第48卷第7期 武汉大学学报(信息科学版) Vol.48 No.7
2023年7月 Geomatics and Information Science of Wuhan University Jul. 2023

引文格式:陈俊平,王彬,孟文东,等.空间激光链路时频传递算法及仿真分析[J].武汉大学学报(信息科学版),2023,48(7):1082-1088.DOI:10.13203/j.whugis20230165

Citation: CHEN Junping, WANG Bin, MENG Wendong, et al. Simulation Analysis of Time and Frequency Transfer Algorithm for Space Laser Link[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(7): 1082-1088. DOI: 10.13203/j.whugis20230165

空间激光链路时频传递算法及仿真分析

陈俊平[1,2,3] 王 彬[1,2,3] 孟文东[1,2] 张晶宇[1]

1 中国科学院上海天文台,上海,200030

2 中国科学院大学,北京,100049

3 上海市空间导航与定位技术重点实验室,上海,200030

摘 要:利用空间高精度时频系统提供的超高精度时间频率信号,可以开展一系列空地时频传递和基础物理实验,支撑相对论及相关理论的高精度检验。针对空间激光链路时频传递算法进行了理论推导及仿真分析。首先,从星地激光双向时间比对理论公式出发,对比分析了X型星地双向时间比对与Lambda型星地双向时间比对的优缺点。其次,针对空间站轨道高度讨论了相对论效应对坐标时与原时转换的影响。最后,讨论了空地时频比对数据不连续性对空间站高精度原子钟稳定性评估的影响。结果表明:(1)基于激光测距方式的Lambda型双向时间比对可以抵消一阶多普勒对上下行距离项差异的影响,且Sagnac项影响的增大可忽略;(2)星地时间比对中坐标时和原时转换的相对论项对空间站位置的速度精度提出了高要求,为实现1×10^{-18}量级的频率偏差比对精度,空间站地心距精度要求为1 dm,速度精度要求为0.1 mm/s;(3)受空间站对地可见性影响,仅利用国内测站无法通过星地链路进行中短期原子钟稳定性的评估。

关键词:中国空间站;激光双向时频传递;广义相对论;高精度时频信号

中图分类号:P228 **文献标识码**:A **收稿日期**:2023-05-05

DOI:10.13203/j.whugis20230165 **文章编号**:1671-8860(2023)07-1082-07

Simulation Analysis of Time and Frequency Transfer Algorithm for Space Laser Link

CHEN Junping[1,2,3] *WANG Bin*[1,2,3] *MENG Wendong*[1,2] *ZHANG Jingyu*[1]

1 Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China

2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

3 Shanghai Key Laboratory of Space Navigation and Positioning Techniques, Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China

Abstract: **Objectives:** With the ultra-high precision time and frequency signals provided by space high precision time and frequency system, series of space-to-ground time and frequency transfer and fundamental physics experiments can be carried out to support high precision validation of relativity and related theories. **Methods:** First, theoretical derivation and simulation analysis are conducted on the time and frequency transfer algorithm of space laser links. Theoretical formula of space-to-ground laser two way time transfer are reviewed, and the advantages and disadvantages of X-type and Lambda-type approaches are compared and analyzed. Then, the impact of relativistic effects on the conversion between proper time and coordinate time is discussed for the specific orbital height of China space station. Finally, the impact of space-to-ground time and frequency transfer discontinuity on the stability evaluation of high-precision atomic clocks onboard space stations is discussed. **Results:** The results show that: (1) Lambda-type two-way time transfer based on satellite laser ranging can make up the distance difference of first-order Doppler effect on the uplink and downlink, and increase of Sagnac effect can be ignored. (2) The relativistic effect of the conver-

基金项目:国家自然科学基金(41904034);上海市优秀学术带头人计划(20XD1404500)。

第一作者:陈俊平,博士,研究员,主要从事卫星导航定位等方面的研究。junping@shao.ac.cn

通讯作者:王彬,博士,副研究员。binw@shao.ac.cn

sion between proper time and coordinate time for satellite ground time transfer makes high demands on the velocity accuracy of space station positions, in order to achieve 1×10^{-18} frequency transfer accuracy, geocentric distance accuracy of 1 dm and speed accuracy of 0.1 mm/s of space station is required; (3) Influenced by the visibility of space stations to the ground, it is not possible to evaluate the medium term stability of atomic clocks with only the observation data of domestic stations satellite for space-to-ground links. **Conclusions:** High precision navigation solution is important to ensure high-precision time and frequency transfer between space and ground. How to optimize navigation algorithms and use various payloads onboard to achieve high-precision position and velocity solution is a key issue that needs to be studied.

