

基于历元间差分的低轨卫星运动学精密定轨^{*}陈俊平^{1,2)} 王解先^{1,3)}

- | |
|---|
| 1) 同济大学测量与国土信息工程系, 上海 200092 |
| 2) GeoForschungsZentrum Potsdam, 14473 Potsdam, Germany |
| 3) 现代工程测量国家测绘局重点实验室, 上海 200092 |

摘要 基于精密点定位 PPP 的基本原理, 介绍了利用观测值历元间差分的运动学精密定轨的方法。相比经典的动力学精密定轨, 运动学精密定轨不受重力场模型、大气阻力、太阳光压等摄动力的影响, 因而对于重力场恢复等研究具有较大帮助。并对两个星期 CHAMP、GRACE 的观测数据进行了分析。与参考轨道的对比表明, CHAMP 的运动学轨道与参考轨道在 XYZ 3 个分量上差值中误差的平均值为 0.22 m、0.22 m、0.25 m, 三维中误差平均值为 0.41 m; GRACE-A 卫星的运动学轨道与参考轨道在 XYZ 3 个分量上差值中误差的平均值为 0.27 m、0.23 m、0.29 m, 三维中误差平均值为 0.45 m。

关键词 GPS CHAMP GRACE 低轨卫星 运动学精密定轨

中图分类号: P227 **文献标识码:** A

KINEMATIC PRECISE ORBIT DETERMINATION OF LOW EARTH ORBITER BASED ON EPOCH-DIFFERENCE STRATEGY

Chen Junping²⁾ and Wang Jexian³⁾

- | |
|---|
| 1) Department of Surveying and Geomatics, Tongji University, Shanghai 200092 |
| 2) GeoForschungsZentrum Potsdam, 14473 Potsdam, Germany |
| 3) Key Laboratory of Modern Engineering Surveying, State Bureau of Surveying and Mapping, Shanghai 200092 |

Abstract On the basis of the theory of Precise Point Positioning (PPP), a kinematic algorithm——POD (Precise Orbiter Determination) based on an epoch-wise processing of the code observations combined with an epoch-difference processing of the phase observations is introduced. The method allows recovering the trajectory of the LEO without making use of any a priori dynamic perturbation, e.g., gravity field information and air drag. It may be very useful for gravity field recovery. Experiments with CHAMP and GRACE observations over a period of 2 weeks show that kinematic orbits of CHAMP have an average 3D RMS about 0.41 m comparing to reference orbits while the average 3D RMS of GRACE is 0.45 m, the average RMS of the 3 axes component (0.22, 0.22, 0.25) m are of CHAMP and (0.27, 0.23, 0.29) m of GRACE.

Key words: GPS, CHAMP, GRACE, low earth orbiter, kinematic POD (Precise Orbiter Determination)

* 收稿日期: 2007-02-05

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (40234039)

作者简介: 陈俊平, 男, 1980年生, 博士, 主要从事大地测量理论与应用研究, E-mail: sunnpa@163.com

1 引言

近年来,低轨卫星 LEO (Low Earth Orbiter)计划是卫星大地测量研究的热点。随着 IGS(International GNSS Service)关于 GPS轨道、钟差等产品精度的提高以及精密点定位 PPP(Precise Point Positioning)技术的发展,低轨卫星运动学精密定轨也得到了长足的发展。运动学精密定轨不依赖于任何卫星动力学模型,轨道完全由星载 GPS跟踪数据和地面跟踪网获得的跟踪数据确定。从而影响 LEO卫星运动学法定轨精度的主要因素是 GPS观测值的质量以及 GPS卫星轨道及钟差产品的质量^[1~15]。

