 的缓慢变化, 太阳光压摄动力周期项又可近似看作以 Δu 为自变量的三角余弦函数。此时在太阳直射方向上, 太阳光压摄动力可以经验性地模型化为

$$\begin{aligned} D(\Delta u) &= D_0 + A_D \cdot \cos(\Delta u + \phi_D) \\ &= D_0 + D_C \cdot \cos \Delta u + D_S \cdot \sin \Delta u, \end{aligned} \quad (5.6)$$

其中, ϕ_D 用来解释 GNSS 卫星太阳帆板在垂直朝向太阳时可能存在的延迟。

以上即为太阳光压摄动力在太阳直射方向上的完整建模过程, 所得建模结果和 ECOM 模型在该方向上的分量是一致的。并且, D 方向被定义为由地球指向太阳以和 ECOM 模型保持一致。

其余方向

由于现实情况中太阳辐射场、GNSS 卫星姿态控制等方面的复杂性, 太阳光压摄动力不大可能仅仅局限在 D 方向上, 因此可以猜想式地认为太阳光压摄动力在垂直于 D 方向的其余方向上也存在一定的分量且这些摄动力分量和 D 方向分量同样稳定。由图 5.1, 仔细观察太阳、地球和 GNSS 卫星轨道三者之间的几何关系, 同时顾及该几何关系的空间对称性, 很自然地可以找出图中所示的一组参考轴以完成太阳光压摄动力在三维空间的建模。

三个参考轴 D、Y、X 的定义分别为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_h = \frac{\mathbf{r}_s \times \mathbf{v}_s}{|\mathbf{r}_s \times \mathbf{v}_s|} \\ \mathbf{e}_D = \frac{\mathbf{r}_\odot}{|\mathbf{r}_\odot|} \\ \mathbf{e}_X = \frac{\mathbf{e}_h \times \mathbf{e}_D}{|\mathbf{e}_h \times \mathbf{e}_D|} \\ \mathbf{e}_Y = \mathbf{e}_D \times \mathbf{e}_X. \end{cases} \quad (5.7)$$

其中, $\mathbf{r}_s$ 和 $\mathbf{v}_s$ 分别表示 GNSS 卫星在地心惯性坐标系中的位置和速度向量, $\mathbf{r}_\odot$ 表示太阳在地心惯性坐标系中的位置向量。由此可知, $\mathbf{e}_h$ 表示 GNSS 卫星轨道面的法向单位向量, $\mathbf{e}_D$ 表示由地球指向太阳的单位向量, 单位向量 $\mathbf{e}_X$ 位于卫星轨道面和地球晨昏面的相交线上, 单位向量 $\mathbf{e}_Y$ 垂直于 D 方向和 X 方向且和 $\mathbf{e}_h$ 位于卫星轨道面的同一侧。从 D、Y、X 各轴的定义可以看出, 该参考轴系统和

GNSS 卫星在轨道上的位置没有关联，而是由太阳、地球、卫星轨道面三者之间的几何关系确定并且随着三者之间几何关系的缓慢变化而变化。这便是模型名称 QOF (Quasi-Orbit-Fixed) 的由来，也是 QOF 模型和 ECOM 模型的根本性差异所在。

参照 D 方向上的建模公式，Y 方向和 X 方向上的太阳光压摄动力分量应该表示为

$$\begin{cases} Y(\Delta u) = Y_0 + Y_C \cdot \cos \Delta u + Y_S \cdot \sin \Delta u \\ X(\Delta u) = X_0 + X_C \cdot \cos \Delta u + X_S \cdot \sin \Delta u. \end{cases} \quad (5.8)$$

最终，QOF 经验型太阳光压模型的表达式为

$$\begin{cases} D(\Delta u) = D_0 + D_C \cdot \cos \Delta u + D_S \cdot \sin \Delta u \\ Y(\Delta u) = Y_0 + Y_C \cdot \cos \Delta u + Y_S \cdot \sin \Delta u \\ X(\Delta u) = X_0 + X_C \cdot \cos \Delta u + X_S \cdot \sin \Delta u. \end{cases} \quad (5.9)$$

QOF 模型最佳参数组合

在确定了 QOF 模型的一般表达式之后，下一步便是进行该模型最佳参数组合的选择。由最简的 D_0 单参数组合到完整的九参数组合，通过对所有参数组合进行 GPS 系统的实时定轨测试，最终确定 QOF 模型的最佳参数组合为 $(D_0, D_C, D_S; Y_0, Y_C, Y_S; X_0)$ 。

那么，实用的 QOF 经验型太阳光压模型的表达式为

$$\begin{cases} D(\Delta u) = D_0 + D_C \cdot \cos \Delta u + D_S \cdot \sin \Delta u \\ Y(\Delta u) = Y_0 + Y_C \cdot \cos \Delta u + Y_S \cdot \sin \Delta u \\ X(\Delta u) = X_0. \end{cases} \quad (5.10)$$

5.3 QOF 经验型太阳光压模型的初步验证

5.3.1 试验设计

为了对 QOF 经验型太阳光压模型进行初步的验证分析，选取全球范围内均匀分布的 60 个 IGS 测站构成的跟踪网对 GPS 系统进行仿实时定轨解算。图 5.2 所示即为 60 个测站的名称及其全球分布情况。由于简化的 ECOM 模型 (Springer 等, 1999) 在 GPS 精密定轨中有广泛的应用，因此本章节将选取该 ECOM 模型作



图 5.2 QOF 模型验证试验所选 IGS 测站的名称及分布情况

为参考，采用控制变量法设计两组对照试验以评估 QOF 模型的定轨性能。根据所选用的太阳光压模型的名称，这两组试验分别记为 ECOM 和 QOF。

选取 2019 年 10 月 1 日至 8 日共计 8 天的时间作为试验时段，其中为了确保 GPS 轨道的完全收敛，前两天的轨道结果不参与精度评估。如表 5.1 所示，试验时段内 GPS 星座还不包含具有明显长方体特征的 BLOCK IIIA 类型卫星 (Steigenberger 等, 2020)，因此所有 GPS 卫星的定轨结果均可用于 ECOM 模型和 QOF 模型的性能比较。由于本文实时定轨软件平台还不具备 GNSS 实时数据流的处理功能，本节的 GPS 实时定轨试验将以仿实时的形式进行。表 5.2 列出了本章节对照试验所用的解算策略，更具体的模型及策略信息可参考前面章节。

在以上设计的两组对照试验中，唯一的不同点就是经验型太阳光压模型的选用。但是由表 5.2 可知，ECOM 模型和 QOF 模型的待估经验参数却使用了不同的过程噪声。有必要围绕这一问题作简要的解释：ECOM 模型和 QOF 模型对应不同的参考轴系统，且二者又有各自的最佳参数组合。在此基础上，两个模型的经验参数在定轨过程中可能有不同的稳定度，也就是两个模型的经验参数可能对应着不同的过程噪声。如图 5.3 所示，Liu 等 (2022) 分别使用 $1\text{e-}11 \text{ m/s}^2$ 、 $1\text{e-}12 \text{ m/s}^2$ 、 $1\text{e-}13 \text{ m/s}^2$ 、 $1\text{e-}14 \text{ m/s}^2$ 这四组候选值为 ECOM 模型和 QOF 模型匹配合适的过程噪声，以 GPS 实时定轨精度为衡量指标确定了表 5.2 中的过程噪声设置。

表 5.1 试验时段内 (2019 年 10 月 1 日至 8 日) GPS 星座的卫星类型

GPS 卫星类型	PRN	SVN
BLOCK IIA	G04, G18	G036, G034
BLOCK IIR-A	G11, G13, G14, G16, G20, G21, G28	G046, G043, G041, G056, G051, G045, G044
BLOCK IIR-B	G02, G19, G22, G23	G061, G059, G047, G060
BLOCK IIR-M	G05, G07, G12, G15, G17, G29, G31	G050, G048, G058, G055, G053, G057, G052
BLOCK IIF	G01, G03, G06, G08, G09, G10, G24, G25, G26, G27, G30, G32	G063, G069, G067, G072, G068, G073, G065, G062, G071, G066, G064, G070

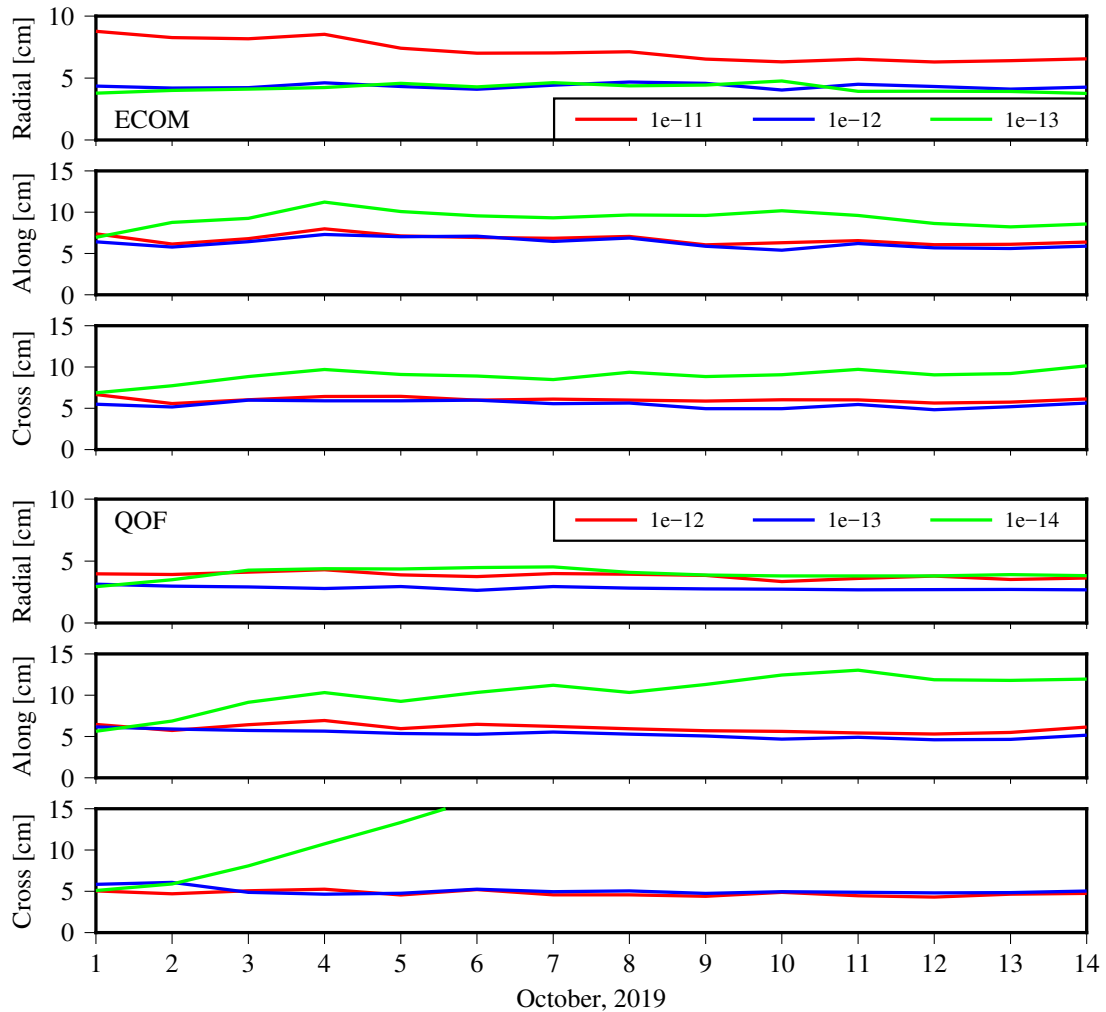


图 5.3 采用不同过程噪声时, ECOM 和 QOF 模型的 GPS 系统实时轨道精度 (Liu 等, 2022)

