

基于岭估计的快速静态精密单点定位研究*

李浩军^{1†} 王解先^{1,2} 陈俊平³ 胡丛玮^{1,2}

(1 同济大学测量与国土信息工程系 上海 200092)

(2 现代工程测量国家测绘局重点实验室 上海 200092)

(3 德国地球科学研究中心 波茨坦 14473)

摘要 精密单点定位可以实现厘米级的定位精度,但其实时应用受到模糊度收敛时间的限制,模糊度收敛一般需要 30 分钟甚至更长的时间.基于相位历元间差分技术,可以避免模糊度的求解,但求解的参数为历元间坐标差.在相位历元间差分技术基础之上,推导了无模糊度模型的快速静态单点定位模型,并通过岭估计理论来进行参数的求解,两个以上历元就可以解算得到位置参数,从而实现静态状态下单点的快速定位,克服了模糊度收敛时间的局限,并讨论了不同坐标初值情况下估计值的精度.

关键词 天体测量学, 地球, 技术: 诸多方面

中图分类号: P 123; **文献标识码:** A

1 引言

自从 1997 年 JPL(Jet Propulsion Laboratory) 的 Zumberge 等^[1] 提出精密单点定位并在他们开发的数据处理软件 GIPSY 上实现以来,经过 10 年多的发展,在定位精度和科学应用方面有了很大的进步,其后处理结果精度可达厘米级^[1-3].随着实时轨道和钟差产品的发展^[4-5],实时精密单点定位成为发展的需要,但是当前精密单点定位中,模糊度的收敛时间一般需要 30 分钟,甚至更长^[2-3],这是当前实时单点定位的 1 个瓶颈问题.基于历元间差分技术,一般先通过历元间相位差分求解历元间坐标差值,观测时刻坐标的求取需要进一步对相位和伪距进行组合,并且要基于大量的观测数据.在完善相位历元间差分的同时,本文推导出了静态状况下快速精密单点定位的公式,并基于岭估计理论对参数进行求解.该方法通过两个以上历元的观测就可以进行位置参数的求解,从而达到快速单点定位的目的.文章还讨论了不同坐标初值情况下,坐标参数的精度情况.通过数据解算以及理论分析得到,测站坐标在 N、E、H 3 个方向的精度能达到分米甚至更高,这对于快速精密单点定位的实现具有可靠、现实的意义.

2008-11-07 收到原稿, 2009-03-02 收到修改稿

* 国家自然科学基金(批准号: 40974018)项目资助

† yanlhjch@126.com

2 快速精密单点定位的实现

精密单点定位中, 主要的模型有 3 种, 即传统模型^[6]、Uofc 模型^[3]和无模糊度模型^[7-9]. 传统模型是目前最为常用的模型, 该模型采用无电离层相位组合观测值进行参数估计, 该模型中的组合模糊度不具有整数性, 未知参数的估值只能随着观测量的累积和几何构形的变化逐步地收敛, 这需要较长的时间^[9-10], Heroux 等对收敛时间和精度做了研究^[10], 如图 1.

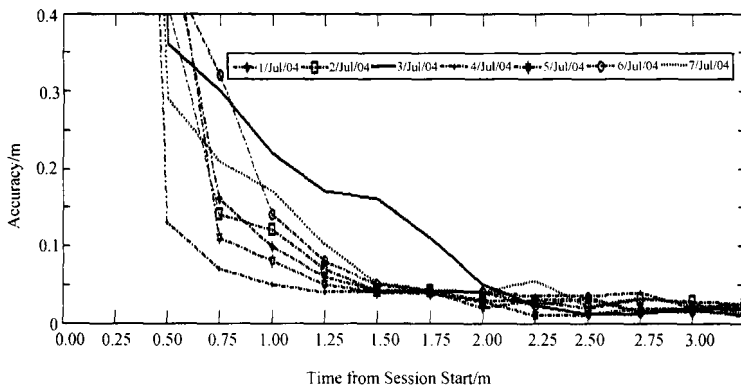


图 1 参数收敛时间

Fig. 1 Convergence time of parameters

从图 1 可以看出, 1 h 之后, 参数才逐渐收敛并逐渐达到厘米的精度. Uofc 模型虽然可以分别估计 L_1 和 L_2 载波相位的模糊度, 进行模糊度的伪固定^[3], 从而加速解算的收敛, 但其固定时间仍然受各种因素的影响, 需要 30 分钟甚至更长^[2-3]. 无模糊度模型采用前后两个观测时刻的相位差来消除初始相位模糊度, 这样虽然避免了模糊度的求解, 但只能通过相位差观测值求解位置差, 因而不能得到用户的绝对位置解. 随着预报星历精度的提高以及实时精密星历的发展, 实时、快速精密单点定位成为发展的需要. 因此, 研究快速精密单点定位模型具有重要的意义.

