

学号 161311020004

分类号 P22

密级 无

UDC (DDC) 528

河海大学

硕士学位论文

GPS/BDS 精密单点定位方法 研究与实现

白天阳

指导教师姓名: 兰孝奇 副教授 河海大学地球科学与工程学院

副指导教师姓名: 陈俊平 研究员 中国科学院上海天文台

申请学位级别: 工学硕士 专业名称: 大地测量学与测量工程

论文提交日期: 2019年3月 论文答辩日期: 2019年5月24日

学位授予单位和日期: 河海大学 2019年6月

答辩委员会主席: 田林亚 论文评阅人: 黄腾、黄张裕

2019年5月 中国·南京

分类号（中图法） P22 U D C（DDC） 528 密级 无

论文作者姓名 白天阳 学号 161311020004 单位 河海大学

论文中文题名 GPS/BDS精密单点定位方法研究与实现

论文中文副题名 无

论文英文题名 Methodology and Implementation of GPS/BDS
Precise Point Positioning

论文英文副题名 Non

论文语种 汉 论文摘要语种 汉、英 论文页数 75 论文字数 5(万)

论文主题词 精密单点定位、伪距偏差、相位偏差、高阶电离层延迟、
定位精度、收敛时间

申请学位级别 工学硕士 专业名称 大地测量学与测量工程

研究方向 卫星导航与定位

指导教师姓名 兰孝奇 副教授 陈俊平 研究员

导师单位 河海大学地球科学与工程学院 中国科学院上海天文台

论文答辩日期 2019年5月24日

Methodology and Implementation of GPS/BDS Precise Point Positioning

Dissertation Submitted to

Hohai University

In Fulfillment of the Requirement

For the Degree of

Master of Engineering

By

Bai Tianyang

(School of Earth Sciences and Engineering)

Dissertation Supervisor: Associate Professor **Lan Xiaoqi**

Researcher **Chen Junping**

May.2019 Nanjing P.R.China

学位论文独创性声明：

本人所提交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同事对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。如不实，本人负全部责任。

论文作者（签名）： _____ 年 月 日

学位论文使用授权说明

河海大学、中国科学技术信息研究所、国家图书馆、中国学术期刊（光盘版）电子杂志社有权保留本人所送交学位论文的复印件或电子文档，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。本人电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。除在保密期内的保密论文外，允许论文被查阅和借阅。论文全部或部分内容的公布（包括刊登）授权河海大学研究生院办理。

论文作者（签名）： _____ 年 月 日

摘要

精密单点定位技术是 GNSS 定位技术中继网络实时动态定位技术后又一次技术革命，在全球范围内能够高效灵活的提供高精度的绝对位置信息。目前，精密单点定位技术的研究多基于 GPS。随着北斗三号基本系统完成建设并开始提供全球服务，基于 BDS 的精密单点定位技术也应进行深入研究。本文对 GPS、BDS 单系统和 GPS/BDS 组合系统的精密单点定位进行了深入研究，主要工作和内容如下：

(1) 分析了北斗二代卫星伪距偏差的特性。针对 GEO 卫星伪距偏差的特性，采用了自适应阈值和分解层数的小波函数模型对其进行修正，并通过 MGEX 观测数据对函数的有效性进行了验证。

(2) 针对 PPP 中模糊度难以固定的问题，对消一阶电离层函数模型采用了卫星相位偏差改正的方法进行模糊度固定。通过香港 CORS 站数据分析了卫星的宽巷和窄巷相位偏差特性，试验结果表明 GPS 卫星的宽巷、窄巷相位偏差的稳定性都优于 BDS 卫星。

(3) 针对 PPP 消电离层函数模型无法消除高阶电离层延迟的影响，使用了最新的国际地磁参考标准 IGRF2016 模型和 GIM 全球电离层格网产品对观测文件进行了高阶电离层延迟改正。并对 2016 年和 2017 年 BJFS 和 SHAO 两个测站的观测数据进行加高阶电离层延迟改正和未加高阶电离层延迟改正的精密单点定位解算。试验结果表明，一般情况下高阶电离层延迟对精密单点定位的收敛时间几乎没有影响，对精度的影响在 mm 水平。

(4) 在深入研究 GPS/BDS 精密单点定位的数学模型和解算流程的基础上，编写了 GPS/BDS 精密单点定位软件 (BGP)。利用该软件对香港 CORS 站 1 时到 24 时的静态观测数据在不同系统和不同方案下进行了解算。试验结果表明，在同一卫星系统下，消一阶电离层和非差非组合函数模型的解算精度相当。在同一函数模型下，GPS 系统和 GPS/BDS 组合系统解算的平面精度在 mm 水平，高程精度在 cm 水平；BDS 系统解算的平面精度和高程精度都在 cm 水平。

(5) 利用非差非组合函数模型将电离层延迟作为待估参数的特点，对香港地区进行了电离层建模，建模得到的值与 GIM 全球电离层格网产品的差值小于 5TECU。因此，可以用于监测电离层参数的变化特性。然后分别采用 GIM 全球

电离层格网产品和所建模的数据对 hkst 和 hksl 两个测站的数据进行了电离层约束的单、双频 PPP 解和收敛时间的统计。试验结果表明，自己建模的电离层产品在对 PPP 提供外部约束时，收敛时间优于 GIM 电离层格网产品，尤其是对单频 PPP 的收敛过程。

关键词：精密单点定位；伪距偏差；相位偏差；高阶电离层延迟；定位精度；收敛时间

Abstract

Precise point positioning (PPP) is another technological revolution after network real-time kinematic of GNSS positioning technology. It can provide high-Precise absolute position on a global scale in a flexible and efficient way. At present, the study of PPP is mostly based on GPS. The basic system of Beidou No.3 has been completed and it is now providing global services. PPP based on BDS is supposed to be studied deeply. In this paper, the PPP of GPS, BDS single system and GPS/BDS combined system is deeply studied. The main work of this thesis is listed as follows:

(1) The code pseudorange bias of Beidou No.2 satellite is analyzed in detail. In view of characteristics of GEO satellite-included code bias, the wavelet function of adaptive threshold and decomposition layer is proposed to correct it. And the validity of the function is verified by MGEX observation data.

(2) The ambiguity is always not an integer of the ionosphere free model. In this paper, the method based on satellite phase bias correction is used to fix ambiguity. The phase bias characteristics of wide and narrow lane of satellites are analyzed by means of observation data of CORS in Hong Kong. And the results show that the stability of GPS satellite phase bias in wide lane and narrow lane is better than of BDS satellite phase bias.

(3) The higher-order ionospheric effects still remain in the ionosphere free model. The use of geomagnetic induction from the latest IGRF2016 and TEC calculated from global ionospheric maps to correct the higher-order ionospheric effects. In the PPP mode, by adopting two schemes to calculate the observation data of two stations (BJFS and SHAO) for two years 2016-2017. One solution is to use higher-order ionospheric delay correction, and the other solution is not. The experimental results show that the higher-order ionospheric delay correction has no effect on the convergence time of the PPP, and the effect on the accuracy is at mm level.

(4) On the basis of deeply studying the mathematic model and calculation process of GPS/BDS precise point positioning, the software of GPS/BDS PPP (BGP)

is compiled. The software is used to calculate the static observation data of Hong Kong CORS from 1:00 to 24:00 in different navigation systems and schemes. The experimental results show that the accuracy of the ionosphere free model is equivalent to that of the undifferenced and uncombined model under the same satellite system. Under the same function model, the plane accuracy of GPS and GPS/BDS integrated system is at mm level, and the elevation accuracy is at cm level. And the plane accuracy and elevation accuracy of BDS are at cm level.

(5) Using the characteristic of ionospheric delay as the parameter to be estimated in PPP with the undifferenced and uncombined model, the ionospheric regional model for Hong Kong is established. And the difference between modeled values and GIM grid products is less than 5 TECU. So the regional model can be used to monitor variation of ionospheric. Then the GIM model and the regional model are used as the prior information to constrain the UC-PPP model. In this case, the single-frequency and double-frequency observation data of two stations (hkst and hkst) are calculated. Finally, the convergence performance are compared in UC_PPP model of the constrained and unconstrained. The experimental results show that the convergence time using the ionospheric product modeled in the paper is better than using GIM product when they provide external constraints on PPP, especially for single-frequency PPP.

Key words: PPP; Code pseudorange bias; Phase bias; higher-order ionospheric delay; Convergence performance; Positioning accuracy.

目录

摘要.....	
Abstract.....	III
目录.....	V
第一章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 国内外研究进展.....	2
1.3 研究内容与章节安排.....	6
第二章 精密单点定位理论基础.....	8
2.1 精密单点定位数学模型.....	8
2.2 精密单点定位的误差分析与改正.....	12
2.3 参数估计方法.....	18
2.4 本章小结.....	20
第三章 对 GPS/BDS 精密单点定位中的若干关键技术研究.....	21
3.1 GPS/BDS 星端多路径误差特性分析.....	21
3.2 基于载波相位偏差改正的模糊度固定.....	26
3.3 高阶电离层延迟对精密单点定位的影响.....	38
3.4 本章小结.....	44
第四章 GPS/BDS 精密单点定位性能分析与应用.....	45
4.1 PPP 程序设计.....	45
4.2 GPS/BDS 精密单点定位试验分析.....	49
4.3 非差非组合 PPP 的应用.....	58
4.4 本章小结.....	65
第五章 总结与展望.....	66
5.1 总结.....	66
5.2 展望.....	67
参考文献.....	68
致谢.....	73

第一章 绪论

1.1 研究背景及意义

全球导航卫星系统 (Global Navigation Satellite Systems, GNSS) 是一个国家安全和经济的基础设施, 同时也是体现现代化大国地位和国家综合国力的重要标志。因此, 在考虑到导航卫星系统对国家经济、社会发展的重大作用后, 我们国家采取“三步走”的发展战略, 建设了北斗导航卫星系统 (BeiDou Navigation Satellite System, BDS)。截止 2018 年 12 月 27 日, 中国已经成功发射了 43 颗北斗导航卫星, 下图是 2018 年 12 月 24 日, 卫星高度截止角为 5° 时, 在全球地区的北斗卫星可见数分布图。

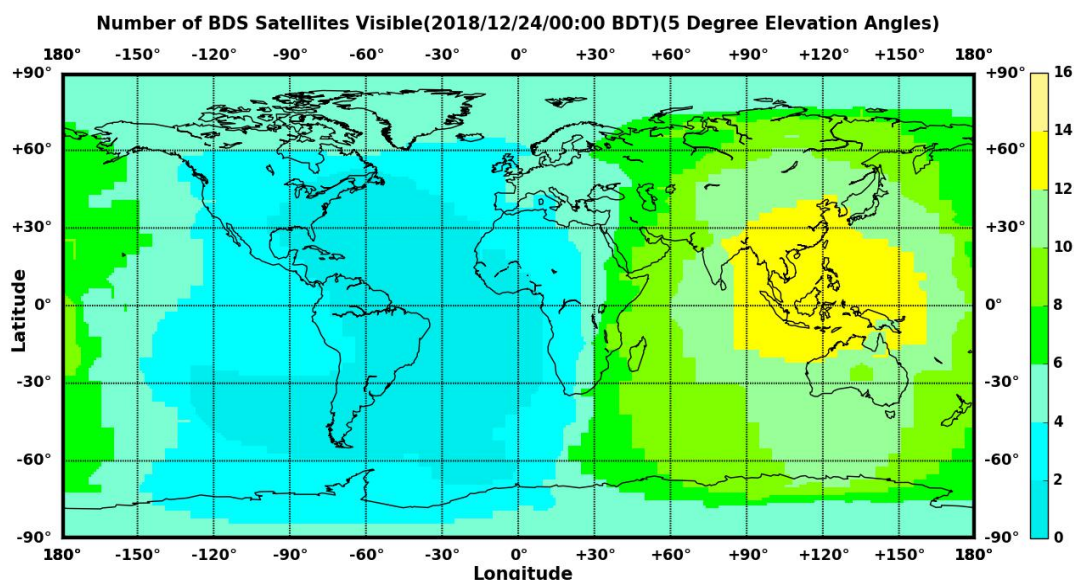


图 1.1 全球地区北斗卫星可见数分布图

全球导航卫星系统包括美国的 GPS (Global Positioning System)、俄罗斯的 GLONASS (GLOBAL Navigation Satellite System)、欧盟的伽利略 (Galileo) 和中国的 BDS。多个导航系统兼容与相互操作已成为全球导航领域的发展方向, 中国正坚定不移的朝着这个方向, 深入开展北斗导航系统与其他地区和国家的合作, 充分发挥北斗导航系统的优越性, 让北斗导航系统更好的服务于其他地区和国家的, 实现互利共赢的局面。

不同系统的导航数据 (简称: 多模 GNSS 数据) 的相互融合已成为 GNSS 领域的发展趋势, 其优点为: 可减弱不同系统的相关误差, 如多路径误差, 系统误差等^[1-2]; 数据冗余特性好, 可用于山川、峡谷等可见卫星数目较少的地区;

完好性验证,可以通过系统间比对来检验授时和定位精度;避免定位时对单一星座系统的过分依赖;增加了参与定位的健康卫星数目,也增强了空间几何构形,使得定位结果更加可靠。然而,不同 GNSS 的卫星轨道、信号结构、时间基准、坐标系统和数据质量等方面的差异给多系统数据融合带来了新的问题和挑战,需要进一步深入研究^[3-5]。

精密单点定位(Precise Point Positioning, PPP)技术是一种基于状态空间域改正信息的高精度定位模式,从技术发展形式来看,它融合了标准单点定位技术和广域差分技术。精密单点定位技术可以达到相对定位的高精度要求,是 GNSS 定位技术中继网络实时动态定位(Real Time Kinematic, RTK)技术后又一次定位模式的飞跃。实时精密单点定位技术采用单向通信、独立定位的模式,具有不受基线长度限制等优点,在建立少数连续运行参考站的情况下,就可以在全球国际地球参考框架下达到厘米级定位精度。该技术有效的提高了使用 GNSS 进行精确定位的效率并消除了相对定位的局限性。精密单点定位技术已广泛用于区域坐标框架维持和精化、精密授时、水汽预测、地震震前预测、长距离动态定位、西部无图区测绘、海岛与岛礁测绘以及大范围、强机动性地地面移动测量等相关领域,具有广泛的工程应用价值^[6]。

1.2 国内外研究进展

精密单点定位技术最早由美国喷气推进实验室(Jet Propulsion Laboratory, JPL)的 Zumberge 等人提出,通过非差算法对 GPS 数据进行解算,达到了单天解三个方向的厘米级别精度^[7]。卡尔加里大学的 Gao Yang 等人通过对 PPP 解算模型的深入研究,提出了 Uofc 函数模型;他们将该函数模型成功的用于了商业化的 P³精密单点定位软件中,该软件在较长的初始时间的情况下,可以获得静态毫米级的精度^[8]。Masatoshi Honda 等人在使用 IGS(International GNSS Services)产品的基础上,将 PPP 技术成功用于车辆导航中^[9]。加拿大自然资源部的 Jan Kouba 在 2009 年对 IGS 各个机构发布的产品的精度进行了分析对比,并详细的介绍了 PPP 模型中的各种误差源和相应的模型改正^[10]。

在国内,叶世榕教授在博士论文中对非差精密单点定位模型进行了改进,其单天解在 N、E、U 三个方向可以达到厘米级别的精度^[11]。随后,刘经南院士对 GPS 精密单点定位技术中的非差相位算法进行了详细的探讨与研究,利用本课题

组自主研发的非差精密单点定位软件计算和分析了实测数据,得到了较好的非差相位单历元的定位结果^[12]。张小红教授将自主研制的精密单点定位软件 Trip 用于航空测量领域中,在动态定位中取得了较好的结果^[13]。另外,中国科学院的张宝成对 GPS 的非差非组合 PPP 进行了深入研究,并利用该模型在提取电离层延迟和卫星与接收机硬件延迟等方面取得突破^[14-15]。

1.2.1 多模 GNSS 精密单点定位

上述提到的成果和现状都是基于 GPS 单系统卫星的。在一些高楼林立的市区、山川、峡谷等特殊的环境下, GPS 单系统可见卫星数相对较少,定位性能和可靠性会大大降低。因此,相关学者开始对多个导航系统数据融合的精密单点定位进行深入研究。中国矿业大学的蔡昌盛在其博士论文中推导出了 GPS/GLONASS 组合精密单点定位的观测模型和随机模型,在其试验结果中表明组合系统相比 GPS 单系统精密单点定位,显著的缩短了收敛时间,但定位精度改善并不明显^[16]。中国科学院上海天文台的陈俊平研究员研究了 GPS+GLONASS 联合精密单点定位中的 ISB(Inter-System Bias) 和 IFB(Inter-Frequency Bias)的估计及其在定位中的应用^[17]。Tolaman 等人的研究表明在 GPS 卫星数较少的情况下, GLONASS 卫星能够改善 PPP 的定位精度和提高收敛时间,但在某些情况下,如 GLONASS 卫星的轨道和钟差质量较差时,组合系统 PPP 的定位效果反而不如单 GPS 的定位结果^[18]。随着 BDS 和 Galileo 的快速发展, GLONASS、BDS 单系统和四系统中的任意组合的多系统的 PPP 得到了深入研究^[19]。由于目前 BDS 跟踪站数较少, BDS 的轨道和钟差产品精度明显低于 GPS,从已有的研究内容来看, BDS 双频 PPP 的收敛时间明显的比 GPS 的收敛时间要长,定位精度也低于 GPS^[20-21]。武汉大学李敏对 GPS/BDS 组合系统和单 GPS 系统进行了分析对比,表明北斗伪距观测值受多路径影响相比 GPS 的伪距观测值较为严重,但静态 GPS/BDS 组合 PPP 的精度与单 GPS 系统 PPP 精度相当;动态条件下组合系统无论收敛时间和定位精度都优于单系统^[22]。任晓东、张柯柯等人对 BDS、GALIEO、GLONASS、GPS 多系统融合精密单点定位进行了详细的分析,其结果表明四大系统融合的 PPP 收敛速度和精度相比单系统有显著提高,尤其在高程方向的结果更为明显;同时还指出在卫星截止高度角大于 30°的观测环境下,多系统融合仍然可以获得较高的观测精度^[23]。

1.2.2 精密单点定位的模糊度固定

PPP 中的模糊度固定一直是近几年来研究的热点和难点问题。由于 PPP 技术采用非差相位观测值, 卫星端和接收机端初始相位及硬件延迟所引起的未校准相位延迟 (Uncalibrated Phase Delays, UPD) 被非差模糊度参数吸收, 导致 PPP 相位模糊度的整周特性被破坏, 得到的结果一般为浮点解。这种存在于原始载波相位观测值中的非整数偏差, 文献中称为非差相位小数偏差 (Fractional-Cycle Biases, FCB)。对于 PPP 中模糊度固定, Ge 在 2008 年提出将消一阶电离层模糊度浮点解分解为宽巷和窄巷模糊度, 利用星间单差消除接收机的相位小数偏差 FCB; 然后借助参考站网络通过 Melbourne-Wübbena 组合观测值计算所有宽巷模糊度估值, 将其小数部分取平均确定宽巷 FCB; 再由消一阶电离层模糊度和宽巷整周模糊度得到窄巷模糊度估值, 将其小数部分取均值确定窄巷 FCB; 最后将宽巷和窄巷的 FCB 播发给用户端。用户端按照同样的算法将接收到的宽巷和窄巷的 FCB 用于宽、窄的模糊度估值, 最终恢复整周模糊度的特性^[24]。Geng 在 Ge 提出的算法的基础上, 引入了卫星 FCB 基准, 将单差 FCB 还原为非差 FCB^[25]。张小红针对 PPP 中模糊度固定问题, 在深入分析接收机和卫星端硬件延迟的基础上, 提出了小数偏差分离 (fractional bias isolating, FBI) 模型, 对卫星和接收机端的未校正小数偏差 (uncalibrated fractional offsets, UFO) 进行估计, 并使用 LAMBDA 方法进行整周模糊度固定^[26]。李星星将非差的 N1 和 N2 的模糊度浮点解, 组成宽巷模糊度、消电离层模糊度和窄巷模糊度, 然后通过最小二乘整体平差估计每颗卫星的宽巷和窄巷 FCB。模糊度固定后相比模糊度浮点解的定位精度, 在水平方向提高了近一个数量级, 可以达到 1cm 甚至毫米级别的精度; 高程方向的精度提高 20%~50%^[27]。以上这几种方法可以称为分离相位小数偏差 FCB 法。Collins 提出一种钟差去耦模型, 该模型认为码和相位观测值应该对应不同的卫星钟差, 这样载波相位中的模糊度参数就和伪距硬件延迟就进行了严格的分离, 从而模糊度可以恢复成一个整数^[28]。Laurichesse 同样是将非差模糊度分解为宽巷和窄巷模糊度, 提出一种直接将非差模糊度固定为整数的方法, 但窄巷 FCB 直接被卫星钟差吸收, 不再进行计算; 这种方法在基于参考站网络计算的过程中, 必须在进行钟差估计之前将窄巷模糊度固定为整数^[29]。Shi 详细的比较

了这三种模糊度的固定方法,并提出当用户端在使用这三种方法进行模糊度固定时,理论上是等价的^[30]。

1.2.3 非差非组合 GNSS 精密单点定位

近年来,非差非组合 PPP 函数模型成为了 GNSS 研究领域的又一大热点。该组合模型可以处理多系统多频率多通道的观测值,不受组合后最优化组合选择的影响,同时避免了线性组合后噪声被放大的缺陷,并且还能将电离层延迟作为待估参数^[14-15,31-32]。非差非组合最早由荷兰 Delft 大学的 Keshin 等人提出^[33],之后加拿大 New Brunswick 大学的 Leandro 在其博士论文中利用 GPS 非组合 PPP 模型推导了电离层延迟、硬件延迟等的估计方法,扩展了非组合 PPP 函数模型的应用^[34-35]。在国内,中国科学院的张宝成通过实例验证,表明利用非差非组合 PPP 观测值求得的倾斜方向的电子含量和估算的硬件延迟的精度高于使用相位平滑伪距的方法计算的电子含量和硬件延迟^[15,36-37]。武汉大学的章红平详细的分析了非差非组合 PPP 和传统消一阶电离层 PPP 的差异,并通过实例结果表明,在非差非组合 PPP 算法中,如果同时估计接收机的硬件延迟可以缩短 PPP 的收敛时间^[38]。中国科学院的王倩倩利用非差非组合和消一阶电离层两种模型的 PPP 估算了天顶对流层延迟,并对其精度进行了分析。试验结果表明,非组合 PPP 解算的天顶方向的对流层的精度和消电离层 PPP 函数模型估计的精度相当,甚至高于消电离层模型估算的精度,而且非组合 PPP 模型还提供了电离层产品,提高了数据利用率^[39]。张小红对非组合和组合 PPP 模型在静态和动态两种模式下的收敛时间和定位精度进行了详细的分析与比较^[40]。Tu 等人实现了 GPS+GLONASS 组合系统的非差非组合 PPP,并将解算出来的电离层待估参数进行实时电离层建模^[41-42]。中国科学院大学的刘腾在其博士论文中对 BDS/GPS/GLONASS/GALILEO 各自特点的非组合精密单点定位模型与算法进行了深入研究,在 GPS 非组合精密单点定位的基础上,统一推导了适用于码分多址(Code Division Multiple Access, CDMA)系统的非组合精密单点定位模型,并编写了多模 GNSS 精密单点及应用软件^[43]。华东师范大学的周锋在博士论文里也对多系统 GNSS 非差非组合精密单点定位相关理论和方法进行了深入的研究,详细的推导了单、双频非组合 PPP 模型和附加外部电离层约束的 PPP 模型,在基于对 7 家实时分析中心产品的质量分析的前提下,利用 GNSS 实时非差非组

合 PPP 精密单点定位, 对实时估计的对流层、电离层延迟进行了分析^[44]。信息工程大学的张辉等人针对非差非组合 PPP 中先验电离层改正量与实际观测量权比难以确定的问题, 提出了一种电离层约束权因子搜索算法, 通过试验结果表明, 在缩短收敛时间上取得了较好的效果^[45]。

1.3 研究内容与章节安排

本文的研究内容包括: 1) 对 GPS/BDS 星端多路径误差特性进行了分析, 针对 BDS 地球同步轨道 (Geostationary earth orbit, GEO) 卫星的星端多径偏差, 编写了自适应阈值和分解层数的小波函数对其进行改正; 2) 对 PPP 中基于相位偏差改正的消一阶电离层模糊度固定进行了深入研究, 通过实例计算了 GPS 和 BDS 卫星的宽巷和窄巷相位偏差, 并进行了详细的分析; 3) 对高阶电离层延迟模型进行了深入研究, 通过实例分析了高阶电离层延迟对 PPP 的收敛时间和精度的影响; 4) 对 GPS、BDS 单系统和 GPS/BDS 组合系统的 PPP 在不同函数模型下的位置偏差和收敛时间进行了分析; 5) 将非差非组合解算的电离层进行了区域建模, 并对基于外部电离层约束的 PPP 进行了分析。

具体的章节安排和主要内容如下:

第一章, 绪论。论述本文的研究背景与意义, 深入了解本文研究主题的国内外现状, 并明确本文的研究目的、内容, 列出章节安排。

第二章, 精密单点定位的理论基础。详细的推导了精度单点定位的函数模型和随机模型; 对 PPP 中的相关误差模型进行了详细研究、改正, 并对参数估计内容进行了相关的介绍。

第三章, 对 GPS/BDS 精密单点定位中的若干关键技术进行了研究。针对 BDS 卫星的星端多路径效应进行了分析和改正。详细的推导了基于载波相位偏差改正的消一阶电离层模糊度固定的原理和方法, 利用中国香港地区 CORS 站的数据计算了 GPS、BDS 卫星的宽巷和窄巷相位偏差, 并对其特性进行了分析。针对消一阶电离模型无法消除高阶电离层延迟的影响给出了高阶电离层延迟改正模型, 通过实例分析了高阶电离层延迟对精密单点定位的影响。

第四章, GPS/BDS 精密单点定位性能分析与应用。在深入研究 GPS/BDS 精密单点定位的函数模型和解算流程的基础上编写了精密单点定位软件---BGP (BDS-GPS-PPP)。通过实例分析了 GPS、BDS 单系统和 GPS/BDS 组合系统在

不同函数模型下的定位精度和收敛时间。利用非差非组合将电离层延迟误差作为待估参数特点建立了香港区域电离层模型。利用自己建的电离层模型和 GIM 全球电离层格网模型对非差非组合 PPP 作了外部约束，通过实例分析了基于外部电离层约束的 PPP。

第五章，总结与展望。总结本文主要进行的研究工作、结论和不足，并计划下一步的工作内容。

第二章 精密单点定位理论基础

本章将对精密单点定位的理论基础进行深入的研究,其中包括对数学模型的详细推导、各项误差源的分析改正和参数估计三方面的内容。

2.1 精密单点定位数学模型

2.1.1 精密单点定位函数模型

(1) 非差非组合模型

对于 GNSS 的码伪距和载波相位观测值在频率 i 上有:

$$P_i = \rho + c(dt_r - dt^s) + T + \frac{f_1^2}{f_i^2} I_1 + b_{Pi}^r - b_{pi}^s + \varepsilon_{Pi} \quad (2-1)$$

$$\begin{aligned} L_i &\equiv \lambda_i \Phi_i \\ &= \rho + c(dt_r - dt^s) + T - \frac{f_1^2}{f_i^2} I_1 - \lambda_i N_i + b_{Li}^r - b_{Li}^s + \varepsilon_{Li} \end{aligned} \quad (2-2)$$