Key words: China space station; two-way laser time and frequency transfer; general relativity; high precision time and frequency signal

光钟的频率稳定度和准确度均已优于1×10^{-18}水平[1-2]，有利于国际单位制秒长的重新定义[3-4]。光钟不仅可用于相对论大地测量[5]，也可用于空间任务[6-7]开展基础物理学以及天文学研究。空间原子钟组计划（atomic clock ensemble in space，ACES）是欧洲空间局和法国空间局负责实施的基于国际空间站微重力环境下的空间微波原子钟实验验证计划，核心载荷是一台激光冷原子铯钟和一台空间主动型氢钟，利用双向微波链路预期实现 100 ps的空地时间同步，以及1×10^{-16}水平的频率比对准确度，此外利用激光链路预期实现50 ps准确度、单弧段4 ps精度的空地原子钟比对[8]。空间光钟（space optical clock，SOC）计划是ACES计划的后续，将在空间站上搭载光钟，其频率准确度优于5×10^{-17}，频率稳定度优于$1\times10^{-15}\tau^{-0.5}$[9]，其中$\tau$表示平滑时间。

中国空间站梦天实验舱于2022-10-31发射升空，其中高精度时频实验柜科学实验系统包括冷原子铷钟、主动氢原子钟和锶原子光钟等不同特性的原子钟，在空间微重力环境下时频基准实现精度优于地面时频基准1～2个量级[10-11]。中国空间站原子钟组能连续产生秒稳定度优于2×10^{-15}、日稳定度和不确定度为8×10^{-18}的高精度时频信号，稳定度可用谱密度分别为1.28×10^{-35}、8.00×10^{-30}的调频白噪声和调频闪变噪声近似[12]，地面概念验证模型稳定度符合$2.6\times10^{-15}\tau^{-0.5}$变化[7]。

中国空间站高精度时频实验柜科学实验系统与ACES计划均采用微波双向和激光双向两种链路实现空地原子钟时频比对，不同之处在于ACES上行链路采用Ku波段，两条下行链路采用S波段和Ku波段计算电离层大气时延，而中国空间站下行链路包含3路信号，两路信号在Ku波段，一路在频率更高的Ka波段，在电离层延迟修正以及天线相位中心修正方面更具优势[10, 12]。中国空间站星地激光时频传递时间稳定度指标优于0.1 ps/300 s、1 ps/1 d，采用10 kHz高重频测量提升激光时频比对的短期稳定性[11]，采用温漂补偿实现高精度单光子激光时间传递[13]。

利用空间高精度时频系统提供的超高精度时间频率信号，可以开展一系列空地时频传递和基础物理实验，如引力红移测量、精细结构常数变化探测等，支撑相对论及相关理论的高精度检验[14]。科学目标的实现离不开空地高精度时频比对链路，高精度的时频比对数据是众多基础物理实验的关键。ACES观测模型时间比对精度需求为1 ps，相对频率偏差准确度需求为1×10^{-16}，除了要考虑相对论效应外，还应顾及非惯性力（如大气阻力、太阳辐射压等）以及空间站动态环境（如姿态变化）的影响[8]。ps量级的时间比对要求需要在广义相对论框架下建立卫星坐标时计时与时间比对模型[15]，讨论卫星轨道摄动对时间比对的影响[16]。轨道误差是空间站共视法时间比对的主要误差源，其影响在几百ps量级，通过选择特定的星站几何关系可将百ps量级的站间时间比对误差降低到几十ps[17]。

ACES计划以及中国空间站时频比对系统在微波和激光时频传递链路方面做了很多分析工作[8, 18-20]。但针对性能指标更高的空间激光时频比对实验，需要针对实际情况开展进一步的分析与设计，比如频率不确定度1×10^{-18}量级的单向Λ构型链路的相对论分析[21]、特定的微波时频链路系统体制[10]，以及高测量频率（10 kHz）的卫星激光双向时频比对[11]等。为此，本文针对空间激光链路时频传递算法开展进行了理论推导及仿真分析。

1　星地激光双向时间比对

星地激光双向时间比对原理如图1所示，地

面站在本地时刻t_0向卫星发射激光脉冲,该脉冲在卫星时刻t_1到达卫星后被反射,地面站在t_2时刻接收到回波信号,综合卫星下传的t_1时刻信息,从而解算得到星地钟差[22]。假定地面时T_A与卫星时T_B之间的时差为ΔT,本地时刻t_0与地面秒脉冲之间的时间间隔为T_G,卫星时刻t_1与卫星秒脉冲之间的时间间隔为T_S,上行信号光行时用τ_{uplink}表示,下行信号光行时用τ_{downlink}表示,则$\Delta T = T_S - T_G - \tau_{\mathrm{uplink}}$。

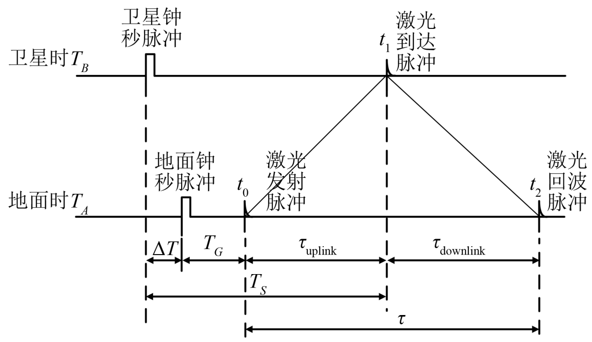


图1 星地激光时间比对[22]