文章从精密点定位的一般原理出发,采用了对伪距绝对定位以及历元间相位差分进行综合的方法进行运动学精密定轨。该算法首先基于伪距观测值得到观测历元卫星轨道;同时,通过历元间相位观测值的差分消除相位观测的整周模糊度,得到历元间轨道差值;在此基础上,对基于伪距的轨道以及基于相位差分的轨道差进行综合,得到最终的运动学轨道。采用该算法,对两个星期 CHAMP、GRACE的观测数据进行了计算。通过与参考轨道的对比表明,CHAMP的运动学轨道与参考轨道在 XYZ 3个分量上差值中误差的平均值为 0.22 m、0.22 m、0.25 m;三维中误差平均值为 0.41 m;GRACE-A卫星的运动学轨道与参考轨道在 XYZ 3个分量上差值中误差的平均值为 0.27 m、0.23 m、0.29 m;三维中误差平均值为 0.45 m。

2 伪距单点定位

对于低轨卫星,考虑相对论效应,采用无电离层影响组合,伪距观测方程可以写为:

$$P_3^j = F(x) = \rho^j + c\delta - c\delta^j + c\delta - \delta^j + \Delta P_3^j \quad (1)$$

式中, P_3^j 代表接收机对第 j 颗 GPS卫星的无电离层伪距观测值; ρ^j 为接收机与 GPS卫星之间的几何距离; δ 、 δ^j 分别为接收机以及 GPS卫星的钟差; δ 、 δ^j 分别为接收机以及 GPS卫星所受相对论效应影响; ΔP_3^j 为误差项,低轨卫星不受对流层的影响观测,误差项主要来自多路径效应。

基于 PPP的基本原理,式(1)中 GPS卫星的轨道、钟差采用 IGS提供的最终解,并作为已知值进行固定。从而式中未知数只包含低轨卫星位置 (x, y, z) 、钟差。

对式(1)线性化,得到:

$$(P - F(x_0)) + v = A dx \quad (2)$$

式中,

$$dx = (dx \quad dy \quad dz \quad cd\delta)^T \quad (3)$$

P 为 P_3^j ; x_0 为参数的近似值; $F(x_0)$ 为在参数近似值下式(1)中的函数值; A 为系数矩阵,为 $n \times 4$ 的矩阵 (n 为观测历元观测到的卫星个数); v 为误差项。

根据式(2)法方程为:

$$A^T A dx = A^T l \quad (4)$$

其中, $l = P - F(x_0)$

式(2)中,对于动态的低轨卫星,观测时刻卫星的近似坐标一般无法知道,为避免线性化带来的问题,近似坐标 x_0 的计算可以采用 Bancro 算法^[11]。

3 历元间相位差分

与伪距观测值类似,无电离层影响组合相位观测方程可以写为:

$$I_3^j = \rho^j + c\delta - c\delta^j + c\delta - c\delta^j + \frac{1}{f - f_2} (f \lambda_1 \eta_1^j - f \lambda_2 \eta_2^j) + \Delta I_3^j \quad (5)$$

式中, I_3^j 代表接收机对第 j 颗 GPS卫星的无电离层相位观测值; f 、 f_2 分别为相位观测值 I_1 、 I_2 的频率; λ_1 、 λ_2 为波长; η_1^j 、 η_2^j 为对第 j 颗 GPS卫星观测的整周模糊度。

从式(5)可以看到,对于每颗卫星的相位观测都存在整周模糊度参数,加上低轨卫星的坐标以及钟差参数,在每个观测时刻从而无法直接得到卫星的轨道。如果 LEO对于某颗卫星连续跟踪,对历元间的相位观测值差分则能够消除模糊度参数^[14]。

对历元 i 以及 $i-1$ ($i=2, \dots, n$ 为历元个数)的 I_3 相位观测值组成历元间差分,得到:

$$\Delta I_3^j = G(x) = \Delta \rho^j + c\delta - c\delta^j + c\delta - c\delta^j + \Delta I_3^j \quad (6)$$

式中, $\Delta I_3^j = I_3^j - I_3^{j,i-1}$ 为历元 i 以及历元 $i-1$ 间 I_3 相位观测值之间的差分; $\Delta \rho^j = \rho^j - \rho^{j,i-1}$ 为历元间 LEO与 GPS卫星几何距离的差值; $\Delta \delta = \delta - \delta_{i-1}$ 为历元间接收机钟差的差值; $\Delta \delta^j = \delta^j - \delta_{i-1}^j$ 为历元间 GPS卫星钟差的差值; $\Delta \delta = \delta_i - \delta_{i-1}$ 为历元间接收机相对论效应改正的差值; $\Delta \delta^j = \delta_i^j - \delta_{i-1}^j$ 为历元间 GPS卫星相对论效应改正的差值; ΔI_3^j 为历元间相位观测值差分的误差因素。

