

基于卫星位置与速度的北斗卫星广播星历拟合

王解先¹, 王君刚^{1,2}, 陈俊平²

(1. 同济大学 测绘与地理信息学院, 上海 200092; 2. 中国科学院上海天文台, 上海 200030)

摘要: 提出基于卫星位置与速度的广播星历拟合算法, 给出了该拟合算法的计算过程, 并对传统坐标拟合算法与坐标+速度拟合算法的拟合精度及外推精度进行比较。结果表明: 基于位置+速度的拟合算法是有效的, 且与传统坐标拟合算法相比, 该算法能显著提高拟合的速度精度, 且坐标精度也略有提高。此外, 在卫星轨道数据已知历元数较少时, 采用坐标+速度拟合算法优势更明显。

关键词: 北斗卫星系统(BDS); 广播星历; 卫星轨道参数; 最小二乘拟合; 卫星速度; 卫星轨道精度
中图分类号: P228 **文献标志码:** A

BDS Broadcast Ephemeris Fitting Based on Satellite's Position and Velocity

WANG Jie-xian¹, WANG Jun-gang^{1,2}, CHEN Jun-ping²

(1. College of Surveying and Geo-Informatics, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China)

Abstract: A new fitting method based on both the position and the velocity of satellite is presented in this paper and a fitting formula is deduced. Then, the fitting and the extrapolating accuracy are compared between conventional position based fitting method and the new position-velocity based fitting method. Compared with conventional fitting method, the new fitting method shows a significant improvement in velocity accuracy, with a slight improvement in position accuracy. Besides, the new method's advantage is more obvious when the fitting epoch is few.

Key words: BeiDou Navigation Satellite System (BDS); broadcast ephemeris; satellite orbit element; least square fitting; satellite velocity; satellite's orbit accuracy

全球卫星导航定位系统进行定位导航需要获取

卫星的位置, 卫星位置由卫星星历提供, 星历分后处理精密星历和实时预报 2 种。以全球定位系统(GPS)为例, 国际全球卫星导航系统服务(IGS)提供的精密星历位置精度优于 5 cm, 但是有十几天的时延, 适于后处理精密定位; 广播星历精度在米级, 可实时获取, 在导航与实时定位中应用广泛^[1-2]。

广播星历是以卫星位置拟合的轨道参数形式来表达, 便于用户接受使用, 因此卫星广播星历的拟合是一个重要问题。提高广播星历拟合的精度, 减少拟合误差, 能够充分利用预报星历的高精度, 更好地服务于用户的导航定位。

针对 GPS 卫星广播星历的拟合问题, 现有的研究文献较多, 其数学模型也比较完善^[3]。拟合算法中偏导数的计算有解析法^[4]和数值导数法^[5-6], 针对拟合过程中出现的偏心率近似于零导致的方法方程奇异等问题, 相应的解决算法有 QR 分解算法^[7]、无奇异变换的广播星历拟合算法^[8-9]、改变坐标系参考轨道面的方法^[10]等。

北斗系统卫星分为地球静止轨道(GEO)、倾斜地球同步轨道(IGSO)、中地球轨道(MEO)3 种。其中 IGSO 与 MEO 广播星历计算卫星位置的方法与 GPS 卫星类似, 其拟合过程可参照 GPS 广播星历的拟合, 而以 GPS 广播星历形式直接拟合 GEO 卫星轨道不合适, 需要通过坐标轴旋转的策略加以解决^[11-12]。不同的旋转轴对拟合精度没有影响^[13], 即选择不同的惯性系坐标轴指向其拟合结果是一致的。GEO 广播星历拟合过程中易出现参数超限的问题, 通过增大轨道面旋转角^[14]、固定超限参数同时解算其余星历参数和参数岭估计等方法^[15]可以有效解决。

由卫星广播星历可以计算卫星速度与坐标^[16], 然而只采用由卫星位置拟合出的卫星轨道参数来计算卫星速度的精度较低, 因此本文探讨采用卫星坐标+速度拟合卫星轨道参数的方法, 利用最小二乘