Fig. 1 Satellite-Ground Laser Time Comparison[22]

1.1 星地单向时间比对

一阶后牛顿假设下,坐标时在渐进平直空间坐标系下(当地心距$r\to\infty$时,空间度规分量$g_{ij}=\delta_{ij}$,δ_{ij}为克罗内克函数),地心非旋转坐标系的度规可描述为[15]:

$$\mathrm{d}s^2 = -\left(1-2U/c^2\right)\left(1+L_g\right)^2 c^2\mathrm{d}t^2 + \left(1+2U/c^2\right)\left(\mathrm{d}r^2 + r^2\mathrm{d}\theta^2 + r^2\sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2\right) \quad (1)$$

式中,$\mathrm{d}s$为相对论线元;t为坐标时;r、θ、ϕ分别为球坐标直径、余纬和经度;U为地球引力位以及其他天体潮汐位;$L_g = U_g/c^2$;U_g为大地水准面上引力位;c为光速。旋转坐标系(ω为旋转速度)下的信号传播坐标时T_t为:

$$T_t = \int_a^b \frac{\mathrm{d}u}{c} - \frac{U_g\mathrm{d}u}{c^3} + \frac{\omega r^2\sin^2\theta\mathrm{d}\phi_r}{c^2} + \left[1 + r^2\sin^2\theta\left(\frac{\mathrm{d}\phi_r}{\mathrm{d}u}\right)^2\right]\frac{\omega^2 r^2\sin^2\theta\mathrm{d}u}{2c^3} + \frac{2U\mathrm{d}u}{c^3} + O\left(c^{-4}\right) \quad (2)$$

式中,$\mathrm{d}u$为传播路径上的线长,沿信号发射点a到信号接收点b的信号传播路径进行积分;ϕ_r为旋转坐标系下经度;忽略c^{-4}以上的项$O\left(c^{-4}\right)$。式中等号右边前4项(即$\int_a^b \frac{\mathrm{d}u}{c} - \frac{U_g\mathrm{d}u}{c^3} + \frac{\omega r^2\sin^2\theta\mathrm{d}\phi_r}{c^2} + \left[1 + r^2\sin^2\theta\left(\frac{\mathrm{d}\phi_r}{\mathrm{d}u}\right)^2\right]\frac{\omega^2 r^2\sin^2\theta\mathrm{d}u}{2c^3}$)为几何项,第5项($\int_a^b \frac{2U\mathrm{d}u}{c^3}$)为引力位项。几何项可通过非旋转框架下信号发射位置和接收位置间距离的计算得到,忽略的地球引力场以及大气折射影响小于1 ps。假定信号发射时刻t_0卫星位置为$\boldsymbol{x}_a(t_0)$,地面测站位置为$\boldsymbol{x}_b(t_0)$,信号接收时刻t_1地面测站位置为$\boldsymbol{x}_b(t_1)$,此时信号传播时间可表示为:

$$T_t = T + T_g = \left(1-L_g\right)R_0/c + \left(\boldsymbol{R}_0\cdot\boldsymbol{v}_b\right)/c^2 + \left(v_b^2 + \boldsymbol{R}_0\cdot\boldsymbol{a}_b - \left(\boldsymbol{R}_0\cdot\boldsymbol{v}_b\right)^2/R_0^2\right)R_0/2c^3 + \frac{2GM_{\mathrm{E}}}{c^3}\ln\frac{\left|\boldsymbol{x}_b(t_1)\right| + \left|\boldsymbol{x}_a(t_0)\right| + R_0}{\left|\boldsymbol{x}_b(t_1)\right| + \left|\boldsymbol{x}_a(t_0)\right| - R_0} \quad (3)$$

式中,T为几何时延;T_g为引力时延;$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{x}_b(t_0) - \boldsymbol{x}_a(t_0)$;$R_0$为向量$\boldsymbol{R}_0$的模长;$\boldsymbol{v}_b = \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{x}_b(t_0) + \boldsymbol{v}_{rb}$;$\boldsymbol{v}_{rb}$为旋转框架下地面测站的运动速度;$\boldsymbol{\omega}$为地球自转向量;$\boldsymbol{a}_b = \boldsymbol{\omega}\times\left(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{x}_b(t_0)\right) + \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v}_{rb} + \boldsymbol{a}_{rb}$;$\boldsymbol{a}_{rb}$为旋转框架下地面测站的运动加速度;$GM_{\mathrm{E}}$为地球引力常数。当信号接收测站相对地球静止时,$\boldsymbol{v}_{rb}=0$,式(3)中第2项($\left(\boldsymbol{R}_0\cdot\boldsymbol{v}_b\right)/c^2$)为Sagnac改正项:

$$\boldsymbol{R}_0\cdot\boldsymbol{v}_b/c^2 = 2\omega A_E/c^2 \quad (4)$$

当$\boldsymbol{v}_{rb}\neq 0$,有:

$$\boldsymbol{R}_0\cdot\boldsymbol{v}_b/c^2 = 2\omega A_E/c^2 + \left(\boldsymbol{x}_b(t_0) - \boldsymbol{x}_a(t_0)\right)\cdot\boldsymbol{v}_{rb}/c^2 \quad (5)$$