对式(6)线性化,得到:

$$(\Delta I_3 - G(x_0)) + w_i = B_i dx - B_{i-1} dx_{i-1} \quad (7)$$

式中 B_i 、 B_{i-1} 分别为历元 i 以及历元 $i-1$ 的系数矩阵,与伪距中的系数矩阵结构相同,是 $n \times 4$ 的矩阵 (n 为历元 i 以及历元 $i-1$ 观测到的公共卫星的个数); dx 、 dx_{i-1} 为参数的改正数。

定义 $dx = dx - dx_{i-1}$, $l = \Delta I_3 - G(x_0)$, 式(7)可以重新写为:

$$B_i \Delta x_i - \delta B_i dx_{i-1} - l = w_i \quad (8)$$

式中, $\delta B_i = B_i - B_{i-1}$ 。

假设接收机位置精度为 1 m 对于 CHAMP GRACE 卫星 10 s 的采样率的观测数据, 若忽略 $\delta B_i dx_{i-1}$ 项, 由此带来的轨道差值 Δx_i 的误差约为 $1 \text{ m}^{1/2}$, 这对于运动学轨道来说已经可以忽略。忽略这一项, 重新将式 (8) 写为:

$$B_i \Delta x_i - l = w_i \quad (9)$$

利用式 (9), 得到法方程为:

$$B_i^T B_i \Delta x_i = B_i^T l \quad (10)$$

当相邻历元观测到的公共卫星个数大于 4 颗, 则能够通过该模型解待求参数为历元间轨道差以及钟差之差 Δx_i 。但是, 任意历元卫星的轨道获取, 必须进一步引入相应的基准。

4 伪距、相位综合求解轨道

以上两个过程各有优劣。基于伪距的轨道精度不高, 而基于相位差分无法直接得到轨道。一个可行的办法为: 用伪距定位的结果给相位差分得到的轨道差值提供基准。与此同时, 引入权阵降低伪距对轨道的影响。

式 (4) 代表的是历元时刻的法方程, 更为一般, 对于任意历元我们可以将式 (4) 写为:

$$A_i^T A_i dx_i = A_i^T l \quad (11)$$

这里定义伪距权阵为单位权。对于 n 个有效的观测历元, 将法方程叠加, 写为:

$$A^T A \Delta x = A^T l \quad (12)$$

式中,

$$A^T A = \begin{bmatrix} A_1^T A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2^T A_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & A_n^T A_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$A^T l = (\bar{l}_1 \quad \bar{l}_2 \quad \dots \quad \bar{l}_n)^T \quad (14)$$

其中, 每个 $A_i^T A_i$ 的定义同上。

对于 n 个有效的连续相位观测历元, 不考虑历元间差分之间的相关性, 同样将相位差分法方程写为:

$$B^T P_{\Delta\varphi} B \Delta x = B^T P_{\Delta\varphi} l \quad (15)$$

式中, $P_{\Delta\varphi}$ 为相位观测值的权阵。

$$B^T P_{\Delta\varphi} B = \frac{\sigma_c^2}{2\sigma_\varphi^2} \begin{bmatrix} B_1^T B_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_2^T B_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & B_n^T B_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$B^T P_{\Delta\varphi} l = \frac{\sigma_c^2}{2\sigma_\varphi^2} (\bar{l}_1 \quad \bar{l}_2 \quad \dots \quad \bar{l}_n)^T \quad (17)$$

σ_c 、 σ_φ 分别为伪距以及相位的中误差。

通过式 (12)、(15) 得到任意历元的轨道以及历元间轨道差值。定义:

- 1) 历元 i 基于伪距的绝对位置为 x_i ;
- 2) 历元 i 基于相位的位置差为 $x_{i-1} - x_{i-2}$ 。

将以上两种结果作为虚拟观测值。对于伪距, 虚拟观测方程写为:

$$E x_i - x_{i-1} = y_{\varphi, i} \quad (18)$$

式中, E 为单位阵, x_i 为历元 i 参数的真实值, $y_{\varphi, i}$ 为残差。

对于位置差, 虚拟观测方程可以写为:

$$E (x_i - x_{i-1}) - (x_{i-1} - x_{i-2}) = y_{\varphi, i} \quad (19)$$

式中, x_i 、 x_{i-1} 为历元 i 、 $i-1$ 参数的真实值; $y_{\varphi, i}$ 为残差。

考虑每个历元的权阵 P , 对所有历元迭加, 式 (18) 写为法方程的形式为:

$$E^T P E x = E^T P y \quad (20)$$

式中,

$$\begin{cases} x = (x_1^T \quad x_2^T \quad \dots \quad x_n^T)^T \\ y = (y_{\varphi, 1}^T \quad y_{\varphi, 2}^T \quad \dots \quad y_{\varphi, n}^T)^T \end{cases} \quad (21)$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & P_n \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$P_i = A_i^T A_i \quad (23)$$

式 (19) 写为法方程的形式为:

$$C^T P C x = C^T P \Delta y \quad (24)$$

式中,

$$\Delta y = (y_{\varphi, 2}^T - y_{\varphi, 1}^T \quad y_{\varphi, 3}^T - y_{\varphi, 2}^T \quad \dots \quad y_{\varphi, n}^T - y_{\varphi, n-1}^T)^T \quad (25)$$

$$C = \begin{bmatrix} -E & E & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -E & E & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -E & E \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$P = \begin{bmatrix} P_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & P_n \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$P_i = \frac{\sigma_c^2}{2\sigma_\varphi^2} B_i^T B_i \quad (28)$$

将式 (20)、(24) 迭加, 得到最终的法方程为:

$$N \hat{x} = b \tag{29}$$

对于任意观测历元, 如果伪距绝对定位利用的卫星以及相位差分用到的卫星相同, 则有 $A_i = B_i$ 。

5 算例

采用以上算法, 以 CHAMP 卫星 2004 年年积日 (DOY)191 以及 GRACE-A 卫星 2004 年 DOY026 星载 GPS 接收机数据进行计算。运动学精密定轨中, 采用的主要数据为:

- 1) 星载 GPS 观测数据 GPS_SST (采样率 30 s);
- 2) IGS 最终的 GPS 卫星轨道以及 ERP 文件;
- 3) JPL30 的 GPS 钟差。

为了考察运动学轨道的精度, 文中将得到的运动学轨道与参考轨道进行了对比。其中, CHAMP 卫星用于对比的参考轨道为 GFZ 的动力学轨道 PSQ, GRACE 卫星用于对比的参考轨道为 JPL 的 GNV1B 轨道。这两种轨道的精度都优于 $2.5 \text{ cm}^{5.61}$ 。

首先考察星载 GPS 接收机的观测情况。图 1、图 2 表示了计算过程中实际采用的 GPS 卫星个数以及观测的精度因子的统计情况。可以看出, 有些历元采用的有效卫星个数少于 4 颗, 这些历元将无法获得相应的运动学轨道。同时也可以看到, 一些历元的精度因子相当大, 这表明这时候卫星所处的几何条件不理想, 从而会影响运动学轨道的精度。同时通过统计可以发现, GRACE 卫星的观测情况比 CHAMP 卫星更为理想。

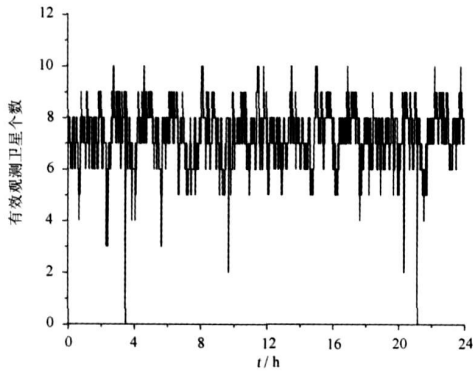


图 1 CHAMP 有效观测卫星的个数以及精度因子统计

Fig 1 Number of accepted satellites and geometric statistics of precision of CHAMP