收稿日期: 2014-12-13

基金项目: 国家“八六三”高技术研究发展计划(2013AA122402, 2014AA123102); 国家“九七三”重点基础研究发展计划(2013CB733304); 国家自然科学基金(11273046, 41174023); 上海市科委项目(12DZ2273300, 13PJ1409900)

第一作者: 王解先(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为卫星大地测量。E-mail: wangjiexian@tongji.edu.cn

原理进行卫星广播星历拟合,并对拟合精度进行详细分析。

1 由广播星历计算卫星位置与速度

北斗卫星系统(BDS)卫星轨道可以由15个轨道根数表达,包括:6个开普勒根数 \sqrt{A} 、 e 、 Ω_0 、 ω 、 i_0 、 M_0 ,分别表示长半轴平方根、偏心率、升交点赤经、近地点幅角、轨道倾角、平近点角;9个摄动参数 Δn 、 i 、 $\dot{\Omega}$ 、 C_{uc} 、 C_{us} 、 C_{rc} 、 C_{rs} 、 C_{ic} 、 C_{is} ,分别表示卫星平均运动速率与计算值之差、轨道倾角变化率、升交点赤经变化率、纬度幅角的余弦调和改正项的振幅、纬度幅角的正弦调和改正项的振幅、轨道半径的余弦调和改正项的振幅、轨道半径的正弦调和改正项的振幅、轨道倾角的余弦调和改正项的振幅、轨道倾角的正弦调和改正项的振幅。由参考时刻 t_{oe} 的轨道根数可计算其前后一段时间内任意时刻 t_i 的卫星坐标和速度。

由BDS广播星历计算卫星位置与速度的步骤如下:

- (1) 计算半长轴 A

$$A = (\sqrt{A})^2$$

- (2) 计算卫星平均角速度 n_0

$$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}}$$

其中,地球引力常数 $\mu = 3.986\ 004\ 418 \times 10^{14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ 。

- (3) 计算观测历元时刻 t_i 到参考历元时刻 t_{oe} 的时间差 t_k

$$t_k = t_i - t_{oe}$$

- (4) 计算改正后的平均角速度 n

$$n = n_0 + \Delta n$$

- (5) 计算平近点角 M_k

$$M_k = M_0 + nt_k$$

- (6) 计算偏近点角 E_k 和偏近点角变率 \dot{E}_k

$$M_k = E_k - e \sin E_k$$

$$\dot{E}_k = n / (1 - e \cos E_k)$$

- (7) 计算真近点角 v_k

$$\cos v_k = \frac{\cos E_k - e}{1 - e \cos E_k}$$

$$\sin v_k = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E_k}{1 - e \cos E_k}$$

- (8) 计算升交距角 φ_k 及其变率 $\dot{\varphi}_k$

$$\varphi_k = v_k + \omega$$

$$\dot{\varphi}_k = \frac{\sqrt{1+e} \cos^2(v_k/2)}{\sqrt{1-e} \cos^2(E_k/2)} \dot{E}_k$$

- (9) 计算周期改正项 δu_k 、 δr_k 、 δi_k

$$\delta u_k = C_{us} \sin(2\varphi_k) + C_{uc} \cos(2\varphi_k)$$

$$\delta r_k = C_{rs} \sin(2\varphi_k) + C_{rc} \cos(2\varphi_k)$$

$$\delta i_k = C_{is} \sin(2\varphi_k) + C_{ic} \cos(2\varphi_k)$$

- (10) 计算改正后的升交距角 u_k 及其变率 \dot{u}_k

$$u_k = \varphi_k + \delta u_k$$

$$\dot{u}_k = (1 + 2C_{us} \cos(2\varphi_k) - 2C_{uc} \sin(2\varphi_k)) \dot{\varphi}_k$$

- (11) 计算改正后的向径 r_k 及其变率 \dot{r}_k

$$r_k = A(1 - e \cos E_k) + \delta r_k$$

$$\dot{r}_k = \dot{E}_k A e \sin E_k + 2(C_{rs} \cos(2\varphi_k) -$$

$$C_{rc} \sin(2\varphi_k)) \dot{\varphi}_k$$

- (12) 计算改正后的倾角 i_k 及其变率 \dot{i}_k

$$i_k = i_0 + \delta i_k + \dot{i}_k$$

$$\dot{i}_k = 2(C_{is} \cos(2\varphi_k) - C_{ic} \sin(2\varphi_k)) \dot{\varphi}_k + \dot{i}$$

