



# 相位平滑伪距辅助 GNSS 三频 非差数据实时周跳探测与修复

孟令东<sup>1,2</sup> 陈俊平<sup>2,3</sup> 王解先<sup>1</sup> 张益泽<sup>2,4</sup>

(<sup>1</sup>同济大学测绘与地理信息学院, 上海 200092)

(<sup>2</sup>中国科学院上海天文台, 上海 200030)

(<sup>3</sup>中国科学院大学天文与空间科学学院, 北京 100049)

(<sup>4</sup> Tokyo University of Marine Science and Technology, Tokyo 1358533, Japan)

**摘要:** 针对目前几乎所有三频周跳探测与修复方法都会受到伪距噪声和多路径效应影响的问题, 提出了采用相位平滑伪距方法来辅助三频周跳探测与修复. 采用 GPS/QZSS 和 BDS 实测三频数据对该方法进行了验证. 结果表明: 该方法可大幅削弱伪距噪声和多路径效应对周跳修复的影响, 提高周跳确定成功率. 经过相位平滑伪距后, 周跳浮点值与真值之间的均方根(RMS)误差, 对于 GPS/QZSS 三个频点 L1, L2, L5 平均分别降低 40.389%、40.758% 和 40.023%, 对于 BDS 三个频点 B1, B2, B3 平均分别降低 12.083%、14.290% 和 18.781%.

**关键词:** 三频 GNSS 非差数据; 周跳探测与修复; 相位平滑伪距; 观测值去噪

**中图分类号:** P228.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-0505(2019)03-0573-09

## CPSP aided real-time cycle slip detection and repair for triple-frequency un-differenced GNSS observation

Meng Lingdong<sup>1,2</sup> Chen Junping<sup>2,3</sup> Wang Jiexian<sup>1</sup> Zhang Yize<sup>2,4</sup>

(<sup>1</sup> College of Surveying and Geo-Informatics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

(<sup>2</sup> Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China)

(<sup>3</sup> School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(<sup>4</sup> Tokyo University of Marine Science and Technology, Tokyo 1358533, Japan)

**Abstract:** The performances of all current cycle slip detection and repair (CDR) algorithms would be affected by the pseudo-range noise and multipath effects. A carrier-phase smoothing of pseudo-range (CPSP) method was used to aid the triple-frequency cycle slip detection and repair. The performance of the method was verified with GPS/QZSS and BDS triple-frequency observations. The results show that the influence of pseudo-range observation noise and its multi-path effects on the CDR is reduced and the success rate of CDR is improved. Using the CPSP approach, the differences of the root mean square (RMS) between float and true integer values are decreased by 40.389%, 40.758% and 40.023% averagely at L1, L2, L5, respectively for GPS/QZSS; and 12.083%, 14.290% and 18.781% averagely at B1, B2, B3, respectively for BDS.

**Key words:** triple-frequency global navigation satellite system (GNSS) un-differenced observation; cycle slip detection and repair (CDR); carrier-phase smoothing of pseudo-range (CPSP); denoise observation data

使用载波观测值相比码伪距观测值能获得更高精度定位结果, 但必须正确探测并修复周跳, 否

则将严重损害定位结果. 因此在 GNSS 数据预处理时, 如何正确探测并修复周跳是关键问题之一. 几

收稿日期: 2018-09-10. 作者简介: 孟令东(1993—), 男, 博士生; 陈俊平(联系人), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, junping@shao.ac.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11673050)、国家重点研发计划资助项目(2018YFB0504300).

引用本文: 孟令东, 陈俊平, 王解先, 等. 相位平滑伪距辅助 GNSS 三频非差数据实时周跳探测与修复[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2019, 49(3): 573-581. DOI:10.3969/j.issn.1001-0505.2019.03.024.

十年来,许多学者对此进行了深入研究.高次差法<sup>[1-2]</sup>理论上较严密,但难以在计算机上实现,并且会放大噪声,因此不能探测小周跳;多项式拟合法<sup>[1,3]</sup>本质与高次差法一样<sup>[1-2]</sup>,虽容易编程实现,但易受观测噪声影响,不适合探测修复小周跳,且拟合窗口长度及阶数根据经验确定,缺乏严密理论支持<sup>[4]</sup>;也有学者改进外推法,如文献[5]采用灰色理论外推法探测修复周跳,但算法过于复杂;文献[6]采用切比雪夫多项式拟合法修复周跳.这些方法共同的问题是:如果最开始的历元发生周跳,则无法正常启动,且容易受伪距观测噪声和多路径影响,导致周跳修复出现错误;Blewitt<sup>[7]</sup>提出的 TurboEdit 算法,被广泛应用于多种 GNSS 数据处理软件,但仅适用于双频信号,且不能修复周跳.随着 GNSS 系统现代化和新系统的建立,越来越多的卫星发送三频信号,多频信号有助于整周模糊度固定和周跳探测与修复<sup>[8]</sup>.借鉴 TurboEdit 算法思想,有学者提出了三频 TurboEdit 周跳处理方法<sup>[9]</sup>,但该方法组合系数是小数,破坏了模糊度整数特性,采用的空间搜索方法确定每个频点跳变量数值稳定性差;Dai 等<sup>[10]</sup>提出用 2 个无几何载波组合和 LAMBDA 空间搜索方法探测修复三频周跳,但这种方法由于组合过少,存在特殊周跳组合无法被探测发现的情况;文献[9-13]都采用空间搜索方法确定每个频点跳变量,但这种方法问题在于:搜索空间和步长难以自适应变化,当搜索空间过大而步长较短时,计算量急剧增大,影响数据处理效率;而搜索空间过小步长较长时,又可能错过最佳估值,造成跳变量计算错误;文献[14-15]构造 3 个线性无关的码相组合,计算每个频点跳变量时,避免使用搜索方法,提高计算效率,但该方法容易受到伪距噪声和多路径的影响,特别是文献[14]进行历元间二次差分进一步放大噪声,进而令周跳探测修复成功率急剧下降;文献[16]采用 3 个无几何无电离层码相组合探测修复周跳,但该方法第 3 个组合的噪声太大,导致很多历元无法正确修复周跳,并且其提出的多项式拟合和窗口平滑的方法,增加了算法复杂程度,修复周跳的方程呈现病态,必须采用空间搜索方法;为缓解伪距噪声和多

路径造成的不利影响,文献[17-19]采用逐级修复周跳的方式,第 2 和第 3 个组合只进行相位之间的组合,文献[20]仅对第 3 个组合进行相位组合.但第 3 个组合的系数之和都不为零,未能消除接收机钟差.文献[21]提出基于无几何模型估计跳变量,在此基础上附加电离层约束,进一步提高周跳估计模型强度<sup>[22]</sup>,但该种算法无论卫星是否发生周跳都要参与计算,有的没有周跳探测步骤,有的采用粗差探测迭代方式探测周跳,运算量普遍偏大.