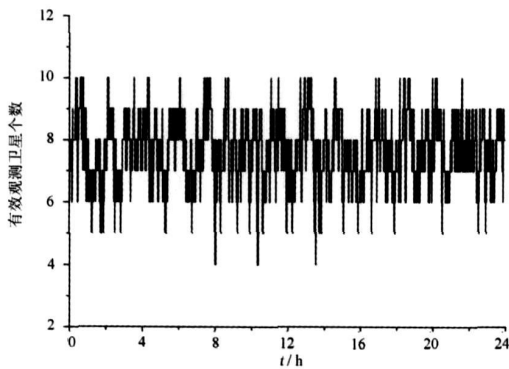


图 2 GRACE-A 有效观测卫星的个数以及精度因子统计

Fig 2 Number of accepted satellites and geometric statistics of precision of GRACE-A

通过数据预处理, 采用文章介绍的运动学精密定轨方法, 首先利用伪距观测值进行单点定位, 然后进一步利用伪距提供的轨道作为先验轨道, 通过历元间的差分得到 LEO 卫星历元间的轨道差值; 最后对伪距以及相位的结果进行综合, 得到最终的运动学轨道。图 3、图 4 分别表示了 CHAMP 卫星以及 GRACE-A 卫星运动学轨道相对于参考轨道的差值。图中, 观测开始以及观测结束的 90 分钟无法得到运

动力学轨道, 原因在于文中对 GPS 轨道内插采用的模型需要提供前后 5 个历元 (90 分钟) 的初始值。

相对参考轨道, 两颗卫星的运动学轨道精度相近, 轨道的中误差约为 0.4 m 。同时注意到轨道中间有很多跳跃, 这是由于经过数据编辑后历元间公共 GPS 卫星个数少于 4 颗, 因而通过历元间相位差分无法得到该时刻的坐标差, 从而该历元的轨道只能够通过伪距获得。

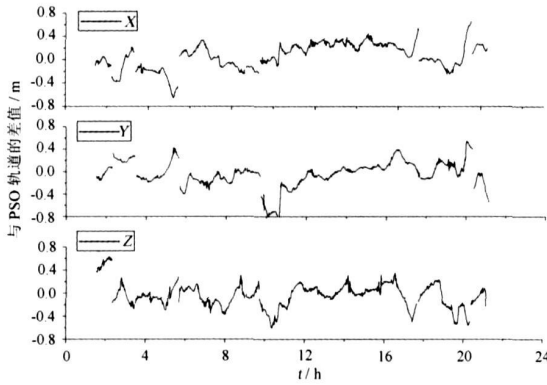


图 3 CHAMP 卫星运动学轨道与 PSO 轨道的差值 (RMS = 0.38 m)

Fig 3 Difference between CHAMP kinematic orbits and PSO (RMS=0.38 m)

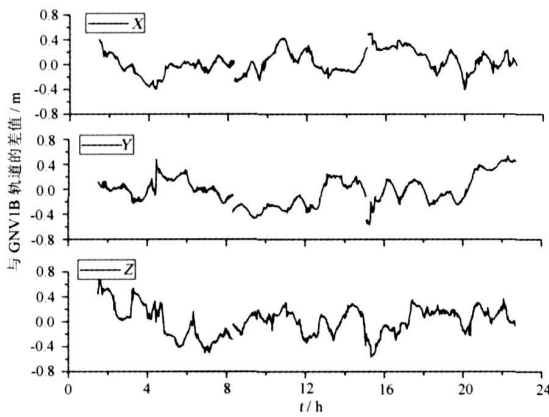


图 4 GRACE-A 卫星运动学轨道与 GNV1B 轨道的差值 (RMS=0.39 m)

Fig 4 Difference between GRACE-A kinematic orbits and GNV1B (RMS=0.39 m)

为了进一步验证方法的精度, 采用同样的算法, 对 2003 年 DOY124 到 DOY137 两个星期 CHAMP GRACE 的星载数据进行了计算。并将运动学轨道与参考轨道进行对比, 差值的统计结果如图 5、图 6 所示。