- (13) 计算卫星在轨道面内的坐标 (x_k, y_k) 与速度 (\dot{x}_k, \dot{y}_k)

$$x_k = r_k \cos u_k$$

$$y_k = r_k \sin u_k$$

$$\dot{x}_k = \dot{r}_k \cos u_k - \dot{u}_k r_k \sin u_k$$

$$\dot{y}_k = \dot{r}_k \sin u_k + \dot{u}_k r_k \cos u_k$$

- (14) 计算卫星升交点赤经 Ω_k 及其变率 $\dot{\Omega}_k$
MEO/IGSO卫星在地固系中,升交点赤经及其变率分别为

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e) t_k - \dot{\Omega}_e t_{oe}$$

$$\dot{\Omega}_k = \dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e$$

GEO在惯性系中,升交点赤经及其变率分别为

$$\Omega_k = \Omega_0 + \dot{\Omega} t_k - \dot{\Omega}_e t_{oe}$$

$$\dot{\Omega}_k = \dot{\Omega}$$

地球自转角速度 $\dot{\Omega}_e = 7.292\ 115\ 0 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

- (15) 计算卫星在地固系(CGCS2000)中坐标 (X_k, Y_k, Z_k) 及速度 $(\dot{X}_k, \dot{Y}_k, \dot{Z}_k)$

对于MEO/IGSO卫星,在地固系中的坐标和速度分别为

$$X_k = x_k \cos \Omega_k - y_k \sin \Omega_k \cos i_k$$

$$Y_k = x_k \sin \Omega_k + y_k \cos \Omega_k \cos i_k$$

$$Z_k = y_k \sin i_k$$

$$\dot{X}_k = \dot{x}_k \cos \Omega_k - \dot{y}_k \sin \Omega_k \cos i_k + \dot{i}_k y_k \sin \Omega_k \sin i_k -$$

$$\begin{aligned} & (x_k \sin \Omega_k + y_k \cos \Omega_k \cos i_k) \dot{\Omega}_k \\ \dot{Y}_k &= \dot{x}_k \sin \Omega_k + \dot{y}_k \cos \Omega_k \cos i_k - \dot{i}_k y_k \cos \Omega_k \sin i_k + \\ & (x_k \cos \Omega_k - y_k \sin \Omega_k \cos i_k) \dot{\Omega}_k \\ \dot{Z}_k &= \dot{y}_k \sin i_k + \dot{i}_k y_k \cos i_k \end{aligned}$$

对于 GEO 卫星,先计算 GEO 卫星在自定义坐标系中的坐标与速度,如下所示:

$$\begin{aligned} X_{Gk} &= x_k \cos \Omega_k - y_k \sin \Omega_k \cos i_k \\ Y_{Gk} &= x_k \sin \Omega_k + y_k \cos \Omega_k \cos i_k \\ Z_{Gk} &= y_k \sin i_k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_{Gk} &= \dot{x}_k \cos \Omega_k - \dot{y}_k \sin \Omega_k \cos i_k + \dot{i}_k y_k \sin \Omega_k \sin i_k - \\ & (x_k \sin \Omega_k + y_k \cos \Omega_k \cos i_k) \dot{\Omega}_k \\ \dot{Y}_{Gk} &= \dot{x}_k \sin \Omega_k + \dot{y}_k \cos \Omega_k \cos i_k - \dot{i}_k y_k \cos \Omega_k \sin i_k + \\ & (x_k \cos \Omega_k - y_k \sin \Omega_k \cos i_k) \dot{\Omega}_k \\ \dot{Z}_{Gk} &= \dot{y}_k \sin i_k + \dot{i}_k y_k \cos i_k \end{aligned}$$

再计算其在 CGCS2000 中的坐标与速度,如下所示:

$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix} = \mathbf{R}_Z(\dot{\Omega}_e t_k) \mathbf{R}_X(-5^\circ) \begin{bmatrix} X_{Gk} \\ Y_{Gk} \\ Z_{Gk} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_k \\ \dot{Y}_k \\ \dot{Z}_k \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{R}}_Z(\dot{\Omega}_e t_k) \mathbf{R}_X(-5^\circ) \begin{bmatrix} X_{Gk} \\ Y_{Gk} \\ Z_{Gk} \end{bmatrix} +$$

$$\mathbf{R}_Z(\dot{\Omega}_e t_k) \mathbf{R}_X(-5^\circ) \begin{bmatrix} \dot{X}_{Gk} \\ \dot{Y}_{Gk} \\ \dot{Z}_{Gk} \end{bmatrix}$$

其中,

$$\mathbf{R}_X(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_Z(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{R}}_Z(\dot{\Omega}_e t_k) = \begin{bmatrix} -\sin(\dot{\Omega}_e t_k) \dot{\Omega}_e & \cos(\dot{\Omega}_e t_k) \dot{\Omega}_e & 0 \\ -\cos(\dot{\Omega}_e t_k) \dot{\Omega}_e & -\sin(\dot{\Omega}_e t_k) \dot{\Omega}_e & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

2 广播星历拟合模型

由参考时刻的轨道参数可以计算其前后一小时

内的卫星坐标与速度,计算过程如式(1)所述,可写为

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = F(t_i, t_{oe}, a_{15})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_i \\ \dot{Y}_i \\ \dot{Z}_i \end{bmatrix} = f(t_i, t_{oe}, a_{15})$$

式中: a_{15} 为 t_{oe} 时刻的 15 个轨道参数.采用位置+速度拟合算法的误差方程为

$$\begin{bmatrix} VX_i \\ VY_i \\ VZ_i \\ VX_i \\ VY_i \\ VZ_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial F_{iX}}{\partial a_{15}}\right)_{t_{oe}} \\ \left(\frac{\partial F_{iY}}{\partial a_{15}}\right)_{t_{oe}} \\ \left(\frac{\partial F_{iZ}}{\partial a_{15}}\right)_{t_{oe}} \\ \left(\frac{\partial f_{iX}}{\partial a_{15}}\right)_{t_{oe}} \\ \left(\frac{\partial f_{iY}}{\partial a_{15}}\right)_{t_{oe}} \\ \left(\frac{\partial f_{iZ}}{\partial a_{15}}\right)_{t_{oe}} \end{bmatrix} \delta a_{15} - \begin{bmatrix} X_i^{(0)} - F_{iX}^{(0)} \\ Y_i^{(0)} - F_{iY}^{(0)} \\ Z_i^{(0)} - F_{iZ}^{(0)} \\ \dot{X}_i^{(0)} - f_{iX}^{(0)} \\ \dot{Y}_i^{(0)} - f_{iY}^{(0)} \\ \dot{Z}_i^{(0)} - f_{iZ}^{(0)} \end{bmatrix}$$

式中: $(X_i^{(0)}, Y_i^{(0)}, Z_i^{(0)})$ 为 IGS 精密星历提供的卫星坐标; $(\dot{X}_i^{(0)}, \dot{Y}_i^{(0)}, \dot{Z}_i^{(0)})$ 为根据精密星历卫星坐标 Lagrange 内插获取的卫星速度; $(F_{iX}^{(0)}, F_{iY}^{(0)}, F_{iZ}^{(0)})$ 和 $(f_{iX}^{(0)}, f_{iY}^{(0)}, f_{iZ}^{(0)})$ 分别为由轨道根数初值计算的卫星坐标与卫星速度.

根据每个历元的轨道根数方程的偏导数确定误差方程的系数矩阵 \mathbf{B} ,常数项由精密星历与开普勒 15 参数初值确定的卫星轨道(位置、速度)之差确定,3 个历元的观测值即可组成 18 个误差方程进行解算,因此,3 个历元的观测数据即可通过最小二乘平差估计轨道根数.

在确定误差方程后,采用间接平差,组成法方程并解算参数改正数为

$$\begin{aligned} \mathbf{N} \delta \mathbf{x} - \mathbf{U} &= 0 \\ \mathbf{N} &= \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B}, \mathbf{U} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{L} \\ \delta \mathbf{x} &= \mathbf{N}^{-1} \mathbf{U} \\ \sigma_0 &= \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{6m - 15}} \end{aligned}$$

式中: m 为观测历元个数,每个历元可以组成 6 个误差方程; \mathbf{P} 为权阵; \mathbf{L} 为误差方程常数阵; \mathbf{V} 为误差方程残差矩阵.迭代计算至收敛即可.