式中 P_i 为伪距观测值 (m), Φ_i 为相位观测值 (周); ρ 为接收机到卫星之间的距离 (m); c 为光速 (m/s); dt_r 为接收机的钟差 (s); dt^s 为卫星的钟差 (s); T 为对流层延迟量 (m), 分为干延迟和湿延迟, 干延迟常用模型进行改正, 湿延迟一般作为参数进行估计; I_1 表示频率 f_1 的电离层延迟量 (m); b_{Pi}^r 、 b_{pi}^s 分别表示与频率相关的接收机和卫星端的未校正的伪距硬件延迟偏差 (Uncalibrated Code Delay, UCD), 单位为 m; λ_i 为对应频率的波长 (m); N_i 为载波相位整周模糊度 (周); b_{Li}^r 、 b_{Li}^s 分别为频率相关的接收机和卫星端的未校正的相位延迟偏差 (Uncalibrated Phase Delay, UPD), 单位为 m; ε_{Pi} 、 ε_{Li} 分别表示伪距和载波相位观测值噪声、多路径误差和未被模型化的误差之和, 单位为 m。对于其它误差如天线相位中心偏差、相对论效应、地球形变等都可以通过已有模型进行精确改正。

精密单点定位的非差非组合模型将视线方向的电离层延迟作为参数估计,有效的控制了原始观测值的观测噪声不被放大,同时降低了电离层延迟对定位的影响。

(2) 消电离层组合模型

最早的精密单点定位模型由 Zumberge 和 Kouba 等人提出。利用卫星信号在穿过电离层时，受到的延迟量与频率 f^2 成反比的性质，可以组成精密单点定位中的消一阶电离层函数模型的表达式^[30]：

$$\begin{aligned} P_{\text{IF}} &= \alpha_{\text{IF}}P_1 + \beta_{\text{IF}}P_2 \\ &= \rho + (cdt_r + b_{P_{\text{IF}}}^r) - (cdt^s + b_{P_{\text{IF}}}^s) + T + \varepsilon_{P_{\text{IF}}} \end{aligned} \quad (2-3)$$

$$\begin{aligned} L_{\text{IF}} &= \alpha_{\text{IF}}L_1 + \beta_{\text{IF}}L_2 \\ &= \rho + cdt_{P_{\text{IF}}}^r - cdt_{P_{\text{IF}}}^s + T + \lambda_{\text{IF}}N_{\text{IF}} + (b_{L_{\text{IF}}}^r - b_{P_{\text{IF}}}^r) - (b_{L_{\text{IF}}}^s - b_{P_{\text{IF}}}^s) + \varepsilon_{L_{\text{IF}}} \end{aligned} \quad (2-4)$$

为了更清楚的理解消一阶电离层组合的 PPP 函数模型，定义如下表达式：

$$\alpha_{\text{IF}} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2-5)$$

$$\beta_{\text{IF}} = -\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2-6)$$

$$cdt_{P_{\text{IF}}}^r = cdt_r + b_{P_{\text{IF}}}^r \quad (2-7)$$

$$cdt_{P_{\text{IF}}}^s = cdt_r + b_{P_{\text{IF}}}^s \quad (2-8)$$

$$cdt_{L_{\text{IF}}}^r = cdt_r + b_{L_{\text{IF}}}^r \quad (2-9)$$

$$cdt_{L_{\text{IF}}}^s = cdt^s + b_{L_{\text{IF}}}^s \quad (2-10)$$

$$b_{P_{\text{IF}}}^r = \alpha_{\text{IF}}b_{P_1}^r + \beta_{\text{IF}}b_{P_2}^r \quad (2-11)$$

$$b_{P_{\text{IF}}}^s = \alpha_{\text{IF}}b_{P_1}^s + \beta_{\text{IF}}b_{P_2}^s \quad (2-12)$$

$$b_{L_{\text{IF}}}^r = \alpha_{\text{IF}}b_{L_1}^r + \beta_{\text{IF}}b_{L_2}^r \quad (2-13)$$

$$b_{L_{\text{IF}}}^s = \alpha_{\text{IF}}b_{L_1}^s + \beta_{\text{IF}}b_{L_2}^s \quad (2-14)$$

$$N_{\text{IF}} = \frac{f_1}{f_1 + f_2} N_1 + \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} (N_1 - N_2) \quad (2-15)$$

由于星站上分别存在不同类型的硬件延迟偏差，严格意义上讲：码伪距和载波相位观测值应该对应不同的接收机钟差和卫星钟差。但卫星端和接收机端都是单台原子钟，所以说码伪距和载波相位观测值对应的接收机钟差和卫星钟差是真正接

收机钟差和真正卫星钟差的函数。式中 $cdt_{P_{IF}}^r$ 、 $cdt_{P_{IF}}^s$ 、 $cdt_{L_{IF}}^r$ 、 $cdt_{L_{IF}}^s$ 分别表示消一阶电离层伪距组合观测值对应的接收机钟差 (m) 和卫星钟差 (m)、消一阶电离层相位组合观测值对应的接收机钟差 (m) 和卫星钟差 (m)； N_{IF} 为消一阶电离层组合整周模糊度，单位为周。

对式 (2-3) 到 (2-15) 进行组合，可以得到如下的消一阶电离层组合模型：

$$P_{IF} = \rho + cdt_{P_{IF}}^r - cdt_{P_{IF}}^s + T + \varepsilon_{P_{IF}} \quad (2-16)$$

$$L_{IF} = \rho + cdt_{L_{IF}}^r - cdt_{L_{IF}}^s + T + \lambda_{IF} N_{IF} + (b_{L_{IF}}^r - b_{P_{IF}}^r) - (b_{L_{IF}}^s - b_{P_{IF}}^s) + \varepsilon_{L_{IF}} \quad (2-17)$$

式中：消一阶电离层的接收机钟差 $dt_{P_{IF}}^r$ 可以通过参数进行估计，卫星钟差 $dt_{P_{IF}}^s$ 可以从 IGS 发布的精密轨道或钟差产品中内插获得。此时消一阶电离层模糊度和对流层估计参数、相位延迟偏差是线性相关的，所以解得的消一阶电离层整周模糊度是一个实数值^[46]。

消电离层组合模型是应用最早的数学模型，它无法消除高阶电离层延迟的影响，下一章内容将会给出高阶电离层延迟模型，并对高阶电离层延迟对精密单点定位的影响进行详细讨论和分析。消电离层组合的观测噪声较大，以 GPS 为例，相对于原始码和相位观测值的噪声被放大了 3 倍。噪声越大，产生的位置误差越大，趋于收敛所需要的时间也就越长。

(3) UofC 模型

UofC (University of Calgary) 模型是由卡尔加里大学 Gao Yang 教授提出的，利用卫星信号在电离层传播过程中，码和相位观测值受到的影响量级相同，符号不同的性质，组成如下观测值^[47]。同时采用消一阶电离层的载波相位组合观测值，数学模型如下：

$$P_{IF,i} = \frac{P_i + L_i}{2} = \rho + c(dt_r - dt^s) + T + \frac{\lambda_i N_i}{2} + \varepsilon_{P_{IF,i}} \quad (2-18)$$

$$\begin{aligned} L_{IF} &= \alpha_{IF} L_1 + \beta_{IF} L_2 \\ &= \rho + c(dt_r - dt^s) + T + \lambda_{IF} N_{IF} + \varepsilon_{L_{IF}} \end{aligned} \quad (2-19)$$

式中 $P_{IF,i}$ 对应频率的半和组合观测值 ($i=1, 2$)，单位为 m。

UofC 模型具有消一阶电离层函数模型的优点，同时减小了组合观测值的噪声。式 (2-18) 和式 (2-19) 要分别估计不同频率上的整周模糊度，有利于加速

模糊度的收敛，但硬件延迟偏差与整周模糊度难以分离，实际解算出来的模糊度估计量也是一个实数。

需要注意的是，对于不同系统间的组合定位需要估计系统间偏差（Inter-System Bias, ISB）。系统间偏差是当接收机锁定卫星信号时不同系统的卫星在接收机端的硬件延迟各不相同，可以认为是两个系统之间延迟的差异。本文中 GPS/BDS 的组合定位是以 GPS 时为参考基准的，ISB 的表达式为：

$$ISB = cdt_{r,B} - cdt_{r,G} \quad (2-20)$$

式中， $dt_{r,B}$ ， $dt_{r,G}$ 分别表示 BDS 和 GPS 系统下的接收机钟差，组合定位的函数模型跟上面提到的基本相同，需要在观测方程中多估计一个 BDS 系统与 GPS 系统的偏差参数。

2.1.2 精密单点定位随机模型

(1) 高度角随机模型

一般情况下，GNSS 卫星的高度角越低，观测值受到大气延迟和多路径效应的影响效果越明显。高度角随机模型是通过卫星高度角为变量的某种函数关系来估计观测值的方差。常用的函数模型如下所示：

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_0^2}{\sin^2 E} \quad (2-21)$$

$$\sigma = s \times [a_0 + a_1 \times \exp(-E / E_0)] \quad (2-22)$$

式中 E 为测站处的卫星高度角； σ_0 为观测值天顶方向的先验中误差； a_0 、 a_1 为常数项； E_0 为参考高度角； s 为比例因子。

精密单点定位中对高度角的三角函数模型常采用分段定权^[48]，对于伪距和载波相位观测值方差计算公式如下：

$$\sigma_P^2 = \begin{cases} \frac{\sigma_{P,0}^2}{\sin E} & E > \alpha \\ \frac{\sigma_{P,0}^2}{\sin^2 E} & E < \alpha \end{cases} \quad \sigma_L^2 = \begin{cases} \frac{\sigma_{L,0}^2}{\sin E} & E > \alpha \\ \frac{\sigma_{L,0}^2}{\sin^2 E} & E < \alpha \end{cases} \quad (2-23)$$

式中 $\sigma_{P,0}^2$ 、 $\sigma_{L,0}^2$ 分别为伪距和载波相位观测值的先验方差； α 为设定阈值，取 30° 。

当采用两种观测值时，方差-协方差为：

$$\sigma_i^2 = \begin{pmatrix} \sigma_{P,i}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{L,i}^2 \end{pmatrix} \quad (2-24)$$

(2) 信噪比随机模型

信噪比（Signal to Noise Ratio, SNR）反映了 GNSS 观测数据受观测噪声、多路径效应和大气延迟等综合影响的情况，Ward 利用 SNR 观测值建立了观测值方差模型：

$$\sigma^2 = \frac{B_n}{10^{\frac{C/N_0}{10}}} \left(1 + \frac{1}{2 \times T \times 10^{\frac{C/N_0}{10}}} \right) \quad (2-25)$$

式中： B_n 为相位跟踪环带宽（Hz）， T 为一体化检测波时间（s），其值约等于导航数据的位长。

考虑到实际情况中观测值噪声的方差能量量级非常小，对其模型进行简化，得到：

$$\sigma^2 = B_n \times 10^{-\frac{C/N_0}{10}} \quad (2-26)$$

为了统一方差单位，通常利用下述表达式代的 C_n 代替（2-26）中的 B_n ，即：

$$C_n = B_n \times \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \quad (2-27)$$

式中， λ 为相对应频率的波长（m），因此相应的观测值方差模型的表达式如下：

$$\sigma^2 = C_n \times 10^{-\frac{C/N_0}{10}} \quad (2-28)$$

由于 SNR 并不是 GNSS 观测文件输出的必选项，很多情况下，用户是无法获得实测的 SNR 值。但是从 RINEX 2.0 版本开始，文件中载波相位观测值在最后两位增加了信号强度指数 I ，根据信号强度可以通过以下公式计算得到相应的 SNR 值。

$$C/N_0 = \begin{cases} 9 & \text{int}(I/5) > 9 \\ \text{int}(I/5) & \text{其他} \end{cases} \quad (2-29)$$

2.2 精密单点定位的误差分析与改正

2.2.1 卫星轨道误差和钟差改正

(1) 卫星星历误差改正

站星间的几何距离为:

$$\rho = \sqrt{(X - X^s)^2 + (Y - Y^s)^2 + (Z - Z^s)^2} \quad (2-30)$$

式中 $[X, Y, Z]$ 和 $[X^s, Y^s, Z^s]$ 分别为测站和卫星坐标, 计算站星距的前提是已知卫星的坐标。

使用广播星历时, 可使用里面的星历参数计算卫星坐标。需要注意的是, 不同导航系统在使用广播星历计算时参数略有差异, 可根据各导航系统的 ICD (Interface control document) 文件说明进行计算。GPS 广播星历的整体精度一般优于 2 米^[49], 而 BDS 广播星历的整体精度在一般情况下优于 4.5 米^[50], 都无法满足精密定位的需求, 但可以接收基于广播星历的实时改正数据流并恢复成精密卫星轨道。当使用精密星历计算卫星坐标时, 多采用拉格朗日多项式插值进行内插, 阶数一般为 9 阶或者 10 阶^[51-52]。

(2) 钟差改正

太空中卫星上的原子钟受到钟速、钟漂和频漂等因素的影响, 导致与国际原子时不相等, 因此需要进行钟差改正。

当导航文件为广播星历时, 使用里面的钟差参数计算卫星钟差, 表达式如下:

$$\Delta t = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 \quad (2-31)$$

式中, a_0 、 a_1 、 a_2 为广播星历提供的钟差参数, t 为卫星信号发射时刻, t_0 为星历钟差参考时刻。为了满足某些情况下精密定位的需求, 同样也可以接收基于广播星历的实时数据流恢复为精密钟差。

目前已有多家机构提供 GPS+GLONASS+BDS+GALILEO+QZSS 五系统事后精密钟差产品, 使用精密产品时, 可对 30s 或 5min 精密钟差进行线性内插。

2.2.2 相对论改正

(1) 距离相对论改正

卫星信号在传播过程会受到 Shapiro 延迟影响, 使传播的距离与欧几里得距离不相等^[53]。其改正公式为^[53]:

$$d_{shap} = \frac{2GM}{c^3} \ln\left(\frac{r_r + r^s + r_r^s}{r_r + r^s - r_r^s}\right) \quad (2-32)$$

式中, r_r 为接收机到地心的距离 (m); r^s 为卫星到地心的距离 (m); r_r^s 为卫星至接收机的距离 (m); GM 为万有引力常数 G 与地球总质量 M 的乘积, 单位为 m^3/s^2 。

(2) 钟差相对论改正

相对论对钟差的影响主要是对周期项部分的改正, 公式为:

$$\Delta_{\text{rela}} = -\frac{2 \cdot \mathbf{r}^{\text{sat}} \cdot \mathbf{v}^{\text{sat}}}{c^2} \quad (2-33)$$

$$\Delta_{\text{rela}} = F \cdot e \cdot \sqrt{A} \cdot \sin(E_k) \quad (2-34)$$

式 (2-33) 适用于使用精密星历时的钟差相对论改正, 式 (2-33) 适用于使用广播星历时的相对论钟差改正。式 (2-33) 中 \mathbf{r}^{sat} 为卫星位置向量; \mathbf{v}^{sat} 为速度向量; 式 (2-34) 中 e 为轨道偏心率, A 为卫星轨道长半轴, E_k 为卫星轨道偏近地点角, F 为常量, $F = -4.42807633 \times 10^{-10}$; Δ_{rela} 钟差相对论改正 (m)。

2.2.3 TGD/DCB 改正

卫星或者接收机的钟差都是基于某一频点或不同频点组合而言的, 用来描述频间偏差的参数称为差分码偏差参数 (Different Code Bias, DCB) [54]。在计算不同频点的钟差的时候, 需要对 TGD/DCB 进行改正。

(1) GPS 的 TGD/DCB 改正

假设卫星钟差以 L1 频点为基准, 则 L2 频点的卫星钟差为:

$$dt_2^s = dt_1^s + \text{DCB}_{12}^s \quad (2-35)$$

式中 dt_1^s , dt_2^s 分别为对于 L1、L2 频点的卫星钟差, DCB_{12}^s 为 L1、L2 频点的 DCB。

则消一阶电离层组合的钟差为:

$$dt_{\text{IF}}^s = \frac{f_1^2 dt_1^s - f_2^2 dt_2^s}{f_1^2 - f_2^2} = dt_1^s - \frac{f_2^2 \text{DCB}_{12}^s}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2-36)$$

GPS 在导航电文中将 L1 天线相位中心与 L1/L2 P(Y) 码消一阶电离层组合参考点间的时间延迟定义为 GPS-TGD(Time Group delay) 参数 [54]。其表达式如下:

$$\text{TGD} = -\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \text{DCB}_{P_1-P_2} \quad (2-37)$$

式中 TGD 可以从导航文件中读取，单位为 s； $\text{DCB}_{P_1-P_2}$ 为 P_1 和 P_2 的频间偏差，单位为 s。因此 L1 频点和 L2 频点对应的卫星钟差分别为：

$$dt_1^s = dt_{\text{IF}}^s - \text{TGD} = dt_{\text{IF}}^s + \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \text{DCB}_{12}^s \quad (2-38)$$

$$dt_2^s = dt_{\text{IF}}^s - \frac{f_1^2}{f_2^2} \text{TGD} = dt_{\text{IF}}^s + \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \text{DCB}_{12}^s \quad (2-39)$$

(2) BDS 的 TGB/DCB 改正

和 GPS 系统不同的是，BDS 广播星历的卫星钟差是基于 B3 频点的。BDS 的导航电文中给出了 B1 和 B2 频点与 B3 频点的硬件延迟偏差 TGD_1 和 TGD_2 ：

$$\text{TGD}_1 = b_1^s - b_3^s = -\text{DCB}_{13} \quad (2-40)$$

$$\text{TGD}_2 = b_2^s - b_3^s = -\text{DCB}_{23} = \text{DCB}_{12} - \text{DCB}_{13} \quad (2-41)$$

因此 BDS 其他频率的钟差可以表示为：

$$\left\{ \begin{array}{l} dt_1^s = dt_3^s - \text{TGD}_1 \\ dt_2^s = dt_3^s - \text{TGD}_2 \\ dt_{12}^s = dt_3^s - \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \text{TGD}_1 + \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \text{TGD}_2 \\ dt_{13}^s = dt_3^s - \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_3^2} \text{TGD}_1 \\ dt_{23}^s = dt_3^s - \frac{f_2^2}{f_2^2 - f_3^2} \text{TGD}_2 \end{array} \right. \quad (2-42)$$

GPS 精密钟差是以 L1、L2 消一阶电离层组合为参考点的，而 BDS 精密钟差是以 B1、B2 消一阶电离层组合为参考点的。不同频点间的关系如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} dt_1^s = dt_{12}^s + \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \text{DCB}_{12}^s \\ dt_2^s = dt_{12}^s + \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \text{DCB}_{12}^s \\ dt_3^s = dt_{12}^s - \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \text{DCB}_{13} - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (\text{DCB}_{12} - \text{DCB}_{13}) \\ dt_{13}^s = dt_{12}^s - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \text{DCB}_{13} - \frac{f_3^2}{f_1^2 - f_3^2} (\text{DCB}_{12} - \text{DCB}_{13}) \\ dt_{23}^s = dt_{12}^s - \left(\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} + \frac{f_2^2}{f_2^2 - f_3^2} \right) \text{DCB}_{13} - \frac{f_3^2}{f_2^2 - f_3^2} (\text{DCB}_{12} - \text{DCB}_{13}) \end{array} \right. \quad (2-43)$$

2.2.4 对流层延迟改正

GNSS 信号经过对流层时，因非色散性延迟的影响，无法像电离层那样利用不同频率的观测值组合进行改正。天顶方向的对流层延迟约为 2.3m^[51]，随测站卫星高度角的增大而减小。对流层延迟量可以用下面的函数进行表示：

$$T_{\text{trop}} = M_{dr}^s \cdot \delta_{zpd} + M_{we}^s \cdot \delta_{zpw} \quad (2-44)$$

式中 T_{trop} 为对流层延迟 (m)； δ_{zpd} 、 δ_{zpw} 分别为对流层天顶方向的干延迟和湿延迟， M_{dr}^s 、 M_{we}^s 分别为对应的映射函数。

2.2.5 天线相位中心改正

GNSS 中测定的距离指的是从卫星的天线相位中心 (Antenna Phase Center, APC) 到接收机天线相位中心的距离。GNSS 广播星历是以卫星相位中心为参考点的，而精密星历中的卫星位置是基于卫星质心 (Mass Center, MC) 的。在使用精密星历时就需要进行卫星天线相位中心改正 (Phase Center Offset, PCO)。实际上，天线相位中心是一个非固定点，跟信号的高度角和方位角的变化有关。PCO 改正后得到的是平均相位中心 (Mean Phase Center, MPC) 的位置，因此还要对相位中心变化 (Phase Center Variation, PCV) 进行改正。对于接收机也需要进行同样的改正。

对于卫星有：

$$\mathbf{P}_{MC}^s = \mathbf{P}_{MPC}^s - \mathbf{P}_{PCO}^s \quad (2-45)$$

$$\rho = P - P_{PCV}^s \quad (2-46)$$

式中， \mathbf{P}_{MC}^s 、 \mathbf{P}_{MPC}^s 、 \mathbf{P}_{PCO}^s 分别为卫星的质心、天线平均相位中心和天线相位中心偏差； P_{PCV}^s 为卫星天线相位中心变化量。

进行天线相位中心改正时，可以从 <ftp://igsb.jpl.nasa.gov/station/general> 下载相应的 ANTEX(ANTenna EXchange format)文件。需要注意的是从 2017 年 1 月 29 日，IGS 开始采用最新 ITRF14(International Terrestrial Reference Frame, ITRF) 框架，因而 PCO 也要更新为 igs14.atx。

目前，对于 GPS 的所有的分析中心都使用相同的 PCO 和 PCV 值。对于 BDS，不同的分析中心发布的精密产品对应不同的 PCO 值。当前，所有的分析中心只提供 GPS 和 Glonass 的 PCV 改正值，对于其它系统的 PCV 改正值还没有提供。

2.2.6 天线相位缠绕改正

GNSS 信号是右旋极化波，当卫星和接收机的两个天线有相对旋转时，载波会产生天线相位缠绕误差，改正式为^[51]：

$$\Delta\varphi = \text{sign}(\xi) \cdot \arccos \left[\frac{\mathbf{D}' \cdot \mathbf{D}}{|\mathbf{D}'| \cdot |\mathbf{D}|} \right] \quad (2-47)$$

式中，

$$\begin{cases} \xi = \hat{\mathbf{k}} \times (\mathbf{D}' \times \mathbf{D}) \\ \mathbf{D}' = \hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{k}} \cdot (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}) - \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{D} = \hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{k}}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}) + \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{y}} \end{cases} \quad (2-48)$$

其中， $\hat{\mathbf{k}}$ 是卫星到接收机的单位向量； \mathbf{D}' 和 \mathbf{D} 分别是卫星和接收机天线的有效的偶极向量^[51]。

从式 (2-47) 中可以看出，对于 BDS 零偏状态下的卫星，其相位缠绕误差在静态定位下始终不变、如果不考虑载波相位的模糊度固定，该误差可以不改正而被相位模糊度完全吸收。

2.2.7 地球形变改正

在太阳月球引力、潮汐运动、地球自转轴漂移等因素的影响下，地球上点的位置会在 ITRF 坐标框架内发生变化。在进行精密定位时，需要考虑到这些因素，改正公式如下^[55]：

$$\mathbf{r}_M = \mathbf{r}_{M0} + \Delta\mathbf{r}_{\text{sol}} + \Delta\mathbf{r}_{\text{ocean}} + \Delta\mathbf{r}_{\text{pole}} \quad (2-49)$$

式中， \mathbf{r}_M 为接收机发生变化后的实际坐标； \mathbf{r}_{M0} 为参考点坐标； $\Delta\mathbf{r}_{\text{sol}}$ 、 $\Delta\mathbf{r}_{\text{ocean}}$ 和 $\Delta\mathbf{r}_{\text{pole}}$ 分别为固体潮、海潮和极潮改正。IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service) 在其服务器上提供了固体潮和海潮的改正程序。

极潮是由地球瞬时自转轴在地球内部的运动造成的，其改正公式为：

$$\begin{cases} \Delta N = -9 \cos 2\varphi [(X_p - \bar{X}_p) \cos \lambda - (Y_p - \bar{Y}_p) \sin \lambda] \\ \Delta E = 9 \sin 2\varphi [(X_p - \bar{X}_p) \sin \lambda + (Y_p - \bar{Y}_p) \cos \lambda] \\ \Delta U = -33 \sin 2\varphi [(X_p - \bar{X}_p) \cos \lambda - (Y_p - \bar{Y}_p) \sin \lambda] \end{cases} \quad (2-50)$$

式中， X_p 和 Y_p 为极移， \bar{X}_p 和 \bar{Y}_p 为地球平均极移，单位为弧度秒， φ 和 λ 为测站的纬度和经度， $[\Delta N, \Delta E, \Delta U]$ 为测站在站心地平坐标系下的偏差，单位为 mm。

2.3 参数估计方法

2.3.1 最小二乘

对于 GNSS 中的精密单点定位，数学模型可以简化为：

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad \mathbf{R} \quad (2-51)$$

式中， \mathbf{y} 为观测值残差 (Observation Minus Correction, OMC)； \mathbf{G} 为设计矩阵； \mathbf{x} 为待估参数； \mathbf{R} 为观测值的协方差阵。 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 满足下式：

$$\begin{cases} E[\boldsymbol{\varepsilon}] = 0 \\ \mathbf{R} = E[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T] \end{cases} \quad (2-52)$$

由最小二乘原理，组成法方程：

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y} \\ \mathbf{P} = (\mathbf{G}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \end{cases} \quad (2-53)$$

式中 \mathbf{P} 是参数的协因数阵，一般为对称正定矩阵。

若有两组观测方程，未知参数相同或者部分相同，可以采用序贯平差对参数进行处理。数学模型为：

$$\begin{cases} \mathbf{y}_1 = \mathbf{G}_1 \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}_1, & \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{y}_2 = \mathbf{G}_2 \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}_2, & \mathbf{R}_2 \end{cases} \quad (2-54)$$

最终参数的解为：

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2^T \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{G}_2)^{-1} (\mathbf{G}_1^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{y}_1 + \mathbf{G}_2^T \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{y}_2) \\ \mathbf{P} = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2^T \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{G}_2)^{-1} \end{cases} \quad (2-55)$$

递归形式为：

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{P}_1 \cdot (\mathbf{G}_1^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{y}_1) \\ \mathbf{P}_1 = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{G}_1)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{P}_2 \cdot (\mathbf{G}_1^T \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{y}_1 + \mathbf{G}_2^T \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{y}_2) \\ \mathbf{P}_2 = (\mathbf{P}_1^{-1} + \mathbf{G}_2^T \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{G}_2)^{-1} \end{cases} \quad (2-56)$$

上式即为序贯平差的参数解。序贯平差与最小二乘相比，其优点是在法方程中可以消去后续不再关心的参数，如接收机钟差，发生周跳后的模糊度等，这减小了法方程矩阵的大小^[27]。

2.3.2 卡尔曼滤波

Kalman 滤波是基于一组观测序列 \mathbf{L}_k ($k=1,2,\dots,n$) 及系统动力学模型信息求解状态向量的估值^[27]，表达式为：

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{L}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (2-57)$$

在给定系统状态初值 $\mathbf{X}_0 = \hat{\mathbf{X}}_0$ 和其初始方差阵 \mathbf{P}_0 的条件下，若已知系统状态噪声和量测噪声的统计性质，计算到任意 $t(k)$ 时刻的状态估计 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 的过程为：

状态预测方程：

$$\mathbf{X}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (2-58)$$

协方差预测方程：

$$\mathbf{P}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (2-59)$$

滤波增益方程：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (2-60)$$

状态参数估计方程:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{X}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{L}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_{k,k-1}) \quad (2-61)$$

状态协方差估计方程:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k,k-1} \quad (2-62)$$

式(2-62)中的 \mathbf{I} 为单位矩阵。在上述矩阵求逆的过程中,很难从精度的取舍上保证随时间积累的协方差阵 \mathbf{P}_k 的正定对称性,从而导致滤波过程发散。因此,实际计算中常用下式代替式^[57](2-62)。

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k,k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (2-63)$$

2.4 本章小结

本章节对精密单点定位的三种函数模型和两种随机模型进行了详细的讨论,并阐述了三种函数模型的优缺点;对精密单点定位中的误差进行了分析并研究了其改正模型;对参数估计中的最小二乘和卡尔曼滤波进行了介绍。本章内容为后续章节的内容提供了理论基础和依据。