以上方法都会受到伪距噪声和多路径效应的影响,有的还会受到接收机钟差影响.若能削弱这些影响,可大幅提高在强噪声和多路径影响下,三频周跳探测与修复的成功率.为此,本文利用 Divergence-Free 滤波相位平滑伪距<sup>[23-25]</sup>算法,采用无几何码相组合与无几何相位组合进行周跳探测;在此基础上,组成稳定方程计算每个频点跳变量.采用 IGS 测站的 GPS/QZSS 和 BDS 三频数据对本方法进行验证.

## 1 三频周跳探测与修复方法

本文采用与文献[18]类似方法探测修复三频周跳.令  $a, b, c$  为相位组合系数,记为  $(a, b, c)$ ;  $l, m, n$  为伪距组合系数.

伪距和载波观测方程可简单表示为

$$P_i = \rho + \frac{f_1^2}{f_i^2} I + \varepsilon_{p_i} \quad (1)$$

$$\varphi_i = \frac{\rho}{\lambda_i} - N_i - \frac{f_1^2}{f_i^2} I' + \varepsilon_{\varphi_i} \quad (2)$$

式中,  $P$  和  $\varphi$  分别表示伪距和载波的原始观测值;  $\rho$  为包含对流层延迟和卫星接收机钟差的站星几何距离项;  $I$  和  $I'$  分别为以  $m$  和周为单位的第一频点的电离层延迟量;  $\lambda, N$  和  $f$  分别表示波长、整周未知数和信号频率;  $\varepsilon_{\varphi_i}$  和  $\varepsilon_{p_i}$  分别为载波和伪距的观测噪声;  $i$  为数据频点.

### 1.1 三频无几何与无电离层码相组合

第 1 个组合,选择文献[9,18]的无几何与无电离层(geometry free ionospheric free, GFIF)码相组合,对于 GPS/QZSS 和 BDS 最优的 GFIF 组合如表 1 所示.

由式(1)和式(2)可得组合观测值的整周未知数为

表 1 GPS/QZSS 和 BDS 最优 GFIF 组合

系统	$(a, b, c)$	$l$	$m$	$n$	$\lambda/m$	中误差/周
GPS/QZSS	$(0, 1, -1)$	0.012 109	0.444 991	0.542 900	5.861 0	0.054 6
BDS	$(0, -1, 1)$	0.019 945	0.552 577	0.427 478	4.884 2	0.063 3

$$N = a N_1 + b N_2 + c N_3 = a \varphi_1 + b \varphi_2 + c \varphi_3 - \frac{l P_1 + m P_2 + n P_3}{\lambda_{abc}} \quad (3)$$

对式(3)进行历元间差分可计算得到组合观测值的周跳估值,即

$$\Delta N = a \Delta N_1 + b \Delta N_2 + c \Delta N_3 = a \Delta \varphi_1 + b \Delta \varphi_2 + c \Delta \varphi_3 - \frac{l \Delta P_1 + m \Delta P_2 + n \Delta P_3}{\lambda_{abc}} \quad (4)$$

式中,Δ表示进行历元间一次差分.当GPS/QZSS与BDS伪距噪声为0.3m,载波噪声为0.01周时,根据三频组合观测原理<sup>[8]</sup>可得,表1中的GFIF组合均可至少以95.5%的成功率固定组合周跳,但伪距噪声过大时,将会导致成功率急剧下降.当无周跳发生时,该组合观测值的周跳估值应该在零附近小幅波动,而当基础频点的载波观测值发生周跳时,会造成组合观测值的周跳估值发生大幅波动.所以,设定合理阈值,即可用相应GFIF组合进行周跳探测.但只用GFIF探测周

$$\Delta N_{a_2b_2c_2} \approx \frac{\lambda_{GFIF} \Delta N_{GFIF} + \lambda_{GFIF} \Delta \varphi_{GFIF} - \lambda_{a_2b_2c_2} \Delta \varphi_{a_2b_2c_2} + (\beta_{GFIF} - \beta_{a_2b_2c_2}) \Delta I_1}{\lambda_{a_2b_2c_2}} \quad (7)$$

本文选择相位组合系数如表2所示<sup>[18]</sup>.

表2 GPS/QZSS和BDS无几何相位组合系数

系统	(a, b, c)
GPS/QZSS	(1, -2, 1)
BDS	(1, 0, -1)

### 1.3 无几何码相组合

为了构造3个线性无关的组合,第3组相位组合系数之和不为零.为消除几何相关项,本文借鉴文献[14-15]的思想,构建无几何码相组合.根据载波和码伪距观测值,采用下式估计组合观测值跳变量:

$$\Delta \varphi_{abc} - \frac{P_{lmn}}{\lambda_{abc}} = -K_{abc,lmn} \Delta I' + \Delta N_{abc} + \varepsilon_{\varphi_{abc}} + \frac{\varepsilon_{P_{lmn}}}{\lambda_{abc}} \quad (8)$$

$$K_{abc,lmn} = \frac{\beta_{abc} + \beta_{lmn}}{\lambda_{abc}} \quad (9)$$

式中,K为组合后的电离层延迟历元间变化放大系数.为了使组合观测值噪声尽可能小,令l=m=n=1/3.为减小电离层放大系数,令|a+b+c|=1,同样该组合也会严重受到伪距噪声和多路径效应影响.本文选择的无几何码相组合系数见表3.

表3 GPS/QZSS和BDS无几何码相组合系数

系统	(a, b, c)	l	m	n
GPS/QZSS	(-3, 3, 1)	1/3	1/3	1/3
BDS	(-3, 2, 2)	1/3	1/3	1/3

跳,存在大量不敏感周跳组合不能被探测(如当3个频点周跳相等即ΔN<sub>1</sub>=ΔN<sub>2</sub>=ΔN<sub>3</sub>时);而且仅有这一个组合仍无法构建方程来计算每个频点跳变量,还需要再构造2个组合,以组成3组线性无关组合观测值.