表 5.2 QOF 模型验证试验所用的解算策略

项目	策略
试验时段	2019-10-01 至 2019-10-08 (共 8 天)
卫星系统	GPS
测站个数	60
观测值类型	原始双频观测值: C1C / L1C / C2W / L2W 模型化观测值: 非差消电离层组合
采样间隔	30 s
截止高度角	10°
观测值噪声	伪距: 1.0 m, 载波: 0.01 m
观测值定权	高度角相关: $\sin^2(e)$
周跳探测阈值	MW: 5 周, GF: 0.3 m
验后残差阈值	伪距: 10.0 m 以及 $3\sigma_{C,res}$ 载波: 0.05 m 以及 $3\sigma_{L,res}$
天线相位中心改正	igs14_www.atx
先验 SRP 模型	无
经验型 SRP 模型	ECOM 模型 (Springer 等, 1999) QOF 模型 (Liu 等, 2022)
SRP 参数过程噪声	ECOM: $1e-12 \text{ m/s}^2$ QOF: $1e-13 \text{ m/s}^2$
非差模糊度固定	固定 (Ge 等, 2008)
测站位置	固定, 坐标值取自 SINEX 文件 (IGS14 参考框架)
地球自转参数	极移参数实时估计, UT1 固定至 IERS C04 产品
轨道钟差产品	输出格式 sp3, 输出间隔 30 s

5.3.2 GPS 实时轨道精度评估

为验证 QOF 模型的性能, 接下来对解算的 GPS 实时轨道进行精度评估。选取 IGS 发布的 GPS 最终轨道产品作为“真值”, 通过轨道互差的比较方法得到 GPS 实时轨道误差并转换到 RTN 坐标系之下。为了反映实时轨道和 IGS 最终轨道产品之间的系统性差异, 轨道互差时不进行 Helmert 七参数转换。轨道精度评估将主要围绕轨道误差的系统偏差 (轨道偏差) 和均方根 (轨道 RMS) 这两个指标进行。

轨道偏差

图 5.4 以逐卫星的方式绘制了两组 GPS 实时轨道误差的偏差统计情况，分别对应着 ECOM 和 QOF 经验型太阳光压模型。

从径向上来看，GPS 卫星轨道偏差在该方向上呈现出一定的系统性，因为 ECOM 组大部分 GPS 卫星的轨道偏差为正值，而 QOF 组大部分 GPS 卫星的轨道偏差为负值。根据表 5.3 中的统计，就 GPS 系统平均情况而言，ECOM 组的径向轨道偏差为 0.48 厘米，而 QOF 组的径向轨道偏差为 -0.65 厘米，两个轨道偏差值的大小均在 0.5 厘米附近，但符号是相反的。

从切向上来看，ECOM 组和 QOF 组的轨道偏差不存在明显的系统性，各卫星的轨道偏差在大小和符号上比较随机。如表 5.3 中的统计，当考虑 GPS 星座的平均情况时，ECOM 模型和 QOF 模型对应的切向轨道偏差分别为 0.02 厘米和 0.08 厘米。可以认为，ECOM 组和 QOF 组的 GPS 实时轨道在切向上均不存在系统偏差。

轨道法向上的情况和切向类似，ECOM 模型和 QOF 模型对应的轨道偏差均不存在显著的系统性特征，各卫星的轨道偏差在大小和符号上比较随机。由表 5.3，就 GPS 星座的平均情况而言，ECOM 模型和 QOF 模型对应的法向轨道偏差分别为 0.28 厘米和 0.03 厘米。同样可以认为，ECOM 组和 QOF 组的 GPS 实时轨道在法向上基本没有系统偏差。

由于 ECOM 和 QOF 模型对应着不同的空间参考系统，两组实时轨道的偏差分解到径向、切向、法向上可能互有差异，但三维空间上的轨道偏差则应该是基本一致的。由表 5.3，从三维角度来看，ECOM 和 QOF 模型的 GPS 系统平均轨道偏差分别为 0.56 厘米和 0.66 厘米，二者的差异仅为 1 毫米。这验证和预示了：

- 1、作为经验型太阳光压模型，ECOM 和 QOF 模型的待估 SRP 参数对 GNSS 卫星轨道尺度（即表现在轨道偏差）基本没有影响；
- 2、本文 GNSS 实时定轨的观测模型或力学模型和 IGS 分析中心采用的定轨策略依然存在一定的差异。

作为对表 5.3 和图 5.4 的补充，表 5.4 详细地列出了 ECOM 组和 QOF 组 GPS 各卫星实时轨道误差（偏差以及 STD）的具体统计数值。

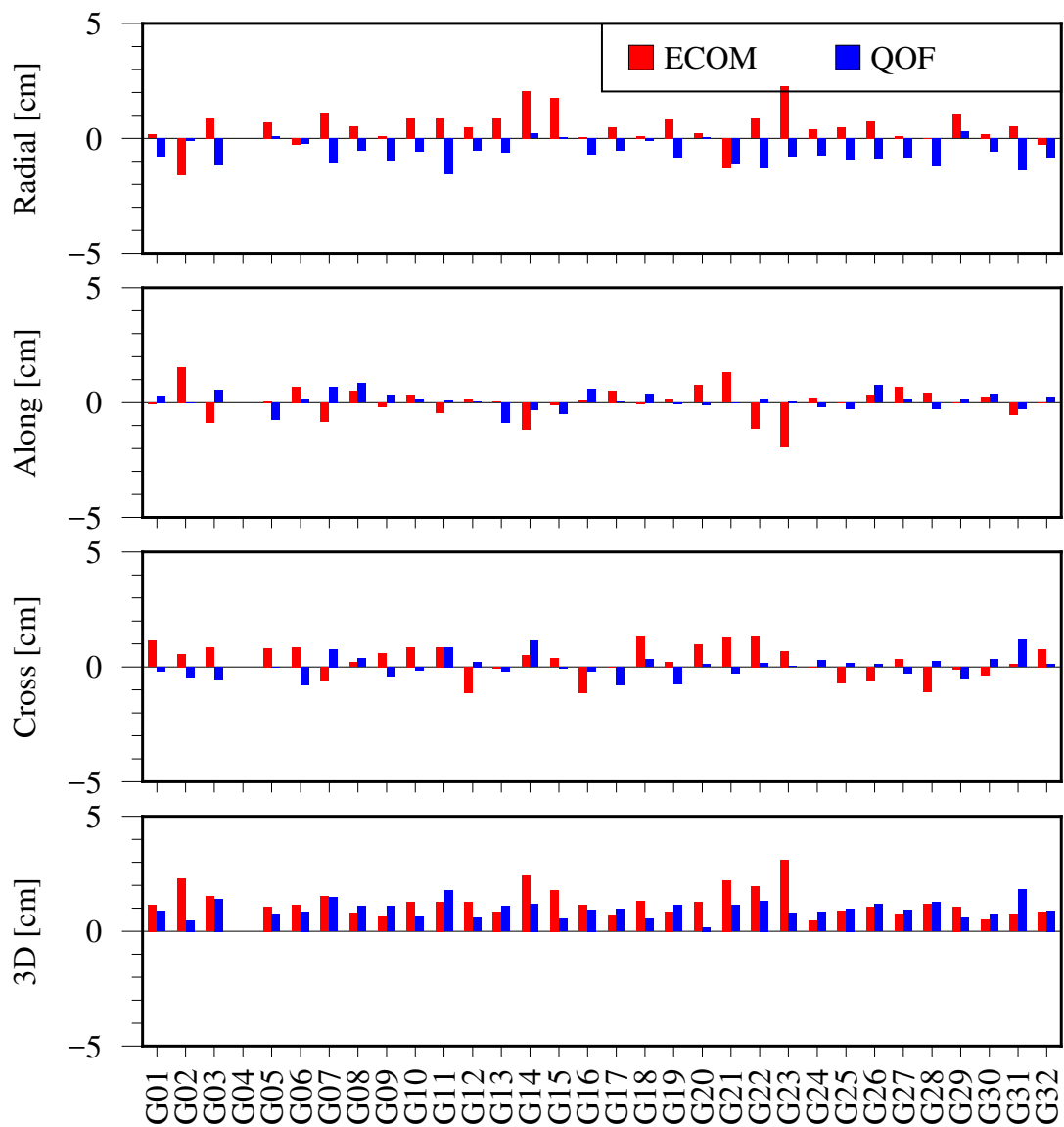


图 5.4 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 各卫星轨道偏差

表 5.3 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 星座平均轨道偏差（单位：厘米）

太阳光压模型	径向	切向	法向	三维
ECOM	0.48	0.02	0.28	0.56
QOF	-0.65	0.08	0.03	0.66

表 5.4 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 各卫星轨道误差, 偏差 $\pm$ STD (单位: 厘米)