第三章 对 GPS/BDS 精密单点定位中的若干关键技术研究

本章将对精密单点定位中的若干关键技术进行研究，其中包括对 GPS/BDS 卫星的星端多路径误差、载波相位偏差，基于相位偏差改正的模糊度固定和高阶电离层延迟等内容进行了深入讨论和探究，并通过实例进行计算分析。

3.1 GPS/BDS 星端多路径误差特性分析

3.1.1 GPS/BDS 星端多路径误差特性分析

BDS 伪距偏差由卫星端的多路径效应引起^[58]，是与卫星高度角大小成负相关的系统偏差，最早由 Hauschild 提出。在 GNSS 中，通过双频载波相位和伪距的观测值组合，可以得到伪距的多路径误差公式：

$$\begin{cases} MP_i = P_i - m_{ij} \cdot L_i + (m_{ij} - 1) \cdot L_j + \varepsilon \\ m_{ij} = \frac{f_i^2 + f_j^2}{f_i^2 - f_j^2} \end{cases} \quad (3-1)$$

式中 MP_i 表示不同频率下的伪距多路径误差 (m)，其它变量的含义跟第二章中描述的相同。在观测环境理想和多路径影响较小的情况下，通过在相同测站对比不同系统的 MP 值时间序列，可以反映出不同系统星间端的偏差影响。该组合消去了星站几何距离、一阶电离层延迟、对流层延迟、卫星钟差、接收机钟差等。由于载波相位的多路径误差远小于伪距的多路径误差，因此 MP_i 中主要包括信号延迟、载波相位模糊度、伪距受到的多路径误差影响和观测噪声。

一般情况下，在 GNSS 信号未发生周跳和失锁时，载波相位整周模糊度和信号延迟可以看作是常量，因此可以通过平滑的方法消去 MP_i 中的载波相位整周模糊度和硬件延迟部分，公式如下。

$$MP_i = MP_i - \sum_1^i MP_i / N_i \quad (3-2)$$

式中 MP_i 为第 i 个历元的伪距误差， N 为平滑窗口的大小。

为了更清楚的说明北斗系统二代卫星星端多路径误差的特性，本节使用了 CUT0 站在 2017 年年积日为第 244 天的观测数据。下面给出该站 BDS 和 GPS 两个系统各个频点在不同轨道上的 MP 值随卫星高度角变化的时间序列图。图

3.1-3.4 分别给出了 G08、C04、C08、C12 的 MP 值随卫星高度角变化的时间序列图。需要说明的是，BDS 采用混合星座，C01 到 C05 为 GEO 卫星，C06 到 C10 为 IGSO 卫星，C11、C12 和 C14 为 MEO 卫星，C13 卫星运行在 IGSO 轨道。

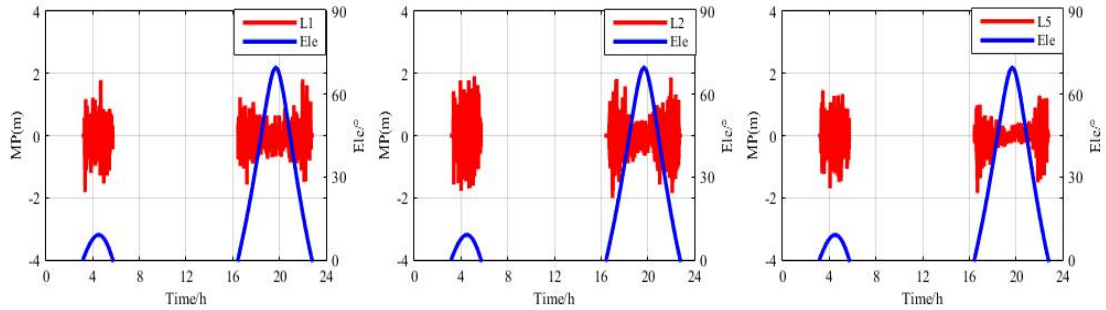


图 3.1 GPS 系统下 G08 卫星 MP 值随高度角变化的时间序列图

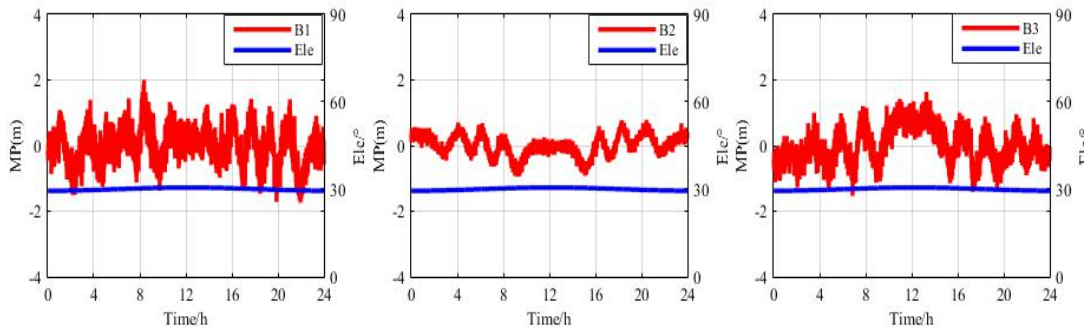


图 3.2 BDS 系统下 C04 (GEO) 卫星 MP 值随高度角变化的时间序列图

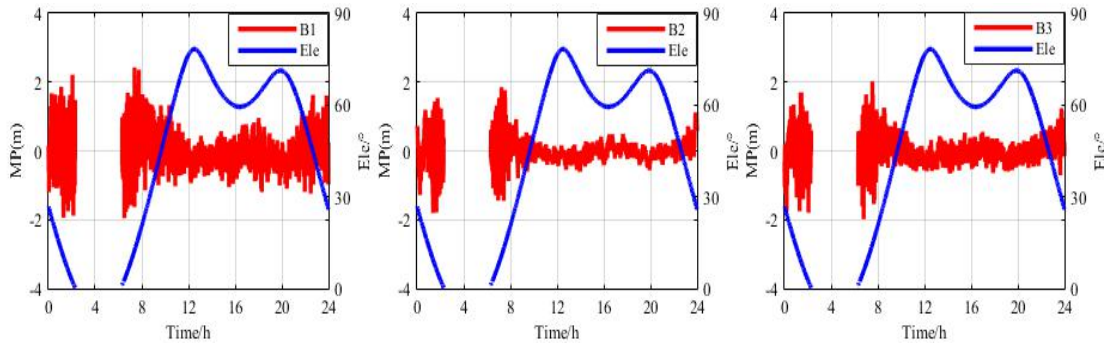


图 3.3 BDS 系统下 C08 (IGSO) 卫星 MP 值随高度角变化的时间序列图

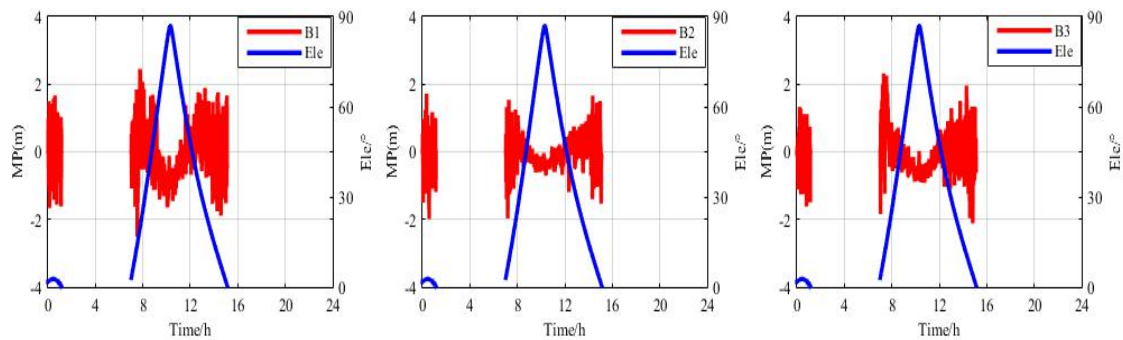


图 3.4 BDS 系统下 C12 (MEO) 卫星 MP 值随高度角变化的时间序列图

从图中可以看出 BDS 卫星随高度角变化的 MP 值的时间序列图跟 GPS 卫星相比有明显的差别，特别是 MEO 卫星。BDS 的 GEO 卫星的 MP 值随时间序列的波动性较大；IGSO 和 MEO 卫星的 MP 值在一段连续的弧段内出现了随高度角增大而减小的系统误差，但 IGSO 卫星的系统误差并不明显；不同频率上的 MP 值的时间序列也有明显的差别。

3.1.2 BDS 星端伪距偏差改正

常用的 BDS 星端伪距偏差改正模型是 Wanninger 模型^[59]，该模型将卫星高度角以 10° 为间隔，划分为 9 个区间，对 IGSO 和 MEO 卫星在不同频点上采用最小二乘法分别进行了线性拟合。在使用该模型时，通过对卫星高度角进行插值得到当前历元下相应频点的改正数。模型参数如下表所示

表 3.1 Wanninger 模型参数

高度角 ($^\circ$)	IGSO			MEO		
	B1	B2	B3	B1	B2	B3
0	-0.55	-0.71	-0.27	-0.47	-0.40	-0.22
10	-0.40	-0.36	-0.23	-0.38	-0.31	-0.15
20	-0.34	-0.33	-0.21	-0.32	-0.26	-0.13
30	-0.23	-0.19	-0.15	-0.23	-0.18	-0.10
40	-0.15	-0.14	-0.11	-0.11	-0.06	-0.04
50	-0.04	-0.03	-0.04	-0.06	0.09	0.05
60	0.09	0.08	0.05	0.34	0.28	0.14
70	0.19	0.17	0.14	0.69	0.48	0.27
80	0.27	0.24	0.19	0.97	0.64	0.36
90	0.35	0.33	0.32	1.05	0.69	0.47

下面是通过 Wanninger 模型对 C08 卫星和 C14 卫星星端伪距偏差改正后的 MP 值随高度角变化的时间序列图。

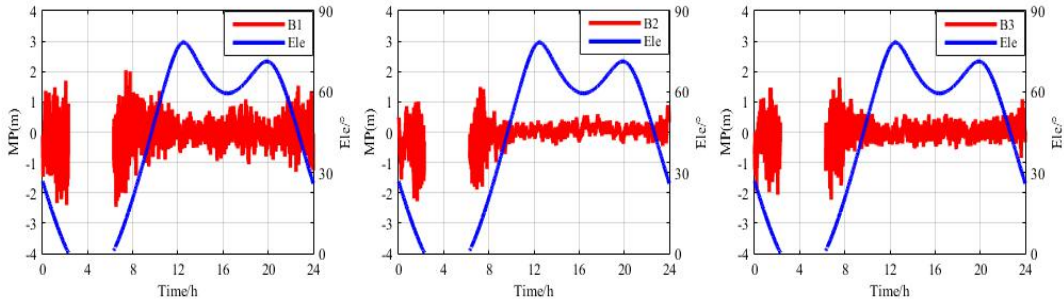


图 3.5 BDS 系统下 C08 (IGSO) 卫星星端改正后 MP 值随高度角变化的时间序列图

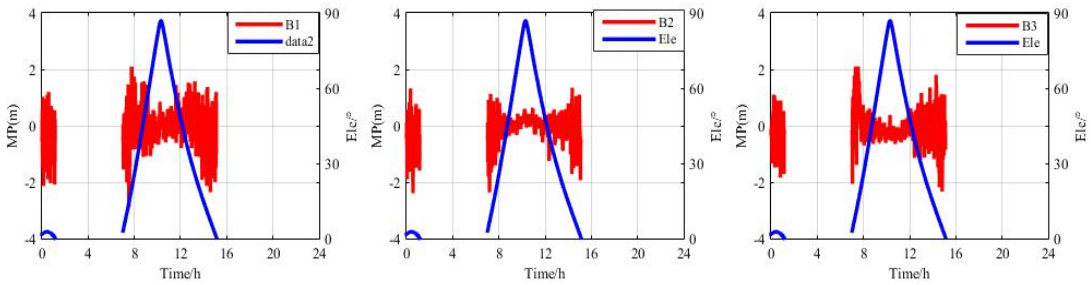


图 3.6 BDS 系统下 C12 (MEO) 卫星星端改正后 MP 值随高度角变化的时间序列图

从图 3.5 和图 3.6 可以看到经 Wanninger 模型改正后，上文中提到的系统误差明显减小了，尤其是 MEO 卫星。但 Wanninger 模型并没有对 GEO 卫星进行改正，考虑到 GEO 卫星轨迹的单天重复性和小波去噪的特性^[60]。本节通过编写程序设计了一种自适应阈值和分解层数的小波函数改正模型，然后根据周期特性将修正后 MP 值用于改正下个周期的 MP 值。需要注意的是 GEO 卫星的轨道周期是一个恒星日，而观测文件给出的时间是太阳时，因此还需要考虑太阳日与恒星日的差异。

自适应阈值和分解层数的小波改正模型是通过选择合适的小波基函数，先对原始信号采用硬阈值和不同的分解层数进行去噪，分解层数依次取值为 1 到 10，然后计算不同分解层数去噪后的信号方差，保留最小方差对应的分解层数。对原始信号在软阈值下也进行相同的处理，通过去噪后信号方差最小的原则来确定阈值和最优分解层数。对 C04 卫星的处理结果如下图所示：

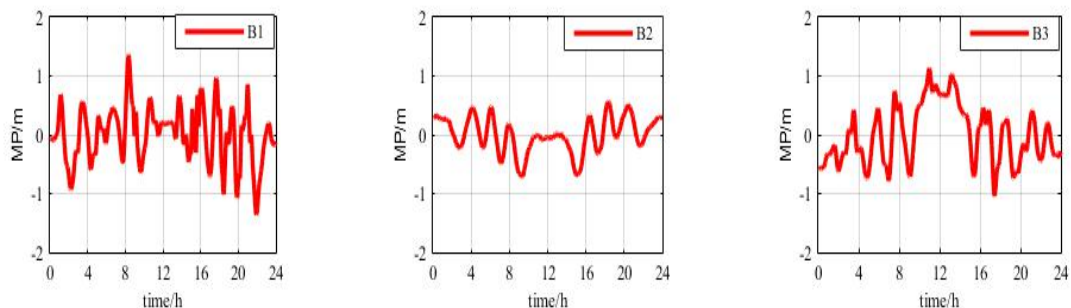


图 3.7 BDS 系统下 C04 (GEO) 卫星 MP 值小波去噪后的时间序列图

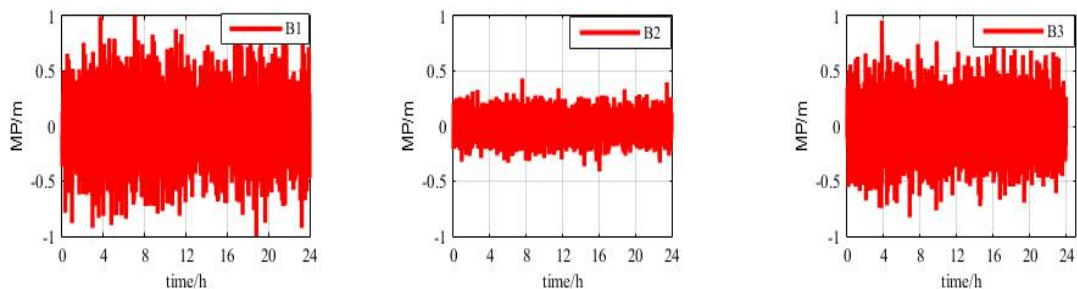


图 3.8 BDS 系统下 C04 (GEO) 卫星修正后的 MP 值时间序列图

从图 3.7 和图 3.8 中可以看出 GEO 卫星在通过小波函数改正后, 各个频点修正后的 MP 值序列图较为平稳。下面给出该天所有 GEO 卫星的不同频率上 MP 值精度提高百分比统计表 (C05 卫星观测质量较差, 没有进行统计) 和修正前后的 MP 值精度柱状图。

表 3.2 小波函数模型修正后 MP 观测值精度提高百分比 (%)

	C01	C02	C03	C04	平均
B1	12.0	24.4	7.0	16.7	15.2
B2	45.5	22.2	25.0	9.4	25.5
B3	24.0	21.2	18.5	10.9	18.7

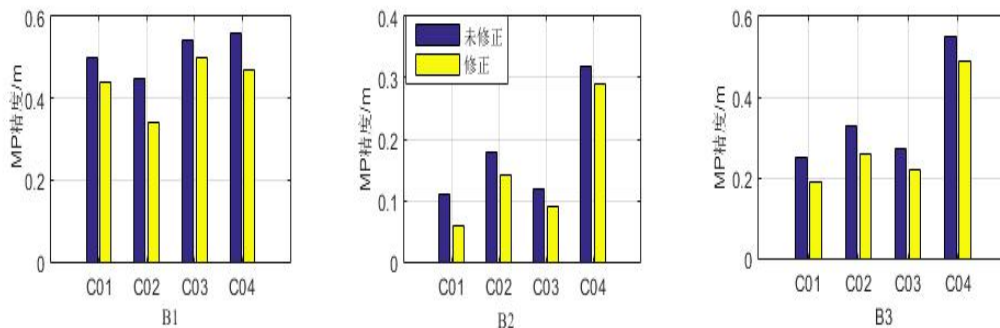


图 3.9 BDS 系统下 GEO 各个卫星不同频点 MP 值修正前后精度对比

需要注意的是，通过小波函数模型对 GEO 卫星伪距偏差修正的方法不能用于 BDS 的实时定位解算。考虑到 GEO 卫星轨道的机动性和其它因素的影响^[61]，在使用 BDS 数据进行实时定位时本文对高度角随机模型进行了改进，通过使用 BDS 伪距观测值的验前方差确定了如下表达式：

$$\sigma_{\text{GEO}}:\sigma_{\text{IGSO}}:\sigma_{\text{MEO}} = 5:1:1 \quad (3-3)$$

3.2 基于载波相位偏差改正的模糊度固定

3.2.1 初始相位偏差

振荡器是 GNSS 接收机和卫星硬件的重要组成部分，用来描述振荡器频率、相位和时间的表达式如下：

$$\varphi(t) = \int_{t_0}^t f(\tau) \, d\tau + \varphi(t_0) \quad (3-4)$$

式中， $\varphi(t_0)$ 是零时刻的信号初始相位（周）； f 为频率（Hz）。

设 t 时刻的相位为 $\varphi(t)$ ，初始相位为 $\varphi(t_0)$ ，两者作差后再除以标称频率 f_0 ，便得到了以时间变量为 t_i 的表达式：

$$t_i(t) = \frac{\varphi(t) - \varphi(t_0)}{f_0} = \frac{\varphi(t)}{f_0} - t_i(t_0) \quad (3-5)$$

式（3-5）中 t_i 的下标 i 表示在不同的时刻 t 。

假设振荡器的频率值一直保持不变为 f_0 ，由式（3-4）可以得到：

$$\begin{aligned} t_i(t) &= t - t_i(t_0) \\ t_i(t) &= \frac{1}{f_0} \int_{t_0}^t f(\tau) \, d\tau - t_i(t_0) \end{aligned} \quad (3-6)$$

实际中的振荡器频率包括 f_0 和频率误差 δf 两部分，因此式（3-6）又可以表达为：

$$t_i(t) = \frac{1}{f_0} \int_{t_0}^t (f_0 + \delta f(\tau)) \, d\tau - t_i(t_0) \quad (3-7)$$

令 $\delta t_i(t) = \int_{t_0}^t \frac{\delta f(\tau)}{f_0} \, d\tau$ ，当振荡器发出信号时，得到的时间为：

$$t_i(t) = t + \delta t_i(t) - t_i(t_0) \quad (3-8)$$

载波相位观测量 $\varphi_r^s(t)$ 是 GNSS 接收机在接收信号 t 时刻的相位值 φ_r 与卫星发射时刻的相位值 φ^s 之差，其方程可以表示为：

$$\varphi_r^s(t) = \varphi_r(t) - \varphi^s(t - \tau_r^s) + N_r^s + \varepsilon_r^s \quad (3-9)$$

式中， τ 为信号传播时间； N_r^s 为载波相位整周模糊度； ε_r^s 为相位测量误差。

设卫星和 GNSS 接收机的振荡器初始时刻分别为 t^0 和 t_0 ，根据式 (3-5) 和式 (3-8)，则式 (3-9) 等号中的 $\varphi_r(t)$ 和 $\varphi^s(t - \tau_r^s)$ 分别为：

$$\varphi_r(t) = f t_r(t) - \varphi_r(t_0) = f(t + \delta t_r(t)) + \varphi_r(t_0) \quad (3-10)$$

$$\varphi^s(t - \tau_r^s) = f(t - \tau_r^s + \delta t^s(t - \tau_r^s)) + \varphi^s(t^0) \quad (3-11)$$

因此载波相位的观测方程又可以表达为：

$$\varphi_r^s(t) = f[\tau_r^s + \delta t_r(t) - \delta t^s(t - \tau_r^s)] + [\varphi_r(t_0) - \varphi^s(t^0)] + N_r^s + \varepsilon_r^s \quad (3-12)$$

式中， $\varphi_r(t_0)$ 、 $\varphi^s(t^0)$ 分别为 GNSS 接收机端和卫星端的初始相位，因此初始相位是载波相位观测值的一部分，大小一般在一周左右。初始相位偏差与整周模糊度难以分离，两者具有相关性，解算时被整周模糊度吸收。当不进行载波相位初始偏差的修正时，该方程解出来的模糊度是一个实数，已不具备整数的特性。

3.2.2 卫星宽巷相位偏差特性分析

在进行相位偏差计算的时候需要用到伪距和载波相位观测值的线性组合。由伪距观测方程 (2-1) 和载波相位观测方程 (2-2) 分别形成窄巷 NL 伪距组合和宽巷 WL 载波组合，其表达式如下：

$$\begin{aligned} P_{NL} &= \frac{f_1}{f_1 + f_2} P_1 + \frac{f_2}{f_1 + f_2} P_2 \\ &= \rho + c(dt_r - dt^s) + T + \frac{f_1}{f_2} I + \\ &\quad \left(\frac{f_1}{f_1 + f_2} b_{P1}^r + \frac{f_2}{f_1 + f_2} b_{P2}^r \right) - \left(\frac{f_1}{f_1 + f_2} b_{P1}^s + \frac{f_2}{f_1 + f_2} b_{P2}^s \right) + \varepsilon_{P_{NL}} \end{aligned} \quad (3-13)$$

$$\begin{aligned}
 L_{\text{WL}} &= \frac{f_1}{f_1 + f_2} L_1 - \frac{f_2}{f_1 + f_2} L_2 \\
 &= \rho + c(dt_r - dt^s) + T + \frac{f_1}{f_2} I + \lambda_{\text{WL}} N_{\text{WL}} + \\
 &\quad \left(\frac{f_1}{f_1 - f_2} b_{L1}^r - \frac{f_2}{f_1 - f_2} b_{L2}^r \right) - \left(\frac{f_1}{f_1 - f_2} b_{L1}^s - \frac{f_2}{f_1 - f_2} b_{L2}^s \right) + \varepsilon_{L_{\text{WL}}}
 \end{aligned} \tag{3-14}$$

其中,

$$\begin{cases} \lambda_{\text{WL}} = \frac{c}{f_1 - f_2} \\ N_{\text{WL}} = N_1 - N_2 \end{cases} \tag{3-15}$$

将式 (3-13) 和式 (3-14) 进行组合, 可以得到 MW 组合, 其表达式为:

$$\begin{aligned}
 A_{\text{MW}} &= L_{\text{WL}} - P_{\text{NL}} \\
 &= \lambda_{\text{WL}} N_{\text{WL}} + (b_{A_{\text{MW}}}^r - b_{A_{\text{MW}}}^s) + \varepsilon_{A_{\text{MW}}}
 \end{aligned} \tag{3-16}$$

其中,

$$\begin{cases} b_{A_{\text{MW}}}^r = \frac{f_1}{f_1 - f_2} b_{L1}^r - \frac{f_2}{f_1 - f_2} b_{L2}^r - \left(\frac{f_1}{f_1 + f_2} b_{P1}^r + \frac{f_2}{f_1 + f_2} b_{P2}^r \right) \\ b_{A_{\text{MW}}}^s = \frac{f_1}{f_1 - f_2} b_{L1}^s - \frac{f_2}{f_1 - f_2} b_{L2}^s - \left(\frac{f_1}{f_1 + f_2} b_{P1}^s + \frac{f_2}{f_1 + f_2} b_{P2}^s \right) \end{cases} \tag{3-17}$$

载波相位的宽巷模糊度本身也具有整周特性, 但受到接收机和卫星端相位偏差等因素的影响, MW 组合计算的载波宽巷模糊度为浮点解。在计算卫星端的宽巷相位偏差时, 对卫星 i 和卫星 j 之间进行一次差分, 消除接收机相位偏差的影响, 得到下式:

$$b_{\text{WL}}^{i,j} = N_{\text{WL}}^i - N_{\text{WL}}^j - (b_{A_{\text{MW}}}^{s_i} - b_{A_{\text{MW}}}^{s_j}) / \lambda_{\text{WL}} = N_{\text{WL}}^{i,j} + \delta\varphi_{\text{WL}}^{i,j} \tag{3-18}$$

式中, $b_{\text{WL}}^{i,j}$ 单差宽巷模糊度浮点解, $N_{\text{WL}}^{i,j}$ 为单差宽巷模糊度整数解, $\delta\varphi_{\text{WL}}^{i,j}$ 为单差宽巷模糊度的相位偏差, $b_{\text{WL}}^{i,j}$ 、 $N_{\text{WL}}^{i,j}$ 、 $\delta\varphi_{\text{WL}}^{i,j}$ 单位都为周。需要注意的是, MW 组合易受到伪距噪声的影响, 一般对式 (3-16) 在一个弧段内进行多历元平滑, 然后对平滑值直接取整, 得到宽巷模糊度固定解。通常认为接收机和卫星端的宽巷相位偏差在一天内是稳定的, 不同跟踪网内每个基准站上通过星间差分后计算得到相位偏差值应该基本一致。如下图所示:

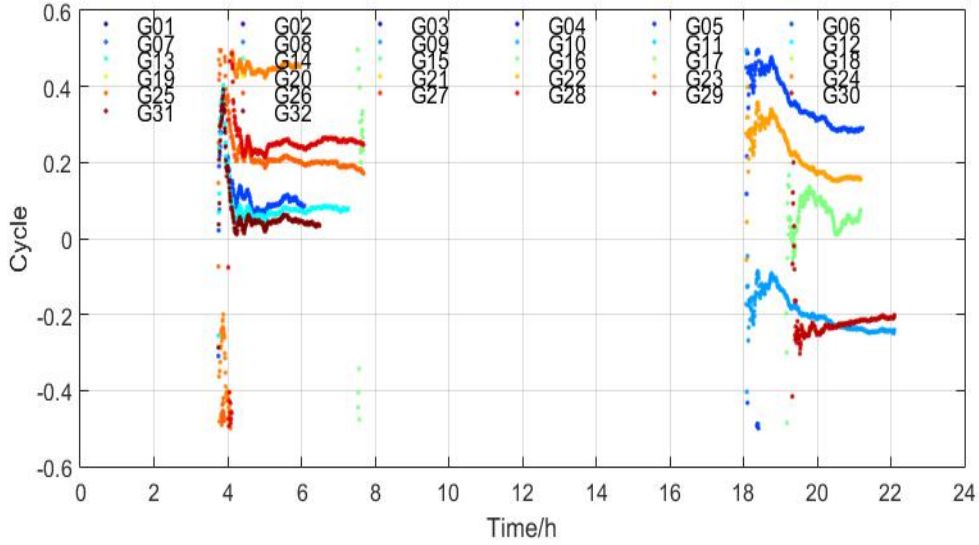


图 3.10 ffnj 测站 GPS 系统下参考星为 G02，部分可见卫星的宽巷相位偏差

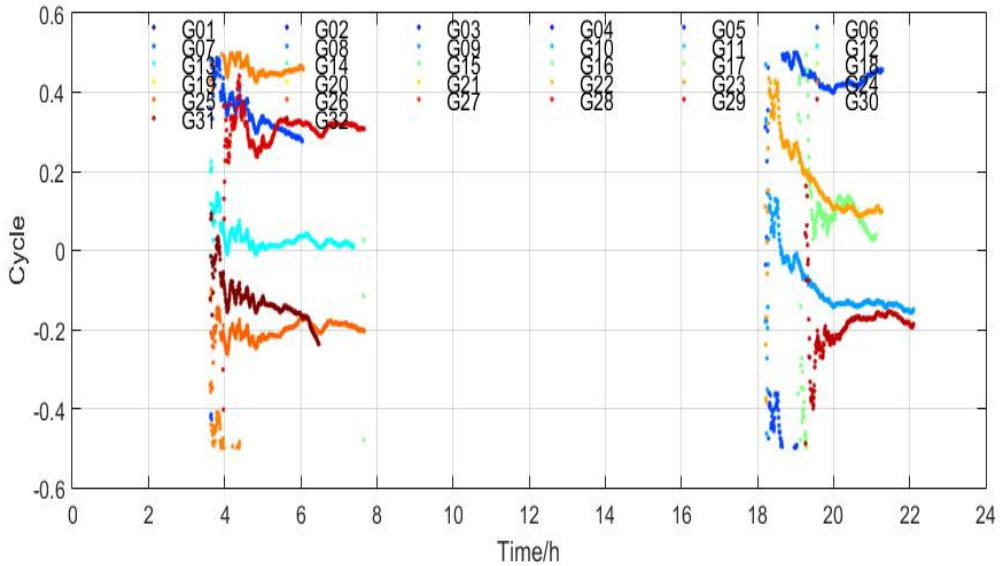


图 3.11 obe4 测站 GPS 系统下参考星为 G02，部分可见卫星的宽巷相位偏差

图 3.10 和图 3.11 是没有进行多历元平滑的结果。从两幅图中可以看到不同测站对于相同的参考星而言，卫星单差宽巷模糊度的相位偏差之差最大不会超过 0.2 周，但对卫星单差的宽巷模糊度浮点解直接取整计算会出现不同历元和测站间的相位小数偏差的方向不一致的问题，如上图中两个测站分别计算的 G26 和 G32 两颗卫星的宽巷相位偏差。为了避免这个问题，可以采用文献[61]中提出的基于相位偏差的平差方法。

经相位偏差小数改正后的单差宽巷模糊度固定表达式如下：

$$\hat{b}_{\text{WL}}^{i,j} = \text{int}(b_{\text{WL}}^{i,j} - \delta\hat{\varphi}_{\text{WL}}^{i,j}) = \text{int}(N_{\text{WL}}^{i,j} + \delta\varphi_{\text{WL}}^{i,j} - \delta\hat{\varphi}_{\text{WL}}^{i,j}) \quad (3-19)$$

式中， $\hat{b}_{WL}^{i,j}$ 为固定后的单差宽巷模糊度， $\text{int}(\bullet)$ 表示取整。需要注意的是，基于相位偏差的方向数据的计算方法计算得到相位偏差小数改正值是一个连续观测弧段内的均值，认为该弧段内的相位偏差小数改正值是相同的。

本文在计算卫星宽巷相位偏差的时候用到了基于方向数据的宽巷相位偏差解算方法^[62]，确定单差宽巷相位偏差小数的估计值，该方法可以保证相位小数的变化区间在 $[-0.5,0.5]$ 周内，其公式如下：

$$\begin{cases} S_w = \sum_{i=1}^n \sin[2\pi(N_{WL}^{i,j} + \delta\phi_{WL}^{i,j})] \\ C_w = \sum_{i=1}^n \cos[2\pi(N_{WL}^{i,j} + \delta\phi_{WL}^{i,j})] \end{cases} \quad (3-20)$$

$$\delta\hat{\phi}_{WL}^{i,j} = \frac{1}{2\pi} \arctan(S_w, C_w) \quad (3-21)$$

在对质量进行控制的时候，采用下式计算卫星宽巷相位小数的标准差：

$$\sigma_{\hat{\phi}_{WL}^{i,j}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\arctan\{\sin[2\pi(N_{WL}^{i,j} + \delta\phi_{WL}^{i,j})], \cos[2\pi(N_{WL}^{i,j} + \delta\phi_{WL}^{i,j})]\} / 2\pi]^2}{n}} \quad (3-22)$$

式中， \arctan 为反正切函数， $\delta\hat{\phi}_{WL}^{i,j}$ 为单差宽巷相位偏差小数， n 为相位偏差个数。

在进行质量控制的过程中，剔除观测弧段小于 30 分钟的数据和标准差大于 0.2 周的星间单差宽巷模糊度的相位偏差，对同时刻的历元和不同测站进行相位偏差的平差。

在计算卫星宽巷相位小数偏差时选取了香港地区的 9 个 CORS 站，分别为 hkks、hklt、hkst、hkss、hkst、hknp、hkoh、hksc、hkkt，位置分布如下图所示。数据采样间隔是 30s，观测时长为 24h，观测文件中包含了 GPS、BDS、GLONASS、Galileo 等多个系统的观测数据。日期为 2018 年 5 月 1 日到 5 月 5 日，对应的年积日为第 121 天到第 125 天。下面给出由 hkkt 测站数据计算的部分 GPS 卫星和 BDS 卫星宽巷相位小数偏差和标准差以及年积日在第 121 天所有测站（hkkt 测站在年积日为 121 天的观测数据质量出现了问题，因此没有列出 hkkt 测站计算的结果）计算的部分 GPS 卫星和 BDS 卫星宽巷相位小数偏差。

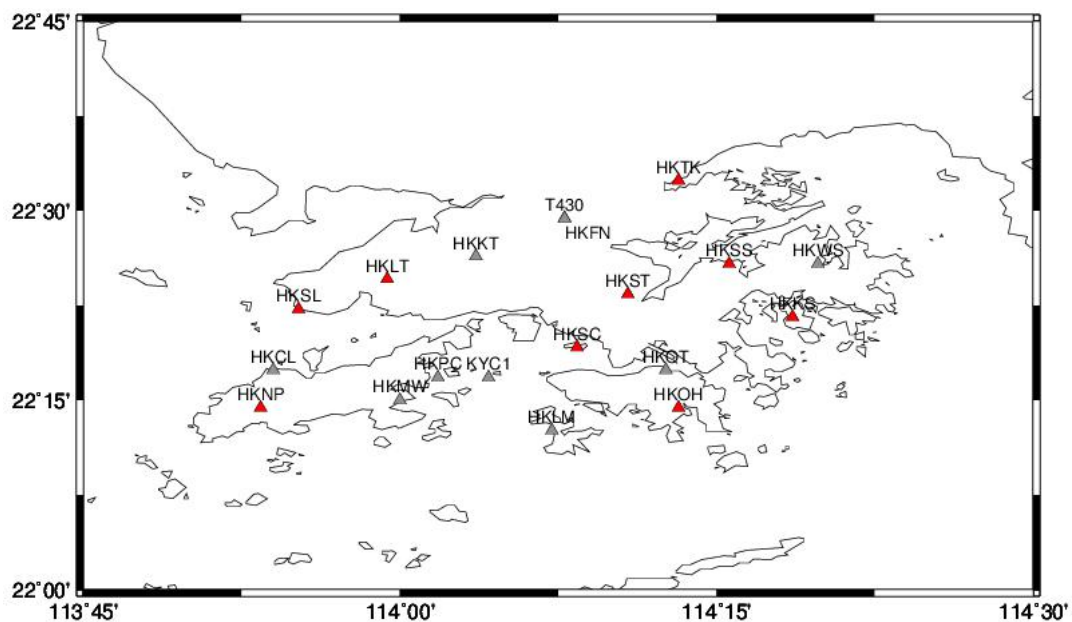


图 3.12 香港地区选取的测站分布图

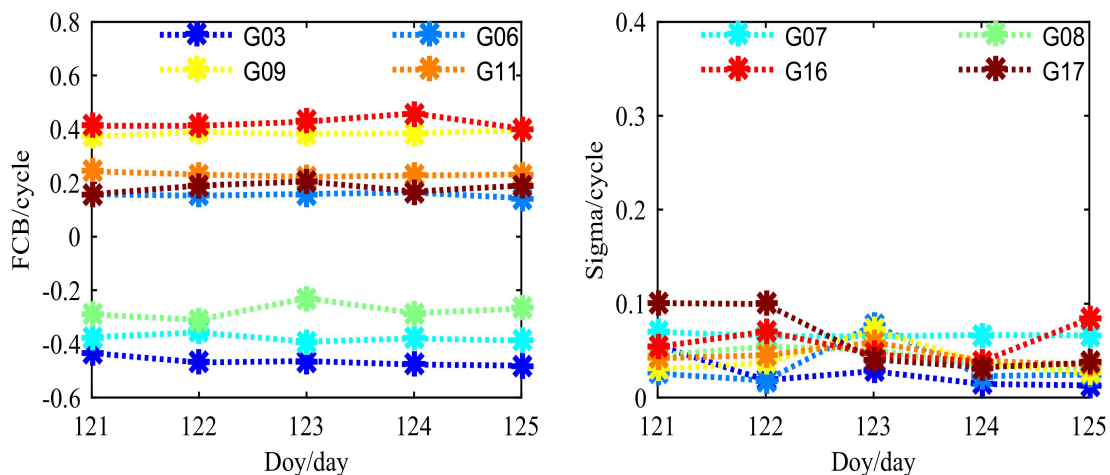


图 3.13 hkkt 测站 GPS 系统下（参考星为 G01）部分可见卫星的宽巷相位偏差和标准差

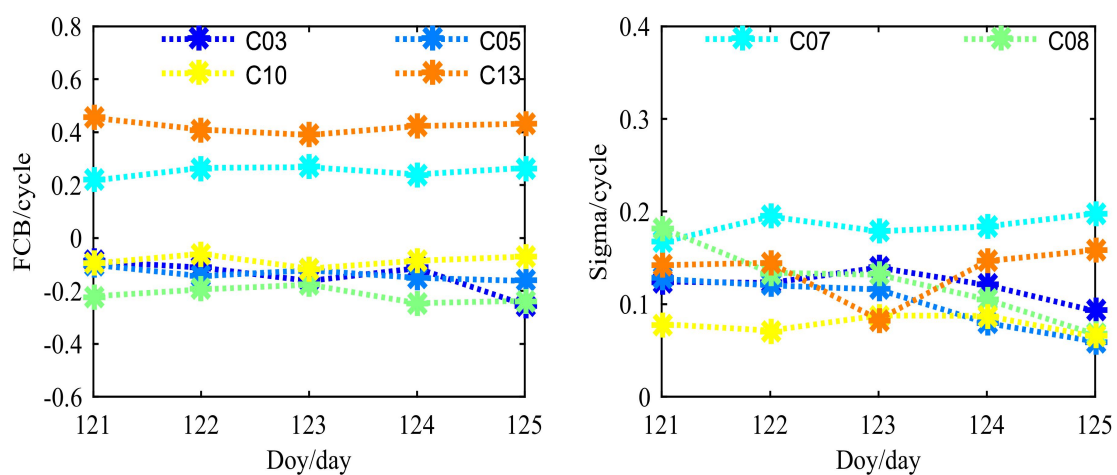


图 3.14 hkkt 测站 BDS 系统下（参考星为 C01）部分可见卫星的宽巷相位偏差和标准差

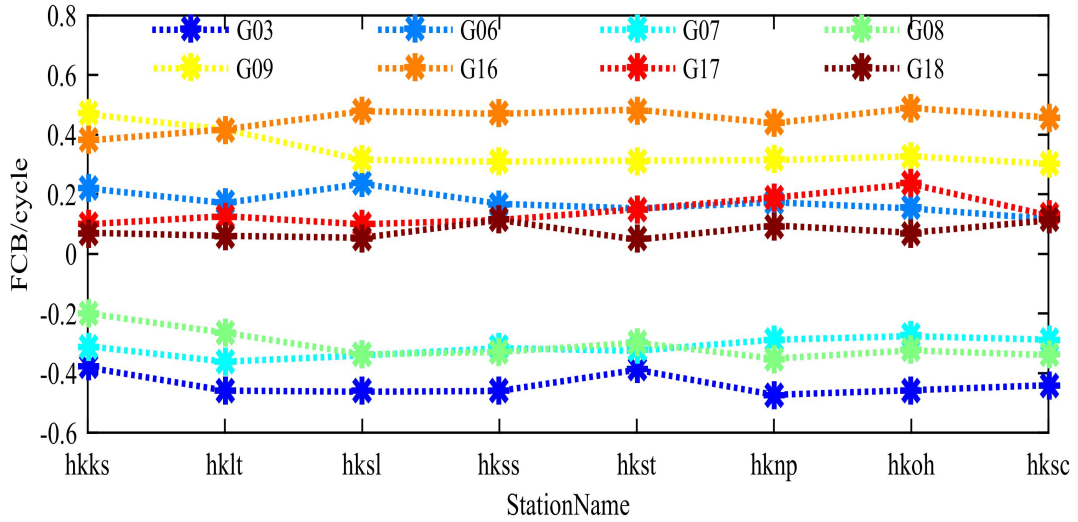


图 3.15 所有测站 GPS 系统下（参考星为 G01）部分可见卫星宽巷相位偏差

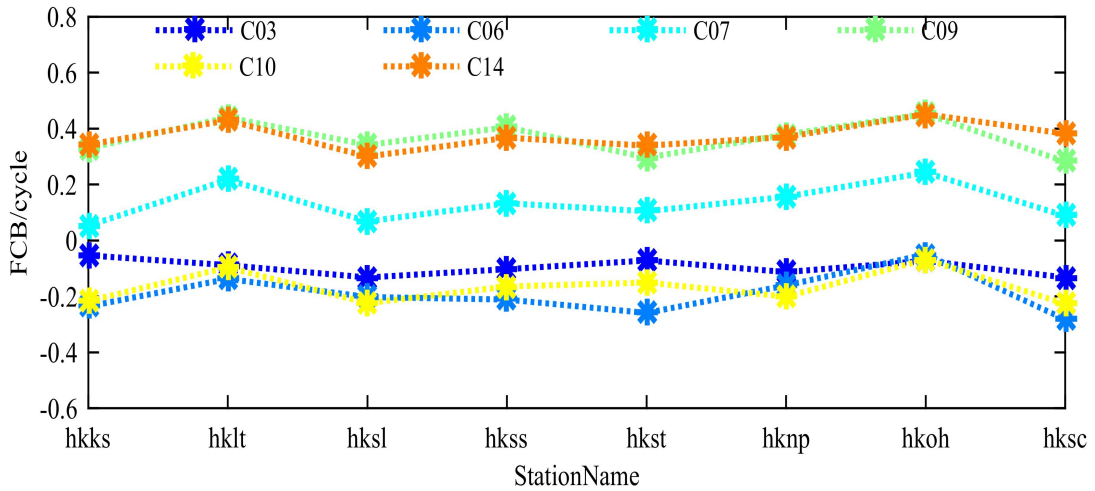


图 3.16 所有测站 BDS 系统下（参考星为 C01）部分可见卫星宽巷相位偏差

从图 3.13 和图 3.14 可以看出 GPS 卫星和 BDS 卫星的宽巷相位小数偏差在长时间内稳定性较好，GPS 卫星的宽巷相位小数偏差的波动范围在 0.1 周以内，BDS 卫星的宽巷相位小数偏差波动范围在 0.2 周左右。GPS 卫星的宽巷相位小数偏差的标准差较小，在 0.1 周之内；由于 BDS 卫星中 GEO 卫星的伪距偏差没有进行改正和轨道精度等因素的影响，BDS 卫星的宽巷相位小数偏差的标准差较大，在 0.2 周左右。从图 3.15 和图 3.16 可以看出不同测站计算部分的 GPS 卫星和 BDS 卫星的宽巷相位小数偏差值可以认为是相等的，最大波动范围不会超过 0.2 周。

3.2.3 卫星窄巷相位偏差特性分析

在精密单点定位的数学模型中，消一阶电离层组合的模糊度可以分解为宽巷、窄巷模糊度的线性组合。在对式 2-15 进行星间差后有：

$$b_1^{i,j} = N_1^{i,j} + \delta\varphi_1^{i,j} = \frac{f_1 + f_2}{f_1} b_{\text{IF}}^{i,j} - \frac{f_2}{f_1 - f_2} (N_{\text{WL}}^{i,j} + \delta\varphi_{\text{WL}}^{i,j}) \quad (3-23)$$

对式 (3-23) 进一步变换可以得到：

$$N_1^{i,j} + \delta\varphi_1^{i,j} + \frac{f_2}{f_1 - f_2} (N_{\text{WL}}^{i,j} + \delta\varphi_{\text{WL}}^{i,j} - \hat{b}_{\text{WL}}^{i,j}) = \frac{f_1 + f_2}{f_1} b_{\text{IF}}^{i,j} - \frac{f_2}{f_1 - f_2} \hat{b}_{\text{WL}}^{i,j} \quad (3-24)$$

式中， $b_{\text{IF}}^{i,j}$ 为卫星间进行单差后的消一阶电离层组合的模糊度估值； $N_1^{i,j}$ 为单差 L_1 的整周模糊度； $\delta\varphi_{\text{WL}}^{i,j}$ 为单差宽巷相位偏差； $\hat{b}_{\text{WL}}^{i,j}$ 为 MW 组合的整数模糊度。宽巷模糊度在进行相位偏差的改正后，可以恢复整数的特性。

令 $\delta\bar{\varphi}_1^{i,j} = \delta\varphi_1^{i,j} + \frac{f_2}{f_1 - f_2} (N_{\text{WL}}^{i,j} + \delta\varphi_{\text{WL}}^{i,j} - \hat{b}_{\text{WL}}^{i,j})$ ，则式 (3-24) 可以改写为：

$$\bar{b}_1^{i,j} = N_1^{i,j} + \delta\bar{\varphi}_1^{i,j} = \frac{f_1 + f_2}{f_1} b_{\text{IF}}^{i,j} - \frac{f_2}{f_1 - f_2} \hat{b}_{\text{WL}}^{i,j} \quad (3-25)$$

需要注意的是，此时卫星端 L_1 的相位偏差 $\delta\bar{\varphi}_1^{i,j}$ 中包括了宽巷相位偏差。如果此时可以精确的估计出来 L_1 的相位偏差，就可以固定单差 L_1 的模糊度。此时 L_1 的相位偏差的计算和质量控制也可以采用式 (3-20) 到式 (3-22)。

为了得到较为准确的消一阶电离层组合模糊度估计值，可以对测站的坐标进行约束。因此在计算卫星窄巷相位偏差的流程图如下所示：

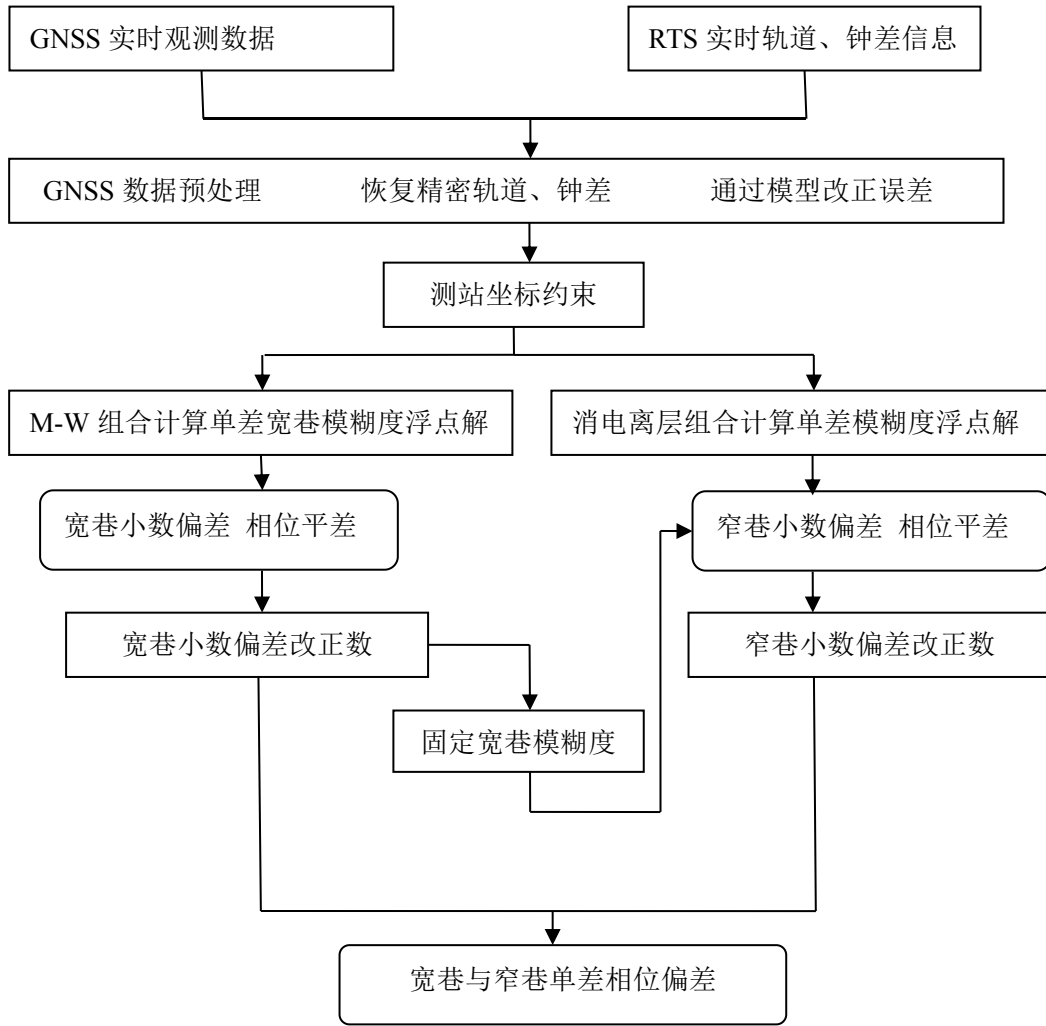


图 3.17 计算卫星相位偏差流程图

在流程图中提到的 RTS。它是 IGS 在 2012 年开始的 RTS(Real-Time Service) 服务。该服务全面支持 GPS、GLONASS、Galileo、BDS 四大系统的实时轨道和钟差改正数，用户可以根据 RTCM 和 NTRIP 协议接收 RTS 通过网络播发的轨道和钟差改正数。对于 GPS 数据也可以使用 IGU 精密产品。

在计算卫星窄巷的相位偏差时，同样使用了 3.22 小节中选的 9 个 cors 站的数据。窄巷的波长相对较短，易受观测数据质量和未模型化误差的影响，因此在式 (3-20) 和式 (3-21) 的基础上按照文献[63]提出的分步质量控制方法，同时限制了当前历元与下一个历元的窄巷偏差的绝对值之差的阈值为 0.2 周，并采用滑动窗口比较的方法，保证连续 10 个历元的中窄巷偏差的最大值与最小值之差在 0.2 周以内，并限定卫星窄巷偏差的阈值为 0.4 周。下面给出 2018 年年积日为第 121 天 hkks 测站与 hkst 测站分别计算的 GPS 部分卫星在短时段内的窄巷相位

偏差时间序列图和 **hknp** 测站与 **hkst** 测站分别计算的 BDS 部分可见卫星在与 GPS 部分可见卫星同时段内窄巷相位偏差时间序列图。需要说明的是 **hkst** 测站位于所有测站的中心位置。

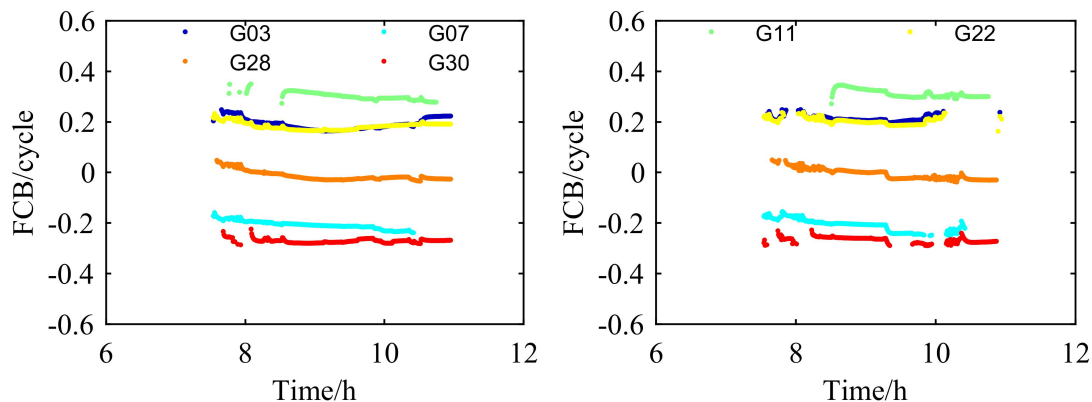


图 3.18 GPS 系统下参考星为 G01，部分可见卫星窄巷相位偏差（**hkst** 左，**hkks** 右）

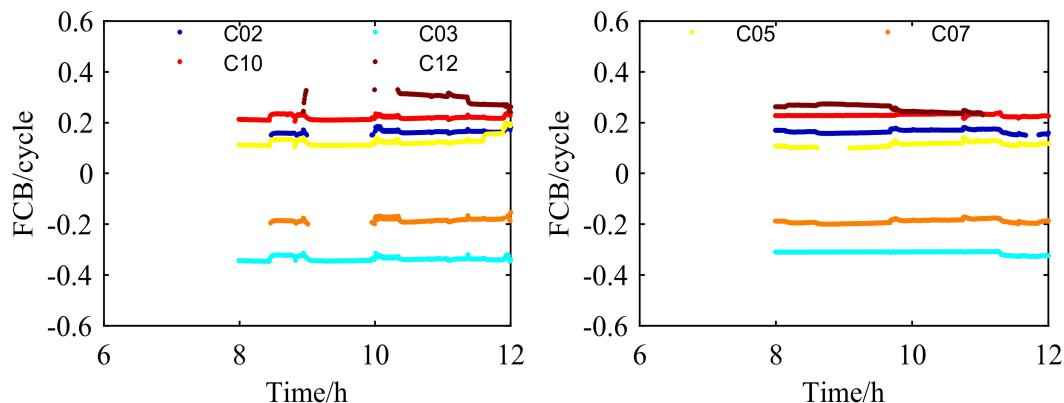


图 3.19 BDS 系统下参考星为 C01，部分可见卫星窄巷相位偏差（**hkst** 左，**hknp** 右）

为了更好的分析两个系统在某个时段内卫星窄巷的变化稳定性，对图 3.18 和图 3.19 中相应时段的卫星计算了窄巷偏差的标准差，如下表所示：

表 3.3 部分可见卫星窄巷相位偏差标准差

系统	参考星	卫星编号	标准差/周
GPS	G01	G03	0.022
		G07	0.019
		G11	0.020
		G22	0.016
		G28	0.016
		G30	0.020
		C02	0.016
BDS	C01	C03	0.016
		C05	0.020
		C07	0.028
		C10	0.019
		C12	0.026

从图 3.18 和 3.19 中可以看出，不同测站计算的 GPS 和 BDS 卫星的窄巷相位偏差可以认为是相等的，短时间序列变化趋势也基本一致。在进行了严格的质量控制之后，从表 3.3 中可以看到 GPS 和 BDS 卫星端在短时间段内的窄巷偏差的标准差一般在 0.02 周左右，最大不会超过 0.03 周，总体而言，GPS 卫星的窄巷相位偏差变化比 BDS 卫星的要稳定。结合图 3.18 和图 3.19 发现存在中间时间段缺失的情况。针对这种情况，本文提出计算不同系统下所有时段所有可见卫星作为参考星的窄巷相位偏差的策略，以供后续的消一阶电离层模糊度固定使用，同时避免了在该过程中参考星的选取问题。