2.1 快速静态单点定位的推导

GPS 无电离层组合观测方程可以表示为

$$L^j = \rho^j + c \cdot \delta - c \cdot \delta^j + \frac{1}{f_1^2 + f_2^2} (f_1^2 \lambda_1 n_1^j - f_2^2 \lambda_2 n_2^j) + l^j, \quad (1)$$

(1) 式中 L^j 为 GPS 卫星 j 的无电离层相位组合观测值; ρ^j 为接收机与卫星 j 的几何距离; c 为光速; f_1, f_2 分别为相位观测值 L_1, L_2 的频率; λ_1, λ_2 为相应的波长; n_1^j, n_2^j 为 GPS 卫星 j L_1, L_2 观测的模糊度, δ, δ^j 分别为接收机以及 GPS 卫星的钟差, l^j 为误差项, 包括潮汐改正、相位缠绕、对流层延迟等以及未被模型化的误差项. 由 (1) 式可见, 每颗卫星的相位观测都存在模糊度参数, 对历元间的相位观测值差分则能够消除模

糊度参数. 对历元 i 以及 $i+1$ (i 为历元个数) 的相位观测值组成历元间差分, 得到

$$\Delta L_i^j = \Delta \rho_i^j + c \cdot \Delta \delta_i - c \cdot \Delta \delta_i^j + \Delta l_i^j, \quad (2)$$

(2) 式中 ΔL_i^j 为组合观测值的历元间差值; $\Delta \rho_i^j$ 为站星距离的历元间差值; $\Delta \delta_i$ 为接收机钟差的历元间差值; $\Delta \delta_i^j$ 为卫星钟差的历元间差值; Δl_i^j 为误差项的历元间差值. 对 (2) 式线性化, 得到

$$\Delta L_i^j - \Delta \rho_{i,0}^j = A_i \cdot dx_i - A_{i+1} \cdot dx_{i+1} + c \cdot \Delta \delta_i, \quad (3)$$

(3) 式中 $\Delta \rho_{i,0}^j$ 为近似站星距离的历元间差值; A_i, A_{i+1} 为历元 i 及 $i+1$ 对应的系数矩阵; dx_i, dx_{i+1} 为坐标改正数. 定义 $d\Delta x_i = dx_i - dx_{i+1}$, $l_i = \Delta L_i^j - \Delta \rho_{i,0}^j$, $\Delta A_i = A_i - A_{i+1}$, $\Delta t = c \cdot \Delta \delta_i$, (3) 式整理为

$$A_i \cdot d\Delta x_i + \Delta A_i \cdot dx_{i+1} + \Delta t = l_i. \quad (4)$$

静态观测时, 历元间的位置差为 0, 即 $\Delta x_i = 0$, 得到

$$\Delta x_i = (x_i^0 + dx_i) - (x_{i+1}^0 + dx_{i+1}) = 0, \quad (5)$$

整理 (5) 式得到

$$dx_i - dx_{i+1} = x_i^0 - x_{i+1}^0, \quad (6)$$

因此 (4) 式简化为

$$A_i \cdot (x_i^0 - x_{i+1}^0) + \Delta A_i \cdot dx_{i+1} + \Delta t = l_i. \quad (7)$$

设 $L = l_i - A_i \cdot (x_i^0 - x_{i+1}^0)$, $\mathbf{A} = [\Delta A_i \ 1]$, $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} dx_{i+1} \\ \Delta t \end{bmatrix}$, (7) 式简化为:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = L. \quad (8)$$

求解参数为第 $i+1$ 历元的坐标改正数以及历元间接收机钟差之差, 参数系数为 $n \times 4$ 的矩阵, 当相邻两历元相同的卫星个数大于 4 时, 就可以求解得到第 $i+1$ 历元的位置参数解. 这样通过两个以上历元就可以求解得到位置参数的解. 在进行历元间差分计算时, 会出现法方程 $N = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$ 的严重病态, 以最小二乘来估计参数, 所得结果严重失真.