PRN	ECOM			QOF		
	径向	切向	法向	径向	切向	法向
G01	0.16 ± 1.94	-0.09 ± 2.27	1.14 ± 1.35	-0.79 ± 1.42	0.30 ± 2.15	-0.18 ± 1.51
G02	-1.60 ± 3.17	1.54 ± 2.79	0.56 ± 2.99	-0.13 ± 1.81	-0.03 ± 2.54	-0.45 ± 2.05
G03	0.87 ± 1.97	-0.88 ± 1.79	0.84 ± 1.20	-1.18 ± 2.08	0.55 ± 1.84	-0.52 ± 1.31
G05	0.68 ± 2.94	0.06 ± 2.57	0.81 ± 1.84	0.10 ± 2.13	-0.73 ± 2.07	0.01 ± 2.57
G06	-0.27 ± 2.91	0.69 ± 2.90	0.85 ± 1.98	-0.24 ± 1.95	0.18 ± 2.42	-0.80 ± 1.56
G07	1.11 ± 2.82	-0.84 ± 2.24	-0.62 ± 1.60	-1.05 ± 2.45	0.69 ± 3.96	0.78 ± 2.05
G08	0.54 ± 2.96	0.52 ± 3.16	0.21 ± 2.19	-0.56 ± 1.82	0.83 ± 2.53	0.37 ± 1.23
G09	0.09 ± 2.49	-0.22 ± 2.52	0.61 ± 1.40	-0.95 ± 1.77	0.36 ± 2.84	-0.40 ± 1.28
G10	0.85 ± 2.04	0.36 ± 1.99	0.86 ± 1.30	-0.58 ± 2.16	0.15 ± 1.79	-0.14 ± 1.52
G11	0.84 ± 2.37	-0.45 ± 2.28	0.86 ± 1.19	-1.54 ± 1.24	0.07 ± 1.51	0.85 ± 1.08
G12	0.47 ± 3.37	0.11 ± 3.09	-1.15 ± 2.17	-0.52 ± 2.38	0.03 ± 3.14	0.22 ± 2.37
G13	0.85 ± 2.39	0.04 ± 2.58	-0.06 ± 1.16	-0.63 ± 1.63	-0.86 ± 2.16	-0.19 ± 1.49
G14	2.06 ± 2.15	-1.19 ± 2.04	0.50 ± 2.18	0.20 ± 1.71	-0.32 ± 2.07	1.13 ± 1.38
G15	1.75 ± 3.60	-0.10 ± 2.25	0.36 ± 1.38	0.06 ± 2.79	-0.51 ± 2.09	-0.08 ± 1.59
G16	0.06 ± 3.90	0.08 ± 3.14	-1.12 ± 2.31	-0.70 ± 1.67	0.59 ± 2.32	-0.22 ± 2.49
G17	0.49 ± 2.44	0.51 ± 2.03	-0.02 ± 1.38	-0.54 ± 1.89	0.03 ± 2.04	-0.78 ± 1.65
G18	0.09 ± 2.11	-0.07 ± 2.40	1.31 ± 1.30	-0.13 ± 2.37	0.40 ± 2.63	0.32 ± 1.90
G19	0.81 ± 2.89	0.11 ± 2.15	0.22 ± 1.50	-0.84 ± 2.24	-0.09 ± 2.05	-0.73 ± 1.65
G20	0.20 ± 2.89	0.76 ± 2.52	0.97 ± 2.29	0.06 ± 2.78	-0.12 ± 3.01	0.11 ± 2.89
G21	-1.29 ± 3.00	1.31 ± 2.50	1.25 ± 2.79	-1.10 ± 1.19	-0.02 ± 1.81	-0.28 ± 2.34
G22	0.84 ± 2.49	-1.14 ± 2.21	1.32 ± 2.26	-1.30 ± 2.14	0.17 ± 2.07	0.16 ± 2.45
G23	2.28 ± 3.23	-1.95 ± 2.43	0.69 ± 1.44	-0.79 ± 2.12	0.06 ± 2.86	0.02 ± 1.47
G24	0.40 ± 2.30	0.23 ± 2.23	0.00 ± 1.19	-0.76 ± 1.06	-0.18 ± 1.94	0.28 ± 1.41
G25	0.48 ± 2.11	-0.03 ± 2.56	-0.71 ± 1.44	-0.93 ± 1.19	-0.28 ± 1.62	0.16 ± 1.61
G26	0.75 ± 2.21	0.36 ± 2.37	-0.62 ± 1.65	-0.87 ± 1.01	0.76 ± 2.14	0.12 ± 1.44
G27	0.10 ± 4.06	0.68 ± 4.35	0.31 ± 1.86	-0.85 ± 2.10	0.15 ± 3.03	-0.29 ± 1.54
G28	-0.05 ± 3.06	0.41 ± 2.51	-1.08 ± 1.91	-1.21 ± 1.49	-0.27 ± 1.93	0.25 ± 2.10
G29	1.05 ± 3.15	-0.04 ± 2.73	-0.13 ± 1.50	0.29 ± 1.66	0.14 ± 1.81	-0.49 ± 1.56
G30	0.17 ± 1.86	0.25 ± 2.09	-0.38 ± 1.34	-0.57 ± 1.67	0.37 ± 2.38	0.32 ± 1.50
G31	0.50 ± 3.06	-0.56 ± 2.76	0.12 ± 1.96	-1.37 ± 2.59	-0.30 ± 3.39	1.18 ± 2.43
G32	-0.29 ± 2.55	0.01 ± 2.27	0.78 ± 1.71	-0.85 ± 1.73	0.24 ± 1.82	0.11 ± 1.40

轨道 RMS

图 5.5 逐卫星绘制了两组 GPS 实时轨道误差的 RMS 统计情况，分别对应 ECOM 和 QOF 经验型太阳光压模型。

从径向上看，QOF 组的 GPS 实时轨道 RMS 要明显优于 ECOM 组。由表 5.5 中的统计数据，就 GPS 星座平均情况而言，ECOM 模型对应的径向轨道 RMS 为 2.92 厘米，而 QOF 模型对应的径向轨道 RMS 为 2.08 厘米，提升幅度为 28.8%。

在切向和法向上，由图 5.5 可知 ECOM 组和 QOF 组之间的轨道 RMS 不存在明显的差异。通过表 5.5 可知，就 GPS 星座平均情况而言，ECOM 模型和 QOF 模型对应的切向轨道 RMS 分别为 2.66 厘米和 2.40 厘米，QOF 组的提升幅度为 9.8%；ECOM 模型和 QOF 模型对应的法向轨道 RMS 分别为 1.91 厘米和 1.89 厘米，QOF 组的提升幅度为 1.0%。

从三维角度看，ECOM 模型和 QOF 模型对应的轨道 RMS 分别为 4.39 厘米和 3.70 厘米，使用 QOF 模型的 GPS 实时轨道在三维轨道 RMS 这一指标上可以提升 15.7%。

作为对表 5.5 和图 5.5 的补充，表 5.6 详细地列出了 ECOM 组和 QOF 组 GPS 各卫星实时轨道 RMS 的具体统计数值。

异常卫星轨道的时间序列分析

对实时轨道和 IGS 最终轨道进行互差时，设置了一定的阈值 ($2 \times \text{RMS}$) 以剔除可能的异常卫星。表 5.7 即列出了轨道精度评估时段内 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 卫星剔除情况。由表 5.7 可知，ECOM 模型对应的轨道评估共有四颗卫星被剔除过，分别为 G02 (2019-10-03)、G07 (2019-10-03)、G27 (2019-10-05)、G18 (2019-10-08)，而 QOF 模型对应的轨道评估仅有 G18 (2019-10-08) 这一颗卫星被剔除。这些异常卫星的轨道误差时间序列分析也有助于比较 ECOM 和 QOF 模型的定轨性能。

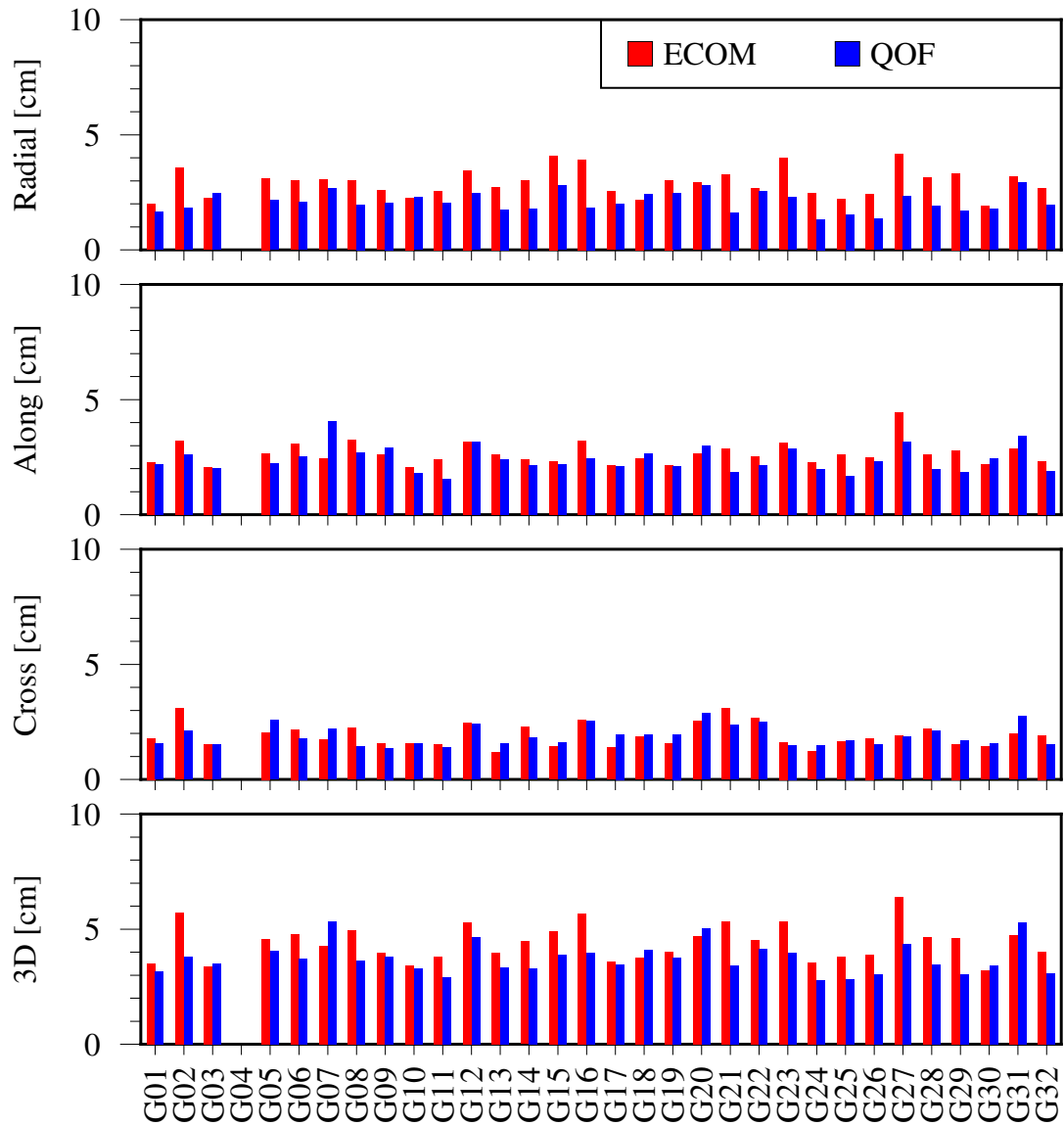


图 5.5 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 各卫星轨道 RMS

表 5.5 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 星座平均轨道 RMS (单位: 厘米)

太阳光压模型	径向	切向	法向	三维
ECOM	2.92	2.66	1.91	4.39
QOF	2.08	2.40	1.89	3.70

表 5.6 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 各卫星轨道 RMS (单位: 厘米)