迭代计算的初值选取很重要,初值不准确时,难以收敛.首个历元的开普勒6参数初值可由卫星位置与速度计算^[17],其余9个摄动参数初值取0,后续历元可取上一历元计算的轨道根数作为初值.

3 算例分析

以2012年6月25日至30日共计6天的BDS观测数据为例,分别采用位置、位置+速度2种拟合方案,比较不同拟合方案下的位置与速度精度.拟合时长为2h,为了更好地切合实际拟合情况,第1小时采用精密后处理星历,第2小时采用预报轨道.星历采样间隔为15min,因此每个拟合时段有9个历元的精密轨道数据.卫星速度由Lagrange内插获得^[18].拟合出卫星轨道根数后,由式(1)计算时段内以及前后各外推一小时的每分钟卫星位置和速度,以精密星历内插的卫星位置与速度为真值来统计误差.

图1是3号卫星在2012年6月25日9—11时段的拟合中误差.图1a是位置精度,图1b是速度精度,图中P+V表示采用位置+速度拟合,P表示只采用位置拟合.由于2种拟合方式的速度精度相差太大(位置+速度拟合的速度精度是 $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 级,位置拟合的速度精度可达 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 级),为方便绘图,图1b左侧刻度表示位置+速度拟合,右侧刻度表示位

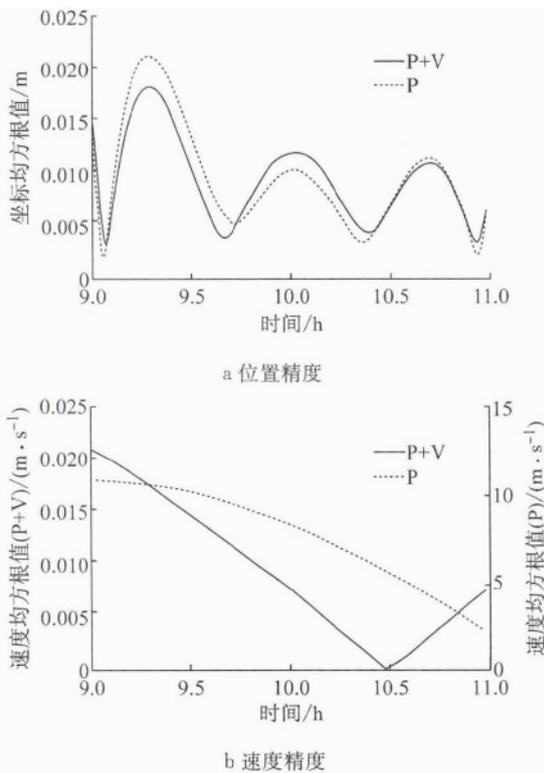


图1 3号卫星一个时段的拟合误差
Fig.1 Fitting error of PRN 3

置拟合.

从图1可以看出,与只采用位置拟合相比,位置+速度拟合算法的位置拟合精度一致,而速度精度有很大提高.图1中,采用位置与速度观测量拟合时,速度的三维均方根值在10.5h附近出现拐点,这是由于X、Y方向速度拟合误差均在厘米级,Z方向误差在米级,而Z方向误差趋势是从 $-10 \sim +6 \text{ m}$ 之间逐渐增加,在10.5h左右过零点,因此速度的三维均方根值会出现拐点.

对3~12号BDS卫星6天的拟合精度及前后各外推一小时的精度进行统计,结果见图2.其中3~5号是GEO卫星,6~10号是IGSO卫星,11和12号是MEO卫星.