2.2 基于岭估计的参数解

由于法方程 N 严重病态, 以最小二乘求解参数, 会使解算的结果严重失真. 针对病态问题, Hoerl 等^[11] 提出了用岭估计方法来克服方程的病态性. 根据正则化原理^[12] 求解 (8) 式的解, 其估计准则如下

$$\|\mathbf{A}\mathbf{X} - L\|^2 + \alpha\Omega(\mathbf{X}) = \|\mathbf{A}\mathbf{X} - L\|^2 + \alpha\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \min, \quad (9)$$

(9) 式中 α 为岭参数, $\|\bullet\|$ 表示欧氏二范, $\Omega(\mathbf{X})$ 为稳定泛函. 结合 (8) 式由估计准则 (9) 式求导组成法方程

$$(\mathbf{A}^T\mathbf{A} + \alpha\mathbf{I})\mathbf{X} = \mathbf{A}^T L, \quad (10)$$

(10) 式中 I 为单位矩阵, 解法方程得

$$X = (A^T A + \alpha I)^{-1} A L. \quad (11)$$

岭参数的选择方法一般有 3 种, 分别为岭迹法、GCV 法^[13]和 L 曲线法^[14], 本文采用 L 曲线法进行岭参数的求解.

3 数据分析

快速精密单点定位的实现, 必须以高精度的 GPS 卫星轨道和钟差为前提, 本文主要着重于获取高精度的轨道和钟差之后, 采用历元间差分技术来实现单点的快速定位. 基于历元间差分和岭估计理论, 研究了两个以上历元进行单点定位的实现过程以及初值选取、岭参数选择对定位结果的影响. 数据来源于同济大学 GPS 站 2007 年第 295 天 1 h 的观测数据 (采样间隔为 30 s). 进行解算时, 对其精确坐标在 X、Y、Z 3 个方向分别追加 1 m 的误差, 作为初值. 相邻历元间差分所得到的系数矩阵 A 所对应的法方程的条件数一般都在 10^6 左右, 参数 X、Y、Z 改正数对应的系数一般在 $\pm 10^{-4}$ 到 $\pm 10^{-3}$ 之间, 例如历元 1、2 之间差分所得的系数为

$$\begin{bmatrix} 0.00209405 & -0.00261338 & 0.00065280 & 1 \\ -0.00127102 & 0.00144778 & 0.00352536 & 1 \\ 0.00219583 & -0.00250120 & 0.00026712 & 1 \\ 0.00031599 & -0.00073291 & -0.00442825 & 1 \\ -0.00141923 & -0.00292893 & 0.00279195 & 1 \\ -0.00023084 & 0.00071833 & -0.00381694 & 1 \\ -0.00193363 & 0.00308188 & -0.000552695 & 1 \\ -0.00264062 & -0.00063156 & -0.00312411 & 1 \\ 0.00159077 & -0.00185139 & -0.00294139 & 1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

由 (12) 式系数矩阵构成的法方程呈现病态性, 相应法方程条件数为 7.5373×10^5 . 当以最小二乘进行参数估计时, 所得结果会严重失真. 限于篇幅, 我们只给出岭估计计算结果, 其结果划归为以同济大学 GPS 站精确坐标为中心的站心坐标系 (NEH). 如图 2 (单位: m), N、E、H 3 个方向 RMS 值分别为: 0.1722, 0.1497, 0.3061 m. 相应的岭参数如图 3.

从图 3 可以看出, 岭估计所得的估计值, 在 N、E 方向优于 0.5 m, H 方向在 1 m 以内, 极大部分结果在 0.5 m 之内. 因此可以说, 当近似值能达到 1 m 时, 快速定位的结果就能达到分米, 甚至更高. 从图 2 可以看出, 相应历元对应的岭参数, 总是围绕在 10^{-4} 左右, 说明岭参数总保持在 10^{-4} 这一量级.

在其精确坐标的 X、Y、Z 3 个方向分别追加 3 m 的误差, 作为初值时, 岭估计的结果如图 4 (NEH, 单位: m), N、E、H 3 个方向的 RMS 值分别为: 0.4072, 0.5952, 0.8050 m. 相应的岭参数如图 5.

从图 4 和图 5 可见, N、E 方向绝大部分历元结果可以达到分米级, 只有极个别估计值在 1 m 左右, H 方向绝大部分结果在 1 m 左右, 只有极少部分在 1 m 之上. 岭参数总处在 10^{-5} 左右这个量级. 从以误差为 1 m、3 m 为近似值的定位结果可以得到, 基于历元间差分技术的快速精密单点定位实现的可能, 实际定位过程中, 可以以伪距的定位结果作为初值, 进行参数解算.