在 DOY131 ~ 134 这 4 天 CHAMP 动力学精密轨道 PSO 缺失, 因而无法进行比较。

对该两个星期的 CHAMP GRACE 运动学轨道进行统计, 得到中误差的平均值, 如表 1 所示。

表 1 CHAMP、GRACE 运动学轨道统计

Tab 1 Statistics of kinematic orbits of CHAMP & GRACE

	RMS_X(m)	RMS_Y(m)	RMS_Z(m)	3DRMS(m)
CHAMP	0.22	0.22	0.25	0.41
GRACE	0.27	0.23	0.29	0.45

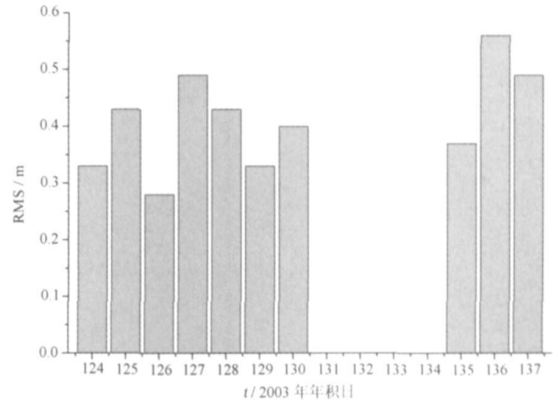


图 5 CHAMP 运动学轨道与 PSO 轨道差值三维中误差的统计

Fig 5 3D RMS statistics of difference between CHAMP kinematic orbits and PSO

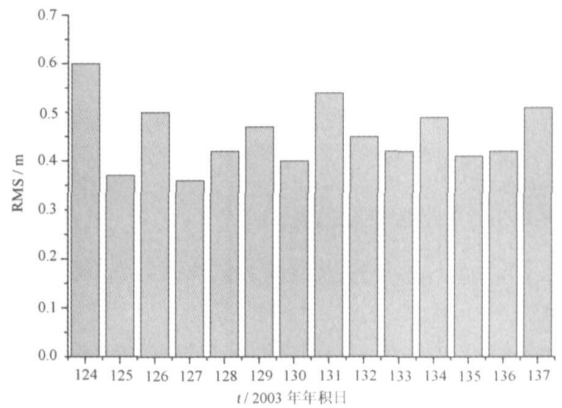


图 6 GRACE-A 运动学轨道与 GNV1B 轨道差值三维中误差的统计

Fig 6 3D RMS statistics of difference between GRACE-A kinematic orbits and GNV1B

表 1 中, RMS_X、RMS_Y、RMS_Z 分别代表运动学轨道与参考轨道对比的残差在 X、Y、Z 方向的中误差, 3DRMS 代表残差的 3 维中误差。从表中我们发现相对参考轨道, GRACE 卫星的运动学轨道精度较 CHAMP 卫星精度略差, 这可能是由于 CHAMP 以及 GRACE 参考轨道精度的差异造成的。

6 结论

本文介绍了基于历元间相位观测值差分的运动学精密定轨的方法。该算法不需要考虑卫星运动中的各种摄动力模型, 只与星载 GPS 观测数据有关, 从而运动学精密轨道可以为研究重力场以及其他摄动力模型提供可靠的参考轨道。通过大量的计算表明, 利用该模型得到的 CHAMP 以及 GRACE 运动学轨道三维精度约为 0.4 m。同时, (下转第 86 页)

京:地震出版社, 1982

6 Department of Geophysics of Beijing Univ., Department of Geodesy of Wuhan Institute of Surveying and Mapping Teaching and Research Group of China Science and Tech Univ (eds). Course of gravity and earth tide[M]. Beijing: Seismological Press, 1982 (in Chinese)