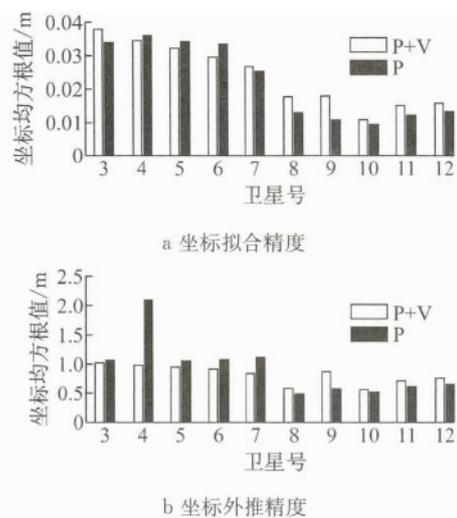


图2 3~12号卫星的拟合与外推精度

Fig.2 Position fitting and extrapolating accuracy of PRN 3~12

图2的统计结果表明,基于位置+速度的拟合算法并不会影响位置的拟合与外推精度,相反,大多数卫星的位置拟合精度还会略有提高.

表1 2种方法拟合与外推的速度精度

卫星号	拟合精度/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$		外推精度/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	
	P+V	P	P+V	P
3	0.038	64.002	0.040	79.414
4	0.037	80.615	0.039	110.336
5	0.038	47.926	0.040	42.148
6	0.049	61.823	0.051	59.352
7	0.028	100.392	0.029	79.850
8	0.025	23.339	0.026	24.428
9	0.048	19.525	0.051	18.530
10	0.028	10.103	0.029	11.426
11	0.018	1.151	0.020	1.493
12	0.018	1.175	0.018	1.185

注:P+V表示位置+速度拟合,P表示位置拟合.

由表 2 可以看出,与位置拟合相比,位置+速度拟合能够显著提高速度的拟合精度,在未附加速度值进行拟合时广播星历速度精度可达每秒数十米,而附加速度值拟合后速度精度仅为厘米级别。考虑到拟合算法的不完善,实际应用中位置拟合精度可能小于表中数值,但是附加速度的拟合方法对速度拟合精度的提升是明显的。这是由于在附加速度观测值时,对广播星历的速度计算进行了强制约束,使其能够达到较高精度。此外,从表 1 可以看出,如果只采用位置拟合,GEO、IGSO 的速度精度远差于 MEO 卫星,这可能是由于 GEO、IGSO 卫星轨道高于 MEO 引起的,具体原因有待探讨。

此外,在已知的卫星轨道数据历元较少时,位置+速度拟合的效果更加明显。以 3 号卫星为例,拟合 2012 年 6 月 26 日的卫星轨道,拟合弧长为 2 h,每个拟合弧段内已知数据历元为 3 个,对拟合结果进行统计分析。在 12 个拟合时段中,位置拟合只有 3 个时段收敛,且位置拟合精度为米级,而 12 个时段的位置+速度拟合的位置精度均为厘米级别。这是由于位置拟合一个历元只有 3 个误差方程,而位置+速度拟合每个历元有 6 个误差方程,能提供足够的多余观测值。因此在已知数据历元较少时,采用位置+速度的拟合算法能够保证拟合的有效性与精度。

4 结论

(1) 与传统的广播星历位置拟合算法相比,位置+速度拟合算法对拟合与外推的位置精度不但没有降低,还略有提升。

(2) 附加速度观测值后拟合广播星历,速度精度有显著提高,拟合精度与外推精度均可达厘米级别。

(3) 在已知数据历元个数较少时,采用位置+速度拟合算法能充分保证拟合的有效性与精度。

参考文献:

[1] 李征航,丁文武,李昭. GPS 广播星历的轨道误差分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2008, 28(1):50.
LI Zhenghang, DING Wenwu, LI Zhao. Error analysis of orbit determined by GPS broadcast ephemeris [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2008, 28(1):50.

[2] 郭斐,张小红,李星星,等. GPS 系列卫星广播星历轨道和钟的精度分析[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2009, 34(5):589.

GUO Fei, ZHANG Xiaohong, LI Xingxing, *et al.* Precision analysis on orbit and clock of GPS satellites broadcast ephemeris [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2009, 34(5):589.

[3] 吕志伟,易维勇,曾志林. GPS 广播星历参数拟合算法及其分析[J]. 测绘科学技术学报, 2010, 27(2):83.
LÜ Zhiwei, YI Weiyong, ZENG Zhilin. Analysis of GPS satellite ephemeris parameters fitting algorithm [J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2010, 27(2):83.