### 1.2 无几何相位组合

为了缓解伪距噪声的影响,借鉴文献[17-19]逐级修复周跳思想,利用已经修复周跳的GFIF组合,构建无几何相位组合,即

$$\lambda_{a_2b_2c_2} \Delta N_{a_2b_2c_2} + \lambda_{a_2b_2c_2} \Delta \varphi_{a_2b_2c_2} + \beta_{a_2b_2c_2} \Delta I_1 \approx \lambda_{GFIF} \Delta N_{GFIF} + \lambda_{GFIF} \Delta \varphi_{GFIF} + \beta_{GFIF} \Delta I_1 \quad (5)$$

$$\beta_{abc(GFIF)} = \frac{f_1^2 \left( \frac{a}{f_1} + \frac{b}{f_2} + \frac{c}{f_3} \right)}{a f_1 + b f_2 + c f_3} \quad (6)$$

式中,β<sub>abc(GFIF)</sub>为相位组合(a,b,c)电离层延迟放大系数;ΔI<sub>1</sub>为第一频点历元间电离层延迟变化量,m.由下式可对无几何相位组合观测值跳变量进行估计:

根据GPS/QZSS和BDS信号特点得到的最优组合如表4所示.周跳探测的阈值是经过反复实验得到的.所谓最优,指的是文献[18]得到3组线性无关组合观测值,在组合观测值波长足够长的情况下,构造条件数尽可能小的稳定方程,且兼顾数值稳定性,而不是仅考虑组合观测值的方差最小.

表4 GPS/QZSS和BDS最优组合系数及阈值

系统	组合	(a, b, c)	l	m	n	阈值
GPS/QZSS	GFIF	(0, 1, -1)	0.012 109	0.444 991	0.542 9	0.36
	无几何相位组合	(1, -2, 1)				0.65
BDS	GFIF	(0, -1, 1)	0.019 945	0.552 577	0.427 478	0.36
	无几何码相组合	(-3, 3, 1)				0.68
	GFIF	(1, 0, -1)				0.65
	无几何码相组合	(-3, 2, 2)				0.68

### 1.4 周跳修复

根据组合观测值与基础载波观测值之间的关系,可构造如下分别适用于GPS/QZSS和BDS方程:

$$y_{GPS/QZSS} = \begin{bmatrix} \Delta N_{a_1b_1c_1} \\ \Delta N_{a_2b_2c_2} \\ \Delta N_{a_3b_3c_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \Delta N_3 \end{bmatrix} = Hx \quad (10)$$

$$\mathbf{y}_{\text{BDS}} = \begin{bmatrix} \Delta N_{a_1 b_1 c_1} \\ \Delta N_{a_2 b_2 c_2} \\ \Delta N_{a_3 b_3 c_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta N_2 \\ \Delta N_2 \\ \Delta N_3 \end{bmatrix} = \mathbf{H}\mathbf{x} \quad (11)$$

以上方程系数阵能避免复杂空间搜索方法,直接矩阵求逆  $\mathbf{x} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{y}$ ,即可计算出每个基础频点的跳变量<sup>[15,17-18]</sup>。

### 1.5 伪距观测噪声及多路径效应对周跳修复影响

文献[14-15]都指出,组合观测值的噪声对周跳确定成功率有显著影响,如图1所示。随着组合观测值噪声的增大,成功率将会急剧下降。而文献[26]指出,BDS的GEO卫星受多路径影响比较严重,因此若能削弱观测噪声和多路径效应影响,将有效提高周跳估值取整成功率。

$$\sigma_{\Delta N_{abc}} = \sqrt{2\sigma_{\varphi}^2(a^2 + b^2 + c^2) + 2\sigma_{\varphi}^2(l^2 + m^2 + n^2)/\lambda_{abc}^2} \quad (12)$$

相位组合标准差为

$$\sigma_{\Delta N_{a_1 b_1 c_1}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{GFIF}}^2 + 2\sigma_{\varphi}^2(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)}{\lambda_{a_1 b_1 c_1}^2}} \quad (13)$$

为了反映观测噪声对于周跳修复影响,文献[15]提出了周跳确定成功率概念。由组合观测值周跳浮点值,通过直接取整获得正确周跳固定值的概率<sup>[27]</sup>为

$$P = 2\varphi(0.5\sigma_{\Delta N_{abc}}^{-1}) - 1 \quad (14)$$

$$\varphi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz \quad (15)$$

由式(14)和(15)可知,当组合观测值标准差越小时,取整成功率就越高。而伪距观测噪声和多路径效应远大于载波相位观测值的效应,即如果削弱伪距观测噪声及其多路径效应的影响,将大幅提高周跳估值取整成功率。

当GPS/QZSS伪距噪声为3m时,经过相位平滑后伪距噪声降为0.6m<sup>[14]</sup>,假设载波观测值噪声为0.01周。根据上述理论计算平滑前后各组合周跳固定成功率如表5所示。平滑前最终的固定成功率为67.444% × 95.055% × 35.406% = 22.698%,而平滑后的最终固定成功率为99.999% × 99.99% × 97.313% = 97.311%。由此可见,通过相位平滑伪距抑制伪距噪声和多路径,可大幅提高周跳探测修复成功率。

表5 GPS/QZSS平滑前后周跳估值固定成功率 %

组合	平滑前	平滑后
GFIF	67.444	99.999
相位组合	95.055	99.999
码相组合	35.406	97.313

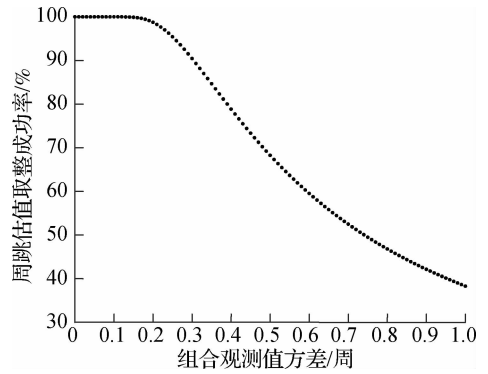


图1 组合观测值方差与周跳估值取整成功率关系

假设不同频点载波相位和伪距观测值之间是互不相关的,其历元之间也不相关,则根据误差传播律,可得码相组合观测值标准差 $\sigma_{\Delta N_{abc}}$ 为