3.2.4 模糊度固定

当服务端按照上述提到的方法，把计算到的卫星宽巷、窄巷相位偏差产品播发给 PPP 用户后，用户通过星间单差的方法，把消一阶电离层模糊度分解为宽巷模糊度和窄巷模糊度，然后使用服务端的相位偏差产品进行模糊度固定。基本示意图如下所示：

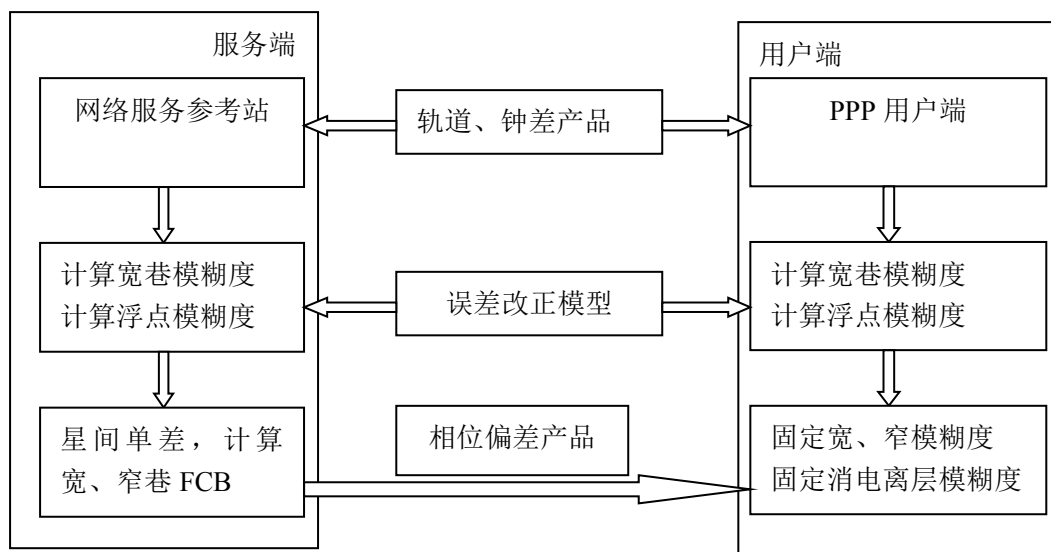


图 3.20 基于相位偏差改正的星间单差模糊度固定基本示意图

当用户端接收到卫星宽巷相位偏差产品后，在进行宽巷模糊度固定时，为了保证固定宽巷模糊度的准确率，将采用 Dong 等提出的固定策略程^[64]：

$$Q_0 = \sum_{t=1}^{\infty} [\operatorname{erfc}(\frac{t - |B - n|}{\sqrt{2}\sigma}) - \operatorname{erfc}(\frac{t + |B - n|}{\sqrt{2}\sigma})] \leq \alpha \quad (3-26)$$

其中

$$\operatorname{erfc}_{(\alpha)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt \quad (3-27)$$

式中， B 为浮点模糊度， σ 为模糊度中误差， n 为浮点模糊度最接近的整数值。 α 表示置信水平，一般取 0.1%。如果式 (3-26) 成立，则证明宽巷模糊度固定成功，否则固定失败。

当宽巷模糊度固定后，通过式子 (3-23) 可以求出窄巷模糊度，求解过程在前面进行了详细的介绍。考虑到卫星窄巷随时间变化的不稳定性和在进行严格的质量控制后计算的窄巷偏差在时段上的不完整性。本文提出了计算了所有时段所有可见卫星作为参考星的方法，然后再按照式 (3-26) 进行窄巷模糊度的固定，这样不仅避免了在固定消一阶电离层模糊度选取参考星的问题，而且还可以从所有可见卫星作为参考星的组合中，通过比较窄巷模糊度方差的大小来选取最优的线性无关的组合。

待窄巷模糊度固定后,即可对模糊度浮点解进行状态更新得到模糊度固定解下的参数估计值。通常有两种方法,一种是将固定的窄巷模糊度代入式(3-23)中得到消一阶电离层组合的模糊度固定解,然后将其作为虚拟观测值,对其进行滤波约束得到其他参数在模糊度固定解下的估计值;另一种方法是直接对模糊度浮点解情况下估计的参数进行状态更新,其过程如下:

将模糊度浮点解情况下估计的参数值分为两类: $x=[a,b]$, 其中 a 为非模糊度参数(包括测站坐标、接收机钟差、对流层延迟等), b 为模糊度参数。非模糊度参数在模糊度固定后的估值 \hat{a} 可以表示为:

$$\hat{a} = a - Q_{ab} Q_b^{-1} (b - \hat{b}) \quad (3-28)$$

其中, Q_{ab} 为模糊度浮点解下非模糊度参数和模糊度参数的协方差矩阵, Q_b 为模糊度参数的协方差矩阵, \hat{b} 为模糊度整数解参数。

3.3 高阶电离层延迟对精密单点定位的影响

电离层是高度在 60~1000km 间的大气层。在该区域存在着大量受太阳强辐射而被电离的正离子和自由电子。GNSS 信号通过大气层时,其传播速度会受到电子密度的影响,产生的延迟大小与传播路径的总电子含量(Total Electron Content, TEC)有如下关系:

$$T_{\text{ion}} = \frac{40.3}{f^2} \text{TEC} \quad (3-29)$$

式中 T_{ion} 为电离层延迟(m), TEC 经常以 10^{16} 个电子/ m^2 为单位。

对于 2.1 节中提到的精密单点定位的三种函数模型,非差非组合模型一般把电离层延迟作为参数进行估计,而消电离层模型和 UofC 模型只是消除了一阶电离层延迟,无法消除高阶电离层延迟。

3.3.1 高阶电离延迟改正

高阶电离层延迟主要是指二阶和三阶项延迟,从式(2-1)和(2-2)可以看出,高阶电离层延迟对载波相位和伪距观测值的影响是类似的,只是符号和系数不同。电离层二阶和三阶延迟公式如下^[65]:

$$I_{gL_i}^{(2)} = \frac{eA}{2f_{L_i}^3 \pi m_e} \|B\| \cos\theta \text{ TEC} \quad (3-30)$$

$$I_{gL_i}^{(3)} = \frac{3A^2}{8f_{L_i}^4} \eta N_{e,\max} \text{ TEC} \quad (3-31)$$

式中， $A \cong 80.6 m^3 / s^2$ ； e 为电子所带的电荷值， $e = 1.60218 \times 10^{-19} C$ ； C 为电荷量，单位为库伦； m_e 为电子的质量， $m_e = 9.1096 \times 10^{-31} kg$ ； η 为常量， $\eta = 0.66$ ； $N_{e,\max}$ 为电子密度的最大值，计算公式为 (3-32)； $\|B\|$ 为电离层穿刺点处的地磁感应强度矢量的大小； θ 为 GNSS 信号传播方向与电离层穿刺点地磁感应强度的夹角，示意图如图 3.21 所示：

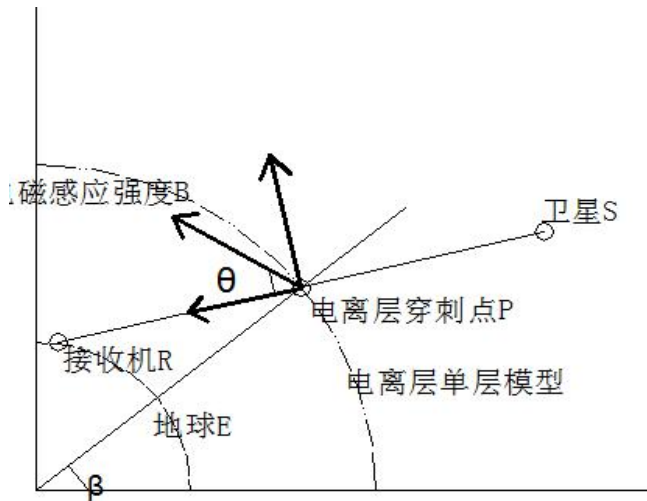


图 3.21 地磁感应强度示意图

$$N_{e,\max} = \frac{14 \times 10^{12}}{3.17 \times 10^{18}} \text{ TEC} \quad (3-32)$$

TEC 可以通过式 (3-33) 或全球电离层格网获得；计算 B 可以使用同心倾斜磁偶极子模型或参考国际地磁标准 IGRF2016 (International Geomagnetic Reference Field) 模型。文献[66]指出通过同心倾斜磁偶极子模型计算得到的 B 的可靠性在 75% 左右。

$$\text{TEC} = \frac{f_{L_1}^2 f_{L_2}^2}{40.3(f_{L_2}^2 - f_{L_1}^2)} [P_1 - P_2 - c(\text{DCB}_{P_1 P_2}^r - \text{DCB}_{P_1 P_2}^s) + \varepsilon] \quad (3-33)$$

式中 $DCB_{p_1p_2}^r$ 、 $DCB_{p_1p_2}^s$ 分别为接收机和卫星的码延迟, 单位为 s, 其稳定性较好, 在一段时间内可以作为常量; ε 为未被模型化的误差项, 单位为 m。

为了准确计算电离层的二阶和三阶延迟改正量, 本节中的 TEC 通过对全球电离层格网进行双线性内插求得, 地磁感应强度 B 的计算参考 IGRF2016 模型。然后对消一阶电离层模型进行高阶电离层改正, 得到了高阶电离层对精密单点定位的消一阶电离层函数模型的影响。

3.3.2 实例分析

试验数据选取了 2016-2017 年中 500 多天 (部分天数观测数据缺失) BJFS 和 SHAO 的观测数据, 数据采样率 30s。自己编写了高阶电离层改正程序, 对观测数据进行了预处理, 通过输入观测文件、广播星历、电离层格网文件和 IGRF2016 参考模型系数文件就可以输出加高阶电离层改正后的观测文件。

在进行精密单点定位解算时, 观测模型采用的是加高阶电离层改正和未加高阶电离层改正的消电离层组合, 随机模型使用卫星高度角定权, 载波相位观测值与码伪距观测值的权比为 10000, 码伪距的观测值先验信息为 1m, 载波相位观测值的先验信息为 0.01 周。卫星高度截止角为 10° , 相位缠绕、相位中心偏差、固体潮海潮等影响和对流层延迟干分量采用模型改正; 卫星轨道、钟差采用 IGS 发布的精密产品, 对接收机坐标、接收机钟差、对流层延迟湿分量、模糊度浮点解一个历元估计一次。

(1) 高阶电离层延迟改正对消一阶电离层精密单点定位收敛速度的影响

在 PPP 模式下分别解算了加电离层高阶延迟改正和未加高阶电离层改正的观测数据后, 统计了两种情况的收敛时间。对判定精密单点定位收敛的依据是: 在某历元下站心坐标系下 N、E 方向均小于 10cm, 且后续所有历元再无超过此限制的现象, 收敛时间即为该历元与起始历元之间的时间差^[62]。限于章节篇幅, 本节随机给出了 2016 年和 2017 年 BJFS 和 SHAO 两个测站某一天的 PPP 在 ENU 方向下收敛情况和位置偏差。

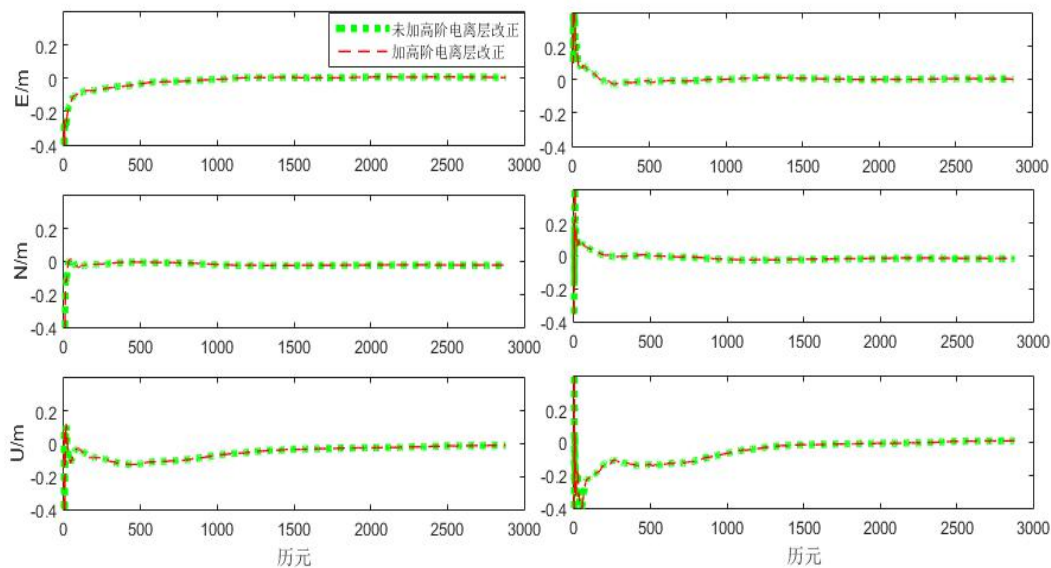


图 3.22 2016 年 001 天 BJFS (左) 和 SHAO (右) 在 ENU 方向的收敛情况和位置偏差

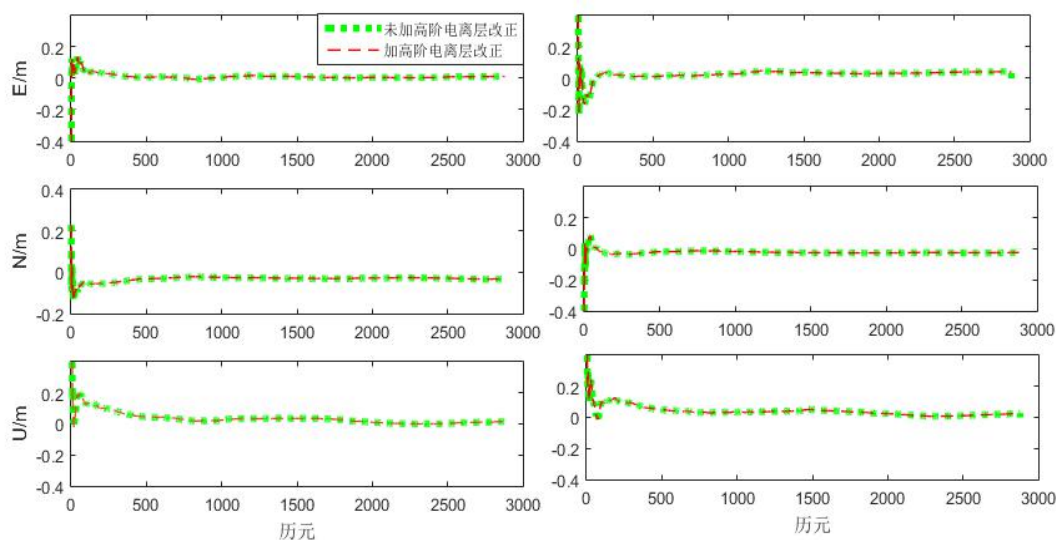


图 3.23 2017 年 183 天 BJFS (左) 和 SHAO (右) 在 ENU 方向的收敛情况和位置偏差

在对上述两个站的 PPP 收敛时间统计后发现，未加高阶电离层改正和加高阶电离层改正超过 96% 的天数的收敛时间都在 30min 左右，说明高阶电离层改正对静态 PPP 的收敛速度并没有影响。同时注意到，在计算高阶电离层延迟项时，对相位观测值的最大影响在 1cm 左右，对码观测值的最大影响在 2cm 左右，因此加高阶电离层改正后，并没有提高静态 PPP 的收敛速度。

(2) 高阶电离层延迟改正对消一阶电离层 PPP 精度的影响

把 IGS 发布的周解文件里面的坐标值作为参考值，取两个测站每天加高阶电离层改正和未加高阶电离层改正收敛后的历元均值。把该均值在站心 ENU 坐

标系下的位置偏差作为评定该天 PPP 结果精度指标，如图 3.24 和图 3.25 所示。然后将两种情况下的结果在 ENU 方向进行作差，结果如图 3.26 和图 3.27 所示。

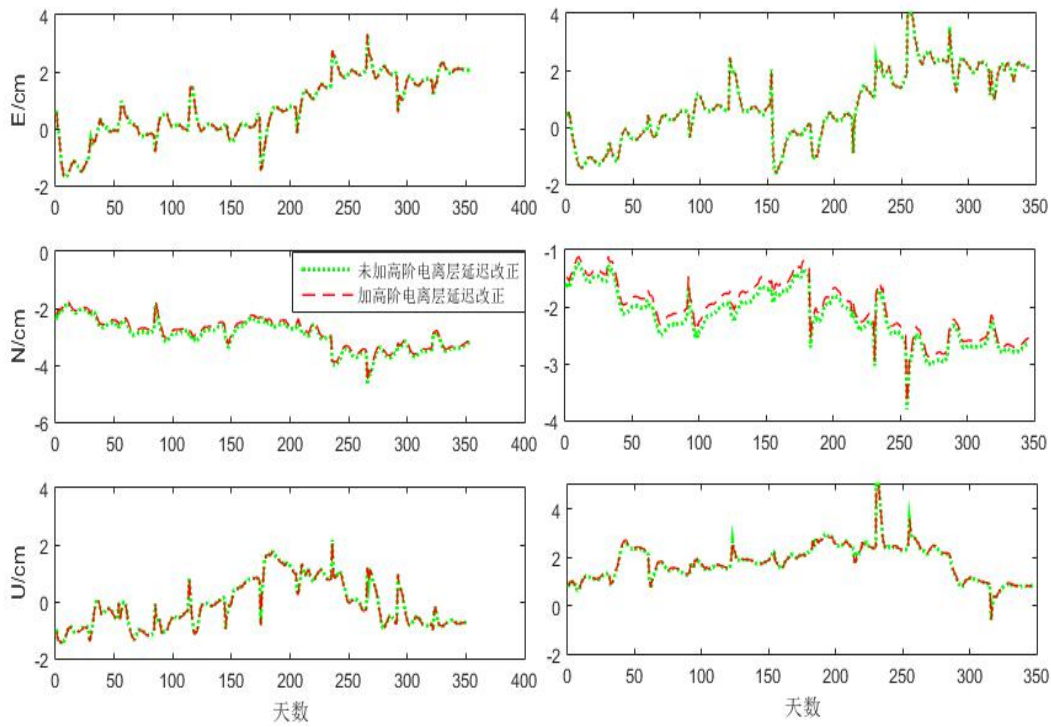


图 3.24 2016 年 BJFS (左) 和 SHAO (右) 在 ENU 方向位置偏差

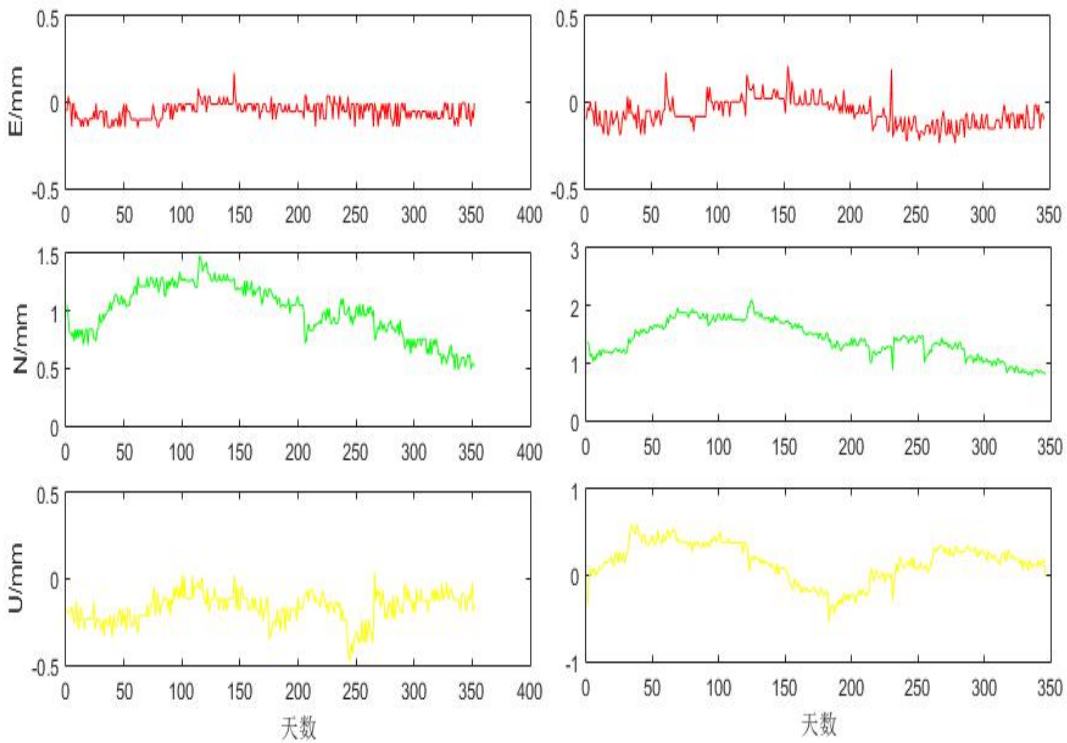


图 3.25 2016 年 BJFS (左) 和 SHAO (右)

在 ENU 方向加高阶电离层延迟改正和未加高阶电离层改正的差值

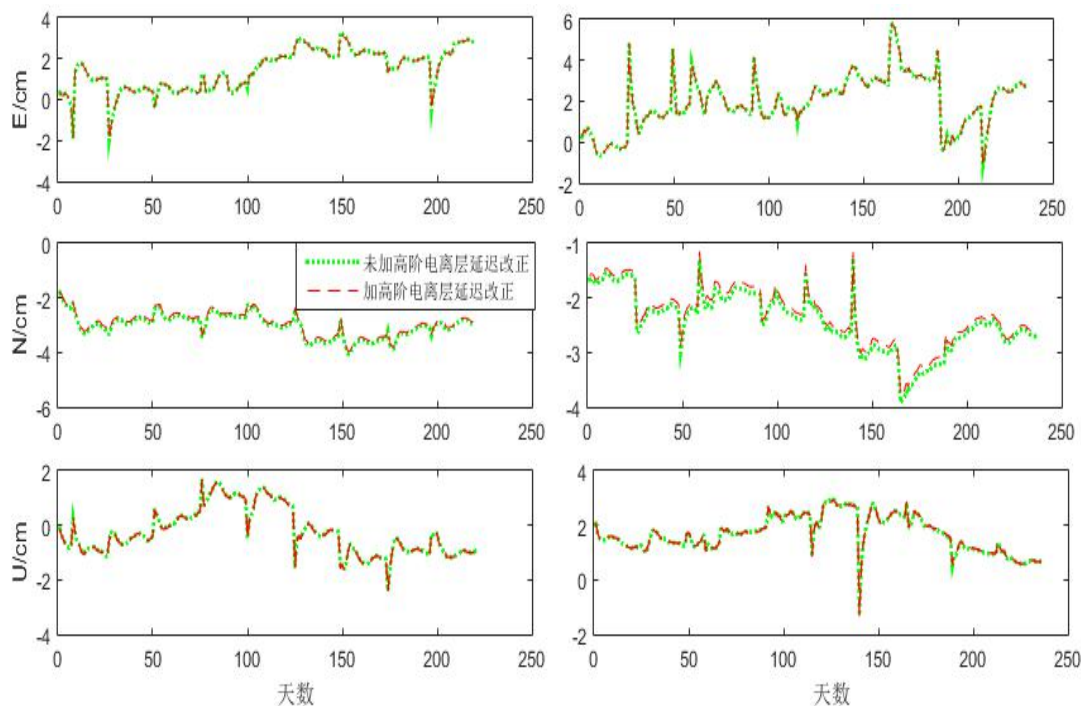


图 3.26 2017 年 BJFS (左) 和 SHAO (右) 在 ENU 方向位置偏差

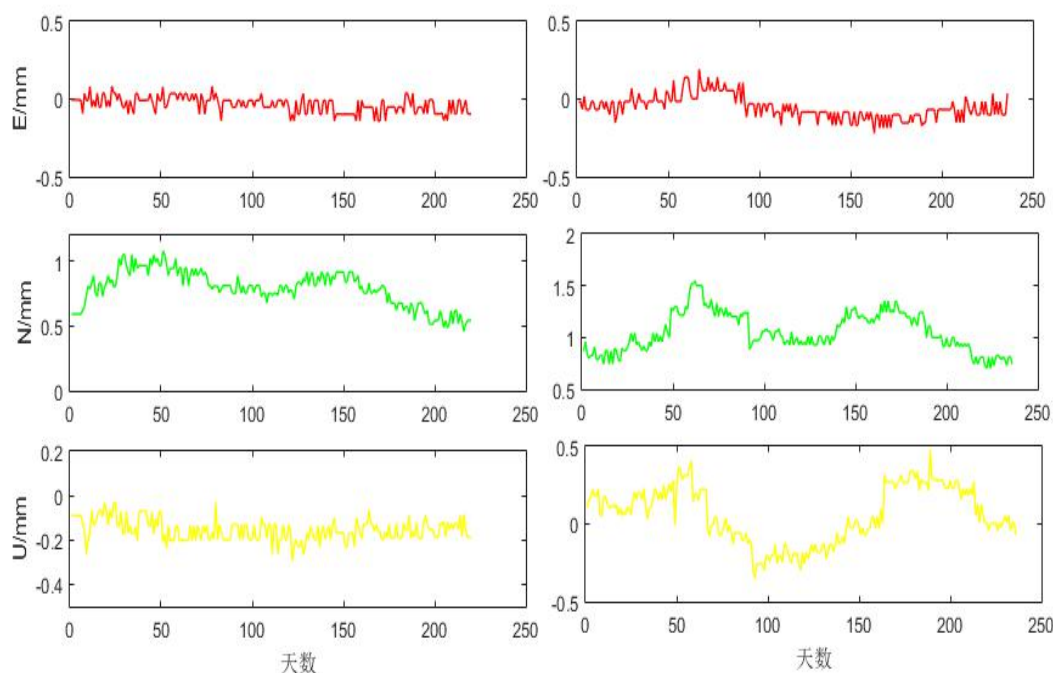


图 3.27 2017 年 BJFS (左) 和 SHAO (右)

在 ENU 方向加高阶电离层延迟改正和未加高阶电离层改正的差值

从图 3.24 和图 3.25 可以看出，加高阶电离层改正后的 PPP 精度优于未加高阶电离层改正的精度。从图 3.26 和图 3.27 可以看出，高阶电离层延迟对 PPP 的

影响在 N-S 方向的影响最为显著, 出现向南偏移的趋势, 对 BJFS 测站的影响值为 0.5~1.5mm, 对 SHAO 测站的影响值为 0.5~2.0mm; U-D 方向次之, 出现垂直向上的偏移趋势, 对 BJFS 测站的影响值为-0.5~0.0mm, 对 SHAO 测站的影响为-0.5~1.0mm; E-W 方向最小, 没有明确偏移趋势, 对两个测站的影响值都在-0.2~0.2mm, 可以忽略不计。

3.4 本章小结

本章对 GPS/BDS 精密单点定位中的若干关键技术进行了研究, 其中包括对当前北斗二代卫星星端多路径误差特性进行了分析, 针对 GEO 卫星的星端伪距偏差自己编写了自适应阈值和分解层数的小波函数改正模型; 详细阐述了基于相位偏差改正的模糊度固定的原理, 对 GPS 和 BDS 两个系统卫星端的宽巷、窄巷偏差进行了计算; 针对部分卫星窄巷短时间变化较大, 无法通过质量检核的问题, 提出了计算不同系统下所有可见卫星作为参考星的方法, 这样不仅避免了后续模糊度固定参考星的选取问题, 同时也可以通过比较窄巷模糊度方差的大小来找出所有组合中最优的线性无关组合来固定模糊度; 最后研究了高阶电离层改正模型对静态精密单点定位的影响, 利用最新的国际地磁参考 IGRF2016 参考模型和欧洲定轨中心发布的全球电离层格网产品计算了高阶电离层延迟量, 并通过实例验证分析了高阶电离层延迟对消一阶电离层精密单点定位的影响。