式中,等号后第1项为Sagnac改正;等号后第2项为多普勒改正项;A_E为信号传播路径点的地心向径在传播过程中扫出的面积在赤道面内的投影。A_E具有方向性,如果信号为东方向传播,则A_E为正,否则为负。式(3)中的第3行为Shaprio改正。

1.2 星地双向时间比对

1.2.1 X型星地双向时间比对

信号分别在t_0和$t_0+\Delta t$时刻从测站c和卫星s发出,测站和卫星位置分别为$\boldsymbol{x}_c(t_0)$和$\boldsymbol{x}_s(t_0+\Delta t)$,并于$t_1$和$t_2$时刻分别被卫星和测站接收,测站和卫星位置分别为$\boldsymbol{x}_s(t_1)$和$\boldsymbol{x}_c(t_2)$(见图2)。假定测站$c$和卫星$s$的原子钟都进行了改正,利用钟面时即可得到坐标时间隔:

$$\begin{cases} t_c = t_2 - t_0 \\ t_s = t_1 - \left(t_0 + \Delta t\right) \end{cases} \quad (6)$$

为了进行同步,须求取Δt。光行时方程为:

$$\begin{cases}T_1=t_1-t_0\\T_2=t_2-t_0-\Delta t\end{cases}\tag{7}$$

求解Δt可得:

$$\begin{cases}\Delta t=(t_c-t_s)/2+\delta\\\delta=(T_1-T_2)/2\end{cases}\tag{8}$$

改正δ来自于时间同步框架下卫星和测站的运动以及传播时间T_1到T_2的引力时延。

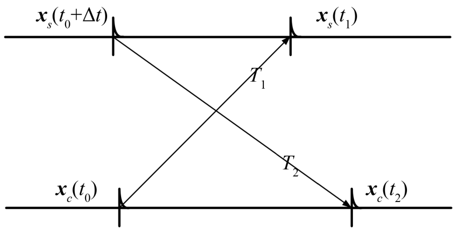


图2　X型星地双向时间比对

Fig. 2　Satellite-Ground Laser Time Comparison of X Shape

讨论几何项T_1-T_2,由式(3)可得:

$$T_1-T_2=(1-L_g)(\Delta R_0)/c+\Delta(\boldsymbol{R}_0\cdot\boldsymbol{v}_b)/c^2+O\big((v/c)(v_r/c)(R_0/c)\big)\tag{9}$$

其中,

$$\begin{cases}\Delta(R_0)=-((\boldsymbol{x}_s-\boldsymbol{x}_c)\cdot\boldsymbol{v}_r)\dfrac{\Delta t}{R_0}\\\Delta(\boldsymbol{R}_0\cdot\boldsymbol{v}_b)=2\boldsymbol{\omega}\cdot(\boldsymbol{x}_c\times\boldsymbol{x}_s)+\\\quad\boldsymbol{\omega}\cdot(\boldsymbol{x}_c\times\boldsymbol{v}_r)\Delta t+\boldsymbol{v}_r\cdot(\boldsymbol{x}_s-\boldsymbol{x}_c)\\R_0=|\boldsymbol{x}_s-\boldsymbol{x}_c|\end{cases}\tag{10}$$

式中,$\boldsymbol{v}_r$为卫星对地速度。式(10)中的第一行与$\boldsymbol{v}_r$以及Δt有关。如果$\Delta t\approx 0$,该项的影响取决于残余速度项的影响。该项可通过某种方式消去,即引入某些特定时延的Δt,使得其能与式(10)第2行公式等号右边第3项($\boldsymbol{v}_r\cdot(\boldsymbol{x}_s-\boldsymbol{x}_c)$)相消,达到$R_0\approx v_r\Delta t$的效果。

1.2.2　Lambda型星地双向时间比对

信号在t_0时刻从测站c发出,测站位置为$\boldsymbol{x}_c(t_0)$,t_1时刻被卫星接收后反射,卫星位置为$\boldsymbol{x}_s(t_1)$,回波信号在t_2时刻被测站c接收,信号接收时刻测站位置为$\boldsymbol{x}_c(t_2)$(见图3)。与X型时间传递的不同之处在于:Lambda型星地时间传递不存在两个具有同时性的事件假设,卫星s的坐标时t_1实际上为$t_1+\Delta t$,需要先求得单向的信号传播时间T_1,然后才能求得星地同步所需的Δt。假定测站c和卫星s的钟都进行了改正,利用钟面时即可得到坐标时时间间隔:

$$t_c=t_2-t_0\tag{11}$$

光行时方程为:

$$\begin{cases}T_1=t_1-t_0\\T_2=t_2-t_1\end{cases}\tag{12}$$

求解Δt可得:

$$\begin{cases}T_1=t_c/2+\delta\\\delta=(T_1-T_2)/2\\\Delta t=T_1-(t_1-t_0)=\dfrac{t_2+t_0}{2}-t_1+\delta\end{cases}\tag{13}$$