## 2 相位平滑伪距

GNSS的载波观测噪声通常仅为伪距观测噪声的1/100,且载波所受多路径影响不会超过其波长的0.25<sup>[28]</sup>倍,而伪距所受多路径影响却可能达到2.5个码元长度<sup>[2,24]</sup>。因此使用相位平滑伪距,可大幅缓解观测噪声和多路径效应对伪距观测值影响,既能提高SPP定位精度<sup>[23-24]</sup>,又可加快PPP收敛速度。Hatch滤波方法<sup>[25]</sup>是最早的相位平滑伪距方法,被广泛应用于GNSS数据处理领域。本文采用基于Hatch滤波改进的Divergence-Free滤波<sup>[23]</sup>。CNMC滤波<sup>[29]</sup>与Divergence-Free滤波本质上是同一种滤波。Hatch滤波只能双频相位平滑双频伪距观测值<sup>[24]</sup>,而Divergence-Free滤波可以实现双频相位观测值平滑单频伪距观测值。单频相位平滑伪距方法受平滑窗口长度限制<sup>[23-24]</sup>,而采用Divergence-Free滤波和Hatch滤波,只要载波观测值未发生周跳或者周跳被及时正确修复,就可以一直平滑。

### 2.1 Hatch滤波数学模型

伪距可以用载波观测值平滑。Hatch滤波的算法为

$$\begin{aligned} \hat{P}_{\text{IF}}(k) &= \frac{1}{d} P_{\text{IF}}(k) + \frac{d-1}{d} [\hat{P}_{\text{IF}}(k-1) + \\ &\quad \varphi_{\text{IF}}(k) \lambda_{\text{IF}} - \varphi_{\text{IF}}(k-1) \lambda_{\text{IF}}] = \\ &\quad \varphi_{\text{IF}}(k) \lambda_{\text{IF}} + \frac{d-1}{d} [\hat{P}_{\text{IF}}(k-1) - \varphi_{\text{IF}}(k-1) \cdot \\ &\quad \lambda_{\text{IF}}] + \frac{1}{d} [P_{\text{IF}}(k) - \varphi_{\text{IF}}(k-1) \lambda_{\text{IF}}] \quad (16) \end{aligned}$$

式中, $k$ 为当前观测的第几个历元; $d$ 表示在平滑窗口中当前处理的第几个历元; $\hat{P}_{\text{IF}}(k)$ 为平滑后的伪

距观测值;下标 IF 为消电离层组合.发生周跳时,该算法需重新进行初始化.第 1 个历元的伪距观测值被当作该算法的初始平滑值,即

$$\hat{P}_{IF}(1) = P_{IF}(1) \quad (17)$$

### 2.2 Divergence-Free 滤波

由于电离层对伪距和载波观测值传播有相反的作用,因此当伪距观测值与相位观测值相减时,电离层延迟会被放大 2 倍.伪距观测值减相位观测值(即式(1)减式(2))得

$$P_i - \lambda_i \varphi_i = 2 \frac{f_1^2}{f_i^2} I - \lambda_i N_i + \varepsilon_{P_i} - \lambda_i \varepsilon_{\varphi_i} \quad (18)$$

由式(18)可见,电离层延迟被放大 2 倍.这种现象被称为码相偏差影响<sup>[23]</sup>(code-carrier divergence effect, CDE).通过使用双频载波观测数据,可令平滑后的伪距观测值电离层延迟 1 阶项保持不变,以平滑第 1 频点伪距观测值为例,即

$$\varphi_{1DF} = \lambda_1 \varphi_1 + 2 \tilde{\alpha}_1 (\lambda_1 \varphi_1 - \lambda_2 \varphi_2) \quad (19)$$

$$\tilde{\alpha}_1 = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (20)$$

式中,  $\varphi_{1DF}$  为双频载波组合后的载波观测值.用  $\varphi_{1DF}$  取代式(16)中历元的  $\varphi_{IF}(k)$ ,  $P_i(k)$  取代历元的  $P_{IF}(k)$ , 可得到不受 CDE 影响的平滑伪距值, 以此避免平滑窗口长度的限制, 即

$$\begin{aligned} \hat{P}_1(k) &= \frac{1}{d} P_1(k) + \frac{d-1}{d} \left[ \hat{P}_1(k-1) + \right. \\ &\quad \left. \varphi_{1DF}(k) - \varphi_{1DF}(k-1) \right] = \\ &\quad \varphi_{1DF}(k) + \frac{d-1}{d} \left[ \hat{P}_1(k-1) - \varphi_{1DF}(k-1) \right] + \\ &\quad \frac{1}{d} [P_1(k) - \varphi_{1DF}(k)] \end{aligned} \quad (21)$$

将式(21)称为 Divergence-Free 滤波<sup>[23]</sup>.在观测数据采样率较高的情况下,历元间载波差分观测值近似相等.因此,如果当前历元之前的 2 个历元载波观测值已经被正确修复周跳,则可用这 2 个历元的载波观测值平滑当前历元伪距观测值,再形成线性组合观测值进行周跳探测修复.当前历元的载波观测值被正确修复周跳后,又可以用于平滑下个历元伪距观测值.

### 2.3 相位平滑伪距算法收敛性分析

与单频相位平滑算法不同, Hatch 滤波算法消除了一阶电离层影响,而 Divergence-Free 滤波不受 CDE 现象影响.因此,对于这 2 种滤波算法而言,只要载波观测值没有发生周跳或者周跳被及时修复,便能一直平滑,不受平滑窗口长度

限制.

为方便分析相位平滑伪距算法精度,将 Hatch 相位平滑伪距算法写成非递推形式<sup>[28]</sup>,即

$$\hat{P}_{IF}(k) = L_{IF}(k) + \frac{1}{d} \sum_{j=1}^d [P_{IF}(j) - L_{IF}(j)] \quad (22)$$

假设码和载波观测值互相独立,不同历元同一类型观测量之间也互相独立,且历元之间观测值精度相同,则根据误差传播定律,经过 Hatch 滤波平滑后的伪距方差为

$$\sigma_{\hat{P}_{IF}(k)}^2 = \sigma_{L_{IF}}^2 + \frac{1}{d} (\sigma_{P_{IF}}^2 - \sigma_{L_{IF}}^2) \quad (23)$$

式中,  $\sigma_{\hat{P}_{IF}(k)}^2$  为经过 Hatch 滤波平滑后的伪距方差;  $\sigma_{P_{IF}}^2$  为原始伪距消电离层组合观测值方差;  $\sigma_{L_{IF}}^2$  为原始载波消电离层组合观测值方差.对式(23)取极限,可得

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \sigma_{\hat{P}_{IF}(k)}^2 = \sigma_{L_{IF}}^2 \quad (24)$$

由式(24)可以得出结论,不受周跳影响时, Hatch 滤波可一直平滑,达到一定程度后,平滑后的伪距精度与消电离层载波组合观测精度相当.