[4] 吴宅莲,吴会英,刘国华. GPS 广播星历参数算法研究[C]//第二届中国卫星导航学术年会,上海. 上海:中国卫星导航年会组委会,2011:979-984.
WU Zhailian, WU Huiying, LIU Guohua. The algorithm analysis of GPS broadcast ephemeris parameters [C]//The 2ed China Satellite Navigation Conference, Shanghai. Shanghai: China Satellite Navigation Conference Organizing Committee, 2011: 979-984.

[5] 邢志成,王解先. GPS 广播星历参数拟合的雅可比矩阵数值导数计算方法[J]. 全球定位系统, 2012, 37(1):28.
XING Zhicheng, WANG Jiexian. Method of calculating numerical derivative of Jacobin matrix for fitting algorithm of GPS broadcast ephemeris parameters [J]. GNSS World of China, 2012, 37(1):28.

[6] 王君刚,王解先. GPS 广播星历拟合及外推精度[J]. 辽宁工程技术大学学报:自然科学版, 2014, 33(8):1118.
WANG Jungang, WANG Jiexian. Fitting and extrapolating accuracy of GPS broadcast ephemeris [J]. Journal of Liaoning Technical University: Natural Science, 2014, 33(8):1118.

[7] 崔先强,唐颖哲,姬剑锋,等. 用基于 Givens 变换的 QR 分解计算类 GPS 广播星历参数[J]. 测绘工程, 2006, 15(4):5.
CUI Xianqiang, TANG Yingzhe, JI Jianfeng, *et al.* Solving similar GPS broadcast ephemeris parameters using Givens transformation [J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2006, 15(4):5.

[8] 文援兰,刘光明,张志. 基于无奇异变换的卫星广播星历拟合算法[J]. 宇航学报, 2011, 32(12):2478.
WEN Yuanlan, LIU Guangming, ZHANG Zhi. Research on the fitting algorithm of broadcast ephemeris parameters based on non-singular transformation [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(12):2478.

[9] 刘光明,廖瑛,文援兰,等. 导航卫星广播星历参数拟合算法研究[J]. 国防科技大学学报, 2008, 30(3):100.
LIU Guangming, LIAO Ying, WEN Yuanlan, *et al.* Research on the fitting algorithm of broadcast ephemeris parameters [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2008, 30(3):100.

[10] 陈刘成,韩春好,陈金平. 广播星历参数拟合算法研究[J]. 测绘科学, 2007, 32(3):12.
CHEN Liucheng, HAN Chunhao, Chen Jinping. The research of satellite broadcast ephemeris parameters fitting arithmetic [J]. Science of Surveying and Mapping, 2007, 32(3):12.

[11] 黄勇,胡小工,王小亚,等. 中高轨卫星广播星历精度分析[J]. 天文学进展, 2006, 24(1):81.
HUANG Yong, HU Xiaogong, WANG Xiaoya, *et al.* Precision

- analysis of broadcast ephemeris for medium and high orbit satellites [J]. *Process in Astronomy*, 2006, 24(1):82.
- [12] 阮仁桂, 贾小林, 吴显兵, 等. 关于坐标旋转法进行地球静止轨道导航卫星广播星历拟合的探讨[J]. *测绘学报*, 2011, 40(Suppl.):146.
- RUAN Rengui, JIA Xiaolin, WU Xianbing, *et al.* Broadcast ephemeris parameters fitting for GEO satellites based on coordinate transformation [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2011, 40(Suppl.):146.
- [13] 陈刘成, 唐波. 参考系选择对 Kepler 广播星历参数拟合精度的影响[J]. *飞行器测控学报*, 2006, 25(4):19.
- CHEN Liucheng, TANG Bo. Impact of coordinate transformation on the fitting accuracy of Kepler broadcast ephemeris [J]. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*, 2006, 25(4):19.
- [14] 崔先强, 杨元喜, 吴显兵. 轨道面旋转角对 GEO 卫星广播星历参数拟合的影响[J]. *宇航学报*, 2012, 33(5):591.
- CUI Xianqiang, YANG Yuanxi, WU Xianbing. Influence of the orbital plane rotation angle on GEO satellite broadcast ephemeris parameter fitting [J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(5):591.
- [15] 何峰, 王刚, 刘利, 等. 地球静止轨道卫星广播星历参数拟合与实验分析[J]. *测绘学报*, 2011, 40(Suppl.):52.
- HE Feng, WANG Gang, LIU Li, *et al.* Ephemeris fitting and experiments analysis of GEO satellite [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2011, 40(Suppl.):52.
- [16] 刘伟平, 郝金明, 李作虎. 由广播星历解算卫星位置、速度及精度分析[J]. *大地测量与地球动力学*, 2010, 30(2):144.
- LIU Weiping, HAO Jinming, LI Zuohu. Solution method and accuracy analysis of satellite position and velocity from broadcast ephemeris [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2010, 30(2):144.
- [17] 刘林. 航天器轨道理论[M]. 北京:国防工业出版社, 2000.
- LIU Lin. Orbit theory of spacecraft [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2006.
- [18] 王梦丽, 王飞雪. 卫星位置和速度的 Lagrange 插值算法分析[J]. *航空计算技术*, 2008, 38(4):14.
- WANG Mengli, WANG Feixue. Lagrange insert-value algorithm's analysis of satellite's position and velocity [J]. *Aeronautical Computing Technique*, 2008, 38(4):14.