PRN	ECOM			QOF		
	径向	切向	法向	径向	切向	法向
G01	1.98	2.30	1.79	1.65	2.20	1.54
G02	3.57	3.22	3.08	1.82	2.60	2.11
G03	2.23	2.05	1.51	2.44	2.03	1.50
G05	3.11	2.67	2.04	2.15	2.25	2.58
G06	2.99	3.07	2.17	2.07	2.55	1.79
G07	3.06	2.46	1.73	2.68	4.06	2.21
G08	3.02	3.25	2.22	1.96	2.69	1.43
G09	2.58	2.61	1.54	2.05	2.90	1.37
G10	2.26	2.05	1.57	2.28	1.80	1.57
G11	2.56	2.39	1.52	2.02	1.55	1.41
G12	3.45	3.16	2.46	2.45	3.16	2.39
G13	2.73	2.62	1.17	1.75	2.39	1.55
G14	3.00	2.42	2.26	1.78	2.14	1.80
G15	4.08	2.31	1.44	2.79	2.17	1.59
G16	3.93	3.20	2.59	1.84	2.46	2.54
G17	2.53	2.15	1.40	1.98	2.08	1.96
G18	2.17	2.43	1.85	2.40	2.68	1.95
G19	3.03	2.16	1.54	2.44	2.10	1.96
G20	2.93	2.66	2.52	2.80	3.02	2.89
G21	3.29	2.86	3.09	1.63	1.85	2.38
G22	2.67	2.52	2.67	2.53	2.14	2.48
G23	3.98	3.13	1.62	2.28	2.88	1.49
G24	2.44	2.29	1.20	1.32	1.97	1.46
G25	2.20	2.64	1.63	1.53	1.67	1.70
G26	2.42	2.49	1.79	1.34	2.31	1.50
G27	4.16	4.45	1.90	2.33	3.19	1.84
G28	3.15	2.64	2.20	1.92	1.96	2.13
G29	3.33	2.79	1.53	1.71	1.84	1.69
G30	1.90	2.18	1.42	1.77	2.47	1.55
G31	3.19	2.88	1.98	2.93	3.43	2.74
G32	2.67	2.33	1.92	1.94	1.87	1.52

表 5.7 轨道精度评估时段内 (2019 年 10 月 3 日至 8 日), ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 卫星剔除情况

太阳光压模型	2019-10-					
	03	04	05	06	07	08
ECOM	G02, G07	-	G27	-	-	G18
QOF	-	-	-	-	-	G18

图 5.6展示了 G02、G07、G18、G27 这四颗异常卫星的轨道误差时间序列, 阴影区域标示了这些卫星被剔除的时间段。在 2019-10-03 这天, ECOM 模型对应的 G02、G07 卫星轨道误差出现了比较明显的起伏, 尤其在切向分量上, 故轨道评估时这部分异常轨道被剔除掉; 而 QOF 模型对应的轨道误差在此期间却没有明显的异常, 因此轨道评估时未被剔除。在 2019-10-05 这天, ECOM 模型对应的 G27 卫星轨道误差在径向和切向上出现了异常波动, 轨道评估时因超出阈值而被剔除掉; 而 QOF 模型对应的轨道误差在此期间则表现正常而未被剔除。在 2019-10-08 这天, 因为在切向上表现出相似的异常特征, ECOM 和 QOF 模型对应的 G18 卫星轨道误差在轨道评估时均被剔除。

根据 GPS NANU 2019158, 卫星 G18 (G034, BLOCK IIA) 于 2019 年 10 月 9 日正式退役并被移除出 GPS 星座。因此, 卫星 G18 在 2019 年 10 月 8 日的轨道异常可能和卫星机动有关, 而 ECOM 或者 QOF 太阳光压模型无法合理地模型化这种人为的摄动力。

表 5.8给出了 G02、G07、G27 这三颗卫星在异常时段内的轨道 RMS。从中可以看出, ECOM 模型情况下表现异常的三颗卫星的实时轨道在 QOF 模型情况下则是正常的。综合图 5.6和表 5.8的结果, G02、G07、G27 这三颗卫星的轨道误差时间序列可以说明: 如果 IGS 最终轨道产品的精度足够可靠, 那么相较于 ECOM 模型, QOF 模型在稳定 GPS 轨道精度这方面有一定的优势。

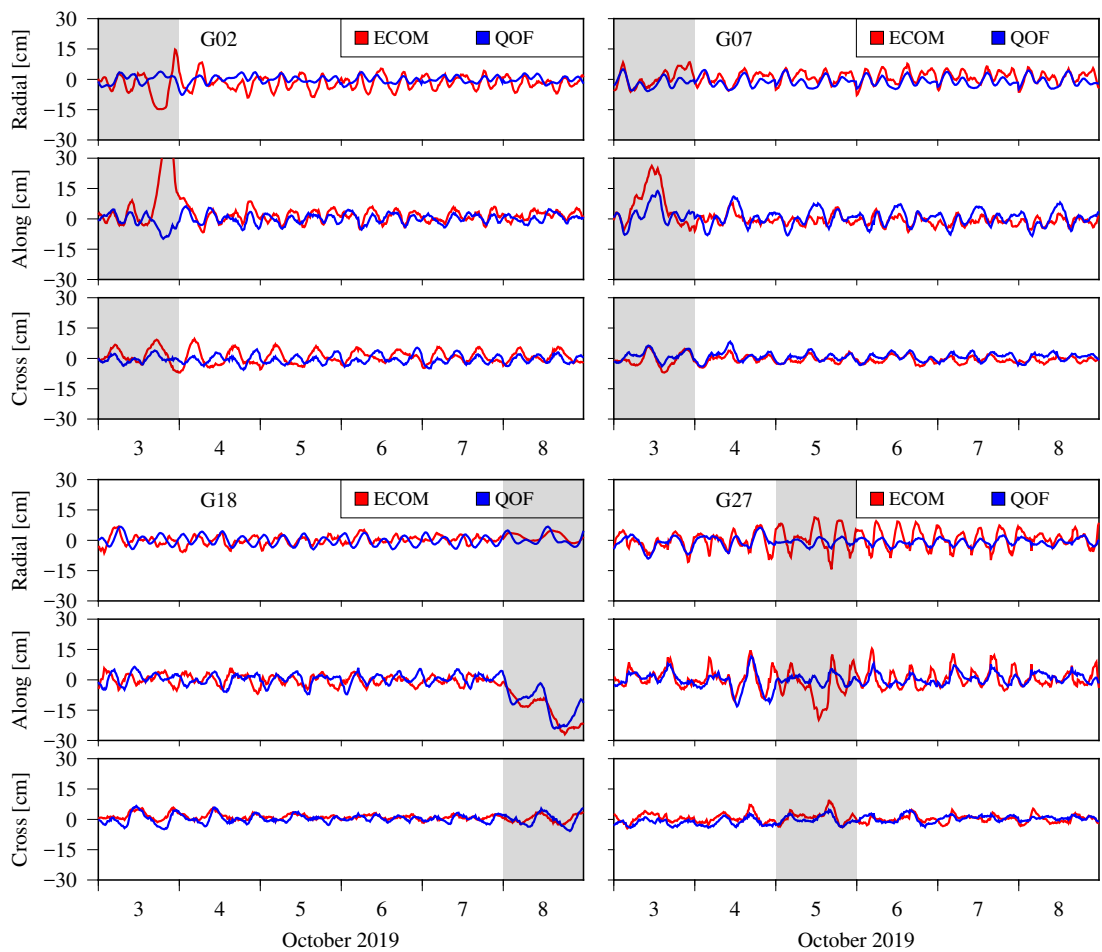


图 5.6 轨道评估时段内 (2019 年 10 月 3 日至 8 日), 异常卫星 (G02、G07、G18、G27) 的轨道误差时间序列

表 5.8 ECOM 和 QOF 模型所对应的 GPS 异常卫星轨道 RMS (单位: 厘米)

日期	PRN	ECOM			QOF		
		径向	切向	法向	径向	切向	法向
2019-10-03	G02	7.49	16.77	4.32	2.33	4.06	1.77
2019-10-03	G07	4.25	11.72	3.43	3.16	5.44	2.73
2019-10-05	G27	6.24	8.22	3.22	1.75	2.15	2.05

5.4 小结

本章从数学推导的角度出发, 构建了一个新型的太阳光压经验模型 – QOF 模型。以 ECOM1 太阳光压模型为对照, 通过 GPS 系统的实时滤波定轨对 QOF 模型的定轨性能进行了评估, 结果显示: 相较于 ECOM1 模型, QOF 模型对应的 GPS 实时轨道 RMS 在径向上由 2.92 cm 提升至 2.08 cm(提升幅度为 28.8%), 切向上由 2.66 cm 提升至 2.40 cm(提升幅度为 9.8%), 法向上由 1.91 cm 提升至 1.89 cm(提升幅度为 1.0%), 三维上由 4.39 cm 提升至 3.70 cm(提升幅度为 15.7%)。

第6章 总结与展望

6.1 本文工作总结

本文的主要研究工作有：

1、阐述了 GNSS 实时滤波定轨的研究背景及意义，并详细论述了实时滤波定轨的国内外研究现状。

2、梳理了 GNSS 实时滤波定轨所涉及到的 GNSS 精密数据处理、卫星精密定轨等基础理论，具体包括 GNSS 观测方程、误差模型、时间坐标系统、运动方程与变分方程、力学模型等。

3、使用 C++ 程序语言开发了 GNSS 实时滤波定轨软件平台 RTMaster。该平台的设计面向多系统、多频率，在实现了单 GPS 系统的实时定轨之后很方便可以扩展到其它系统。

4、基于 RTMaster，进行了 GPS 系统实时滤波定轨的解算试验。验证了测站数量和非差模糊度固定两个因素对 GPS 实时定轨的影响，结果显示：当测站数量为 40 个且使用了非差模糊度固定之后，GPS 实时滤波轨道的精度在径向、切向、法向上可以达到 2.49 cm、2.50 cm、1.61 cm。这充分说明了非差模糊度固定在 GNSS 实时滤波定轨的重要贡献。同时，对 BDS-3 系统的实时滤波定轨进行了初步解算，并和 GFZ 分析中心的事后轨道产品进行了比较分析。结果表明，使用 60 个测站的情况下，BDS-3 MEO 卫星的整体精度在径向和法向上均优于 5 cm，在切向上则优于 10 cm。

5、从数学推导的角度出发，分析了 GNSS 卫星受照横截面积的变化对太阳光压摄动力的影响。针对 ECOM1 模型在长方体 GNSS 卫星精密定轨中的不足，构建了顾及卫星受照横截面积变化的 ECOM1 模型，该模型可看作一种顾及卫星尺寸信息的 ECOM1 模型增强方法。通过 Galileo 系统实时定轨对这一模型增强方法进行了验证，结果显示：该增强策略在不增加额外待估参数的前提下，实现了和 ECOM2 模型相当的定轨精度。

6、从数学推导的角度出发，构建了一种新型的经验型太阳光压模型 – QOF 模型；以 ECOM 五参数光压模型为对照，通过应用于 GPS 系统的实时滤波定轨，对 QOF 模型的定轨性能进行了验证。结果显示：相较于 ECOM 五参数模型，