略去推导过程,以第 1 频点伪距观测值为例,经过 Divergence-Free 滤波平滑后的伪距观测值方差的极限为

$$\begin{aligned} \lim_{d \rightarrow \infty} \sigma_{\hat{P}_1(k)}^2 &= \left( 1 + 2 \tilde{\alpha}_1^2 + \frac{1}{d} + \frac{2 \tilde{\alpha}_1^2}{d} \right) \sigma_{\varphi_1}^2 + \\ &\quad \frac{1}{d} \sigma_{P_1}^2 \approx 20.114 \sigma_{\varphi_1}^2 \end{aligned} \quad (25)$$

根据式(24)和(25)可得到 Hatch 和 Divergence-Free 滤波平滑伪距观测噪声收敛对比图(见图 2).

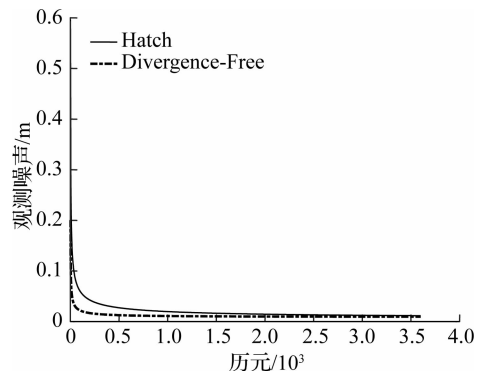


图 2 2 种滤波平滑伪距观测噪声收敛情况对比

本文采用周跳探测修复和 Divergence-Free 滤波相结合的方法,既缓解伪距噪声和多路径效应对周跳探测修复的影响,又避免了周跳发生时相位平滑伪距算法需要重新初始化的问题.

### 3 计算分析

本文用 IGS 站实测的 GPS/QZSS 和 BDS 三频数据来验证算法. 所采集数据如表 6 所示, 采样率为 1 s. 文献[9]指出在 2013 年 3 月 17 日有大规模磁暴发生, TEC 变化活跃, 基于这一天的电离层格网文件, 采用 GIM 模型计算发现, 该天 07:00:00—19:00:00 TEC 数值较大. 因此, 采用 G24 从 15:00:00—20:00:00 的 L1、L2、L5 频点载波数据和 BDS 的 B1、B2、B3 频点伪距数据检测本文方法的强电离层的周跳探测与修复能力. 其他测站观测数据用于分别检验本方法对 QZSS 和 BDS 不同轨道类型卫星周跳探测修复能力. 在 3 个频点分别加入周跳值  $q, w, e$ , 记为  $(q, w, e)$ . 然后, 对每个测站相应卫星观测值人为加入 5 周跳/历元, 即  $(0, 0, 1), (0, 0, 2), \dots, (14, 14, 15)$ , 共人为加入 3 375 个周跳.

表 6 观测数据情况

测站	卫星	轨道类型	接收机类型	观测时间
AIRA (Japan)	J01	IGSO	Trimble NetR9	2017-04-20
	G08	MEO	Trimble NetR9	2017-08-17
WZTR (Germany) G24		MEO	LEICA GRX1200 + GNSS	2013-03-17
	C06	GEO		2017-07-20
KNZ2 (Russia)	C08	IGSO	Trimble NetR9	2017-07-20
	C12	MEO		2017-07-20

#### 3.1 数据处理流程

数据处理流程如图 3 所示.

#### 3.2 周跳探测与修复结果

图 4 是 WTZR G24 周跳探测量时间序列. 其他测站卫星情况与此类似, 所有人为加入周跳都被正确探测.

为更直观展示相位平滑伪距抑制多路径效应和伪距噪声, 以及对周跳修复的提升效果, 图 5 用直方图的形式展示了 AIRA J01 平滑与不平滑时

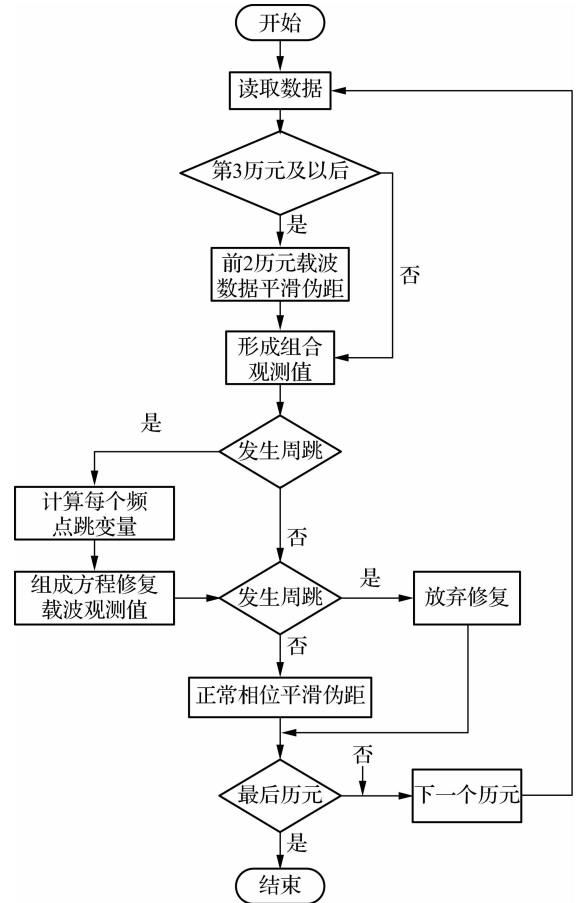


图 3 数据处理流程

周跳浮点值与真值之间的差值. 经统计, 未平滑时 3 个频点周跳浮点值与真值在  $-0.5 \sim 0.5$  区间的比率分别为 83.41%、89.51%、93.75%, 而平滑后比率分别提高至 99.91%、99.94% 和 99.94%. 这表明平滑后, 周跳浮点值与真值的差值大幅减小, 即受到的伪距噪声和多路径的影响越小, 周跳确定成功率就越高.