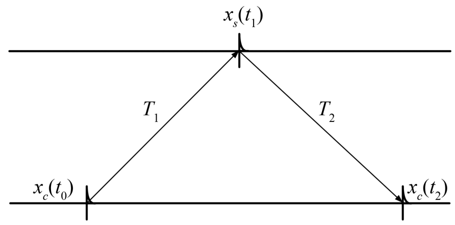


图3　Lambda型星地双向时间比对

Fig. 3　Satellite-Ground Laser Time Comparison of Lambda Shape

T_1-T_2的表达式不变,同式(9),其中,

$$\begin{cases}\Delta(R_0)=-((\boldsymbol{x}_s-\boldsymbol{x}_c)\cdot\boldsymbol{v}_r)\dfrac{T_1}{R_0}\\\Delta(\boldsymbol{R}_0\cdot\boldsymbol{v}_b)=2\boldsymbol{\omega}\cdot(\boldsymbol{x}_c\times\boldsymbol{x}_s)+\\\quad\boldsymbol{\omega}\cdot(\boldsymbol{x}_c\times\boldsymbol{v}_r)T_1+\boldsymbol{v}_r\cdot(\boldsymbol{x}_s-\boldsymbol{x}_c)\\R_0=|\boldsymbol{x}_s-\boldsymbol{x}_c|\end{cases}\tag{14}$$

将T_1用一阶近似替换,可得:

$$\frac{\Delta(R_0)}{c}=-\frac{(\boldsymbol{x}_s-\boldsymbol{x}_c)\cdot\boldsymbol{v}_r}{c^2}\tag{15}$$

且

$$\frac{\Delta(\boldsymbol{R}_0\cdot\boldsymbol{v}_b)}{c^2}=\frac{2\boldsymbol{\omega}\cdot(\boldsymbol{x}_c\times\boldsymbol{x}_s)}{c^2}+\boldsymbol{\omega}\cdot(\boldsymbol{x}_c\times\boldsymbol{v}_r)\frac{R_0}{c^3}+\frac{\boldsymbol{v}_r\cdot(\boldsymbol{x}_s-\boldsymbol{x}_c)}{c^2}\tag{16}$$

式(15)为一阶多普勒效应,与式(16)中最后一项形成相消效果。剩余部分与地球自转以及卫星对地速度有关。与X型星地双向时间比对相比,Lambda型星地时间比对通过调整下行信号的发射时刻,抵消了距离不对称性与一阶多普勒影响,削弱了多普勒的总体影响,但增大了Sagnac的影响。对于空间站卫星,假定轨道高度为370 km,星对地速度假定为7.3 km/s,对于赤道测站而言,式(16)中$\boldsymbol{\omega}\cdot(\boldsymbol{x}_c\times\boldsymbol{v}_r)\dfrac{R_0}{c^3}$项的最大值在0.05 ps量级,该影响非常小;而$\dfrac{2\boldsymbol{\omega}\cdot(\boldsymbol{x}_c\times\boldsymbol{x}_s)}{c^2}$项的最大值约为70 ns量级,采用已知地面测站坐标、卫星轨道代入,1 m的轨道误差带来的修正影响小于0.01 ps量级。

2 星地激光双向时间比对中的相对论效应

地心地固系下时间同步的前提为:卫星和地面的原子钟都已进行了引力位和速度改正,使其运行频率与坐标时定义频率保持一致。主要讨论卫星钟运行速率与坐标时进行同步所需的速度项(狭义相对论)和引力位(广义相对论)项改正。相对参考于坐标时的原子钟频率(包含所有大于1×10^{-18}项影响)[23]为:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}T_{\mathrm{sv}}}{\mathrm{d}T_{\mathrm{TCG}}}=1-\dfrac{1}{c^2}\left[U_{\mathrm{E}}(\boldsymbol{w})+\dfrac{v^2}{2}+U_T(\boldsymbol{x}_{\mathrm{E}}+\boldsymbol{w})-U_T(\boldsymbol{x}_{\mathrm{E}})-U_{T,k}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{E}})w^k\right]\\ \dfrac{\mathrm{d}T_{\mathrm{TT}}}{\mathrm{d}T_{\mathrm{TCG}}}=1-L_g=1-\dfrac{U_g}{c^2}\end{cases}\tag{17}$$

式中,T_{sv}为卫星原时;T_{TCG}为地心坐标时;T_{TT}为大地水准面上原时;$\boldsymbol{w}$为卫星三维位置坐标向量(w^k), $k=1,2,3$;(T_{TCG},w^k)构成地心框架时空坐标;下标E表示地球质心;$U_{\mathrm{E}}(\boldsymbol{w})$和$U_T(\boldsymbol{x})$分别为地球牛顿引力位和外部天体的牛顿引力位。将外部天体的影响看做潮汐位影响ΔV,利用开普勒定律以及轨道根数对式(17)进行积分[24-25],可得卫星坐标时t:

$$t=T_{\mathrm{sv}}-\Delta t^{\mathrm{rel}}=T_{\mathrm{sv}}-\frac{GM_{\mathrm{E}}}{c^2}\left\{\frac{1}{R_m}t+\int\left[\frac{1}{2a}-\frac{2}{r}+\frac{R}{GM_{\mathrm{E}}}-\frac{\Delta V}{GM_{\mathrm{E}}}\right]\mathrm{d}t\right\}\tag{18}$$

