

Parameter Correlations and Unified Model in Multi-GNSS Precise Point Positioning

Junping Chen¹, Yize Zhang^{1,2}, Jungang Wang^{1,2}, Sainan Yang¹, Danan Dong³, Weijing Qu¹, Bin Wu¹

1 Shanghai Astronomical Observatory (SHAO), Shanghai 200030

2 Tongji University, Shanghai 200092

3 East China Normal University, Shanghai 200062

Abstract: The key task of GNSS data analysis is the estimation of unknowns, which represents parameters of the satellites, stations and the space environment through which microwave propagates. However, not all parameters needs to be estimated as there exists strong correlations among them. In the application of the precise point positioning (PPP) using multi GNSS observations, the inter system bias (ISB) and inter frequency bias (IFB) are normally treated as unknowns. Theoretically, the ISB and IFB parameters are station/satellite pair dependant and should be estimated epoch-wisely. To improve the efficiency of parameter estimation, traditional multi GNSS PPP model defines the ISB parameters as station/frequency pair dependant and estimate them as daily constant. This paper aims to further simplify the modeling of multi GNSS PPP. We theoretically prove that ISB parameter is not correlated with coordinate parameters and it can be assimilated into clock and ambiguity parameters. We develop a simplified model, where ISB parameter does not need to be estimated and observations from different GNSS systems are treated in a unique way. To verify the new model, we process 1 week GPS/GLONASS data from a global network of 11 stations. Results demonstrate the equivalent performance of the new and traditional models.

Keywords: Multi GNSS; Precise Point Positioning; SHAO; inter system bias

多模精密单点定位中的参数相关性及其统一参数模型

陈俊平¹ 张益泽^{1,2} 王君刚^{1,2} 杨赛男¹ 董大南³ 曲伟菁¹ 吴斌¹

1 中国科学院上海天文台 上海 200030

2 同济大学测绘与地理信息学院, 上海 200092

3 华东师范大学, 中国 上海 200062

【摘要】 GNSS数据处理在理论上可以估计与其观测量相关的各种参数。然而，实际数据处理过程不是所有的参数都能解算。这其中的主要原因在于这些参数之间存在着强相关性，参数相关性使得参数解算的精度以及效率受到影响。在采用多GNSS系统的观测数据进行精密单点定位（简称多模精密单点定位）时，通常需要引入系统偏差参数。严密的处理模型要求在每个历元估计该系统偏差，对于GLONASS系统则还需要估计不同频率之间的偏差。这些系统偏差参数的引入使得多模精密单点定位变得复杂。为了简化多模精密单点定位的数据处理，论文从多模精密单点定位模型以及参数相关性角度出发，推导了一种无系统偏差的多模精密单点定位统一模型。在该统一模型中，传统模型中的系统偏差参数被模糊度参数以及测站钟差参数完全吸收，并且不同GNSS系统的观测数据可以当成一个系统处理，从而简化了数据处理的复杂度。基于以上模型，本文对IGS全球11个站一周的数据进行了计算，结果表明新模型与传统多模精密单点定位模型得到的定位结果完全一致。

【关键词】 SHA，多模PPP，系统偏差，统一模型

1 引言

GNSS 数据处理在理论上可以估计与其观测量相关的各种参数，按其信号传播过程，这些参数可分为

3 类：与卫星端参数、传播路径段参数以及用户端参数。然而，在实际数据处理过程中，不是所有的参数都能解算。这其中的主要原因在于这些参数之间存在着相关性，参数相关使得参数解算的精度以及效率受

到影响。在采用多 GNSS 系统的观测数据进行精密单点定位（简称多模精密单点定位 Precise Point Positioning^[1]）时，由于导航系统本身时空基准的差异以及信号体制的不同，多系统综合数据处理需要全面考虑各种系统偏差参数。就 GPS/GLONASS 多模精密单点定位而言，需要考虑 GPS/GLONASS 系统间时延偏差(ISB)，包括：导航系统的系统时差、测站硬件时延的差异以及 GLONASS 卫星之间的频间差(IFB)^[2-6]。其中，系统时差是系统时间的差异，所有测站相同；测站硬件时延的差异是测站对不同系统观测的不同硬件延迟，它与测站的接收机、天线等硬件设备有关；频间差是由于 GLONASS 系统采用频分多址方式，造成不同频率的卫星信号在传播延迟存在一定的差异。严密的处理模型要求在每个历元估计该系统的系统偏差，对于 GLONASS 则还需要估计不同频率之间的偏差。这些系统偏差参数的引入使得多模精密单点定位变得复杂。