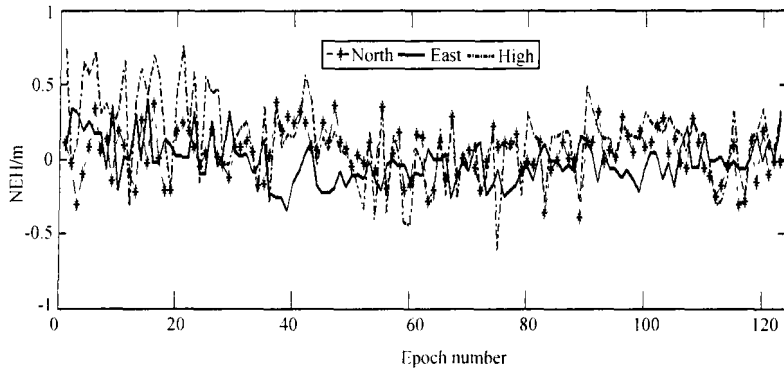


图 2 1 m 误差初值的定位结果

Fig. 2 The positioning results for the initial value with 1 m error

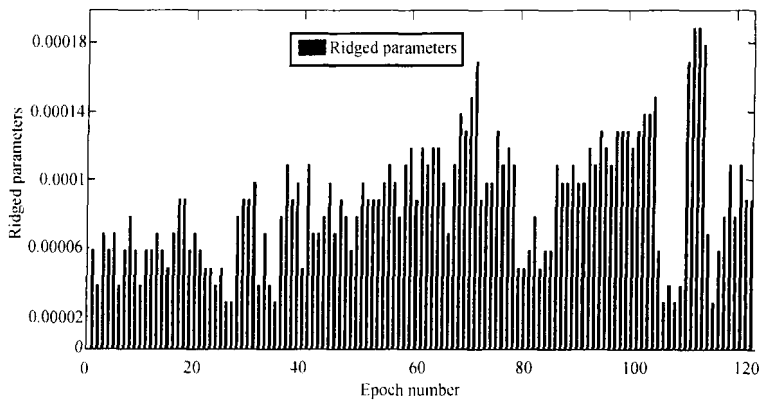


图 3 1 m 误差初值时的岭参数

Fig. 3 Ridged parameters for the initial value with 1 m error

定位结果作为初值进行反复迭代是否能进一步提高定位精度、更加接近真值以及迭代收敛的速度问题, 有待深入研究.

4 结论

本文基于历元间差分技术, 推导出了静态状态下无模糊度模型的快速单点解算公式, 并采用岭估计理论进行了参数的估计, 采用两个观测历元以上的数据可以求解得到参数,

并可以达到分米甚至更好的精度, 克服了模糊度收敛时间漫长的缺陷, 对于实时精密单点定位的实现以及研究提供可靠的依据. 基于历元间差分技术, 并结合岭估计进行快速单点定位时, 对岭参数的求解, 以及误差 (天线相位中心偏差、相位缠绕误差、固体潮误差等) 相关性研究还需要更进一步深入, 使求解参数的解更加稳定, 并使相关误差予以更好的削弱, 从而进一步提高精度.