表 7 为 AIRA 测站对 QZSS J01 卫星部分历元分为平滑和不平滑 2 种方式修复周跳的结果. 从图 5 可以看到, 相位平滑伪距后, 可不同程度缩小跳变量浮点值与真值之间的差值, 也即缓解了伪距观

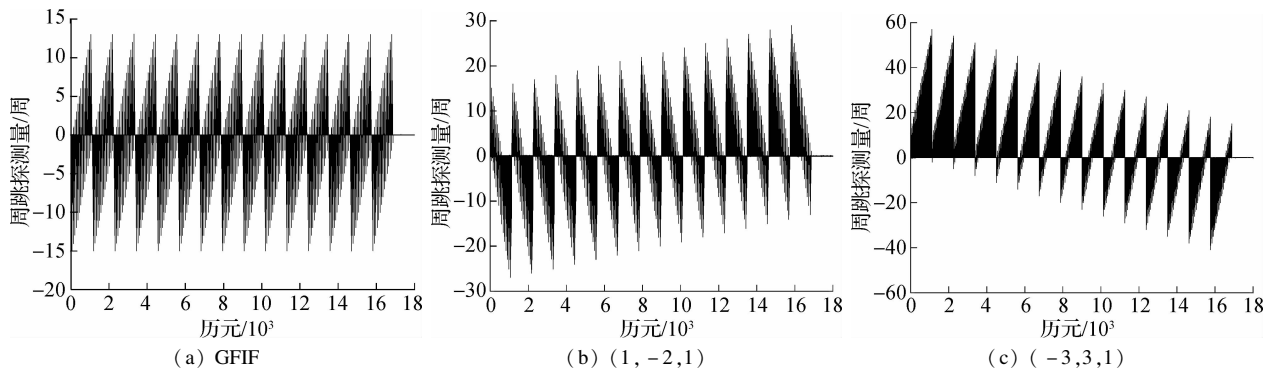


图 4 WTZR G24 所有周跳探测量时间变化序列

表 7 AIRA J01 周跳探测修复结果对比

周

历元	周跳浮点值(未平滑/平滑/周跳真值)			真值减浮点值(未平滑/平滑)		
	L1	L2	L5	L1	L2	L5
35	-0.97/0.00/0	-0.84/0.00/0	6.28/7.01/7	0.97/0.00	0.84/0.00	0.72/-0.01
50	0.72/0.01/0	0.64/0.03/0	10.53/10.02/10	-0.72/-0.01	-0.64/-0.03	-0.53/-0.02
7 805	6.74/6.10/6	14.63/14.08/14	1.54/1.08/1	-0.74/-0.10	-0.63/-0.08	-0.54/-0.08
780	7.54/7.15/7	0.46/0.12/0	1.40/1.12/1	-0.54/-0.15	-0.46/-0.12	-0.40/-0.12
16 580	13.35/13.88/14	10.46/10.92/11	0.52/0.92/1	0.65/0.12	0.54/0.08	0.48/0.08
16 765	12.80/13.89/14	11.97/12.92/13	7.11/7.92/8	1.20/0.11	1.03/0.08	0.89/0.08

测噪声和多路径效应对修复周跳的影响. 经统计发现,文献[30]算法的不敏感周跳组合[5,4,4],文献[12]修复失败的周跳组合[1,1,1],在本实验所有卫星数据均被正确探测修复.

表 8 和表 9 统计了周跳浮点值与真值之间均

方根 RMS 误差. 从表中可以看到,经过相位平滑伪距之后,J01 和 G08 卫星的差异最显著,对于 BDS C06、C08 和 C12 卫星也有一定程度影响. 对于 GPS/QZSS 三个频点 L1、L2、L5 采用相位平滑伪距方法, RMS 误差平均分别降低了 40.389%、40.758% 和 40.023%,对于 BDS 三个频点 B1、B2、B3, RMS 误差平均分别降低 12.083%、14.290% 和 18.781%.

表 8 GPS/QZSS 对应卫星周跳浮点值与真值的 RMS

测站	卫星	轨道类型	RMS(未平滑/平滑)/周		
			L1	L2	L5
AIRA	J01	IGSO	0.37/0.11	0.32/0.09	0.28/0.09
	G08	MEO	0.57/0.16	0.49/0.12	0.41/0.12
WTZR	G24	MEO	0.20/0.24	0.15/0.19	0.16/0.19
	C06	GEO	0.33/0.28	0.26/0.22	0.27/0.21
KZN2	C08	IGSO	0.31/0.26	0.25/0.20	0.26/0.19
	C12	MEO	0.23/0.21	0.18/0.17	0.19/0.17

表 9 BDS 对应卫星周跳浮点值与真值的 RMS

测站	卫星	轨道类型	RMS(未平滑/平滑)/周		
			B1	B2	B3
	C06	GEO	0.33/0.28	0.26/0.22	0.27/0.21
	KZN2	IGSO	0.31/0.26	0.25/0.20	0.26/0.19
	C12	MEO	0.23/0.21	0.18/0.17	0.19/0.17

对平滑前与平滑后发生的周跳误修复次数统计如表 10 所示. 从表中可以看到,相位平滑伪距大幅缓解了伪距观测噪声和多路径效应的影响,周跳误修复的次数较未平滑时大幅降低. WTZR 1 Hz 观测数据受到电离层延迟影响严重,2013 年 3 月 17 日有大规模磁暴发生,TEC 变化活跃,但使用本文算法仍然可以正确探测修复人为加入的周跳. 这说明在电离层活跃期间,对于不低于 1 Hz 的观测

表 10 周跳误修复次数统计

测站	卫星	轨道类型	误修复次数	
			平滑前	平滑后
AIRA	J01	IGSO	0	0
	G08	MEO	25	0
WTZR	G24	MEO	0	0
	C06	GEO	1	0
KZN2	C08	IGSO	3	0
	C12	MEO	1	1