为了简化多模精密单点定位的数据处理，论文从传统多模精密单点定位模型以及参数相关的角度出发，推导出一种无系统偏差的多模精密单点定位统一模型。在该统一模型中，传统模型中的系统偏差参数被模糊度参数以及测站钟差参数完全吸收，且不同 GNSS 系统的观测数据可以当成一个系统处理，从而简化了数据处理的复杂度。基于以上模型，本文对 IGS 全球 11 个站一周的数据进行了计算，结果表明新模型与多模精密单点定位传统模型得到的定位结果完全一致。

2 多模精密单点定位传统模型

固定卫星钟差，测站 i 对 GPS 卫星 j 的伪距、相位无电离层组合观测方程分别写为：

$$\begin{aligned} P_i^j &= \rho_i^j + c \cdot dt_i + DCB_i + T_i^j + \zeta_i^j \\ L_i^j &= \rho_i^j + c \cdot dt_i + DPB_i + \lambda \cdot N_i^j + T_i^j + \varepsilon_i^j \end{aligned} \quad (1)$$

式中的 P_i^j, L_i^j 分别为测站卫星之间的伪距、相位观测值； ρ_i^j 为测站与卫星之间的几何距离； c 为光速常量， λ 为波长； dt_i 为测站的钟差改正数； DCB_i, DPB_i 为相应频率的伪距、相位偏差； N_i^j 为整周模糊度， T_i^j 为对流层延迟， $\zeta_i^j, \varepsilon_i^j$ 为其他误差改正(包括相对论效应、潮汐等)及残差。

(1)式中的伪距观测值为钟差参数提供了基准。其中伪距偏差 DCB_i 会直接被钟差参数吸收。目前 GPS 数据处理中(包括 IGS 高精度数据处理)没有考虑相位偏差 DPB_i ，它被模糊度吸收^[7]。从而(1)式可以重

新写为：

$$\begin{aligned} P_i^j &= \rho_i^j + c \cdot \bar{dt}_i + T_i^j + \zeta_i^j \\ L_i^j &= \rho_i^j + c \cdot \bar{dt}_i + T_i^j + \lambda \cdot \bar{N}_i^j + \varepsilon_i^j \end{aligned} \quad (2)$$

其中，

$$\begin{aligned} c \cdot \bar{dt}_i &= c \cdot dt_i + DCB_i \\ \lambda \cdot \bar{N}_i^j &= \lambda \cdot N_i^j + DPB_i - DCB_i \end{aligned} \quad (3)$$

将(2)式扩展到 GPS/GLONASS 双模观测，测站 i 对 GPS、GLONASS 卫星 j 的相位观测方程为：

$$\begin{aligned} L_i^G &= \rho_i^{jG} + c \cdot \bar{dt}_i^G + T_i^{jG} + \lambda^G \cdot \bar{N}_i^{jG} + \zeta_i^j \\ L_i^R &= \rho_i^{jR} + c \cdot \bar{dt}_i^G + T_i^{jR} + ISB_i^j + \lambda^R \cdot \bar{N}_i^{jR} + \varepsilon_i^j \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式中的上标 R 代表 GLONASS，上标 G 代表 GPS； $ISB_i^j = c \cdot \bar{dt}_i^R - c \cdot \bar{dt}_i^G$ 为测站上不同 GLONASS 卫星相对于 GPS 的时延偏差(包括导航系统的系统时差、测站硬件时延的差异以及 GLONASS 卫星的频间差 IFB)；其他参数的定义与(1)，(2)式相同。(4)式为传统的多模精密单点定位数据处理观测方程，也适用于 GPS 与其它卫星系统的组合观测。通过定义系统间时延偏差 ISB_i^j ，估计 $c \cdot \bar{dt}_i^G$ 将不同系统的钟差统一到 GPS 时间系统，从而实现了多系统时间基准的统一。

3 多模精密单点定位简化模型

(4)式解算的参数包括测站坐标、测站钟差、对流层、模糊度以及系统偏差等。各个参数之间存在较大的相关性。为分析参数的相关性，我们采用 IGS 测站 LPGS 在 2012 年 11 月 4 日的数据，应用(4)式计算各个历元的法方程。参数之间相关性通过以下式子进行计算：

$$r = \frac{\sigma_{AB}}{\sqrt{\sigma_A \sigma_B}} \quad (5)$$

其中 $\sigma_A, \sigma_B, \sigma_{AB}$ 分别为两个参数的方差和协方差。按照(5)式计算坐标参数与系统偏差参数 ISB 的相关系数，如图 1 所示。从图 1 可知，经过 4 个历元后，各个相关系数接近于 0。这说明系统偏差参数 ISB 与测站坐标不相关。表 1 列出了 LPGS 在当天最后一个历元各个参数的相关系数，由表 1 可知 ISB 与坐标、对流层的相关性在 10^{-5} 的量级。