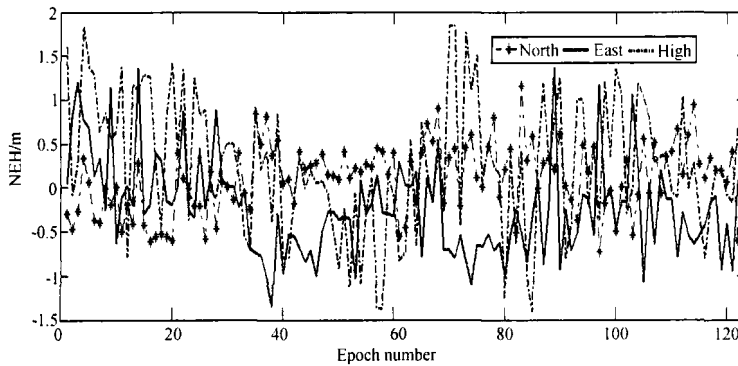


图 4 3 m 误差初值的定位结果

Fig. 4 The positioning results for the initial value with 3 m error

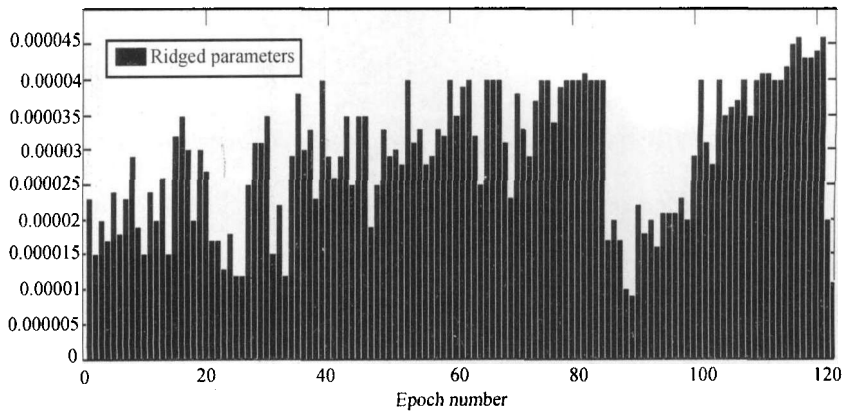


图 5 3m 误差初值时的岭参数

Fig. 5 Ridged parameters for the initial value with 3 m error

致谢 与同济大学李博峰博士的多次讨论改善了本文, 在此表示衷心感谢.

参 考 文 献

[1] Zumberge J F, Heflin M B, Jefferson D C, et al. Journal of Geophysical Research, 1997, 102: 5005
 [2] Wang M, Gao Y. GPS Un-difference Ambiguity Resolution and Validation. ION GNSS 19th International Technical Meeting of the Satellite Division, September 26-29, 2006. Fort Worth

- [3] Wang M, Gao Y. An Investigation on GPS Receiver Initial Phase Bias and Its Determination. ION NTM 2007, January 22-24, 2007. San Diego
- [4] Chen K. Real-time Precise Point Positioning and Its Potential Applications. Proceedings of ION GNSS 17th International Technical Meeting of the Satellite Division, September 21-24, 2004. Long Beach
- [5] Chen J, Ge M, Vennebusch M, et al. Progress of the Real-time GNSS Software Development at GFZ. Oral Presentation at International GNSS Service Analysis Center Workshop, June 2-6, 2008, Miami Beach
- [6] Kouba J, Heroux P. GPS Solutions, 2002, 5: 12
- [7] Bock H. Efficient Methods for Determining Precise Orbits of Low Earth Orbiters Using the Global Positioning System. Switzerland: Astronomical Institute University of Berne, 2003
- [8] Bisnath S, Beran T, Langley R B. GPS World, 2002, 13: 42
- [9] Satirapod C, Homniam P. J. Surv. Engrg., 2006, 132: 11
- [10] Bisnath S, Gao Y. Current State of Precise Point Positioning and Future Prospects and Limitations. Observing Our Changing Earth, International Association of Geodesy Symposia 133, 2007. Berlin: Springer
- [11] Hoerl A E, Kennard R W. Technometrics, 2000, 42: 80
- [12] Tikhonov A N, Arsenin V Y. Solutions of Ill-posed Problems. New York: Wiley Press, 1977
- [13] Golub G H, Heath M, Wahba G. Technometrics, 1979, 21: 215
- [14] Hansen P C. SIAM Review, 1992, 34: 561

The Research on the Fast Static Precise Point Position Based on Ridged Estimation

LI Hao-jun¹ WANG Jie-xian^{1,2} CHEN Jun-ping³ HU Cong-wei^{1,2}

(¹ Department of Surveying and Geo-informatics Engineering, Tongji University, Shanghai 200092)

(² Key Laboratory of Modern Engineering Surveying, State Bureau of Surveying and Mapping, Shanghai 200092)

(³ Deutsches GeoForschungsZentrum-GFZ Potsdam, Telegrafenberg A17, Potsdam 14473, Germany)

ABSTRACT Precise Point Positioning (PPP) has been reported to have a precision at centimeter level in static mode and at centimeter to decimeter level in kinematic mode. However, the application of PPP to real-time is still limited by its long convergence time, typically 30 minutes, which is necessary for the float carrier phase ambiguity resolution. The ambiguity free model of PPP can eliminate the initial phase ambiguities through epoch-difference of phase observations. However, this mode only estimates coordinate differences between two sequential epochs. Therefore, the station coordinates need to be derived with additional methods, e.g., combined with noised range observations. In this paper, based on the phase epoch-difference, a fast static PPP algorithm is developed, where parameters estimation is based on the ridged estimation. The coordinates can be estimated by observations only at two epochs, assuring the fast PPP. Using the 1 hour-data collected on the 295th day of 2007 in Tongji University, a test was carried out. Results show that the coordinate precision can be at centimeter to decimeter level when the initial values are different.

Key Words Astrometry, Earth, Techniques: Miscellaneous