其中,Δt^{rel}为相对论效应,$R_m=GM_{\mathrm{E}}/U_g$为地球平均半径;R为地球非球形效应影响;a为卫星半长轴。利用轨道动力学特性以及轨道根数a、e、E,对式(18)进行积分可得:

$$\begin{aligned}\Delta t^{\mathrm{rel}}&=\Delta t_{\mathrm{con}}t+\Delta t_0^{\mathrm{per}}+\frac{GM_{\mathrm{E}}}{c^2}\int\left[\frac{R}{GM_{\mathrm{E}}}-\frac{\Delta V}{GM_{\mathrm{E}}}\right]\mathrm{d}t=\\&\frac{GM_{\mathrm{E}}}{c^2}\left(\frac{1}{R_0}-\frac{3}{2a}\right)t-\frac{2\sqrt{GM_{\mathrm{E}}a}\,e\sin E}{c^2}+\\&\frac{GM_{\mathrm{E}}}{c^2}\int\left[\frac{R}{GM_{\mathrm{E}}}-\frac{\Delta V}{GM_{\mathrm{E}}}\right]\mathrm{d}t\end{aligned}\tag{19}$$

式(19)为原时与坐标时转换公式,可知相对论的影响表现为频差和时差两个方面,频差受轨道半长轴、地球非球形效应以及外部天体潮汐位的影响,时差受轨道位置的影响。假定轨道高度为370 km,偏心率为4.5×10^{-4},时差的影响在500 ps量级。忽略地球非球形效应以及外部天体潮汐位影响时,频差的影响在2.9×10^{-10}量级。

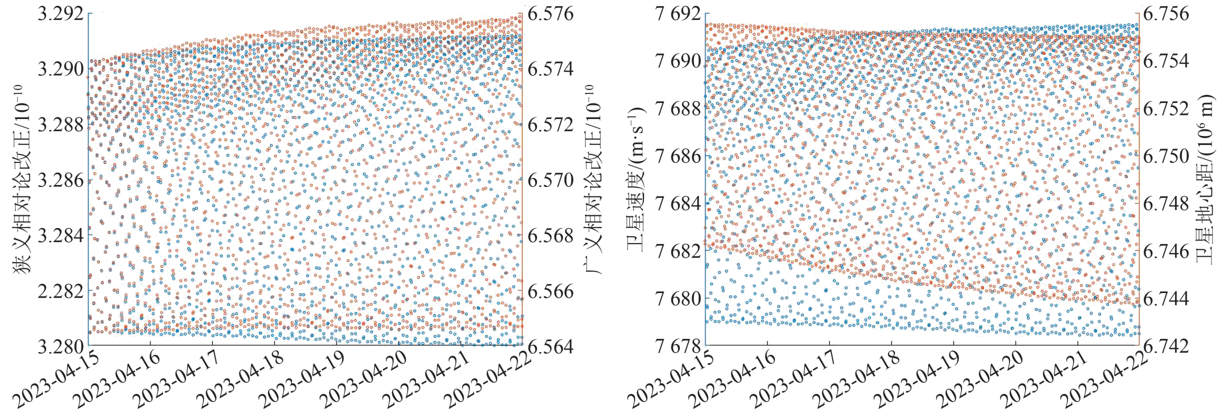
为分析式(17)中地球引力位、天体潮汐位以及卫星速度对相对论修正性能的影响,需要精确的地球重力场以及其他天体重力场模型信息,以及地心惯性系下卫星位置和速度。对以上修正效果进行模拟分析,实验中地球重力场模型采用EGM2008模型,太阳及其他行星的引力位采用一阶近似,卫星位置和速度信息的采样间隔为300 s,忽略该时间内引力位和速度的时变性,分析相对论改正。图4为利用中国空间站两行轨道提供的卫星位置、速度信息计算的相对论改正。图4(a)为广义和狭义相对论改正时序图,图4(b)为对应时段的空间站地心距变化以及速度变化。从图4中可以看出,广义和狭义相对论引起的相对频率偏差影响分别为6.570×10^{-10}和3.285×10^{-10}量级,变化范围分别为1.100×10^{-12}和1.000×10^{-12},对应的地心距在11.00 km范围内变化,速度在11.00 m/s范围内变化。由此根据式(17)可得当地心距在0.1 m范围内变化(或者存在0.1 m误差)时,对应广义相对论频率偏差误差9.7×10^{-18}量级,速度在0.1 mm/s范围内变化(或者存在0.1 mm/s误差)时,对应狭义相对论频率偏差误差8.5×10^{-18}量级。