7 梅尔基奥尔著, 杜品仁, 吴庆鹏, 陈益惠等译. 杜品仁, 吴庆鹏校. 行星地球的固体潮[M]. 北京: 科学出版社, 1984

7 Melchior P. The tides of the planet earth[M]. Pergamon Press, 1978

8 W 杨, R布迪纳斯编. 岳珠峰, 高行山, 王峰会, 等译. 苟文选审. 罗氏应力应变公式手册[M]. 北京: 科学出版社, 2005

8 Young W C and Budynas R C. Roark's formulas for stress

and strain—7th edition[M]. McGraw—Hill Companies Inc 1989

9 刘序俨, 傅再杨, 吴绍祖. 地面倾斜的形变特征及计算方法[J]. 大地测量与地球动力学, 2005 25(1): 61~64

9 Liu Xuyān Fu Zāyān and Wu Shāozū. Study on deformation characteristics and calculation method of earth surface tilt[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics 2005 25(1): 61—64 (in Chinese)

10 刘序俨. 联合倾斜和重力固体潮资料监测地面倾斜[J]. 地壳形变与地震, 1992 12(4): 26~29

10 Liu Xuyān. Monitoring tilt on ground surface by using combination gravity and tilt tides observation[J]. Crust Deformation and Earthquake, 1992 12(4): 26—29 (in Chinese)

(上接第 61页)

由于观测数据决定了运动学轨道的精度, 数据预处理在此过程中非常重要。通过优化数据预处理, 文中模型的精度将得到提高。

Reference

1 陈俊平. 低轨卫星精密定轨研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.

1 Chen Junping. Research on precise orbit determination of low earth orbiters[D]. Shanghai: Tongji University 2007. (in Chinese)

2 赵齐乐, 等. 用 PANDA对 GPS和 CHAMP卫星精密定轨[J]. 大地测量与地球动力学, 2005 25(2): 113~116

2 Zhao Qile et al. Precise orbit determination of GPS and CHAMP satellite with PANDA software[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics 2005 25(2): 113—116 (in Chinese)

3 洪樱, 等. Collocation PECE算法在低轨卫星精密定轨中的应用[J]. 大地测量与地球动力学, 2007 27(4): 72~76

3 Hong Ying et al. Studies on Collocation PECE algorithm suitable to LEO orbital integration[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics 2007 27(4): 72—76 (in Chinese)

4 Bock H. Efficient methods for determining precise orbits of low earth orbiters using the global positioning system[D]. Astronomical Institute University of Bern, Switzerland 2003

5 CHAMP(2002)[EB/OL]. <http://www.gfz-potsdam.de/Pbj/op/champ/>

6 GRACE(2003)[EB/OL]. <http://www.gfz-potsdam.de/Pbj/op/grace>

7 Akbar Shaban buji. Zero difference geometrical precise orbit

determination of low flying satellites with GPS SST observations[R]. Geodetic Week 2006 Munich Germany 12—14 October 2006

8 Christoph Reigber et al. First CHAMP mission results for gravity magnetic and atmospheric studies[M]. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003

9 Sveth D and Rothacher M. Two years of CHAMP kinematic orbits for geoscience[J]. Geophysical Research Abstracts Vol 6 06645 2004

10 Junping Chen et al. Reduced-dynamic precise orbit determination based on Helmert transformation[R]. Geodetic Week 2006 Munich Germany 12—14 October 2006

11 König R. Format description the CHAMP orbit format CHOR[M]. CH—GFZ—FD—002 2001.

12 S Zhu et al. Integrated adjustment of CHAMP GRACE and GPS data[J]. Journal of Geodesy (2004) 78: 103—108 2004

13 Xu G. GPS theory algorithms and applications (Second Edition)[M]. To be printed in 2007. Springer Heidelberg

14 吴斌, 彭碧波. 星载 GPS技术的低轨卫星精密定轨研究进展——方法和算例[A]. 大地测量与地球动力学进展[C]. 武汉: 湖北科学技术出版社, 2004

15 Wu Bin and Peng Bibo. GPS low earth orbit determination—method and example[A]. Geodesy and geodynamic advancement[C]. Wuhan Hubei Science & technology Press 2004 (in Chinese)

13 王解先. GPS精密定轨定位[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997

13 Wang Jie xian. Precise orbit determination and positioning of GPS[M]. Shanghai Tongji University Press 1997. (in Chinese)