(上接第 154 页)

参考文献:

- [1] Tahseen A T, Ishak M, Rahman M M. An overview on thermal and fluid flow characteristics in a plain plate finned and un-finned tube banks heat exchanger [J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2015, 43:363.
- [2] Han H, He Y L, Li Y S, *et al.* A numerical study on compact enhanced fin-and-tube heat exchangers with oval and circular tube configurations[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2013, 65: 686.
- [3] 杨立军, 贾思宁, 卜永东, 等. 电站间冷系统空冷散热器翅片管束流动传热性能的数值研究[J]. *中国电机工程学报*, 2012, 32(32):50.
- YANG Lijun, JIA Sining, BU Yongdong, *et al.* Numerical study on flow and heat transfer characteristics of finned tube bundles for air-cooled heat exchangers of indirect dry cooling systems in power plants[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2012, 32(32):50.
- [4] 杨立军, 张凯峰, 杜小泽, 等. 空冷凝汽器椭圆翅片椭圆管束外空气的流动与传热特性[J]. *动力工程*, 2008, 28(6):911.
- YANG Lijun, ZHANG Kaifeng, DU Xiaoze, *et al.* Flow and heat transfer characteristics of cooling air outside elliptical tube bundles fixed with elliptical fin in air-cooled condenser [J]. *Journal of Power Engineering*, 2008, 28(6):911.
- [5] 明廷臻, 党艳辉, 刘伟, 等. 椭圆管矩形翅片空冷器流体流动与传热特性数值分析[J]. *化工学报*, 2009, 60(6):1380.
- MING Tingzhen, DANG Yanhui, LIU Wei, *et al.* Numerical analysis of fluid flow and heat transfer characteristics on elliptical tube with rectangular fins of air cooler[J]. *CIESC Journal*, 2009, 60(6):1380.
- [6] 赵波. 风洞热交换器设计研究[D]. 绵阳:中国空气动力研究与发展中心研究生部, 2008.
- ZHAO Bo. Investigation of heat exchanger design in wind tunnel [D]. Mianyang: The Graduate Faculty of China Aerodynamics Research and Development Center, 2008.
- [7] 李启良. 气动-声学风洞热交换器的数值模拟与试验研究[D]. 上海:同济大学, 2007.
- LI Qiliang. Numerical simulation and experimental study on heat exchanger of aero-acoustic wind tunnel [D]. Shanghai: Tongji University, 2007.
- [8] 吕正凯. 管翅式换热器管束排列方式优化设计的数值研究[D]. 上海:同济大学, 2014.
- LÜ Zhengkai. Numerical study of optimized design on tubes arrangement of fin-and-tube heat exchangers [D]. Shanghai: Tongji University, 2014.
- [9] Fan J F, Ding W K, Zhang J F, *et al.* A performance evaluation plot of enhanced heat transfer techniques oriented for energy-saving[J]. *International Journal of Heat and Mass*, 2009, 52(1/2):33.
- [10] Stephan K. Heat and mass transfer [M]. Berlin: Springer Verlag, 2006.