第四章 GPS/BDS 精密单点定位性能分析与应用

在深入研究 GPS/BDS 精密单点定位的数学模型和解算流程的基础上,本章将通过自编软件分别对 GPS、BDS 单系统和 GPS/BDS 组合系统的精密单点定位性能进行分析和实例验证,其次,利用非差非组合 PPP 将电离层延迟量作为待估参数的特点,进行区域电离建模。最后,把建好的模型和 GIM 全球电离层格网模型作为外部电离层约束,对精密单点定位结果进行分析,并比较了两种模型作为外部约束产品的效果。

4.1 PPP 程序设计

通过对 RTKLIB^[67]、PPPWizard^[68]和 Gamp^[69]等开源程序的深入研究,笔者用 C/C++语言,在 Visual Studio 2015 的开发平台上使用微软基础类库(MFC)编写了精密单点定位软件-BGP(BDS-GPS-PPP)。

BGP 软件的函数模型分别使用了消一阶电离层模型和非差非组合模型,可以单独解算 GPS 和 BDS 的精密单点定位,同时也可以解算两个系统组合的精密单点定位。下面是 BGP 程序设计结构框图和主要设置界面:

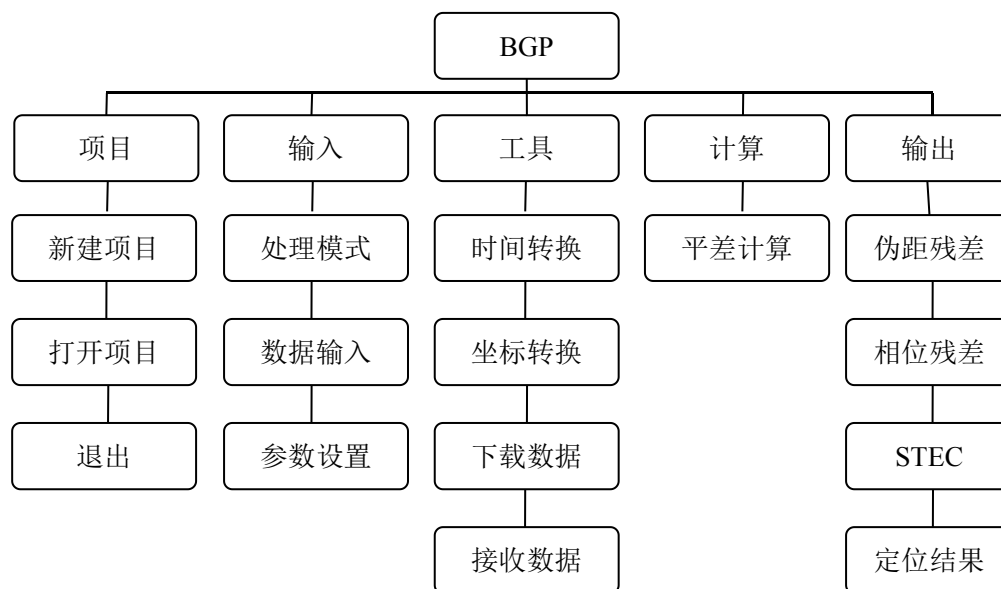


图 4.1 BGP 软件结构框图



图 4.2 BGP 软件处理模式设置和数据输入子菜单界面



图 4.3 BGP 软件参数设置子菜单界面

在处理模式设置的子菜单中，可以通过时间设置选择处理某个时段的观测数据(最短时段不能少于 30 分钟)，也可以进行批处理，考虑到欧洲定轨中心 CODE 每个月发布一次 DCB 改正文件，因此最多可以处理一个月的数据。如果不通过时间设置的话，可以对下面的模式设置单选框进行选择，可以选择单站单天、单站多天、多站单天、多站多天模式，进行观测时段的自动匹配，此时时间设置将显示计算机当前系统时间。需要注意的是在选择多站单天或者多站多天的批处理时，需要在测站编辑的列表框中添加测站名称。

数据输入子菜单是输入计算定位结果所需要的文件，其中包括观测文件、导航文件、精密轨道和钟差文件、潮汐文件、DCB 文件、电离层格网文件、接收机、卫星天线文件、地球极移文件等。对于消一阶电离层的模糊度固定，还需要输入卫星的宽巷和窄巷的 UPD 文件，当前只有法国太空研究中心 CNES 机构播发的精密星历文件的头部分包含 GPS 卫星的宽巷 FCB 产品，因此 BGP 使用了自己计算的 FCB 数据进行消一阶电离层模糊度固定。

参数设置子菜单可以对定位模式、频率类型、星历类型、电离层模型、对流层模型、高度截止角、卫星系统、接收机自主完备性检验、载波、伪距验前方差、过程噪声、相关阈值等进行选择和设定。

对于实时 PPP 的处理，本文把 BNC^[70]软件接收的实时数据发送到计算机端口，然后使用 BGP 中工具菜单下的接收端口的数据函数 Reciev_data 接收实时数据，来进行实时 PPP 的解算。下面是 BGP 软件计算的流程框图。

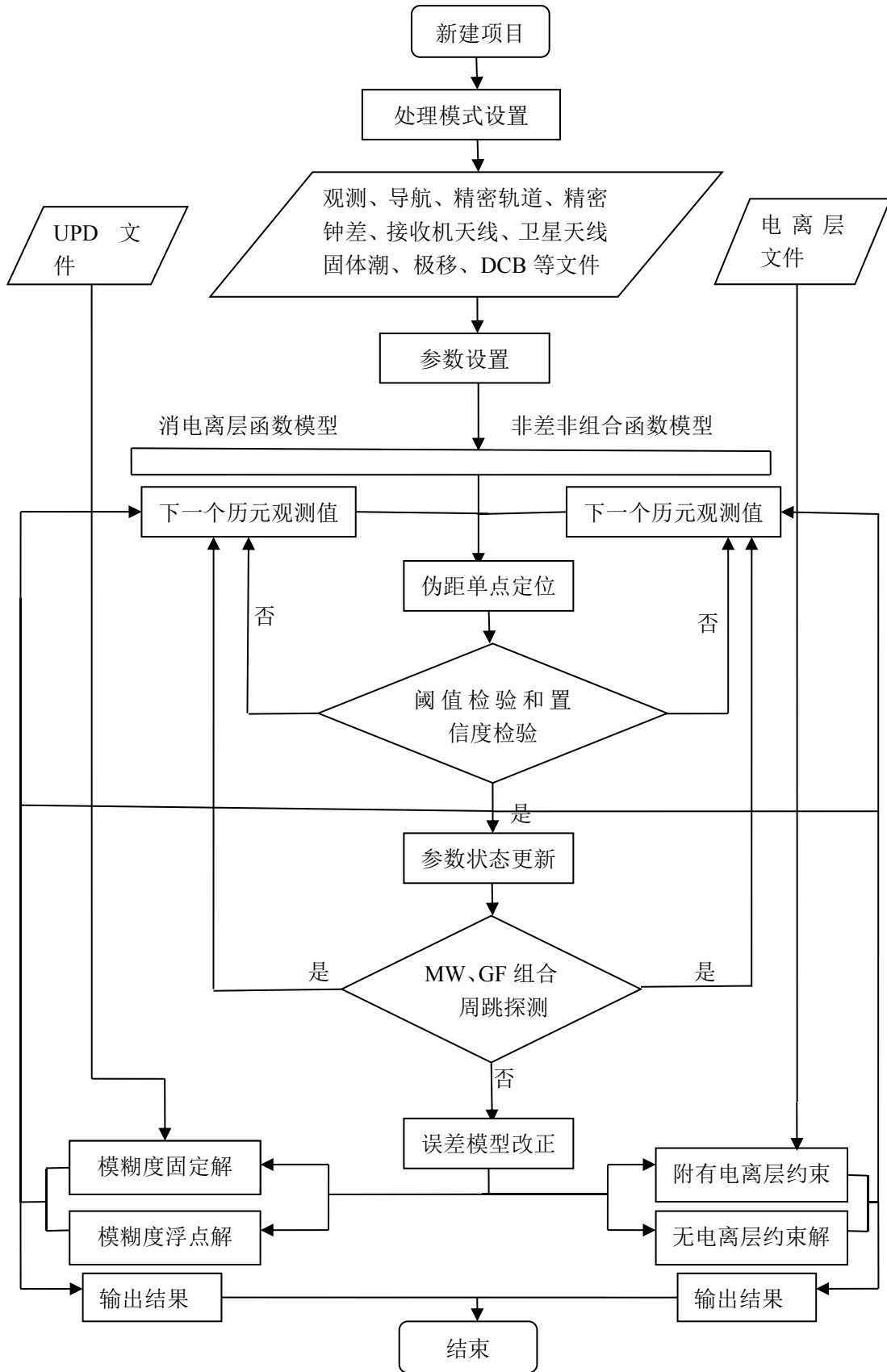


图 4.4 BGP 软件计算流程框图

4.2 GPS/BDS 精密单点定位试验分析

为了对 GPS 和 BDS 单系统和双系统融合定位性能进行分析,本节对第三章 3.2 节中选取的香港地区的数据进行了单、双系统的卫星可用性分析。然后在消一阶电离层组合的模糊度浮点解、消一阶电离层组合的模糊度固定解、非差非组合模糊度浮点解三种情况下对各个测站数据进行了解算,最后对定位精度和收敛时间进行了分析。

4.2.1 卫星可用性分析

在标准定位服务中,可用性是更加符合用户需求的一个重要指标^[71];可用性一般包括导航星座在特定服务区的可见卫星数和精度衰减因子(dilution of precision, DOP)。下面以 2018 年年积日 121 天 hkst 测站的观测数据为例,给出了 GPS、BDS、GPS/BDS 融合系统的可见卫星数变化情况和位置精度因子(position dilution of Precise, PDOP)的变化情况。

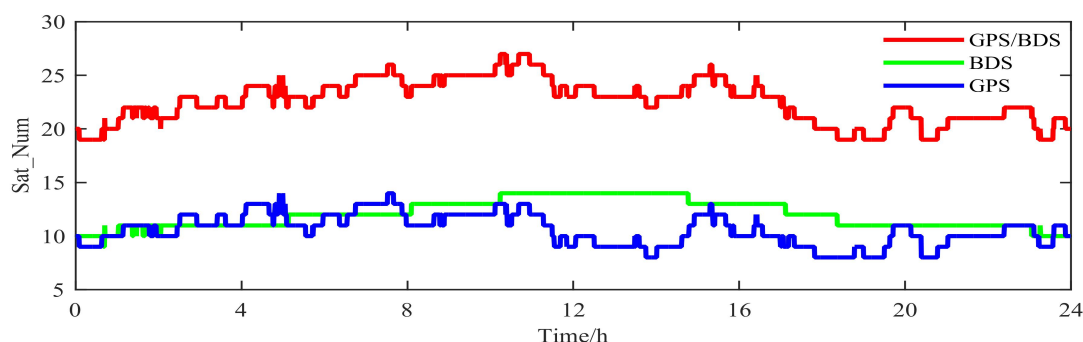


图 4.5 hkst 测站观测到不同系统的可见卫星数变化

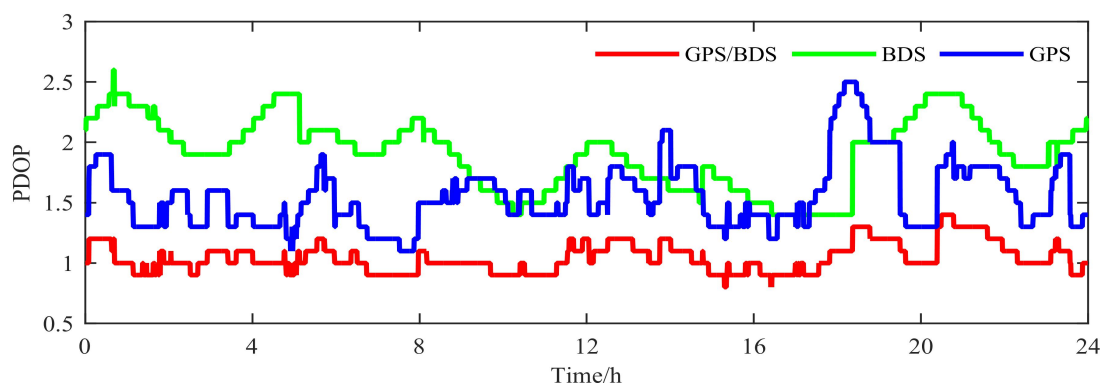


图 4.6 hkst 测站观测到不同系统的 PDOP 值变化

从图 4.5 中可以看出, hkst 测站在一天内观测到 GPS 卫星和 BDS 卫星的可见卫星数都在 10 颗左右,但在 8 时~22 时之间, BDS 卫星可见数大于 GPS 卫星。对于定位来讲,两个系统观测到的卫星数总量是远远大于必要观测卫星数的。

结合图 4.5 和图 4.6 可以看到,尽管 GPS 系统的可见卫星数在 8 时~22 时之间小于 BDS 卫星,但在一天内的 PDOP 值反映的定位精度是优于 BDS 系统的;一天内两个系统融合的 PDOP 值在 1.2 左右变化,比任何一个单系统的 PDOP 都小。

4.2.2 定位精度与收敛性分析

在分析 GPS、BDS 和 GPS/BDS 融合系统在不同函数模型下的定位精度和收敛时间时,本小节对 2018 年年积日 121 天的 hkws、hksl、hkst 三个测站的数据进行了静态解算,解算的时段为 1 时到 24 时,采样间隔为 30s。并且对年积日 121 天 hkst 测站 2 时到 22 时的观测数据进行了分时段解算,每个时段 4 个小时,解算策略跟解算方案分别如下表所示。

表 4.1 PPP 解算策略

参数	模型
随机模型	$a+b/\sin E(m)$; $\phi_L : P_L = 1:10000$
先验约束	$P_L = 1.0m$; $\phi_L = 0.01$ 周
卫星高度截止角	10°
相位缠绕、相对论、地球潮汐、大洋负荷	模型改正
卫星轨道	GBM 精密星历 (采样间隔 5min)
卫星钟差	GBM 精密钟差 (采样间隔 30s)
对流层延迟干分量	萨斯塔莫宁 (Saastamoinen)
测站坐标	估计
接收机钟差	每个历元估计一次
对流层延迟湿分量	每个历元估计一次

表 4.2 PPP 解算方案

方案	函数模型
1	消一阶电离层模糊度浮点解
2	消一阶电离层模糊度固定解
3	非差非组合模糊度浮点解

为了验证定位结果的可靠性，将解算的坐标与 IGS 分析中心周解发布的参考坐标进行作差，得到站心坐标系下 E、N、U 三个方向上的差值。并统计各测站 E、N、U 3 个分量定位偏差连续 20 个历元不超过 1dm 所需要的观测时间。解算 BDS 系统时，没有对卫星和接收机天线的 PCV 进行改正。在使用方案 2 时用到了第三章计算的相位小数偏差。在使用方案 2 对 BDS 系统进行解算时发现，通过相位小数偏差改正固定的模糊度时段较少，并且大多数情况未能通过模糊度质量检核，得到的结果和使用方案 1 解算的结果一样。在进行两个系统组合解算时，不同系统分配了不同的权重，不同类型的卫星也分配了不同的权重。

下面是年积日 121 天 hkst 测站在一天中不同时段下不同方案对应的位置偏差图和 hkst、hkws、hkst 测站单天静态解的在不同方案下收敛后的精度和收敛时间的统计表。

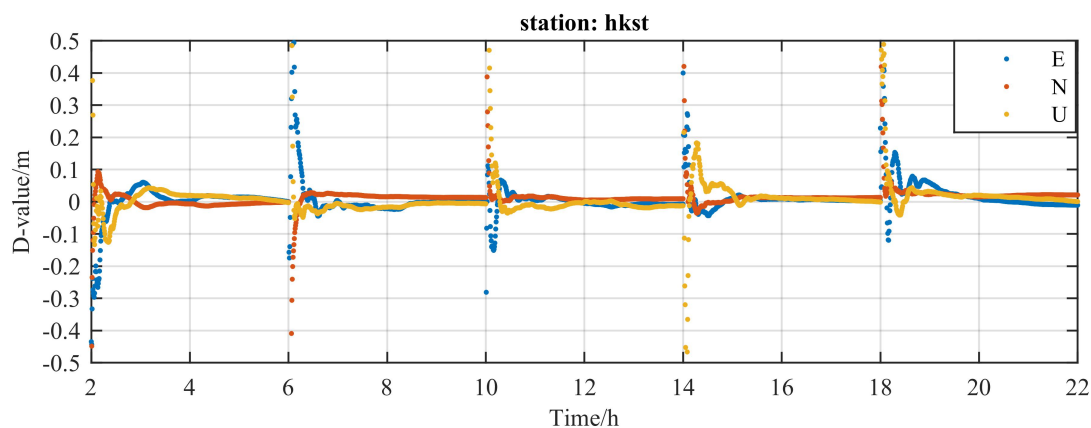


图 4.7 GPS 系统采用方案 1 解算的位置偏差图

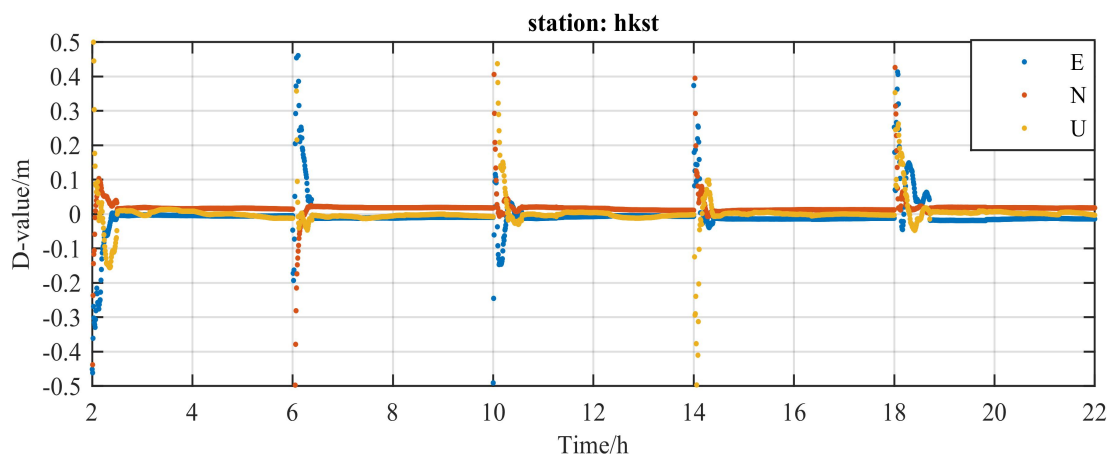


图 4.8 GPS 系统采用方案 2 解算的位置偏差图

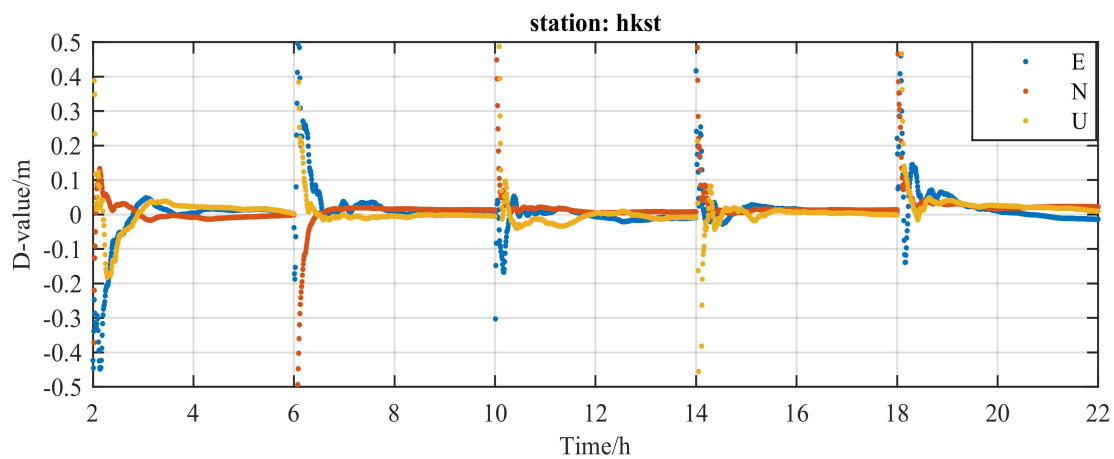


图 4.9 GPS 系统采用方案 3 解算的位置偏差图

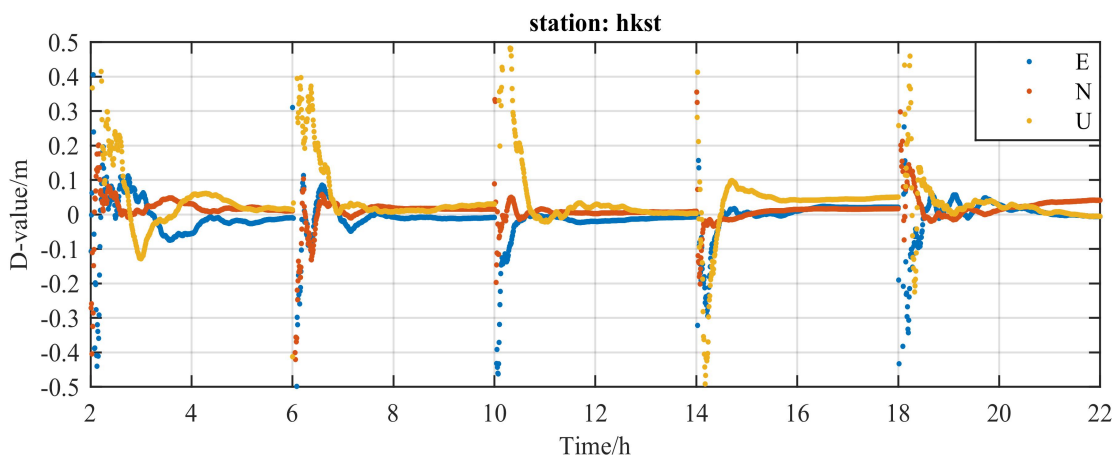


图 4.10 BDS 系统采用方案 1 解算的位置偏差图

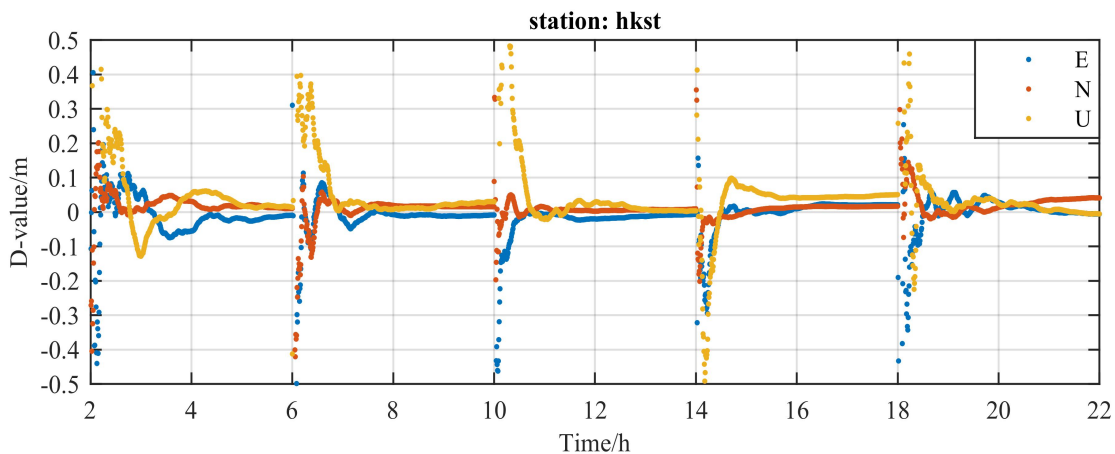


图 4.11 BDS 系统采用方案 2 解算的位置偏差图

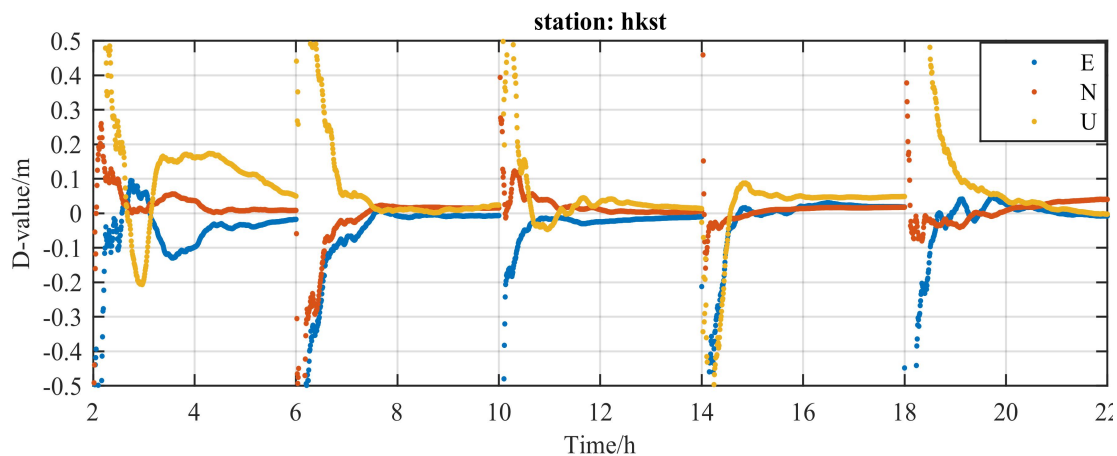


图 4.12 BDS 系统采用方案 3 解算的位置偏差图

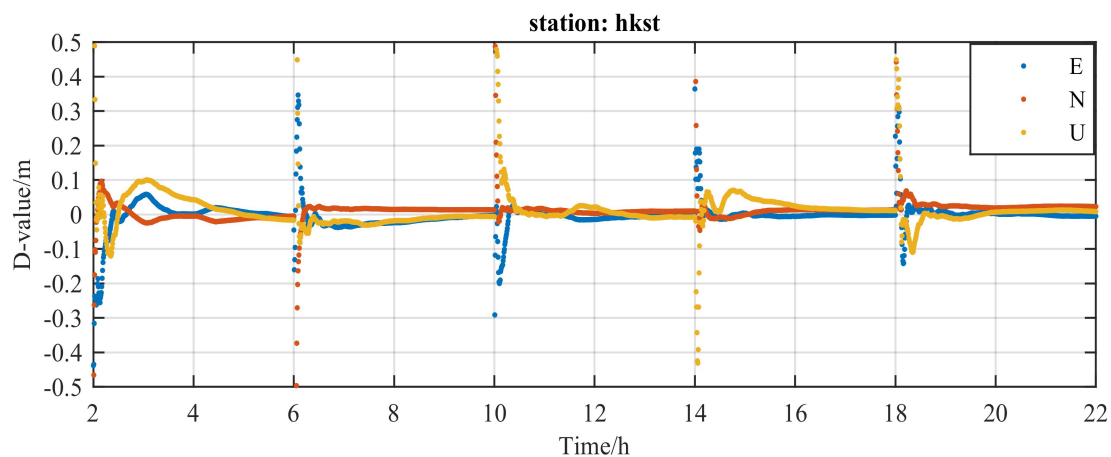


图 4.13 GPS/BDS 组合系统采用方案 1 解算的位置偏差图

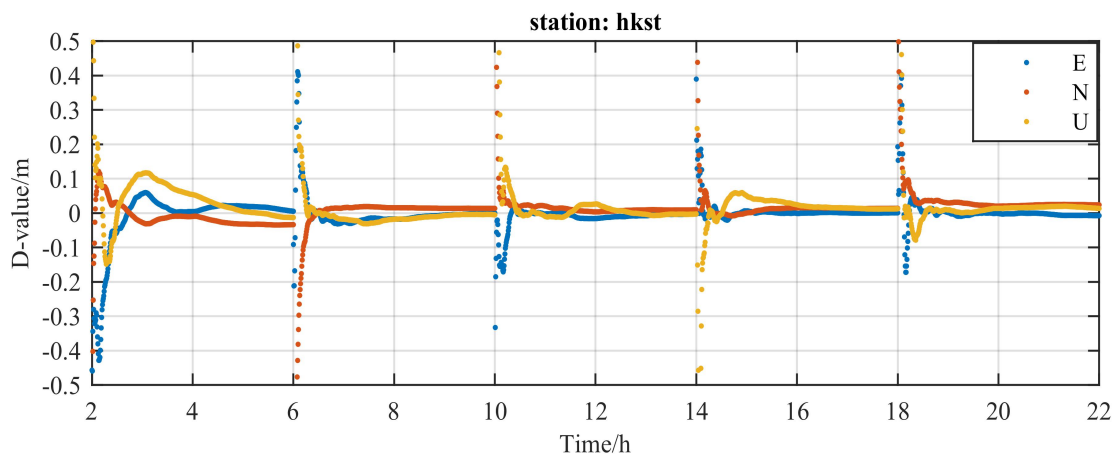


图 4.14 GPS/BDS 组合系统采用方案 3 解算的位置偏差图

从图 4.7 到图 4.14，可以很明显的看到，对于 hkwt 测站，GPS 系统解算的各个时段位置偏差明显的优于同时段的 BDS 解算的结果。GPS 系统的消一阶电离层模糊度固定解的不同时段位置偏差优于同时段模糊度浮点解的位置偏差图。GPS/BDS 组合系统的不同时段解算的位置偏差图优于同时段 BDS 系统的位置偏差图。