QOF 模型对应的 GPS 实时轨道 RMS 在径向上由 2.92 cm 提升至 2.08 cm (提升 28.8%), 切向上由 2.66 cm 提升至 2.40 cm (提升 9.8%), 法向上由 1.91 cm 提升至 1.89 cm (提升 1.0%), 三维上由 4.39 cm 提升至 3.70 cm (提升 15.7%)。

6.2 后续工作展望

基于已经完成的工作, 下一步的研究计划为:

1、目前, 本文所做的 GNSS 实时滤波定轨还仅局限于 GPS 单系统研究, 接下来需要逐步扩充到真正的多 GNSS 实时定轨。北斗导航系统、Galileo、GLONASS 等全球卫星导航系统以及 QZSS、IRNSS 等区域卫星导航系统都需要纳入进来。

2、在解算效率方面, 目前使用 60 乃至 80 个测站的单 GPS 系统实时定轨可以满足 5 秒更新率的要求。但是多 GNSS 联合实时定轨的解算耗时将数倍于单 GPS 系统, 接下来必须要考虑这方面的效率优化。

3、当前, 软件平台 RTMaster 仅支持事后 RINEX 观测文件的逐历元读取和解算。接下来, 必须改用 GNSS 实时数据流以真正实现 GNSS 实时滤波定轨。

附录 A GNSS 实时滤波定轨程序开发

A.1 引言

在 GNSS 精密数据处理领域, IGS 扮演了举足轻重的作用。自建设之初, IGS 就致力于为科学研究用途提供最高质量的 GNSS 观测数据和最高精度的卫星轨道等产品。目前, IGS 提供的产品已经涵盖了导航卫星的轨道和钟差、地球自转参数和测站坐标、对流层和电离层等大气参数、信号硬件延迟和系统偏差等诸多种类。为了支持 IGS 产品的解算生成, 各 IGS 分析中心均开发了专业、高标准的 GNSS 数据分析软件平台, 表 A.1 列举了这些分析中心和相应的软件平台。

表 A.1 IGS 各分析中心及相应软件平台

分析中心	软件名称	相关文献
CNES	GINSDYNAMO	Loyer 等 (2012)
CODE	Bernese GNSS Software	Dach 等 (2015)
ESA	NAPEOS	ESOC (2009)
GFZ	EPOS	
JPL	GIPSY	Bertiger 等 (1997, 2020)
MIT	GAMIT/GLOBK	Herring 等 (2018)
NGS	PAGES	
WHU	PANDA	

同理, 为了实现 GNSS 实时高精度轨道和钟差产品的解算生成, 有必要自主开发相应的实时定轨软件平台。同时为了适应当前多 GNSS 数据融合处理的发展趋势, 所要开发的定轨程序对多系统多频率必须有很好的支持。

A.2 实时滤波定轨之流程策略

本小节将以图表形式对本文 GNSS 实时滤波定轨所采用的处理流程和解算策略进行总结。图 A.1 展示了本文 GNSS 实时滤波定轨的大致处理流程。表 A.2 列出了 GNSS 观测模型相关的策略; 表 A.3 则列出了定轨力学模型相关的策略。

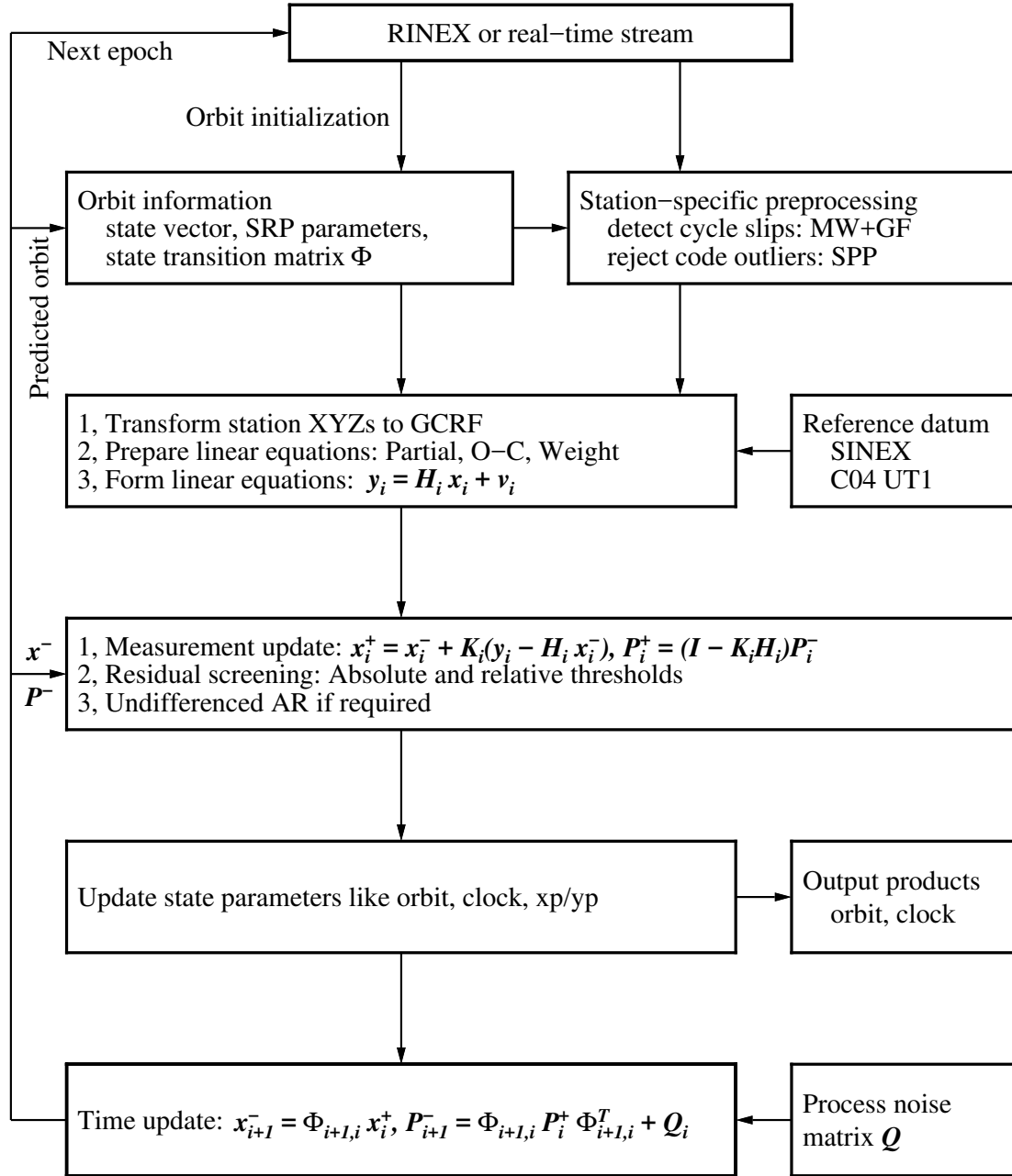


图 A.1 GNSS 实时滤波定轨处理流程

表 A.2 GNSS 实时定轨所采用的观测模型

项目	策略
观测值	原始观测：双频伪距和载波相位； 模型化观测：非差 IF 组合观测值
数据采样间隔	30 s
截止高度角	10°
观测值噪声	伪距：1 m，载波相位：1 cm； 依误差传播定律确定 IF 组合观测值噪声
观测值定权	高度角相关，定权函数为 $\sin^2(e)$
数据预处理	MW、GF 组合观测值 (Blewitt, 1990)； 探测但不修复周跳
数据后处理	验后残差剔除的阈值设定为 $3\sigma_{res}$
模糊度固定	非差层面固定 (Ge 等, 2008; Laurichesse 等, 2009)
卫星天线相位中心改正	PCO/PCV：IGS 标准，最新 igs14_www.atx
接收机天线相位中心改正	PCO/PCV：IGS 标准，最新 igs14_www.atx； 若 BDS、Galileo 等新 GNSS 改正值缺失，以频率 就近原则使用 GPS 改正值
卫星姿态模型	Galileo：动偏 (European GNSS Service Centre)； 其余 GNSS：名义动偏 (Montenbruck 等, 2015a)
对流层延迟	改正干分量，估计湿分量，不考虑水平梯度影响； 干分量 MF：GMF (Boehm 等, 2006)； 干分量 ZPD：GPT+Saastamoinen； 湿分量 MF：GMF； 湿分量 ZPD：估计
电离层延迟	IF 组合消除一阶项，未考虑高阶项影响
相位缠绕改正	模型改正 (Wu 等, 1993)
相对论效应	模型改正 (Zhu 等, 1988; Kouba, 2002)
测站潮汐位移	固体潮、固体极潮、海潮负荷 (Petit 等, 2010)； 未考虑海洋极潮、大气负荷

表 A.3 GNSS 实时定轨所采用的轨道动力学模型

项目	策略
地球引力场	EGM2008 模型, 12×12 (Petit 等, 2010)
地球潮汐	固体潮、海潮及两项极潮 (Petit 等, 2010)
第三体引力	月球、太阳以及除地球外的太阳系大行星; 星历文件: JPL DE405
相对论效应	改正 Schwarzschild 项 (Petit 等, 2010); 未考虑 Lense-Thirring 和 de Sitter 等项
卫星姿态模型	Galileo: 动偏 (European GNSS Service Centre); 其余 GNSS: 名义动偏 (Montenbruck 等, 2015a)
太阳光压	Galileo: Box-wing 先验模型 + ECOM1 五参数; 其余 GNSS: ECOM2 七参数模型 (Arnold 等, 2015)
地影/月影	圆柱型模型, 且 $R_{\text{Earth}} = 6371 \text{ km}$ 、 $R_{\text{Moon}} = 1738 \text{ km}$
地球反照压	GPS/Galileo: Box-wing 模型改正, 且卫星光学参数依照 IGS repro3 数据 (Rodríguez-Solano, 2009, 2014); 其余 GNSS: 未改正
卫星天线推力	模型改正 (Steigenberger 等, 2018), 且卫星天线功率和卫星质量 等数据依照最新的 igs_satellite_metadata_www.snx
轨道积分	Runge-Kutta 4 阶积分器, 积分步长为 30 秒

A.3 程序设计

GNSS 实时滤波定轨软件是一个复杂的数据处理系统，其开发需要适当地借助于外部已有的软件资源。图 A.2即展示了软件平台 RTMaster 的整体结构，其中，RTNet 和 RTOrb 两个部分属于作者自主开发，它们也是 RTMaster 的主体；借助的外部资源有 GNSS 开源软件 rtklib、IAU 提供的 SOFA 库、IERS 提供的部分函数库以及 JPL 行星星历计算程序。表 A.4简要介绍这几个模块的功能和用途。