3 空间站对地可见性对稳定性分析的影响

空间站是空间激光比对系统的载体,在与地面进行双向激光时频比对时,其可见情况将对指标评估产生影响。中国空间站的轨道周期约为90 min,具有较大的对地运行速度,单一测站单弧段高度角10°以上的可视时长在5 min左右。即使利用全国测站观测数据,同一轨道周期高度角10°以上的可视时长在10 min左右。由此会存在大量的数据间断,如果利用内插方法对数据进行补充,会导致稳定性方差存在偏差。通常利用有限观测值组合计算扩展的阿伦方差[26]。

采用仿真方法分析空间站对地可见性对在轨原子钟稳定性结果的影响。中国空间站原子钟稳定度可用谱密度分别为1.28×10^{-35}、8.00×10^{-30}的调频白噪声和调频闪变噪声近似[12]。

图5中蓝色线为中国空间站原子钟稳定性仿真数据,秒稳为2×10^{-15},万秒稳为1×10^{-17}量



(a) 相对论改正　　　　　　　　(b) 地心距和速度变化

图 4　中国空间站相对论改正

Fig. 4　Relativistic Corrections of China Space Stations

级,天稳为 2×10^{-18} 量级。黑色线为欧洲 SOC 计划原子钟预期稳定性曲线,服从 $1\times10^{-15}\tau^{-0.5}$ 曲线变化。利用空间站两行轨道根数计算中国境内上海、三亚、拉萨、昆明、喀什、西安、北京、长春、成都等激光测站对空间站可视时间段(截止高度角 10°),依据间断数据重新计算稳定性方差,并与仿真数据进行比较。图 5 中红色线为利用间断数据计算的原子钟稳定性,可以看出,受数据间断影响,500~40 000 s 之间原子钟的稳定性不可评估,并且受数据间断导致数据数目稀少,使得长期(如 40 000 s)稳定度估值不可靠。

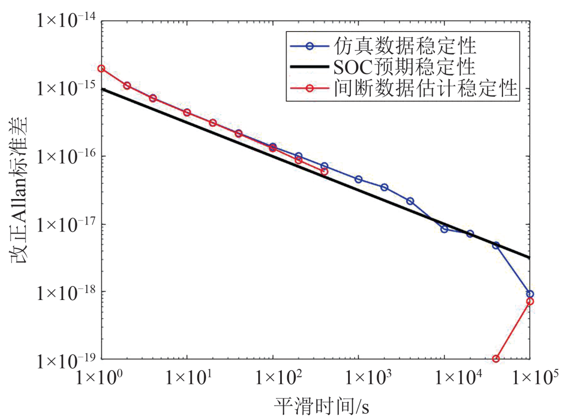


图 5　中国空间站原子钟稳定性仿真

Fig. 5　Simulation of the Stability of Atomic Clocks Onboard China Space Stations

4　结　语

随着中国空间站等空间卫星系统的建设,利用空间高精度时频系统提供的超高精度时间频率信号能够开展一系列空地时频传递和基础物理实验。本文讨论了空间激光链路双向时间比对的算法并进行了仿真验证,结果表明:

1)基于激光测距方式的 Lambda 型双向时间比对可以抵消一阶多普勒对上下行距离项差异的影响,且 Sagnac 项影响的增大可忽略;

2)星地时间比对中坐标时和原时转换的相对论项对空间站位置速度精度提出了高要求,空间站地心距在 0.1 m 范围内变化时,广义相对论频率偏差在 9.7×10^{-18} 范围内变化,速度在 0.1 mm/s 范围变化时,狭义相对论频率偏差在 8.5×10^{-18} 范围内变化;

3)受空间站对地可见性影响,仅利用国内测站不可评估中短期原子钟的稳定性,中长期稳定性估值也会因为数据缺失而变得不可靠。

空间高精度导航位置速度解是确保高精度空地时频传递的关键,如何对现有导航算法进行优化,利用搭载的各类载荷实现高精度位置速度的求解是需要重点研究的问题。

参　考　文　献

[1]　McGrew W F, Zhang X, Fasano R J, et al. Atomic Clock Performance Enabling Geodesy Below the Centimetre Level[J]. *Nature*, 2018, 564(7734): 87-90.

[2]　Brewer S M, Chen J S, Hankin A M, et al. Leibrandt, 27Al+ Quantum-Logic Clock with a Systematic Uncertainty Below 10-18[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(3): 033201.

[3]　Riehle F, Gill P, Arias F, et al. The CIPM List of Recommended Frequency Standard Values: Guidelines and Procedures[J]. *Metrologia*, 2018, 55(2): 188-200.

[4]　Lodewyck J. On a Definition of the SI Second with a Set of Optical Clock Transitions[J]. *Metrologia*, 2019, 56(5): 055009.

[5]　Grotti J, Koller S, Vogt S, et al. Geodesy and Metrology with a Transportable Optical Clock[J]. *Na-

ture Physics, 2018,14(5): 437-441.

[6] Bongs K, Singh Y, Smith L, et al. Development of a Strontium Optical Lattice Clock for the SOC Mission on the ISS[J]. *Comptes Rendus Physique*, 2015,16(5): 553-564.