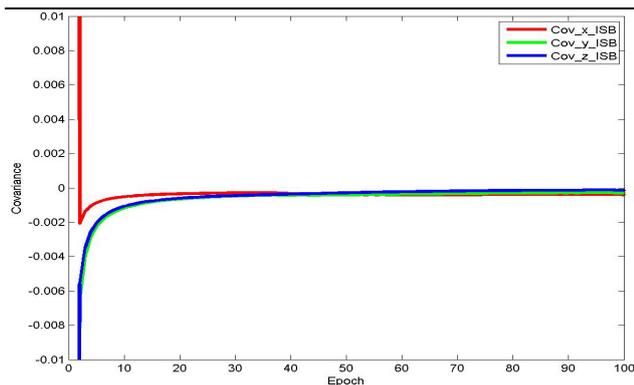


Figure 1. Correlation coefficient between coordinate parameters and ISB parameter

图 1 坐标参数与系统偏差参数 ISB 的相关系数

为进一步分析参数之间的相关性,我们利用文献[8]中的方法分析 ISB 参数与坐标的广义相关参数,按照该方法求得的广义相关参数为 0。这也说明 ISB 参数与坐标参数以及对流层参数完全不相关。这些分析说明 ISB 参数的引入对测站坐标没有任何影响,即定位模型中可以不考虑 ISB 参数的影响。

Table 1. The correlation coefficients between parameters

表 1. LPGS各个参数的相关系数

X	1							
Y	-0.67529	1						
Z	-0.79295	0.91885	1					
ZTD	-0.49108	0.50266	0.52952	1				
\bar{dt}_i^G	0.00418	-0.00281	-0.00332	-0.00361	1			
ISB	-0.00001	0.00002	0.00001	0.00002	-0.64978	1		
\bar{N}_i^{jG}	-0.00106	-0.00007	0.00024	0.000391	-0.99995	0.64981	1	
\bar{N}_i^{jR}	0.00038	-0.00096	-0.00075	-0.00041	0	-0.75989	0	1
	X	Y	Z	ZTD	\bar{dt}_i^G	ISB	\bar{N}_i^{jG}	\bar{N}_i^{jR}

由表1可知ISB只与模糊度参数以及钟差参数存在相关性,他们必然吸收ISB参数。为了定量获取ISB参数分配至其它参数的比例,我们采用文献[9]中的SSM (Scaled Sensitivity Matrix)方法计算分配比例,表2给出以上示例中ISB参数分配至各个参数的比例。由表2可知, ISB分配至各个坐标分量的比例少于 10^{-6} 。根据上海天文台GNSS分析中心(SHA)^[10]给出的结果, IGS站LPGS在该天ISB的值为-68m, ISB分配至各个坐标分量的值小于0.07mm,可以完全忽略不计; ISB分配至测站钟差的比例为42.2%, 即此时的测站钟差为 $\bar{dt}_i^G + 0.422 \times \text{ISB}$; ISB分配至GPS模糊度的比例为-42.2%, 即此时的GPS模糊度为 $\bar{N}_i^{jG} - 0.422 \times \text{ISB}$ 。将新的GPS模糊度与钟差带入(4)式中的GPS观测方程, 方程仍然成立。 ISB分配至GLONASS模糊度的比例为57.8%, 即此时的GLONASS模糊度为 $\bar{N}_i^{jR} + 0.578 \times \text{ISB}$ 。将新的GLONASS模糊度与钟差带入(4)式中的GLONASS观测方程, 方程仍然成立。

Table 2. Elements of the scaled sensitivity matrix between ISB and other parameters

表 2.按照SSM方法计算得到的ISB参数分配至各个参数的比例

	X	Y	Z	ZTD	\bar{dt}_i^G	\bar{N}_i^{jG}	\bar{N}_i^{jR}
ISB	-1E-7	6E-7	8E-7	8E-9	0.42246	-0.42246	0.57754

基于以上的分析与讨论, 传统的多模精密单点定

位数据处理中的ISB参数可以不用考虑, 它们将被测站钟差以及模糊度参数完全吸收。建立简化的多模精密单点定位模型:

$$\begin{aligned} L_i^{jG} &= \rho_i^{jG} + c \cdot \bar{dt}_i^G + T_i^{jG} + \lambda^G \cdot \bar{N}_i^{jG} + \zeta_i^j \\ L_i^{jR} &= \rho_i^{jR} + c \cdot \bar{dt}_i^G + T_i^{jR} + \lambda^R \cdot \bar{N}_i^{jR} + \varepsilon_i^j \end{aligned} \quad (6)$$