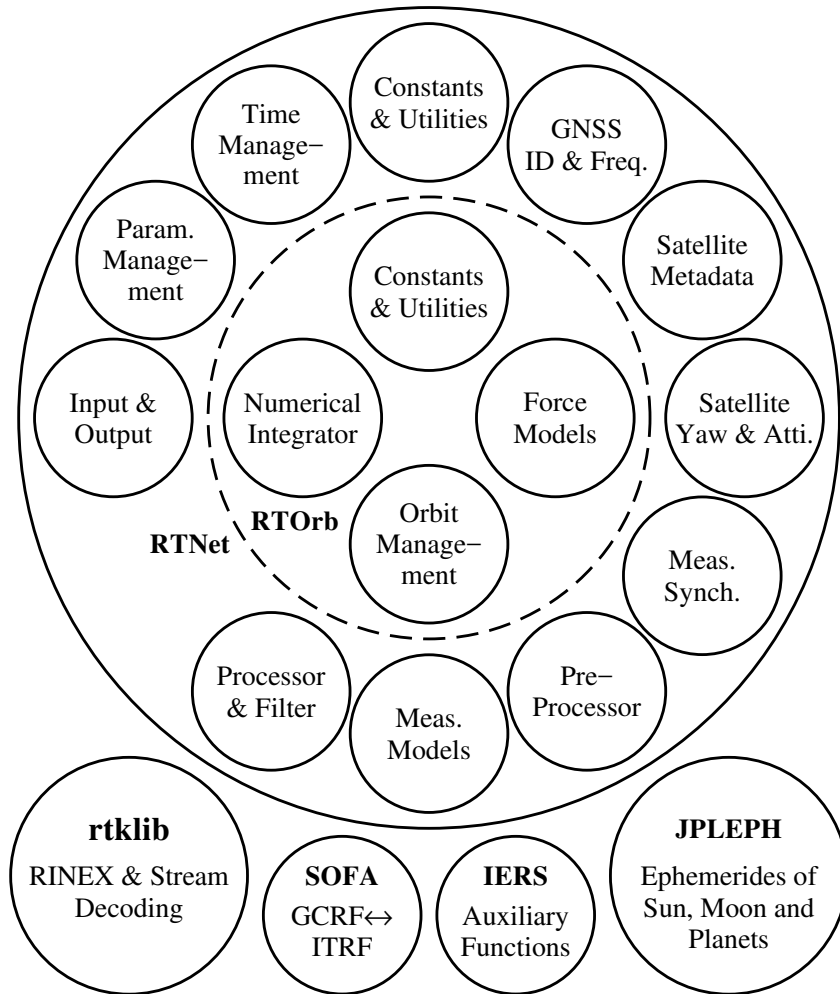


图 A.2 RTMaster 软件平台结构图

更具体地，表 A.5列出了 RTOrb 模块的具体情况；表 A.6、A.7列出了 RTNet 模块的具体情况。表 A.8列出了软件平台关于多系统多频率的设计与管理。

表 A.4 RTMaster 软件平台主要组成部分

组成部分	程序语言	功能用途
RTNet	C++	1、GNSS 观测值模型化、线性化、数据质量控制等 2、参数管理，滤波估计等 3、宽巷/窄巷偏差估计、非差模糊度固定等
RTOrb	C++	力学模型，数值积分等 GNSS 卫星轨道相关处理
rtklib	C	读取 RINEX 格式观测文件和星历文件
SOFA	C	GCRF 与 ITRF 两种坐标系统（框架）之间的转换
IERS	Fortran	1、计算测站位置的地球固体潮汐位移 2、对流层相关的 GPT/GMF 模型 3、计算地球自转参数高频分量
JPLEPH	Fortran	计算太阳、月球及各大行星的星历

表 A.5 RTOrb 的功能模块组成

模块	代码行数	功能用途
force_model.cpp(h)	561(81)	GNSS 卫星相关的力学模型
grav_model.cpp	172	地球引力场模型参数
kepler.cpp(h)	43(16)	二体问题中的轨道计算
orbit.cpp(h)	129(75)	GNSS 卫星的轨道管理
rk4.cpp(h)	143(55)	Runge-Kutta 4 阶轨道积分器
space_const.h	78	轨道部分的常用常数
space_utils.cpp(h)	133(32)	定轨相关的辅助函数
tide_model.cpp	249	地球潮汐引起的时变引力位系数

表 A.6 RTNet 的功能模块组成 (一)

模块	代码行数	功能用途
ambiguity.h	75	模糊度相关的结构体定义, 包括: 周跳探测、宽巷/窄巷模糊度等
apcm.cpp(.h)	595(76)	1、每天一读 igsyy_www.atx 文件 2、计算卫星端/测站端 PCO/PCV 改正
attitude.cpp(.h)	93(20)	1、星固坐标系各轴 (XYZ) 单位向量 2、测站坐标系各轴 (ENU) 单位向量
broadcast.cpp(.h)	312(115)	广播星历类, 计算轨道和钟差
clock_jump.cpp(.h)	22(26)	钟跳探测与处理类
constant.h	20	GNSS 常用常数
displacement.cpp(.h)	176(18)	读取 BLQ 文件, 计算测站位移
earth_rotation.cpp(.h)	228(68)	读取并计算 ERP
effect.cpp(.h)	62(26)	GNSS 误差改正, 包括: 对流层改正、相对论效应、相位缠绕等
estimator_nlb.cpp(.h)	257(50)	卫星端/测站端窄巷偏差的网解
estimator_wlb.cpp(.h)	260(50)	卫星端/测站端宽巷偏差的网解
estimator.cpp(.h)	1240(64)	实时滤波估计轨道钟差
frequency.h	121	GNSS 信号频率的管理
general_time.cpp(.h)	116(54)	GNSS 常用时间的管理
interface.cpp(.h)	166(30)	RTNet 部分与外部资源之间的接口, 包括: IERS、JPLEPH、SOFA 三个部分
leap_second.cpp(.h)	86(37)	UTC 跳秒信息的管理
master_amb.cpp	818	master 模块中模糊度相关部分
master_eph.cpp	370	master 模块中广播星历相关部分
master_obs.cpp	325	master 模块中观测数据相关部分
master_sp3.cpp	209	master 模块中 sp3 文件的输出
master.cpp(.h)	772(91)	master 模块的主体流程

表 A.7 RTNet 的功能模块组成 (二)

模块	代码行数	功能用途
parameter_nlb.cpp(.h)	62(34)	窄巷偏差网解的参数管理
parameter_type.h	44	实时滤波定轨的参数类型管理
parameter_wlb.cpp(.h)	62(34)	宽巷偏差网解的参数管理
parameter.cpp(.h)	372(87)	实时定轨网解的参数管理
preprocess.cpp(.h)	104(18)	GNSS 数据预处理
process.cpp(.h)	368(30)	GNSS 观测数据的模型化
satellite_set.cpp(.h)	251(40)	GNSS 卫星的列表管理
satellite.cpp(.h)	29(50)	GNSS 卫星类, PRN、SVN 及元数据
satsys.h	80	GNSS 系统的管理, 卫星数、系统标识符
setting.cpp(.h)	501(242)	读取 conf 配置文件, 各种参数设置
statistics.cpp(.h)	144(60)	1、实时统计数据序列的均值、方差 2、数据序列中异常数据标记和剔除等
synchronizer.cpp(.h)	143(38)	GNSS 各测站之间的数据同步
tracker.cpp(.h)	132(77)	测站相关信息的管理
ud_filter.cpp(.h)	282(53)	卡尔曼滤波的 UD 分解形式
utils.h	13	辅助作用的小函数
yaw.cpp(.h)	57(14)	非名义动偏时的偏航角度计算

表 A.8 实时定轨程序中导航系统 (CDMA) 和信号频率的管理和使用

System	isys	syschr(.)	maxsat(.)	freq(isys, ifrq) [MHz]								
				F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9
BDS-2	0	B	18	-	1561.098 (B1)	-	-	-	1268.520 (B3)	1207.140 (B2)	-	-
BDS-3	1	C	35	1575.420 (B1)	1561.098 (B1 legacy)	-	-	1176.450 (B2a)	1268.520 (B3 legacy)	1207.140 (B2b)	1191.795 (B2)	-
Galileo	2	E	36	1575.420 (E1)	-	-	-	1176.450 (E5a)	1278.750 (E6)	1207.140 (E5b)	1191.795 (E5)	-
GPS	3	G	32	1575.420 (L1)	1227.600 (L2)	-	-	1176.450 (L5)	-	-	-	-
IRNSS	4	I	10	-	-	-	-	1176.450 (L5)	-	-	-	2492.028 (S)
QZSS	5	J	10	1575.420 (L1)	1227.600 (L2)	-	-	1176.450 (L5)	1278.750 (L6)	-	-	-
GLONASS	6	R	30	-	-	1202.025 (G3)	1600.995 (G1a)	1248.060 (G2a)	-	-	-	-
SBAS	7	S	30	1575.420 (L1)	-	-	-	1176.450 (L5)	-	-	-	-

参考文献

- 中国卫星导航系统管理办公室. 北斗卫星导航系统空间信号接口控制文件 (2.1 版) [Z]. 2016.
- 刘林. 人造地球卫星轨道力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1992.
- 匡开发. GNSS 卫星实时精密定轨技术研究 [D]. 武汉: 武汉大学, 2019.
- 戴小蕾. 基于平方根信息滤波的 GNSS 导航卫星实时精度定轨理论与方法 [D]. 武汉: 武汉大学, 2016.
- 李成龙. 基于实时数据流的 GNSS 滤波定轨若干关键问题研究 [D]. 武汉: 武汉大学, 2022.
- 王解先. GPS 精密定轨定位 [M]. 上海: 同济大学出版社, 1997.
- 许其凤. GPS 卫星导航与精密定位 [M]. 北京: 解放军出版社, 1994.
- 赵群河. 北斗卫星高精度太阳辐射压模型确定研究 [D]. 上海: 中国科学院上海天文台, 2017.
- 邓志国, 王君刚, 葛茂荣. GBM 快速轨道产品及非差模糊度固定对其精度的改进 [J]. 测绘学报, 2022, 51(4): 544-555.
- 魏子卿, 葛茂荣. GPS 相对定位的数学模型 [M]. 北京: 测绘出版社, 1997.
- Arnold D, Meindl M, Beutler G, et al. CODE' s new solar radiation pressure model for GNSS orbit determination [J/OL]. Journal of Geodesy, 2015, 89(8): 775-791. <https://doi.org/10.1007/s00190-015-0814-4>.
- Bar-Sever Y. A new model for GPS yaw attitude [J/OL]. Journal of Geodesy, 1996, 70(11): 714-723. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00867149>.
- Bar-Sever Y, Kuang D. New empirically derived solar radiation pressure model for global positioning system satellites [C]/IPN Progress Report. 2004.
- Bassiri S, Hajj G. Higher-order ionospheric effects on the GPS observables and means of modeling them [J]. Manuscripta Geodetica, 1993, 18(6): 280-289.
- Bellantoni J F, Dodge K W. A square root formulation of the Kalman-Schmidt filter [J/OL]. AIAA Journal, 1967, 5(7): 1309-1314. <https://doi.org/10.2514/3.4189>.
- Bertiger W I, Bar-Sever Y E, Haines B J, et al. A real-time wide area differential GPS system [J/OL]. NAVIGATION, 1997, 44(4): 433-447. <https://doi.org/10.1002/j.2161-4296.1997.tb02359.x>.
- Bertiger W, Bar-Sever Y, Dorsey A, et al. GipsyX/RTGx, a new tool set for space geodetic operations and research [J/OL]. Advances in Space Research, 2020, 66(3): 469-489. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2020.04.015>.
- Beutler G. Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz: Integrale Auswertung von Satellitenbeobachtungen [M]. Zürich: Schweizerischen Geodätischen Kommission, 1977.
- Beutler G, Brockmann E, Gurtner W, et al. Extended orbit modeling techniques at the CODE