从表 4.3 的统计结果来看，使用 GPS 系统进行解算时：采用方案 1 计算得到的定位结果在水平方向的精度优于 1cm，高程方向的精度优于 2cm；采用方案 2 计算的定位结果在水平方向的精度也优于 1cm，高程方向的精度在 1cm 左右。对于 hksl、hkws、hkst 三个测站，采用方案 2 相比方案 1 在 U 方向的精度分别提高了 22.6%、26.0%、19.8%。采用方案 1 和方案 2 所用的收敛时间几乎相当，可见在模糊度浮点解达到一定精度时，采用相位偏差小数固定模糊度才有效果。

对 GPS 系统进行解算时，对比方案 1 和方案 3 的统计结果，方案 3 计算的定位结果平面的精度在 1cm 左右，高程方向的精度优于 2.5cm。对于 hksl、hkws 和 hkst 三个测站，采用方案 1 比方案 3 在 U 方向的精度分别提高了 50%、7.0%、7.7%。在收敛时间方面，使用方案 1 的收敛时间较短。对于 hksl、hkws 和 hkst 三个测站，采用方案 1 比方案 3 在收敛时间上分别缩短了 21.4%、39.7%和 9.1%。

对 BDS 系统进行解算时，对比方案 1 和方案 2 的统计结果，发现两种方案的统计指标相同，由于 BDS 卫星的 GEO 卫星的轨道精度较差，当前 MEO 卫星数量较少，在使用相位偏差小数固定模糊度时，难以通过模糊度固定的质量检核条件，当超过一定时间限制是就不会继续使用相位偏差小数产品进行模糊度固定，因此未能完成 BDS 系统的消一阶电离层模糊度固定。方案 1 和方案 3 计算的

定位结果在水平方向的精度都优于 2cm，方案 1 在高程方向的精度为 4cm 左右，方案 3 在高程方向的精度为 5cm 左右。对于 hksl、hkws 和 hkst 三个测站，方案 1 比方案 3 在 U 方向的定位精度分别提高了 23.2%、26.8%和 33.8%。在收敛时间上，方案 3 和方案 1 的收敛时间相当。尽管非差分组合相比消一阶电离层函数模型多了一个电离层待估参数，但由于观测数据质量的原因，收敛时间并没有延长。

对 GPS/BDS 组合系统进行解算时，采用方案 1 和方案 3 解算的平面的精度都在 1cm 左右，采用方案 1 高程方向的精度优于 2cm。采用方案 3 解算的高程精度在 2cm 左右。采用方案 1 与方案 3 相比，对于 hksl、hkws 和 hkst 三个测站在平面位置上分别提高了 -28.7%、-27.9%和 16.4%，在高程方向分别提高了 56.3%、-24.3%和-11.4%，在收敛时间上分别缩短了 60.7%、-3.4%和-18.2%。

表 4.3 121 天不同测站在不同方案下的定位精度 rms (cm) 与收敛时间 (min)

测站	系统	方案	E	N	U	收敛时间
hkst	GPS	1	0.79	0.35	1.24	22
		2	0.79	0.42	0.96	23.5
		3	0.80	0.53	2.48	28
	BDS	1	0.93	0.51	3.14	60.5
		2	0.93	0.51	3.14	60.5
		3	0.92	0.54	4.09	63
	GPS/BDS	1	1.05	0.55	0.98	11
		3	0.76	0.52	2.24	28
	hkws	GPS	1	0.91	0.66	1.46
2			0.83	0.64	1.08	18
3			1.04	0.74	1.57	29
BDS		1	1.38	0.55	4.24	59
		2	1.38	0.55	4.24	59
		3	1.37	0.58	5.79	59.5
GPS/BDS		1	0.77	0.65	1.69	30
		3	1.18	0.75	1.36	29
hkst		GPS	1	0.65	0.37	1.31
	2		0.63	0.36	1.05	18
	3		1.00	0.55	1.42	22
	BDS	1	1.41	0.58	3.80	52.5
		2	1.41	0.58	3.80	52.5
		3	1.62	0.57	5.74	58.5
	GPS/BDS	1	0.97	0.46	1.66	26
		3	1.15	0.57	1.49	22

为了更好的对比 GPS 系统、BDS 系统、GPS/BDS 组合系统解算结果的定位精度和收敛时间，在表 4.3 的基础上，求取了 GPS 系统、BDS 系统和 GPS/BDS 组合系统在方案 1 和方案 3 下精度指标和收敛时间的均值,如下所示。

表 4.4 两种方案精度指标 (cm) 和收敛时间的均值 (min)

测站	系统	E	N	U	收敛时间
hksl	GPS	0.80	0.44	1.86	25
	BDS	0.93	0.53	3.62	62
	GPS/BDS	0.91	0.54	1.61	19.5
hkws	GPS	0.98	0.7	1.52	23.5
	BDS	1.38	0.57	5.02	59.5
	GPS/BDS	0.98	0.7	1.53	29.5
hkst	GPS	0.83	0.46	1.37	21
	BDS	1.52	0.58	4.77	55.5
	GPS/BDS	1.06	0.52	1.58	24

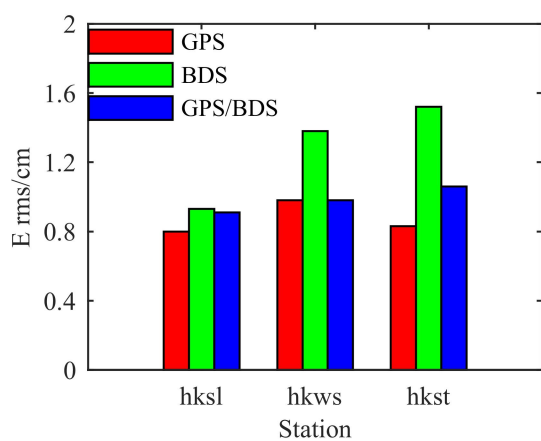


图 4.16 不同方案中 E 方向 rms 均值 (cm)

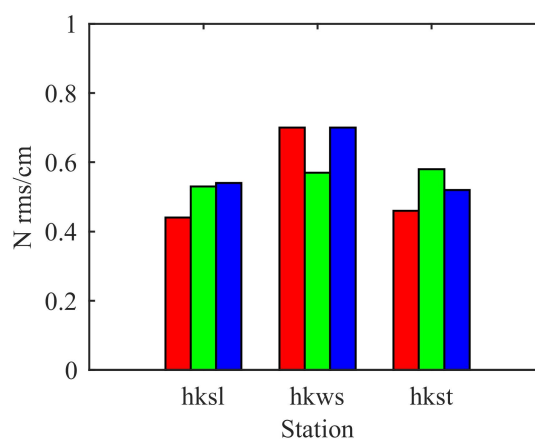


图 4.17 不同方案中 N 方向 rms 均值 (cm)

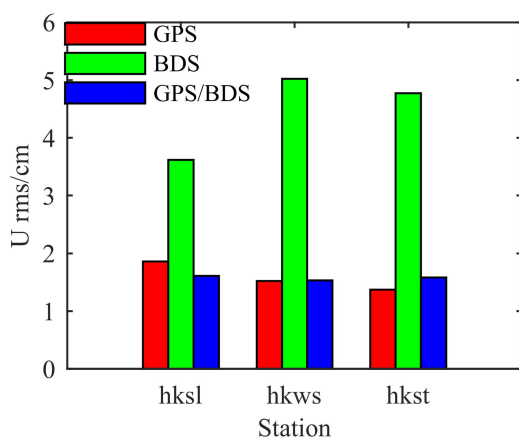


图 4.18 不同方案中 U 方向 rms 均值 (cm)

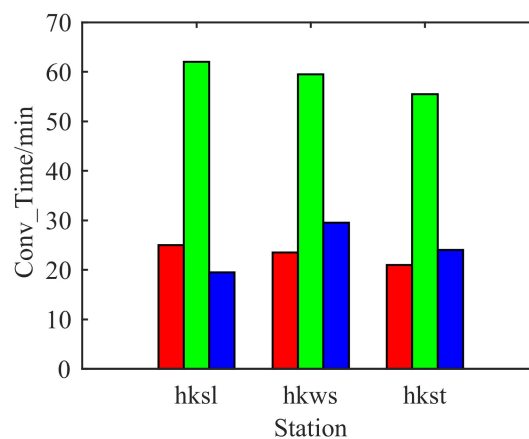


图 4.19 不同方案中收敛时间均值 (min)

结合表 4.4 和图 4.15 可以看到, GPS/BDS 组合系统在 E 方向的位置偏差优于 BDS 单系统, 低于 GPS 单系统。对于 hksl、hkws 和 hkst 三个测站, GPS/BDS

组合系统相比 BDS 单系统在 E 方向分别提高了 2.2%、29.0%和 30.3%；相比 GPS 单系统在 E 方向分别降低了 13.8%、0%和 27.7%。

结合表 4.4 和图 4.17 可以看到，GPS/BDS 组合系统在 N 方向的精度低于 GPS 单系统。对于 hksl、hkst 和 hkst 三个测站，GPS/BDS 组合系统相比 BDS 单系统在 N 方向分别提高了-1.9%、-22.8%和 10.5%。相比 GPS 单系统在 N 方向分别降低了 22.7%、0%和 13.0%。

结合表 4.4 和图 4.18 可以看到，GPS/BDS 组合系统在 U 方向的精度远远优于 BDS 系统。对于 hksl、hkws 和 hkst 三个测站，GPS/BDS 组合系统相比 BDS 单系统在 U 方向分别提高了 55.5%、69.5%和 66.8%。相比 GPS 单系统在 U 方向分别提高了 13.4%、-0.7%和-15.3%。

结合表 4.4 和图 4.19 可以看到，GPS/BDS 组合系统的收敛时间远远低于 BDS 单系统。对于 hksl、hkws 和 hkst 三个测站，GPS/BDS 组合系统相比 BDS 单系统，收敛时间分别提高了 68.5%、50.4%和 56.8%。相比 GPS 单系统，收敛时间分别提高了 22.0%、-25.5%和-14.3%。

4.3 非差非组合 PPP 的应用

非差非组合的 PPP 函数模型把电离层延迟当作待估参数，如果充分利用参考站坐标已知的信息，就可以解算到高精度的电离层延迟量进行电离层建模。建立的模型可以对非差非组合 PPP 进行约束，这相当于增加了多余的观测信息，可以加快 PPP 的收敛，同时也可以监测电离层的变化情况。而常规的电离层建模多采用无几何影响组合的原始伪距或载波相位平滑后的伪距，容易受到伪距噪声、多路径效应、卫星高度角和弧段长度等因素影响。

4.3.1 VTEC 多项式电离层模型

VTEC 多项式是一种常用于局部地区或小区域的电离层模型^[72]，表达式为：

$$VTEC = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m E_{ij} (\varphi - \varphi_0)^i (S - S_0)^j \quad (4-1)$$

对于模型中的参数，文献[72]进行了详细的介绍。一般情况下，对于单站或者多站小区域建模时， $(\varphi - \varphi_0)$ 项和 $(S - S_0)$ 项的阶数为 1 阶和 2 阶就能达到较好的效果^[51,72,73]。

非差非组合函数模型的 PPP 求出的是频率为 f_1 对应的倾斜路径上的电离层延迟量 I_1 ，需要用下式求得穿刺点上 VTEC 的值：

$$I_1 = \frac{40.3}{f_1^2} TEC \quad (4-2)$$

$$VTEC = TEC \cdot \cos Z \quad (4-3)$$

式中， Z 为穿刺点上卫星的天顶距。

需要注意的是在使用 IGS 提供的精密钟差产品时，计算出来的电离层延迟量包含了卫星和接收机的硬件延迟。卫星的硬件延迟可以通过欧洲定轨中心 CODE 发布的 DCB 文件进行改正，考虑到接收机的硬件延迟的稳定性，将其作为参数与 VTEC 多项式的系数一起进行估计。

因此利用 VTEC 多项式进行建模的最终观测方程为：

$$I_1 = \frac{40.3}{f_1^2} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m E_{ij} (\varphi - \varphi_0)^i (S - S_0)^j / \cos Z + B_r \quad (4-4)$$

式中， B_r 为接收机的硬件延迟参数，单位为 m。

4.3.2 基于外部电离层约束的 PPP 分析

在进行基于外部电离层约束的 PPP 分析时，使用了 2018 年年积日 121 天到 125 天香港地区 8 个 CORS 站的数据进行了电离层建模，测站分别为 hktk、hklt、hkws、hksc、hkks、hknp、hkml、hkoh，站点分布如下图所示。

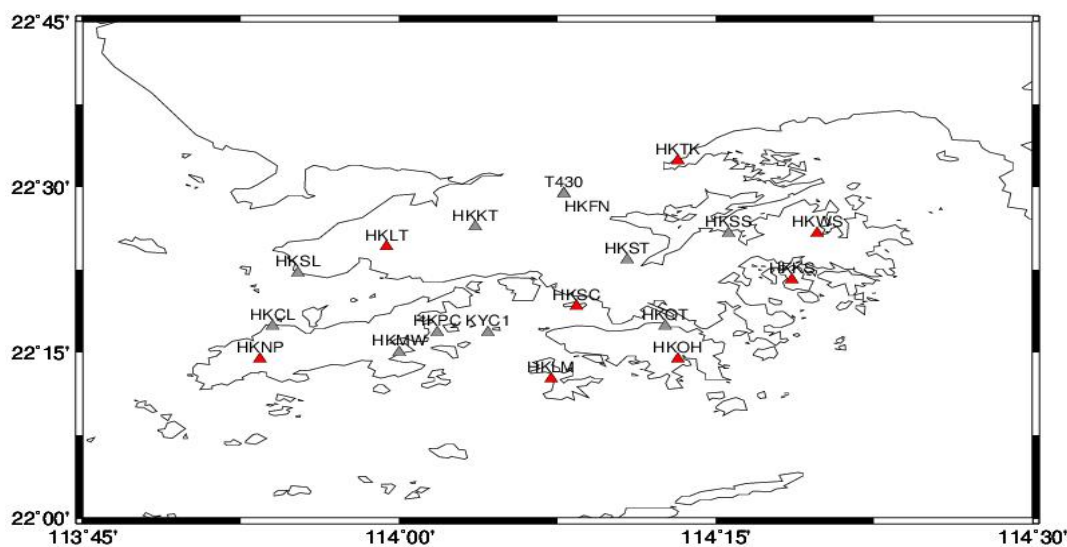


图 4.20 VTEC 建模所选测站分布图

考虑到对精度的要求，在使用非差非组合的函数模型时，固定了测站坐标，只对 GPS 观测数据的电离层延迟量进行了提取，在使用 VTEC 多项式进行建模时 $(\varphi - \varphi_0)$ 项和 $(S - S_0)$ 项的阶数都为 2。

为了分析建模的精度，文中选取了外部参考依据，即欧洲定轨中心 CODE 提供的全球电离层模型 GIM 格网产品。下面分别给出 2018 年 121 天某一时刻香港地区上空自建电离层模型结果、全球电离层模型 GIM 的内插结果和自建模型与 GIM 模型的差值结果。从图 4.21 和图 4.22 中可以看出香港上空区域同一时刻的电离层的变化量在 1TECU 之间，其中红色的点表示测站位置；并且还可以看到随着纬度的增加，TEC 的值逐渐减小。从图 4.23 中可以看到自建模型和全球电离层 GIM 的差异小于 5 TECU。这个差值也比较合理，因为全球电离层 GIM 模型的标定精度在 2-8 TECU。说明用非差非组合 PPP 解算出来的电离层参数建模可以用来监测电离层参数 TEC 的变化特性。

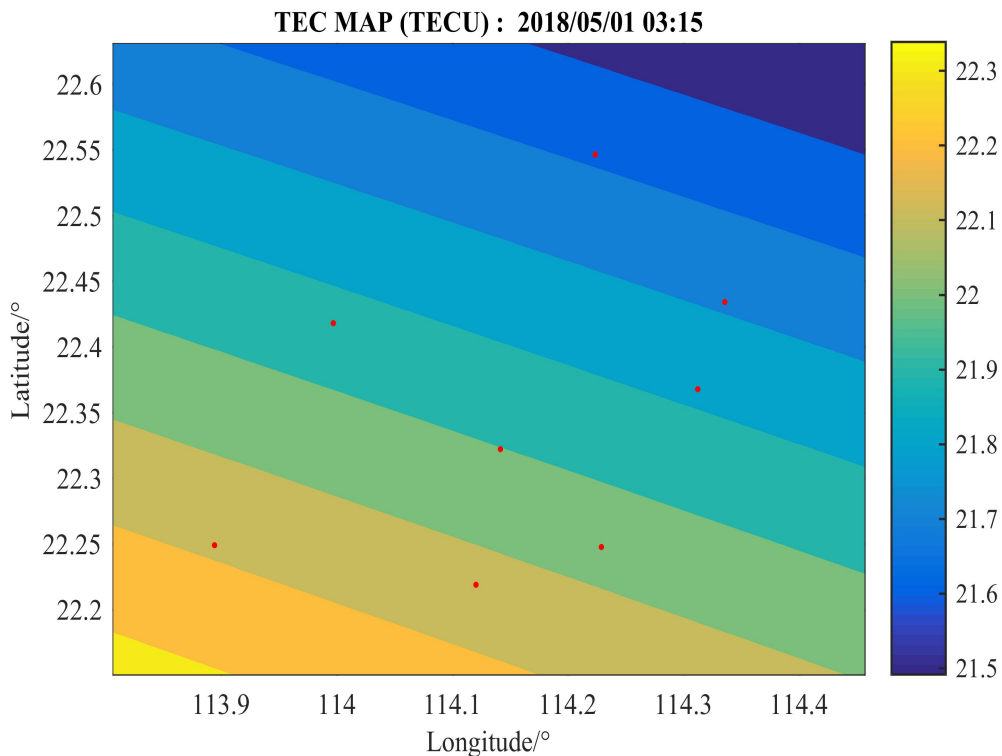


图 4.21 香港上空地区实测数据电离层建模 TECU 空间分布图

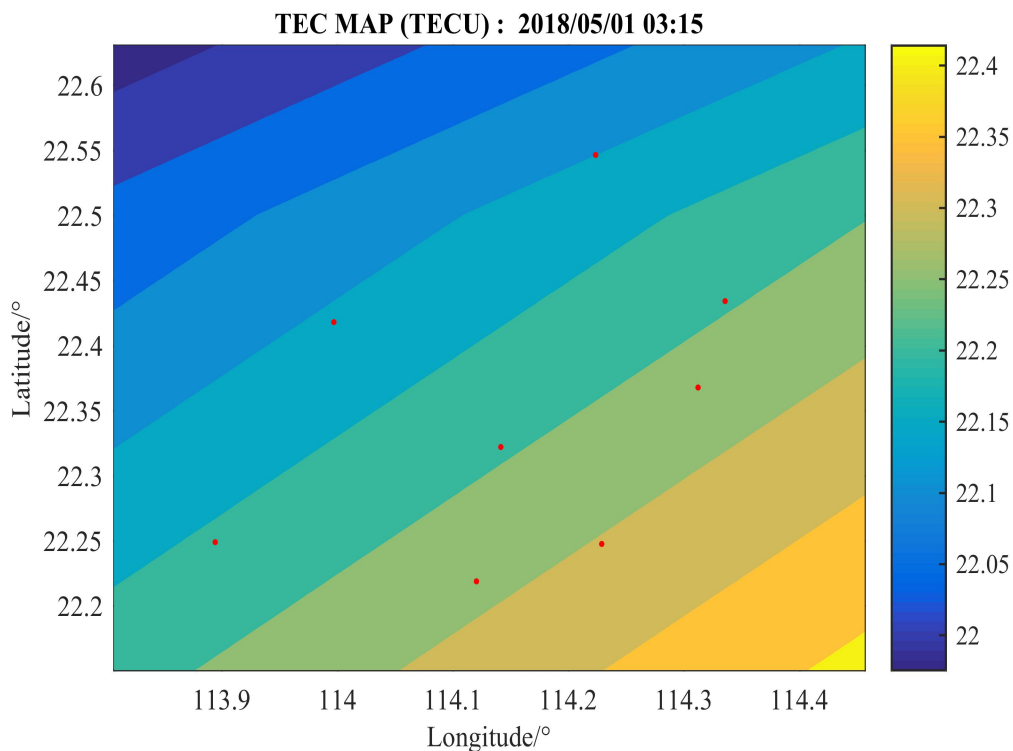


图 4.22 香港上空地区由 GIM 模型内插的 TECU 空间分布图

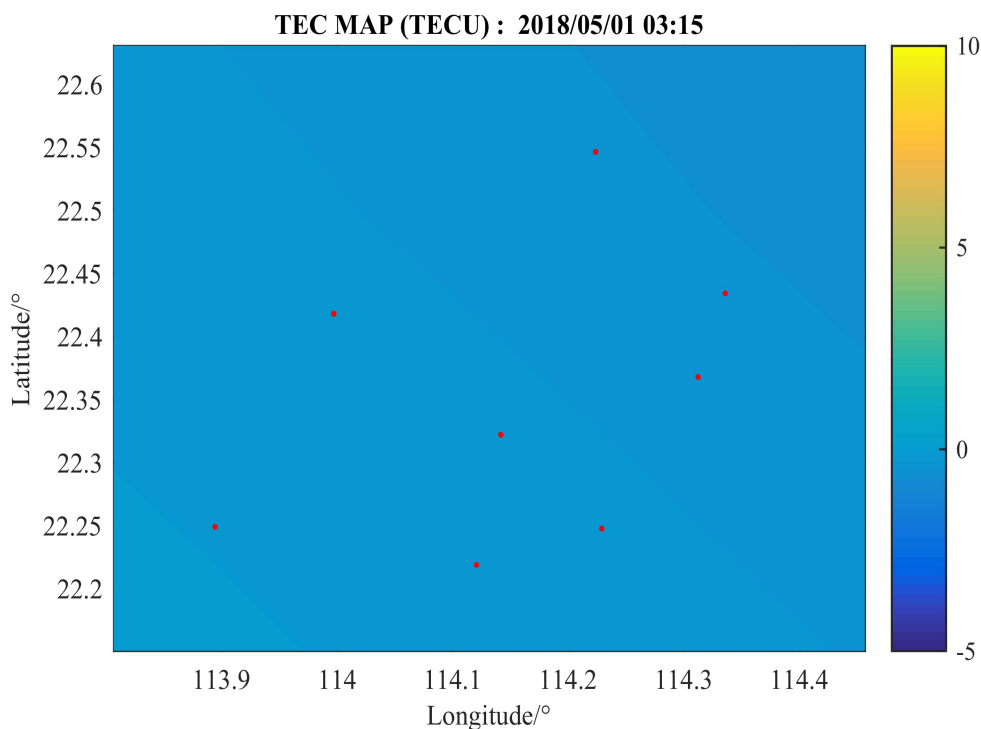


图 4.23 香港上空地区自建电离层模型和 GIM 模型差值结果空间分布图

为了验证电离层模型的效果，分别采用了 GIM 电离层格网产品和上述建立的电离层模型（简称 UC_TEC 模型）对 hksl、hkst 两个测站的数据进行了非差非组合单频电离层约束和双频电离层约束的 PPP 解。

下面给出 121 天 hksl、hkst 两个测站无约束单频 PPP、电离层约束单频 PPP、无约束双频 PPP 和电离层约束双频 PPP 的位置偏差图。

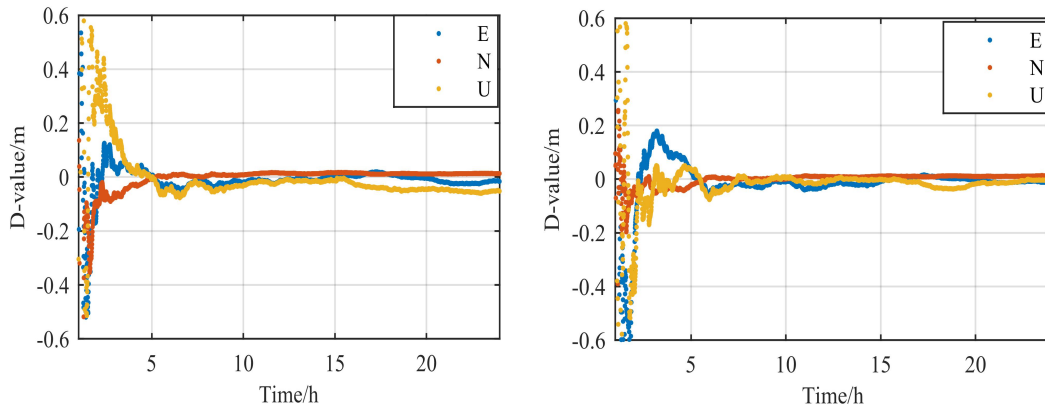


图 4.24 无约束单频 PPP 解位置偏差图（hksl 左 hkst 右）

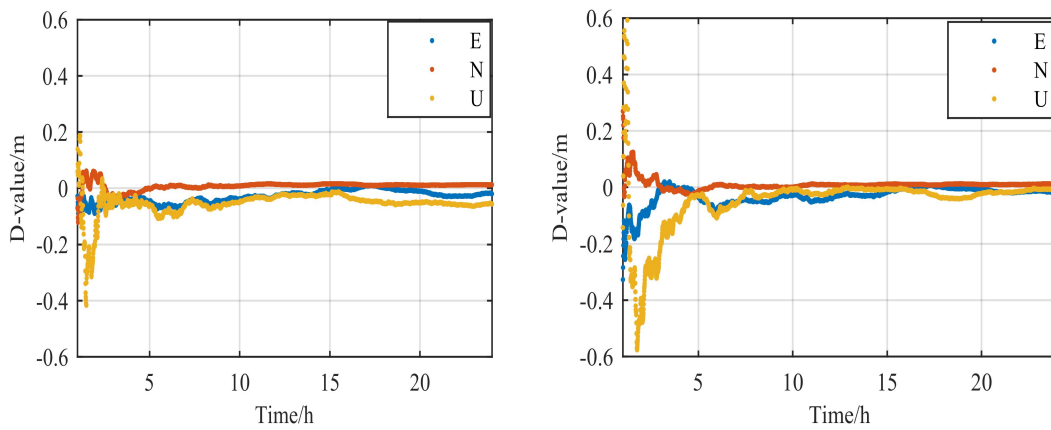


图 4.25 GIM 电离层格网约束单频 PPP 解位置偏差图（hksl 左 hkst 右）

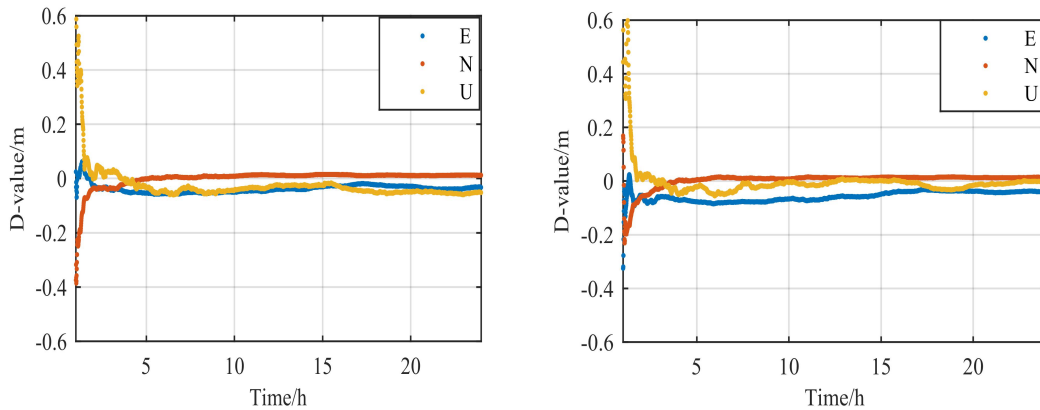


图 4.26 UC_TEC 电离层约束单频 PPP 解位置偏差图（hksl 左 hkst 右）

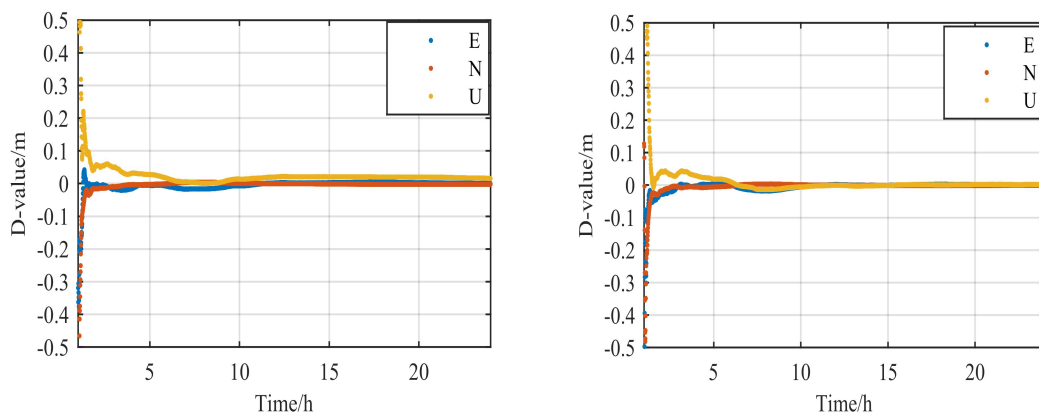


图 4.27 无约束双频 PPP 解位置偏差图 (hksl 左 hkst 右)