式中的参数定义与(4)的相同。

4 数据处理

为验证以上简化多模精密单点定位模型的有效性, 本文选取IGS全球11个测站在从2012年11月4日到11月10日一周的数据进行计算。数据采样率为30s, 数据处理应用LTW_BS^[11]软件, 采用SHA提供的精密GPS/GLONASS轨道和钟差^[10]。数据处理过程中选用的改正模型是基于IERS conventions 2010的改正模型^[12], 设定数据截至高度角为 7° , 对低高度角的观测值考虑高度角加权; 对流层参数设置为分段线性函数, 每小时估计一个天顶对流层延迟参数ZTD(Zenith Total Delay)。

数据处理按照以下五种方式进行:

- ①GPS单系统精密单点定位;
- ②GLONASS单系统精密单点定位;
- ③引入SHA提供的精密GPS/GLONASS系统偏差的GPS/GLONASS组合定位;

④ 基于简化多模精密单点定位模型的GPS/GLONASS组合定位;

⑤ 基于传统多模精密单点定位模型的GPS/GLONASS组合定位。

图2包含了以上5种不同数据处理获得的各个测站的坐标与IGS差值七天的均值。可以看到,除了ULAB的GPS单系统结果在东西方向的差值为2.7cm外,其它所有台站差值都小于2cm。另外,最后三种数据处理方式获取的结果非常接近。

为进一步考察简化多模精密单点定位模型与传统多模定位模型结果的差异,我们将上述③,④两种数据处理方式得到的结果做差。图3示意11个测站7天差值的均值,由图可知所有差值均小于0.002mm(2微米)。这表明,两种数据处理所得的结果完全一致。即本文提出的简化多模精密单点定位模型与传统多模定位模型的结果完全一致。

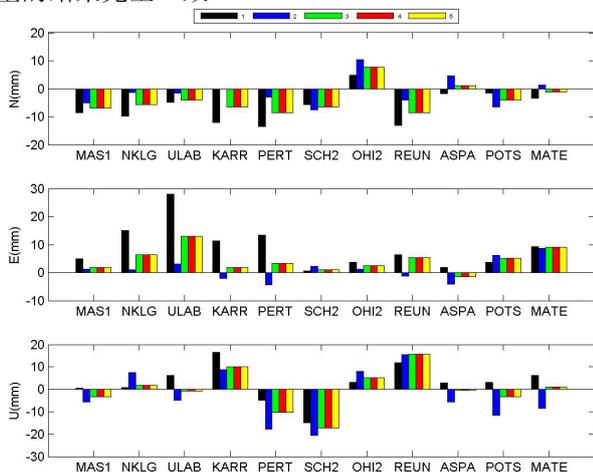


Figure 2. Coordinate differences between PPP estimation and IGS daily solution for all stations
图2 PPP坐标估值与IGS单天综合坐标的比较

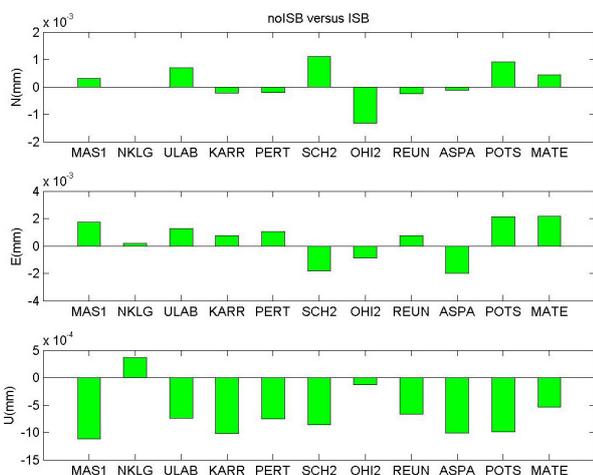


Figure 3. Coordinates differences between traditional and new GPS/GLONASS Multi PPP models

图3 简化模型与传统模型获取坐标的差值

图4表示了POTS测站在2012年11月7日在五种数据处理模式下,获取的对流层参数的差值。图4中,其它四种数据处理的ZTD结果都与GPS单系统精密单点定位的结果做差。可以看到各种情况得到的ZTD的平均差值均小于1mm。GLONASS单系统精密单点定位的ZTD与其它四种数据处理模式的结果存在明显的差异。这也反映不同GNSS系统星座差异造成的ZTD参数的差别。