- processing center of the international GPS service for geodynamics (IGS): Theory and initial results [J]. *Manuscripta Geodaetica*, 1994, 19(6): 367-386.
- Bierman G. Factorization methods for discrete sequential estimation [M]. New York: Academic Press, 1977.
- Blewitt G. An automatic editing algorithm for GPS data [J/OL]. *Geophysical Research Letters*, 1990, 17(3): 199-202. <https://doi.org/10.1029/GL017i003p00199>.
- Blewitt G. Carrier phase ambiguity resolution for the Global Positioning System applied to geodetic baselines up to 2000 km [J/OL]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1989, 94(B8): 10187-10203. <https://doi.org/10.1029/JB094iB08p10187>.
- Bock Y, Melgar D. Physical applications of GPS geodesy: A review [J/OL]. *Reports on Progress in Physics*, 2016, 79(10). DOI: <https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/10/106801>.
- Boehm J, Niell A, Tregoning P, et al. Global Mapping Function (GMF): A new empirical mapping function based on numerical weather model data [J/OL]. *Geophysical Research Letters*, 2006, 33(7). <https://doi.org/10.1029/2005GL025546>.
- Bury G, Sonica K, Zajdel R, et al. Toward the 1-cm Galileo orbits: challenges in modeling of perturbing forces [J/OL]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(2). <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01342-2>.
- Carlson N A. Fast triangular formulation of the square root filter [J/OL]. *AIAA Journal*, 1973, 11(9): 1259-1265. <https://doi.org/10.2514/3.6907>.
- Chen J, Wang J. Models of solar radiation pressure in the orbit determination of GPS satellites [J/OL]. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 2007, 31(1): 66-75. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chinastron.2007.01.002>.
- Choi K, Ray J, Griffiths J, et al. Evaluation of GPS orbit prediction strategies for the IGS ultra-rapid products [J/OL]. *GPS Solutions*, 2013, 17: 403-412. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10291-012-0288-2>.
- Colombo O L. The dynamics of global positioning system orbits and the determination of precise ephemerides [J/OL]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1989, 94(B7): 9167-9182. <https://doi.org/10.1029/JB094iB07p09167>.
- Dach R, Lutz S, Walser P, et al. Bernese GNSS Software Version 5.2 [M]. Bern: University of Bern, Bern Open Publishing, 2015.
- Dai X, Gong X, Li C, et al. Real-time precise orbit and clock estimation of multi-GNSS satellites with undifferenced ambiguity resolution [J/OL]. *Journal of Geodesy*, 2022, 96(10). <https://doi.org/10.1007/s00190-022-01664-3>.
- Dong D N, Bock Y. Global Positioning System network analysis with phase ambiguity resolution applied to crustal deformation studies in California [J/OL]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1989, 94(B4): 3949-3966. <https://doi.org/10.1029/JB094iB04p03949>.

- Duan B, Hugentobler U, Hofacker M, et al. Improving solar radiation pressure modeling for GLONASS satellites [J/OL]. Journal of Geodesy, 2020, 94(8). DOI: <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01400-9>.
- ESOC. NAPEOS: Mathematical models and algorithms [Z]. 2009.
- European GNSS Service Centre. Galileo satellite metadata [EB/OL]. <https://www.gsc-europa.eu/support-to-developers/galileo-satellite-metadata>.
- Falcone M, Hahn J, Burger T. Galileo [M]. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2017: 247-272.
- Fliegel H F, Gallini T E. Solar force modeling of Block IIR global positioning system satellites [J/OL]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1996, 33(6): 863-866. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.26851>.
- Fliegel H F, Gallini T E, Swift E R. Global positioning system radiation force model for geodetic applications [J/OL]. Journal of Geophysical Research, 1992, 97(B1): 559-568. DOI: <https://doi.org/10.1029/91JB02564>.
- Francisco S. GPS operational control segment: I [M]. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1996: 435-466.
- Fritsche M, Dietrich R, Knöfel C, et al. Impact of higher-order ionospheric terms on GPS estimates [J/OL]. Geophysical Research Letters, 2005, 32(23). <https://doi.org/10.1029/2005GL024342>.
- Ge M, Gendt G, Rothacher M, et al. Resolution of GPS carrier-phase ambiguities in Precise Point Positioning (PPP) with daily observations [J/OL]. Journal of Geodesy, 2008, 82(7): 389-399. <https://doi.org/10.1007/s00190-007-0187-4>.
- Gelb A. Applied optimal estimation [M]. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1974.
- Gibbs B. Advanced Kalman filtering, least-squares and modeling: A practical handbook [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2011.
- Golub G H. Numerical methods for solving linear least squares problems [J/OL]. Numerische Mathematik, 1965, 7(3): 206-216. <https://doi.org/10.1007/BF01436075>.
- Hanson R J, Lawson C L. Extensions and applications of the Householder algorithm for solving linear least squares problems [J]. Mathematics of Computation, 1969, 23: 787-812.
- Hegarty C J. The global positioning system (GPS) [M]. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2017: 197-218.
- Herring T A, King R W, Floyd M A, et al. Introduction to GAMIT/GLOBK [M]. 2018.
- Johnson G, Riddell A, Hausler G. The international GNSS service [M]. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2017: 967-982.
- Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems [J/OL]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45. <https://doi.org/10.1115/1.3662552>.

- Kouba J. Relativistic time transformations in GPS [J/OL]. GPS Solutions, 2002, 5(4): 1-9. <https://doi.org/10.1007/PL00012907>.
- Kuang K, Zhang S, Li J. Real-time GPS satellite orbit and clock estimation based on OpenMP [J/OL]. Advances in Space Research, 2019, 63(8): 2378-2386. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2019.01.009>.
- Kuang K, Li J, Zhang S, et al. Improve real-time GNSS orbit with epoch-independent undifferenced ambiguity resolution [J/OL]. Advances in Space Research, 2021, 68(11): 4544-4555. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.08.021>.
- Laurichesse D, Mercier F, Berthias J P, et al. Integer ambiguity resolution on undifferenced GPS phase measurements and its application to PPP and satellite precise orbit determination [J/OL]. NAVIGATION, 2009, 56(2). <https://doi.org/10.1002/j.2161-4296.2009.tb01750.x>.
- Laurichesse D, Cerri L, Berthias J P, et al. Real time precise GPS constellation and clocks estimation by means of a Kalman filter [C]//Proceedings of the 26th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2013). Nashville, Tennessee, 2013: 1155-1163.
- Li B, Ge H, Bu Y, et al. Comprehensive assessment of real-time precise products from IGS analysis centers [J/OL]. Satellite Navigation, 2022, 3(1). <https://doi.org/10.1186/s43020-022-00074-2>.
- Li X, Yuan Y, Huang J, et al. Galileo and QZSS precise orbit and clock determination using new satellite metadata [J/OL]. Journal of Geodesy, 2019, 93(8): 1123-1136. <https://doi.org/10.1007/s00190-019-01230-4>.
- Lichten S M, Bertiger W I. Demonstration of sub-meter gps orbit determination and 1.5 parts in 10⁸ three-dimensional baseline accuracy [J/OL]. Bulletin géodésique, 1989, 63(2): 167-189. <https://doi.org/10.1007/BF02519149>.
- Lichten S M, Border J S. Strategies for high-precision global positioning system orbit determination [J/OL]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 1987, 92(B12): 12751-12762. <https://doi.org/10.1029/JB092iB12p12751>.
- Liu P, Chen J. Real-time precise GPS orbit and clock estimation with a quasi-orbit-fixed solar radiation pressure model [J/OL]. Navigation, 2022, 69(4). <https://doi.org/10.33012/navi.549>.
- Lou Y, Dai X, Gong X, et al. A review of real-time multi-GNSS precise orbit determination based on the filter method [J/OL]. Satellite Navigation, 2022, 3(1). DOI: <https://doi.org/10.1186/s43020-022-00075-1>.
- Loyer S, Perosanz F, Mercier F, et al. Zero-difference GPS ambiguity resolution at CNES-CLS IGS Analysis Center [J/OL]. Journal of Geodesy, 2012, 86(11): 991-1003. <https://doi.org/10.1007/s00190-012-0559-2>.
- McCarthy D. IERS Standards (1989) [M]. Paris: Central Bureau of IERS - Observatoire de Paris, 1989.

- McCarthy D. IERS Standards (1992) [M]. Paris: Central Bureau of IERS - Observatoire de Paris, 1992.
- McCarthy D. IERS Conventions (1996) [M]. Paris: Central Bureau of IERS - Observatoire de Paris, 1996.
- McCarthy D, Petit G. IERS Conventions (2003) [M]. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts fuer Kartographie und Geodaesie, 2004.
- Meindl M, Beutler G, Thaller D, et al. Geocenter coordinates estimated from GNSS data as viewed by perturbation theory [J/OL]. *Advances in Space Research*, 2013, 51(7): 1047-1064. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2012.10.026>.
- Melbourne W G. The case for ranging in GPS based geodetic systems [C]//Goad C. *Proceedings of the First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System*. Rockville, Maryland: US Department of Commerce, 1985: 373-386.
- Mervart L. Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz: Ambiguity resolution techniques in geodetic and geodynamic applications of the Global Positioning System [M]. Zürich: Schweizerischen Geodätischen Kommission, 1995.
- Milani A, Nobili A M, Farinella P. Non-gravitational perturbations and satellite geodesy [M]. Bristol: Adam Hilger, 1987.
- Montenbruck O, Steigenberger P, Khachikyan R, et al. IGS-MGEX: Preparing the ground for multi-constellation GNSS science [J]. *Inside GNSS*, 2014, 9(1): 42-49.
- Montenbruck O, Schmid R, Mercier F, et al. GNSS satellite geometry and attitude models [J/OL]. *Advances in Space Research*, 2015, 56(6): 1015-1029. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2015.06.019>.
- Montenbruck O, Steigenberger P, Hugentobler U. Enhanced solar radiation pressure modeling for Galileo satellites [J/OL]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(3): 283-297. <https://doi.org/10.1007/s00190-014-0774-0>.
- Montenbruck O, Steigenberger P, Prange L, et al. The multi-GNSS experiment (MGEX) of the international GNSS service (IGS) –Achievements, prospects and challenges [J/OL]. *Advances in Space Research*, 2017, 59(7): 1671-1697. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.01.011>.
- Montenbruck O, Gill E. *Satellite orbits* [M]. Heidelberg: Springer Berlin, 2000.
- Petit G, Luzum B. IERS Conventions (2010) [M]. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010.
- Prange L, Orliac E, Dach R, et al. CODE's five-system orbit and clock solution - the challenges of multi-GNSS data analysis [J/OL]. *Journal of Geodesy*, 2017, 91(4): 345-360. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0968-8>.
- Revniviykh S, Bolkunov A, Serdyukov A, et al. *GLONASS* [M]. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2017: 219-245.