[7] Guo F, Tan W, Zhou C, et al. A Proof-of-Concept Model of Compact and High-Performance 87Sr Optical Lattice Clock for Space[J]. *AIP Advances*, 2021,11(12): 125116.

[8] Turyshev S G, Yu N, Toth V T. General Relativistic Observables for the ACES Experiment[J]. *Physical Review D*, 2016,93(4):045027.

[9] Origlia S, Schiller S, Pramod M S, et al. Consortium, Development of a Strontium Optical Lattice Clock for the SOC Mission on the ISS[C]//Conference on Quantum Optics, Brussels, Belgium, 2016.

[10] Zhang Xu. System Design and Key Technologies of High Accuracy Time and Frequency Microwave Link for Space Station[J]. *Telecommunication Engineering*, 2017,57(4): 407-411.(张旭. 空间站高精度时频微波链路系统体制设计及关键技术[J]. 电讯技术, 2017, 57(4): 407-411.)

[11] Meng Wendong. Research on Laser Time Transfer and Payload Technology for Chinese Space Station[D]. Shanghai:East China Normal University,2021.(孟文东. 应用于中国空间站的激光时频传递系统及载荷关键技术研究[D]. 上海:华东师范大学, 2021.)

[12] Liu Yinhua. Study on Space Station and Loran Common-View Time Comparison Method[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2019.(刘音华. 空间站和罗兰共视时间比对方法研究[D]. 北京:中国科学院大学,2019.)

[13] Meng W, Wang Y, Tang K, et al. High-Precision Single-Photon Laser Time Transfer with Temperature Drift Post-Compensation[J]. *Sensors*, 2020, DOI: 10.3390/s20226655.

[14] Wu Ji, Sun Lilin, You Liang, et al. Prospect for Chinese Space Science in 2016—2030[J]. *Bulletin of Chinese Academy of Sciences*, 2015, 30(6): 707-720.(吴季, 孙丽琳, 尤亮, 等. 2016-2030年中国空间科学发展规划建议[J]. 中国科学院院刊, 2015,30(6): 707-720.)

[15] Petit G, Wolf P. Relativistic Theory for Picosecond Time Transfer in the Vicinity of the Earth[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1994,286: 971-977.

[16] Liang Jian, Jia Qian, Liu Lei, et al. General Relativistic Theory for Picosecond Coordinate Timing and Time Comparison of Satellites Under Orbit Perturbations[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2022, 52(5):819-828.(梁健, 贾前, 刘磊, 等. 基于广义相对论的轨道摄动卫星皮秒计时与时间比对研究[J]. 中国科学:技术科学,2022,52(5): 819-828.)

[17] Liu Yinhua, Li Xiaohui. Effect of Orbit Error on Space Station Time Comparison and Calibrating Method[J]. *Journal of Astronautics*, 2019,40(3): 345-351.(刘音华,李孝辉. 轨道误差对空间站高精度时间比对的影响分析及修正方法[J]. 宇航学报, 2019,40(3): 345-351.)

[18] Lilley M, Savalle E, Angonin M C, et al. ACES/PHARAO: High-Performance Space-to-Ground and Ground-to-Ground Clock Comparison for Fundamental Physics [J]. *GPS Solutions*, 2021, 25(2): 34.

[19] Hobiger T, Piester D, Baron P. A Correction Model of Dispersive Troposphere Delays for the ACES Microwave Link[J]. *Radio Science*, 2013, 48(2): 131-142.

[20] Meynadier F, Delva P, le Poncin-Lafitte C, et al. Atomic Clock Ensemble in Space (ACES) Data Analysis [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2018,35(3):035018.

[21] Cheng Ran, Han Wenbiao, He Keliang. A High-Precision Relativistic Model for Two-Way Frequency Transfer of Λ-Configuration in GCRS [J]. *Acta Astronomica Sinica*, 2019,60(3): 80-95.(程然, 韩文标, 何克亮. 一种GCRS下Λ型双向频率传输的高精度相对论模型[J]. 天文学报, 2019, 60(3): 80-95.)

[22] Wang Yuanming, Yang Fumin, Huang Peicheng, et al. Principle Prototype and Ground Simulation Comparison Experiment of Satellite Ground Laser Time Comparison [J]. *Science in China(Series G: Physics, Mechanics and Astronomy)*, 2008(2): 217-224.(王元明, 杨福民, 黄佩诚, 等. 星地激光时间比对原理样机及地面模拟比对试验[J]. 中国科学(G辑:物理学 力学 天文学), 2008(2): 217-224.)

[23] Wolf P, Petit G. Relativistic Theory for Clock Syntonization and Realization of Geocentric Coordinates Times [J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1995(304): 653-661.

[24] Kouba J. Improved Relativistic Transformations in GPS[J]. *GPS Solutions*, 2004,8(3): 170-180.

[25] Kouba J. Relativistic Time Transformations in GPS [J]. *Solutions*, 2002,5(4): 1-9.

[26] Sesia I, Galleani L, Tavella P. Application of the Dynamic Allan Variance for the Characterization of Space Clock Behavior [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 884-895.