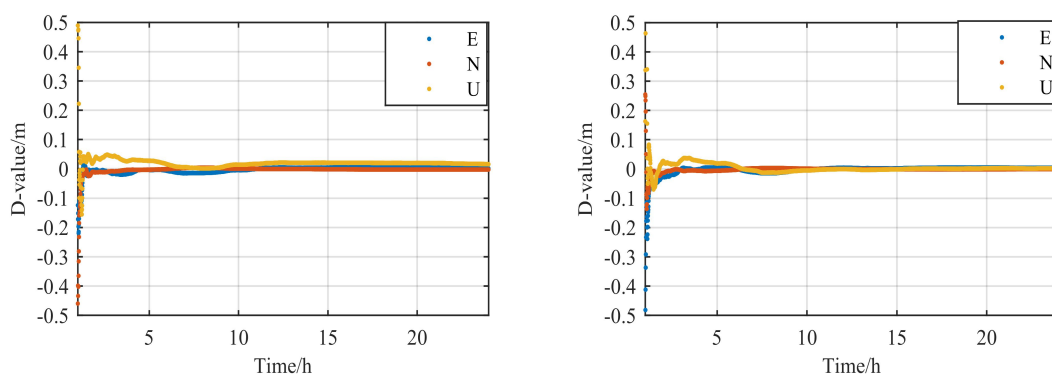


图 4.28 GIM 电离层格网约束双频 PPP 解位置偏差图 (hksl 左 hkst 右)

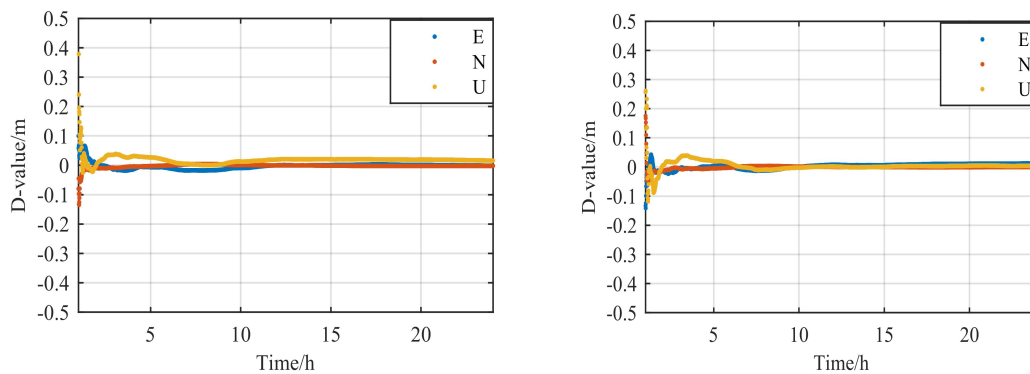


图 4.29 UC_TEC 电离层约束双频 PPP 解位置偏差图 (hksl 左 hkst 右)

从上述两个测站的位置偏差图中可以看到：对于单频和双频的静态 PPP 解算，附加电离层约束对收敛后的位置偏差的影响较小，但对收敛时间具有显著的影响，下面分别给出 hksl、hkst 两个测站单、双频 PPP 解在无约束和电离层约束情况下的收敛时间统计表（收敛时间判断条件如 4.2 节所述）。

表 4.5 单频 PPP 不同类型电离层约束收敛时间统计表

测站	电离层约束类型	收敛时间 (min)
	无	142.5
hkst	GIM 格网	68.5
	UC_TEC	27.5
	无	70
hkst	GIM 格网	180
	UC_TEC	31.5

表 4.6 双频 PPP 不同类型电离层约束收敛时间统计表

测站	电离层约束类型	收敛时间 (min)
	无	28
hkst	GIM 格网	15
	UC_TEC	10
	无	22
hkst	GIM 格网	11.5
	UC_TEC	9.5

从表 4.5 的统计结果来看, 对于 hkst、hkst 两个测站的单频 PPP 解, 采用 GIM 电离层格网约束时相比无约束的收敛时间分别缩短了 51.9%和-157.1%; 采用 UC_TEC 自建电离层模型约束时相比无约束的收敛时间分别缩短了 80.7%和 55%; 采用 UC_TEC 电离层约束时相比 GIM 电离层格网约束收敛时间分别缩短了 59.9%和 82.5%。

从表 4.6 的统计结果来看, 对于 hkst、hkst 两个测站的双频 PPP 解, 采用 GIM 电离层格网约束相比无约束的收敛时间分别缩短了 46.4%和 47.7%; 采用 UC_TEC 电离层约束相比无约束的收敛时间分别缩短了 64.3%和 56.8%; 采用 UC_TEC 电离层约束时相比 GIM 电离层格网约束时收敛时间分别缩短了 33.3%和 17.4%。

综合表 4.5 和表 4.6 的统计结果来看, UC_TEC 自建电离层模型在对非差非组合提供外部电离层约束时的收敛时间是优于 GIM 电离层格网的。在使用精度较高的先验信息时, 可以加快精密单点定位的收敛时间^[51,73], 从侧面反映出了自

已利用非差非组合的电离层待估量建模的精度优于 GIM 电离层格网产品。IGS 站在中国地区分布较少，GIM 电离层格网产品的精度存在一定的限制，在对单频 PPP 进行电离层约束时，如果不能正确给定它的先验方差，收敛时间可能会比无约束的收敛时间更长。电离层对单频 PPP 的影响远大于对双频 PPP 的影响。

4.4 本章小结

本章首先在 Visual Studio 2015 的开发平台上使用微软基础类库 (MFC) 编写了精密单点定位软件—BGP (BDS-GPS-PPP)，并对软件架构作了详细的介绍。然后使用香港 CORS 站的数据，对 GPS、BDS 和 GPS/BDS 组合系统的卫星可用性和 PDOP 值进行了分析，并在不同解算方案下对位置精度和收敛时间作了详细的分析和比较。最后利用非差非组合 PPP 将电离层延迟量作为待估参数的特点，对香港地区进行了电离层建模，通过实例验证了自己建模的电离层产品的在对 PPP 提供外部电离层约束时，在收敛时间方面优于 GIM 电离层格网产品，尤其是对单频 PPP 的收敛过程。

第五章 总结与展望

5.1 总结

本文对 GPS、BDS 单系统和 GPS/BDS 组合系统的精密单点定位算法进行了深入的研究，主要研究内容与结论如下：

(1) 针对北斗二代卫星特有的伪距偏差进行了详细的分析与改正，由于当前对 GEO 卫星的伪距偏差没有普遍适用的改正模型，本文编写了自适应阈值和分解层数的小波函数模型对其进行改正，试验结果表明经小波函数模型改正后的 GEO 卫星的 MP 观测值在 B1、B2、B3 三个频点上平均精度分别提高了 15.2%、25.5%和 18.7%。

(2) 针对 PPP 中当前模糊度难以固定的问题，本文详细的研究了使用卫星相位偏差对消一阶电离层模糊度固定的方法与流程。选取了中国香港 CORS 站的观测数据，在约束测站坐标的情况下计算了卫星的宽巷和窄巷相位偏差，并对其特性进行了分析。实验结果表明：GPS 和 BDS 卫星的宽巷和窄巷相位偏差的单差值都在-0.5 周到 0.5 周之间，通过对标准差的比较，发现 GPS 卫星的宽巷偏差、窄巷偏差的稳定性都优于 BDS 卫星。

(3) 对于 PPP 中消电离层函数模型无法消除高阶电离层延迟的影响，本文使用了最新的国际地磁参考标准 IGRF2016 模型和欧洲定轨中心发布的电离层格网产品对观测文件进行了高阶电离层延迟改正，对 2016 年和 2017 年 BJFS 和 SHAO 两个测站的数据进行了加高阶电离层延迟改正和未加高阶电离层延迟改正的解算，实例表明，高阶电离层延迟对 PPP 的收敛时间几乎没有影响，对南北方向的定位结果影响较为显著，对高程方向影响次之，对东西方向的定位结果影响最小，影响值都在 mm 水平。

(4) 在深入研究 GPS/BDS 精密单点定位的数学模型和解算流程的基础上，编写了 GPS/BDS 精密单点定位软件 (BGP)。利用该软件对 hks1、hkws、hkst 三个测站 1 时到 24 时的静态观测数据在不同的函数模型下进行了解算。试验结果表明 GPS 消一阶电离层模糊度浮点解的平面精度优于 1cm，高程方向的精度优于 2cm；GPS 消一阶电离层模糊度固定解的平面精度优于 1cm，高程方向的精度在 1cm 左右；GPS 采用非差非组合函数模型解算时平面精度在 1cm 左右，高

程方向精度优于 2.5cm。BDS 的消一阶电离层模糊度浮点解的平面精度优于 2cm，高程方向的精度在 4cm 左右；BDS 采用非差非组合函数模型解算时，平面精度优于 2cm，高程方向的精度在 5cm 左右。GPS/BDS 组合系统采用消一阶电离层模糊度浮点解时平面精度在 1cm 左右，高程方向精度优于 2cm；GPS/BDS 组合系统采用非差非组合模型时，平面精度优于 1cm，高程方向精度在 2cm 左右。

(5) 利用非差非组合将电离层延迟作为待估参数的特点，在对测站约束的前提下，对香港地区进行了电离层建模，建模得到的值与 GIM 电离层格网产品的差值小于 5TECU。因此，可以用于监测电离层参数的变化特性。然后使用 GIM 电离层格网产品和自己建模的数据对 hkst 和 hksl 两个测站进行了电离层约束的单、双频 PPP 解和收敛时间的统计。实例结果表明自己建模的电离层产品的在对 PPP 提供外部电离层约束时，在收敛时间方面优于 GIM 电离层格网产品，尤其是对单频 PPP 的收敛过程。

5.2 展望

(1) 在使用相位偏差产品进行消一阶电离层模糊度固定时，需要进一步考虑相位偏差数据的实时传输的实际过程，而本文只是通过数据端口去模拟实时的特性，并没有设计最优的数据结构和传输格式，这是下一步需要考虑的工作。

(2) 尽管计算了北斗卫星的宽巷和窄巷的卫星偏差，但在进行消一阶电离层模糊度固定时，难以通过模糊度的质量检核条件，需要进一步进行深入研究。

(3) 本文对于非差非组合的 PPP 函数模型，没有进行模糊度固定，这是下一步工作的重点。

(4) 考虑到当前多系统多频率和实时定位的发展趋势，下一步在对非差非组合的模糊度固定的基础上，要深入研究多系统多频率的 PPP 实时定位。

参考文献

- [1] Dach R, Schaer S, Hungebtoer U, et al. Combined multi-system GNSS analysis for time and frequency transfer [C]// Frequency & Time Forum. IEEE, 2012:530-537.
- [2] 李敏. 多模 GNSS 融合精密定轨理论及其应用研究[D]. 武汉: 武汉大学,2011.
- [3] Montenbruck O, Steigenberger P, Hauschild A. Broadcast versus precise ephemerides: a multi-GNSS perspective[J]. GPS Solutions, 2015, 19(2): 321-333.
- [4] Prange L, Orliac E, Dach R, et al. CODE's five-system orbit and clock solution-the challenges of multi-GNSS data analysis[J]. Journal of Geodesy, 2017, 91(4): 345-360.
- [5] Guo F, Li X, Zhang X, et al. The contribution of multi-GNSS experiment (MGEX) to precise point positioning[J]. Advances in Space Research, 2017, 59: 2714-2725.
- [6] Li X, Zhang X, Ren X, et al. Precise positioning with current multi-constellation Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo and BeiDou[J]. Scientific Reports, 2015, 5: 8328.
- [7] Zumberge J F, Heflin M B, Jefferson D C, et al. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks[J]. Journal of Geophysical Research, 1997, 102(B3): 5005-5017.
- [8] Gao Y, Chen K. Performance Analysis of Precise Point Positioning Using Real-Time Orbit and Clock Products [J], Journal of Global Positioning Systems, 2004,3(1-2):95-100.
- [9] Masatoshi Honda, Masaaki Murata, Yukio Mizukura. GPS Precise Point Positioning Methods Using IGS Products for Vehicular Navigation Application.SICE-ICASE International Joint Conference 2006Oct. 18-21, 2006 in Bexco, Busan, Korea.
- [10] Jan Kouba. A guide to using International GNSS Service (IGS) products[J]. Maryland Biological Stream Survey Data Versar Inc, 2009, 4(3):106-141.
- [11] 叶世榕. GPS 非差相位精密单点定位理论与实现[D]. 武汉: 武汉大学博士学位论文, 2002.
- [12] 刘经南,叶世榕. GPS 非差相位精密单点定位技术探讨[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2002, 27(3):234-240.
- [13] 张小红. 动态精度单点定位(PPP)的精度分析[J]. 全球定位系统, 2006, 31(1):7-11.
- [14] 张宝成, 欧吉坤, 袁运斌, 等. 基于 GPS 双频原始观测值的精密单点定位算法及应用

- [J].测绘学报, 2010, 39(5): 478-483.
- [15] 张宝成, 欧吉坤, 袁运斌, 等. 利用非组合精密单点定位技术确定斜向电离层总电子含量和站星差分码偏差[J]. 测绘学报, 2011, 40(4): 447-453.
- [16] 蔡昌盛, GPS/GLONASS 组合精密单点定位理论与方法[D]. 徐州: 中国矿业大学博士学位论文, 2008.
- [17] Chen J, Xiao P, Zhang Y, Wu B (2013) GPS/GLONASS system bias estimation and application in GPS/GLONASS combined positioning. In China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2013 Proceedings, pp 323-333.
- [18] Tolman B W, Kerkhoff A, Rainwater D, et al. Absolute precise kinematic positioning with GPS and GLONASS [C]//Proceeding of the 23rd International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2010). 2001:2565-2576.
- [19] Cai C, Gao Y, Pan L, et al. Precise point positioning with quad-constellations: GPS, BeiDou, GLONASS and Galileo[J]. Advances in Space Research, 2015, 56(1): 133-143.
- [20] Steigenberger P, Hugentobler U, Hauschild A, et al. Orbit and clock analysis of Compass GEO and IGSO satellites[J]. Journal of Geodesy, 2013, 87(6): 515-525.
- [21] Li X, Ge M, Zhang H, et al. The GFZ real-time GNSS precise positioning service system and its adaption for COMPASS[J]. Advances in Space Research, 2013, 51(6): 1008-1018.
- [22] Li M, Qu L, Zhao Q, et al. Precise point positioning with the BeiDou navigation satellite system[J]. Sensors, 2014, 14(1): 927-943.
- [23] 任晓东, 张柯柯, 李星星等. BeiDou、Galileo、GLONASS、GPS 多系统融合精密单点[J]. 测绘学报, 2015, 44(12): 1307-1313.
- [24] Ge M, Gendt G, Rothacher M, et al. Resolution of GPS carrier-phase ambiguities in precise point positioning (PPP) with daily observations[J]. Journal of Geodesy, 2008, 82(7): 389-399.
- [25] Geng J, Meng X, Dodson A H, et al. Rapid re-convergences to ambiguity-fixed solutions in precise point positioning[J]. Journal of Geodesy, 2010, 84(12): 705-714.
- [26] 张小红, 李星星. 非差模糊度整数固定解 PPP 新方法及其实验[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2010, 35(6): 657-660.
- [27] 李星星. GNSS 精密单点定位及非差模糊度快速确定方法研究[D]. 武汉: 武汉大学博士学位论文, 2013.
- [28] Collins P, Lahaye F, Heroux P, et al. Precise point positioning with ambiguity resolution using

- the decoupled clock model[C]. ION GNSS 2008. Savannah: [s.n.], 2008: 1315-1322.
- [29] Laurichesse D, Mercier F, Berthias J P. Real time precise GPS constellation orbits and clocks estimation using zero-difference integer ambiguity fixing[C]. ION ITM 2009. California: [s.n.], 2009: 664-672.
- [30] Shi J, Gao Y. A comparison of three PPP integer ambiguity resolution methods[J]. GPS Solutions, 2014, 18 (4):519-528.
- [31] Liu T, Yuan Y, Zhang B, et al. Multi-GNSS precise point positioning (MGPPP) using raw observations[J]. Journal of Geodesy, 2017, 91(3): 253-268.
- [32] Xiang Y, Gao Y, Shi J, et al. Carrier phase-based ionospheric observables using PPP models. Geodesy and Geodynamics[J]. 2017, 8(1): 17-23.
- [33] Keshin M, Le A, van der Marel H. Single and dual-frequency precise point positioning: approaches and performance[C]. Proceedings of the 3rd ESA workshop on Satellite Navigation User Equipment Technologies, 2006: 11-13.
- [34] Leandro R. Precise point positioning with GPS: a new approach for positioning, atmospheric studies, and signal analysis[D]. University of New Brunswick, 2009.
- [35] Leandro R, Santos M, Langley R. Analyzing GNSS data in precise point positioning software[J]. GPS Solutions, 2011, 15(1): 1-13.
- [36] 张宝成. GNSS 非差非组合精密单点定位的理论方法与应用研究[D]. 武汉:中国科学院测量与地球物理研究所, 2012.
- [37] 张宝成, 欧吉坤, 李子申, 等. 利用精密单点定位求解电离层延迟[J]. 地球物理学报, 2011, 54(4): 950-957.
- [38] 章红平, 施闯, 唐卫明. 地基 GPS 区域电离层多项式模型与硬件延迟统一解算分析[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2008, 33(8): 805-809.
- [39] 王倩倩, 袁运斌, 李薇, 等. 非组合 PPP 算法估计天顶对流层延迟及精度分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2013, 33(s1):152-155.
- [40] 张小红, 左翔, 李盼. 非组合与组合 PPP 模型比较及定位性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2013, 38(5):561-565.
- [41] Rui T, Ge M, Zhang H, et al. The realization and convergence analysis of combined PPP based on raw observation[J]. Advances in Space Research, 2013, 52(1):211-221.
- [42] Rui T, Zhang H, Ge M, et al. A real-time ionospheric model based on GNSS Precise Point

- Positioning[J]. *Advances in Space Research*, 2013, 52(6):1125-1134.
- [43] 刘腾. 多模 GNSS 非组合精密单点定位算法及其电离层应用研究[D]. 中国科学院大学博士学位论文, 2017.
- [44] 周锋. 多系统 GNSS 非差非组合精密单点定位相关理论和方法研究[D]. 上海: 华东师范大学博士学位论文, 2018.
- [45] 张辉, 郝金明, 谢建涛, 等. 多系统非差非组合精密单点定位电离层延迟约束权阵的确定[J]. *测绘学报*, 2018,47(03):308-315.
- [46] Kouba J, Héroux P. GPS precise point positioning using IGS orbit products[J]. *GPS Solutions*, 2001, 5(2):12-28.
- [47] Gao Y, Shen X. A New Method for Carrier-Phase-Based Precise Point Positioning[J]. *Navigation*, 2002, 49(2):109–116.
- [48] Witchayangkoon B. Elements of GPS precise point positioning[D]. Main: The University of Maine:2000.
- [49] 余文坤, 戴吾蛟, 蔡昌盛, 等. GPS/GLONASS 广播星历精度分析[J]. *工程勘察*, 2012, 40(8):79-83.
- [50] 潘林, 蔡昌盛. 北斗广播星历精度评估[J]. *测绘通报*, 2014(9):16-18.
- [51] 李征航, 黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2010.
- [52] 兰孝奇, 黄张裕, 等. GPS 观测数据处理与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- [53] Ashby N. Relativity in the Global Positioning System[D]. University of Colorado Boulret, 2003.
- [54] 王彬, 刘经南, 隋心. BDS 与 GPS 群延迟的异同分析与应用[J]. *测绘科学*, 2015, 40(10):142-145.
- [55] Petit G, Luzum B, Al E. IERS Conventions (2010). IERS Technical Note, 2010, 36:1 -95.
- [56] Subirana J. Sanz, Juan Zornoza J.M. and Hernández-Pajares M. GNSS Data Processing: Volumn I: Fundamentals and Algorithms. ESA communications, Netherlands, 2013.
- [57] 杨元喜. 自适应动态导航定位[M]. 北京: 测绘出版社, 2006.
- [58] Zhang X H , He X Y . BDS triple-frequency carrier-phase linear combination models and their characteristics[J]. *Science China Earth Sciences*, 2015, 58(6):896-905.
- [59] Wanninger L , Beer S . BeiDou satellite-induced code pseudorange variations: diagnosis and therapy[J]. *GPS Solutions*, 2015,19:639-648.

- [60] 白天阳, 兰孝奇, 王德军, 陈浩. GNSS 观测中移动平均法和小波变换的滤噪效果比较[J]. 勘察科学技术, 2018(04):19-22.
- [61] 杨旭海, 李志刚, 冯初刚, 等. GEO 卫星机动后的星历快速恢复方法[J]. 中国科学: 2008, 38(12):1759-1765
- [62] 赵兴旺. 基于相位偏差改正的 PPP 单差模糊度快速解算问题研究[D]. 南京: 东南大学博士学位论文, 2011.
- [63] 潘宗鹏. 实时精密单点定位及模糊度固定[D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2015.
- [64] Dong D D. GPS network analysis with phase ambiguity resolution applied to crustal deformation studies in California [J]. Journal of Geophysical Research Solid Earth, 1989, 94(B4):3949-3966.
- [65] Marques H A, Monico J F, Aquino M. RINEX_HO: second- and third-order ionospheric corrections for RINEX observation files[J]. GPS Solutions, 2011, 15(3):305-314.
- [66] Bassiri S, Hajj G A. High-Order Ionospheric Effects on the Global Positioning System Observables and Means of Modeling Them[J]. Advances in the Astronautical Sciences, 1993, 18:1071-1086.
- [67] RTKLIB: An Open Source Program Package for GNSS Positioning. <http://www.rtklib.com>.
- [68] PPPWizard: Precise Point Positioning With Integer and Zero-difference Ambiguity Resolution Demonstrator. <http://www.ppp-wizard.net>
- [69] Zhou F, Dong D, Li W, et al. GAMP: An open-source software of multi-GNSS precise point positioning using undifferenced and uncombined observations[J]. GPS Solutions, 2018, 22(2):33.
- [70] Georg Weber, Leos Mervart, et al. BKG Ntrip Client (BNC) Version 2.12 Manual. <http://software.rtcn-ntrip.org/home>.
- [71] 李国重, 李建文, 焦文海, 等. 顾及卫星故障修复的导航星座 PDOP 可用性分析方法研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2010, 35(7): 841-845.
- [72] 房成贺. GNSS 硬件延迟解算及实时电离层延迟改正方法研究[D]. 南京: 河海大学, 2017.
- [73] 李东, 王静, 宋淑丽, 等. 基于区域电离层建模的硬件延迟参数估计[J]. 测绘工程, 2011, 20(6):40-44.

致谢

蓦然回首，仿佛看到了三年前那个拿着行李前来报道的我，心中不禁感慨万千。三年的硕士生活，让我从一个对科研懵懂的少年逐渐成长，这中间需要感谢太多太多的人。

在论文完成之际，首先衷心感谢我的导师兰孝奇副教授。兰老师在学术上的谦虚态度和日常中的低调作风深深的影响着我和所有同门弟子。感谢兰老师带我上 VB 程序设计课，让我真正学会怎么编写一个完整的程序；同时也感谢兰老师每次对我论文的督促和指导。在写论文的最后阶段，兰老师多次提醒我对论文资料的备份，兰老师的学术态度和为人处世方式永远是我学习的榜样。

其次，需要特别感谢我的副导师中国科学院上海天文台的陈俊平研究员。尽管陈老师很忙，但也总会抽出时间给我发邮件，询问我的学习情况。每次向陈老师汇报，陈老师总能给出我新的思路和需要调研的内容。

感谢测绘系的何秀凤、黄腾、田林亚、岳建平、李浩、岳东杰、黄张裕、黄其欢、郑德华、刘志强、何丽娜、陈光保、李桂华等老师，感谢你们在课堂上的传业授道和对我的关怀教诲。感谢地学院所有对我关心和帮助过的老师。

感谢同门的房成贺师兄，尽管师兄已经毕业工作，但我每次有问题向师兄请教时，师兄总是耐心的帮我解答。感谢我的师弟姜勇、胡腾宇、刘可等，谢谢你们的关心和帮助。感谢陈老师课题组的王彬师兄、柳培钊师兄、刘姣、董志华、孟令东、伍冠滨、马壮、于超、周扬。每周五与你们的组会交流，是我硕士生涯中最充实的日子。

感谢测绘系陈健、朱少林两位博士的关心和帮助，遇到问题时两位师兄总是耐心的帮我解答，给出自己独到的见解，特别是陈健师兄，像一位大哥一样照顾我。感谢 16 级大地测量专业的所有同学们，我们一同度过了三年美好而短暂的生活，特别是陈浩和张亚军同学，愿我们所有人友谊长存！

感谢中国矿业大学的刘天骏同学，武汉大学马福建师兄、授时中心的葛玉龙师兄、欧阳明俊师兄、中南大学的袁志敏同学，与你们的交流让我对 RTKLIB 有了更深入的理解。感谢 PPP 方面开源程序的所有作者和团队，谢谢你们的无私奉献，这种精神也会激励我帮助更多的人。

感谢我的父母和亲人，谢谢你们的理解与支持。你们永远是我强大的后盾和前行的动力。

最后感谢即将评审本文的专家和老师，谢谢你们！

作者： 白天阳

2019年1月于南京