- Rodríguez-Solano C. Impact of albedo modelling on GPS orbits [D]. München: Technische Universität München, 2009.
- Rodríguez-Solano C. Impact of non-conservative force modeling on GNSS satellite orbits and global solutions [D]. München: Technische Universität München, 2014.
- Saastamoinen J. Contributions to the theory of atmospheric refraction [J/OL]. Bulletin Géodésique, 1973, 107: 13-34. <https://doi.org/10.1007/BF02522083>.
- Schlee F H, Standish C J, Toda N F. Divergence in the Kalman filter [J/OL]. AIAA Journal, 1967, 5(6): 1114-1120. <https://doi.org/10.2514/3.4146>.
- Slater J A, Willis P, Beutler G, et al. The international GLONASS experiment (IGEX-98): Organization, preliminary results and future plans [C]//Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999). Nashville, TN, 1999: 2293-2302.
- Springer T A, Beutler G, Rothacher M. Improving the orbit estimates of GPS satellites [J/OL]. Journal of Geodesy, 1999, 73(3): 147-157. <https://doi.org/10.1007/s001900050230>.
- Steigenberger P, Thoelet S, Montenbruck O. GNSS satellite transmit power and its impact on orbit determination [J/OL]. Journal of Geodesy, 2018, 92(6): 609-624. <https://doi.org/10.1007/s00190-017-1082-2>.
- Steigenberger P, Thoelet S, Montenbruck O. GPS III Vespucci: Results of half a year in orbit [J/OL]. Advances in Space Research, 2020, 66(12): 2773-2785. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2020.03.026>.
- Takasu T. Development of multi-GNSS orbit and clock determination software MADOCA [C]//The 5th Asia-Oceania regional workshop on GNSS. 2013.
- Takasu T, Kasai S. Precise orbit determination of GPS satellites using carrier phase measurements [C]//The 15th workshop on JAXA astrodynamics and flight mechanics. 2005.
- Thornton C L. Triangular covariance factorizations for Kalman filtering [D]. Los Angeles: University of California at Los Angeles, 1976.
- Wang C, Guo J, Zhao Q, et al. Empirically derived model of solar radiation pressure for BeiDou GEO satellites [J/OL]. Journal of Geodesy, 2019, 93: 791-807. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00190-018-1199-y>.
- Wu J, Wu S, Hajj G, et al. Effects of antenna orientation on GPS carrier phase [J]. Manuscripta Geodetica, 1993, 18(2): 91-98.
- Wübbena G. Software developments for geodetic positioning with GPS using TI 4100 code and carrier measurements [C]//Goad C. Proceedings of the First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System. Rockville, Maryland: US Department of Commerce, 1985: 403-412.

- Yang Y, Tang J, Montenbruck O. Chinese navigation satellite systems [M]. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2017: 273-304.
- Zhang Q, Moore P, Hanley J, et al. Auto-BAHN: Software for near real-time GPS orbit and clock computations [J/OL]. Advances in Space Research, 2007, 39(10): 1531-1538. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2007.02.062>.
- Zhao Q, Wang C, Guo J, et al. Precise orbit and clock determination for BeiDou-3 experimental satellites with yaw attitude analysis [J/OL]. GPS Solutions, 2018, 22(4). DOI: <https://doi.org/10.1007/s10291-017-0673-y>.
- Zhu S, Groten E. Relativistic effects in GPS [C/OL]//Groten E, Strauß R. GPS-Techniques Applied to Geodesy and Surveying. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1988: 41-46. <https://doi.org/10.1007/BFb0011322>.
- Ziebart M. High precision analytical solar radiation pressure modelling for GNSS spacecraft [D]. London: University of East London, 2001.
- Zumberge J F, Heflin M B, Jefferson D C, et al. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks [J/OL]. Journal of Geophysical Research, 1997, 102 (B3): 5005-5017. DOI: <https://doi.org/10.1029/96JB03860>.

致 谢

“惊风飘白日，光景驰西流；盛时不再来，百年忽我遒。”一千八百多年前，曹子建曾如此感慨时光易逝、人生易老。诚然，2017年7月我走进上海天文台的情景还历历在目、恍如昨日，如今不经意之间，六年光景已过，我在上海天文台的博士生涯马上就要结束了。上海的秋冬季节经常是“惊风飘白日”的天气，此时此刻回想起来，又怎能不引发我内心的感慨？

回望这六年的学习生涯，我很庆幸自己始终朝着当初确定的方向前进着：GNSS 实时滤波定轨。虽然期间也曾经历了焦虑疑惑甚至痛苦绝望，但我的奋斗目标一直是清晰的，向着目标不断推进的态度是坚定的。所幸，毕业之际我大致完成了这一工作，这六年的时间付出对我而言是值得的。

能完成这份学业，我必须首先向恩师陈俊平研究员表达最衷心的感谢。陈老师学识渊博、为人谦和、开放包容、以身作则，在科研学习和为人处世这两方面都深深影响着我。博士刚入学，陈老师便语重心长地对我说：一定要踏踏实实地学，不要让时间混过去；在我编写程序的过程中，陈老师多次帮着我一起分析异常结果、寻找错误根源，加快了程序开发进程；外出交流时，陈老师也曾教导我说话应该三思而后、适时适当。生活方面，陈老师对待学生也关爱有加。2021年2月11日是农历除夕，陈老师邀请课题组留台师生到家里作客，师母准备了一大桌子的美味佳肴招待我们，让我们大块朵颐、满“腹”而归。每每想到这些场景，我对陈老师和师母的感激之情便油然而生。总之，没有陈老师的耐心指导和鼎力支持，我不可能完成博士学业。

非常感谢上海天文台廖新浩老师在轨道力学方面给予的指导以及对我课题进展的关心。同样非常感谢吴斌老师在我学习过程中给予的答疑解惑。感谢周永宏老师、李力刚老师、胡小工老师、王小亚老师、周旭华老师、黄勇老师、曹月玲老师、周善石老师、陈艳玲老师、韩文标老师、郭鹏老师、齐朝祥老师、张冕老师等在专业课程学习、开题报告、中期考核等阶段给予的指导与建议。

非常感谢中国科学院测量与地球物理研究所的刘根友研究员、柳林涛研究员。在我考博之初，刘老师和柳老师非常慷慨地为我写了专家推荐信。在我硕士学习期间，作为课题组长的刘老师不止一次地教导我：小柳，做研究一定要深入

下去，做精做细；在我硕士毕业之际，柳老师特意叮嘱我：小柳，希望你到了上海天文台跟着陈老师将定轨技术学到家。两位老师的谆谆教导是我读博期间不曾忘却的学习信条。同样非常感谢中国科学院测量与地球物理研究所的王勇研究员。在我考博期间，王老师对我说：现在刚好有一份工作，你如果考不上博士的话，我可以推荐你去这里。王老师的这颗定心丸也是我顺利考上博士的关键因素。

感谢主管研究生工作的马金老师、储怡老师、王慧老师、丁天老师等在学习和生活两方面提供的帮助与支持。感谢上海天文台提供了良好的学习环境和学术氛围，这离不开信息计算中心、图书馆、后勤等部门诸多老师和师傅的帮助和支持。

感谢课题组王彬老师、张益泽老师、谭伟杰老师在学业上的指导。感谢同门的师兄姐妹们：杨赛男、陈倩、王阿昊、刘姣、孟令东、董志华、侯阳飞、于超、伍冠滨、马壮、白天阳、周杨、丁君生、宋子远、王茹圆、杨乾峰、唐文杰、崔洁、刘东林、程泉润、朱红玉，感谢你们在学习上提供的指导和建议，在生活中给予的支持与帮助。作为我的答辩秘书，非常感谢程泉润、朱红玉的辛勤付出。

感谢我在上海天文台学习期间的同学与好友们：2017 级一同入学的博士潘志兵、董州楠、黄超、席克伟、宋世泽、郑增记、赵立谦、沈欣和、段晓东、李佳文、苏仁智、杨丽、王微晓；我的室友段晓东、李佳文、袁野、程然、刘仲、陆琦玮；一起打篮球的宋叶志老师、李凯、李伟、夏凤雨、罗浩、王鹏飞、吕兵等人；还有邵国、单荃、付乃锋、王文磊、刘建栋、田小娟、邹芳、程娜、宋家宇、张濂、武剑鸣、徐可馨、陶恩哲、李朵朵、李君海、昌胜骐、唐成盼、王国瑞、邓涛、张言、赵兴隆、杨建华等人。感谢大家的关心和帮助。

非常感谢潘志兵、刘姣两位同学的长期相伴与支持，因为你们，我的博士生活才更加丰富多彩。非常感谢付乃锋同学在 C++ 语言应用方面为我提供的巨大帮助。非常感谢中国科学院测量与地球物理研究所的程威同学，每一次同你的交流都能带给我欢乐。

感谢祖父母、外祖父母对我的挂念，希望你们身体健康、笑口常开。感谢我的父母，正是有了你们的无私付出和全力支持，这么多年我才得以心无旁骛地专注于学业。感谢哥哥一家对我的关怀照顾。感谢所有曾经帮助过我的老师们和朋友们。最后，特别感谢我的女朋友任梦，谢谢你的陪伴和支持。

作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果

作者简历：

柳培钊，男，汉族，1991 年 11 月生，河南清丰人。

2010 年 9 月至 2014 年 6 月，先后就读于辽宁工程技术大学外语系、理学院、测绘与地理科学学院，获学士学位。

2014 年 9 月至 2017 年 6 月，就读于中国科学院测量与地球物理研究所，获硕士学位。

2017 年 9 月至 2023 年 6 月，在中国科学院上海天文台攻读博士学位。

已发表（或正式接受）的学术论文：

1. Jiao Liu, Junping Chen, **Peizhao Liu**, Weijie Tan, Danan Dong, & Weijing Qu. (2021). Comparison and assessment of three ITRS realizations. Remote Sensing.
2. **Peizhao Liu**, & Junping Chen. (2022). Real-time precise GPS orbit and clock estimation with a quasi-orbit-fixed solar radiation pressure model. NAVIGATION.
3. **Peizhao Liu**, & Junping Chen. (2023). Real-time precise orbit and clock estimation for BDS-3 constellation. 天文学进展.