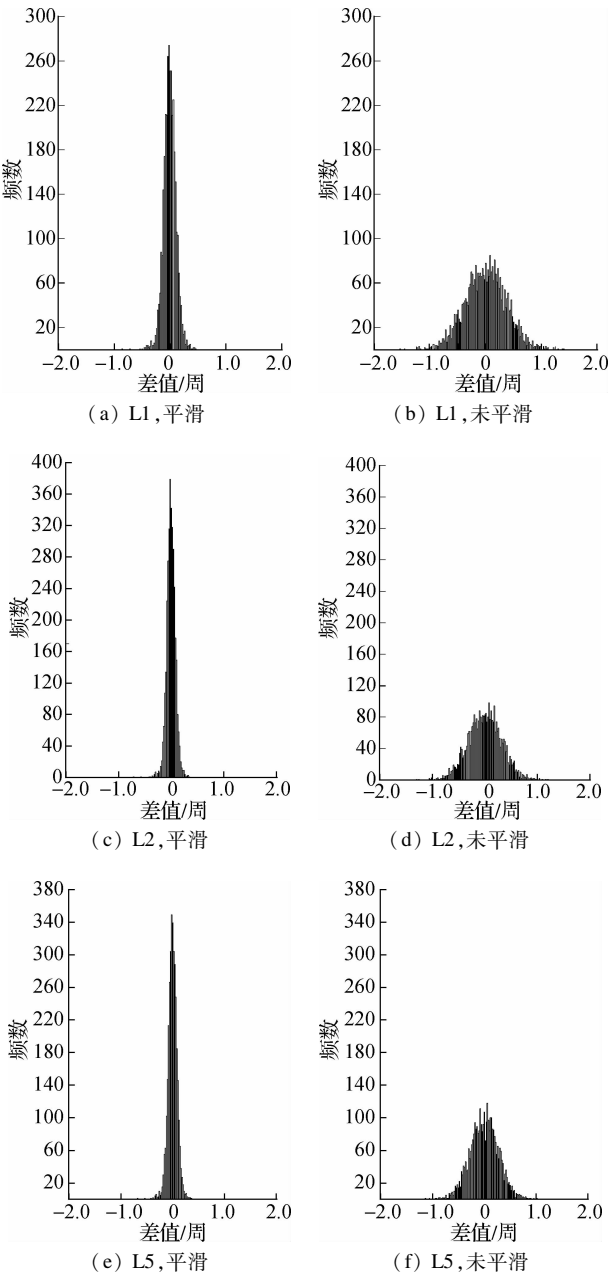


图 5 AIRA J01 平滑前后周跳浮点值与真值差距对比

数据,本文算法仍然有效.

## 4 结论

1) 采用相位平滑伪距辅助 GNSS 三频周跳探测与修复的算法,大幅提高了伪距噪声和多路径效应较严重时修复周跳的成功率. 经过相位平滑伪距后,解算得到周跳浮点值与真值之间的均方根 RMS 误差,对于 GPS/QZSS 三个频点 L1、L2、L5 RMS 误差平均分别降低了 40.389%、40.758% 和 40.023%,对于 BDS 三个频点 B1、B2、B3 RMS 误差平均分别降低 12.083%、14.290% 和 18.781%.

2) 得到去噪后的伪距观测观测值,不仅提高了标准单点定位精度,同时有助于加快精密单点定位的收敛速度.

3) 利用电离层活跃期间的数据分析表明,本文算法对于采样频率高于 1 Hz 数据也能够正确地进行周跳探测与修复. 对于更低频率,在电离层变化剧烈的情况下,历元间差分误差消除的效果比高频数据消除的效果差,周跳探测与修复效果也将变差.

此外,对于超高动态载体,由于其运动速度快,环境变化剧烈,该方法的实用性需要进一步研究.

## 参考文献 (References)

- [1] 李征航,黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 3 版. 武汉: 武汉大学出版社, 2016: 154 - 161.
- [2] Hofmann-Wellenhof B, Lichtenegger H, Collins J. *Global positioning system*[M]. Vienna: Springer Vienna, 2001: 182 - 190.
- [3] Wang Y K, Li K Z, Zhao L J, et al. A new modified method for cycle-slips detection based on polynomial fitting method[C]//*China Satellite Navigation Conference (CSNC)*. Singapore: Springer Singapore. 2016: 135 - 143. DOI:10.1007/978-981-10-0934-1-13.
- [4] Chang G B, Xu T H, Yao Y F, et al. Adaptive Kalman filter based on variance component estimation for the prediction of ionospheric delay in aiding the cycle slip repair of GNSS triple-frequency signals[J]. *Journal of Geodesy*, 2018, **92**(11): 1241 - 1253. DOI: 10.1007/s00190-018-1116-4.
- [5] 王成,王解先. 单频非差相位观测值的周跳探测与修复方法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2012, **40**(9): 1393 - 1398. DOI:10.3969/j.issn.0253-374x.2012.09.020.

Wang C, Wang J X. Cycle slip detection and correction of single-frequency un-differenced phase observation [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2012, **40**(9): 1393 - 1398. DOI:10.3969/j.issn.0253

<http://journal.seu.edu.cn>

-374x. 2012. 09. 020. (in Chinese)

- [6] 刘宁,熊永良,徐韶光. 利用改进的 TurboEdit 算法与 Chebyshev 多项式探测与修复周跳[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2011, **36**(12): 1500 - 1503. DOI: 10.13203/j.whugis2011.12.024.
- Liu N, Xiong Y L, Xu S G. Detection and repair of cycle slips using improved TurboEdit algorithm and chebyshev polynomial method [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, **36**(12): 1500 - 1503. DOI: 10.13203/j.whugis2011.12.024. (in Chinese)
- [7] Blewitt G. An automatic editing algorithm for GPS data [J]. *Geophysical Research Letters*, 1990, **17**(3): 199 - 202. DOI:10.1029/g1017i003p00199.
- [8] Feng Y M. GNSS three carrier ambiguity resolution using ionosphere-reduced virtual signals[J]. *Journal of Geodesy*, 2008, **82**(12): 847 - 862. DOI:10.1007/s00190-008-0209-x.
- [9] 黄令勇,翟国君,欧阳永忠,等. 削弱电离层影响的三频 TurboEdit 周跳处理方法[J]. 测绘学报, 2015, **44**(8): 840 - 847, 883. DOI: 10.11947/j. AGCS. 2015. 20140380.
- Huang L Y, Zhai G J, Ouyang Y Z, et al. Triple-frequency TurboEdit cycle-slip processing method of weakening ionospheric activity[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2015, **44**(8): 840 - 847, 883. DOI:10.11947/j. AGCS. 2015. 20140380. (in Chinese)
- [10] Dai Z, Knedlik S, Loffeld O. Real-time cycle-slip detection and determination for multiple frequency GNSS [C]//*2008 5th Workshop on Positioning, Navigation and Communication*. Hannover, Germany, 2008: 37 - 43. DOI:10.1109/WPNC.2008.4510355.
- [11] 姚一飞,高井祥,王坚,等. 北斗三频载波观测值的周跳实时探测与修复[J]. 中国矿业大学学报, 2014, **43**(6): 1140 - 1148. DOI:10.13247/j.cnki.jcumt.000242.
- Yao Y F, Gao J X, Wang J, et al. Real-time cycle-slip detection and repair for compass triple-frequency carrier phase observations[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2014, **43**(6): 1140 - 1148. DOI:10.13247/j.cnki.jcumt.000242. (in Chinese)
- [12] Tian Y, Zhang L X, Xu Q B. A novel triple-frequency cycle slip detection and correction method for BDS [M]//*Lecture Notes in Electrical Engineering*. Singapore: Springer, 2018: 441 - 453. DOI: 10.1007/978-981-13-0014-1\_37.
- [13] Zeng T, Sui L, Xu Y, et al. Real-time triple-frequency cycle slip detection and repair method under ionospheric disturbance validated with BDS data[J]. *GPS Solutions*, 2018, **22**(3): 62 - 75.
- [14] Liu W, Jin X, Wu M, et al. A new real-time cycle