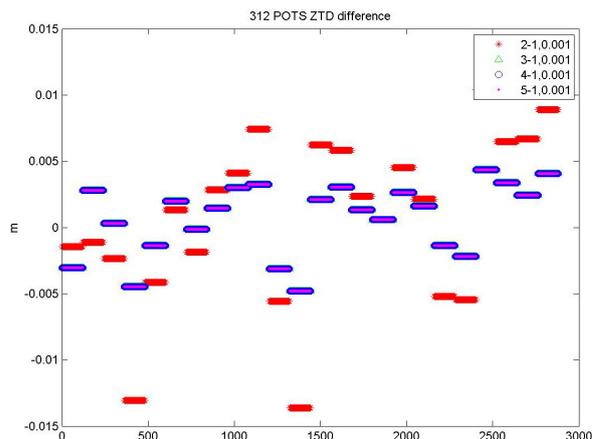


Figure 4. ZTD differences among different scenarios
图4 天顶对流层延迟ZTD的差值

5 结论

本文基于GNSS数据处理过程中各个参数相关性,严密分析了多模精密单点定位中参数的相关性。结果显示:系统偏差参数ISB与测站坐标以及对流层参数不相关,并且ISB参数能够完全被测站钟差以及模糊度参数吸收。基于以上结论,我们推导出无系统偏差的多模精密单点定位统一模型。由于无需考虑系统偏差,不同GNSS系统的观测数据可以当成一个系统处理,从而很大程度上简化了数据处理的复杂度。对全球11测站一周的数据按照五种不同模式进行精密单点定位。对计算结果进行分析发现:各种不同模式定位的结果与IGS综合结果的差值在各个方向都小于3cm;本文提出的模型与传统模型获得的精密单点定位结果完全一致(差值小于2微米)。本文以GPS/GLONASS为例,进行了推导和验证,该简化模型也可以应用到任何GNSS系统的多模精密单点定位。

References (参考文献)

[1] Zumberge JF, Heflin MB, Jefferson DC, Watkins MM, Webb FH (1997) Precise point positioning for the efficient and robust

- analysis of GPS data from large networks. *J Geophys Res* 102(B3):5005–5017
- [2] Dach R., Schaer S., Lutz S., Meindl M., Beutler G.(2010): Combining the Observations from Different GNSS,EUREF 2010 Symposium, June 02–05, 2010, Gävle, Sweden
- [3] Wanninger L.(2012) Carrier-phase inter-frequency biases of GLONASS receivers. *J Geod, Journal of Geodesy*, 2012, 86(2):139-148, DOI: 10.1007/s00190-011-0502-y
- [4] Chen J., Pei X., Zhang Y., Wu B. (2013). GPS/GLONASS System Bias Estimation and Application in GPS/GLONASS Combined Positioning, in China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2013 Proceedings: Lecture Notes in Electrical Engineering Volume 244, 2013, pp 323-333
- [5] Cai C, Gao Y (2012) Modeling and assessment of combined GPS/GLONASS precise point positioning. *GPS Solut.* doi:10.1007/s10291-012-0273-9
- [6] Shi C, Yi W, Song W, Lou Y, Yao Y, Zhang R(2013) GLONASS pseudorange inter-channel biases and their effects on combined GPS/GLONASS precise point positioning. *GPS Solut* DOI 10.1007/s10291-013-0332-x
- [7] Geng J, Meng X, Dodson AH, Teferle F (2010) Integer ambiguity resolution in precise point positioning: method comparison. *J Geod* 84: 569–581
- [8] Wang Jiexian. Correlations among parameters in seven parameter transformation model[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*,2007,(2):43-45. 王解先. 七参数转换中参数之间的相关性[J].*大地测量与地球动力学*, 2007,(2):43-45 (in chinese).
- [9] Dong D, Fang P, Bock Y, Cheng MK, Miyazaki S (2002) Anatomy of apparent seasonal variations from GPS-derived site position time series. *J Geophys Res* 107(B4):2075. doi: 10.1029/2001JB000573
- [10] Chen, J., Wu, B., Hu, X., Li, H.(2012) SHA: The GNSS analysis center at SHAO, in: *Lecture Notes in Electrical Engineering*, v 160 LNEE, p 213-221
- [11] Wang, J., and J. Chen, 2011. Development and application of GPS precise positioning software. *Journal of Tongji University (Natural Science)* 39(5): 764–767. (in Chinese). 王解先,陈俊平. GPS精密定位软件研制与应用[J].*同济大学学报(自然科学版)*,2011,39(5):764-767.
- [12] Petit G, Luzum B, (eds.) (2010) *IERS Conventions (2010)*, IERS Technical Note 36, Verlagdes Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, Germany.