- slip detection and repair method under high ionospheric activity for a triple-frequency GPS/BDS receiver[J]. *Sensors*, 2018, **18**(2): 427 - 448.
- [15] 李金龙, 杨元喜, 徐君毅, 等. 基于伪距相位组合实时探测与修复 GNSS 三频非差观测数据周跳[J]. *测绘学报*, 2011, **40**(6): 717 - 722, 729.  
Li J L, Yang Y X, Xu J Y, et al. Real-time cycle-slip detection and repair based on code-phase combinations for GNSS triple-frequency un-differenced observations [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2011, **40**(6): 717 - 722, 729. (in Chinese)
- [16] 黄令勇, 翟国君, 欧阳永忠, 等. 三频 GNSS 电离层周跳处理[J]. *测绘学报*, 2015, **44**(7): 717 - 725.  
Huang L Y, Zhai G J, Ouyang Y Z, et al. Ionospheric cycle slip processing in triple-frequency GNSS[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2015, **44**(7): 717 - 725. (in Chinese)
- [17] Zhao Q L, Sun B Z, Dai Z Q, et al. Real-time detection and repair of cycle slips in triple-frequency GNSS measurements[J]. *GPS Solutions*, 2015, **19**(3): 381 - 391. DOI:10.1007/s10291-014-0396-2.
- [18] Meng L D, Chen J P, Wang J X, et al. Real-time detection and repair of cycle-slip based on pseudo-range phase combinations for un-differenced gnss triple-frequency observations [C]//*China Satellite Navigation Conference (CSNC)*. Singapore: Springer Singapore. 2018: 701 - 715. DOI:10.1007/978-981-13-0014-1\_57.
- [19] 王兴, 刘文祥, 李柏渝, 等. BDS 三频非差观测数据周跳探测与修复方法[J]. *国防科技大学学报*, 2016, **38**(3): 12 - 18. DOI: 10.11887/j.cn.201603003.  
Wang X, Liu W X, Li B Y, et al. Detection and repair of cycle slips for undifferenced BDS triple-frequency observations[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2016, **38**(3): 12 - 18. DOI:10.11887/j.cn.201603003. (in Chinese)
- [20] Li B, Qin Y, Li Z, et al. Undifferenced cycle slip estimation of triple-frequency beidou signals with ionosphere prediction [J]. *Marine Geodesy, Taylor & Francis*, 2016, **39**(5): 348 - 365.
- [21] Xiao G, Mayer M, Heck B, et al. Improved time-differenced cycle slip detect and repair for GNSS undifferenced observations[J]. *GPS Solutions*, 2018, **22**: 6. DOI:10.1007/s10291-017-0677-7.
- [22] Li B, Qin Y, Liu T. Geometry-based cycle slip and data gap repair for multi-GNSS and multi-frequency observations[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, **93**(3): 399 - 417. DOI:10.1007/s00190-018-1168-5.
- [23] Subirana J S, Zornoza J M J, Hernandez-Pajares M. *GNSS data processing volume 1: Fundamentals and algorithms* [M]. Netherlands: ESA Communications, 2013: 79 - 84.
- [24] 张益泽. 北斗实时高精度定位服务系统研究[J]. *测绘学报*, 2018, **47**(9): 1293.  
Zhang Y Z. Research on real-time high precision Beidou positioning service system [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2018, **47**(9): 1293. (in Chinese)
- [25] Hatch R. The synergism of GPS code and carrier measurements [C]//*Proc 3rd International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning*. Las Cruces, New Mexico, USA, 1982, **2**:1213 - 1232.
- [26] 杨元喜, 李金龙, 王爱兵, 等. 北斗区域卫星导航系统基本导航定位性能初步评估[J]. *中国科学:地球科学*, 2014, **44**(1): 72 - 81.  
Yang Y X, Li J L, Wang A B, et al. Preliminary assessment of the navigation and positioning performance of Beidou regional navigation satellite system [J]. *Scientia Sinica(Terrae)*, 2014, **44**(1): 72 - 81. (in Chinese)
- [27] Teunissen P J G. Success probability of integer GPS ambiguity rounding and bootstrapping [J]. *Journal of Geodesy*, 1998, **72**(10): 606 - 612. DOI:10.1007/s001900050199.
- [28] 常志巧, 胡小工, 郭睿, 等. CNMC 与 Hatch 滤波方法比较及其在北斗相对定位中的精度分析[J]. *中国科学:物理学 力学 天文学*, 2015, **45**(7): 53 - 61. DOI:10.1360/SSPMA2015-00144.  
Chang Z Q, Hu X G, Guo R, et al. Comparison between CNMC and hatch filter & its precision analysis for BDS precise relative positioning [J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2015, **45**(7): 53 - 61. DOI:10.1360/SSPMA2015-00144. (in Chinese)
- [29] Wu X L, Zhou J H, Wang G, et al. Multipath error detection and correction for GEO/IGSO satellites [J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2012, **55**(7): 1297 - 1306. DOI:10.1007/s11433-012-4741-6.
- [30] 刘柳, 吕志伟, 于晓东, 等. GNSS 三频周跳探测与修复算法[J]. *测绘学报*, 2017, **46**(4): 453 - 459. DOI:10.11947/j. AGCS.2017.20160532.  
Liu L, Lü Z W, Yu X D, et al. Real-time cycle-slip detection and repair algorithm of GNSS triple-frequency observations [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2017, **46**(4): 453 - 459. DOI:10.11947/j. AGCS.2017.20160532. (in Chinese)