

引文格式: 苏珂, 金双根. BDS/Galileo 四频精密单点定位模型性能分析与比较[J]. 测绘学报, 2020, 49(9): 1189-1201. DOI: 10.11947/j. AGCS.2020.20200236.
SU Ke, JIN Shuanggen. Analysis and comparisons of the BDS/Galileo quad-frequency PPP models performances[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2020, 49(9): 1189-1201. DOI: 10.11947/j. AGCS.2020.20200236.

BDS/Galileo 四频精密单点定位模型性能分析与比较

苏 珂^{1,2}, 金双根^{1,3}

1. 中国科学院上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院大学, 北京 100049; 3. 南京信息工程大学遥感与测绘工程学院, 江苏 南京 210044

Analysis and comparisons of the BDS/Galileo quad-frequency PPP models performances

SU Ke^{1,2}, JIN Shuanggen^{1,3}

1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. School of Remote Sensing and Geomatics Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China

Abstract: Chinese BeiDou navigation satellite system (BDS) and Galileo system can provide the services of quad-frequency observations. In this paper, we assess the BDS/Galileo quad-frequency precise point positioning (PPP) models, i.e., PPP model with two ionosphere-free combinations (QF1), PPP model with one ionosphere-free combination (QF2), undifferenced uncombined PPP model (QF3) and ionosphere-constrained undifferenced uncombined PPP model (QF4), by comparing the dual-frequency ionosphere-free PPP model (DF). The equivalence of the QF1, QF2 and QF3 models is theoretically demonstrated by the equivalence principle. The static and simulated kinematic PPP performances are evaluated and investigated with one-month period observations from the network stations and the kinematic PPP performances are verified with a kinematic experiment in the campus. The results show that the pseudorange noises of BDS-3 B1C and B2a signals are larger than the B1I and B3I signals and the pseudorange noises differences for the Galileo quad-frequency signals are not obvious. The performances of the QF1, QF2 and QF3 models are basically consistent for the static and simulated kinematic PPP. By adding the external ionospheric constraint, the quad-frequency PPP performances are affected. Compared to the QF1, QF2 and QF3 models, the mean convergence time of the static BDS (BDS-2+BDS-3) model are reduced by 4.4%, 4.4% and 5.4%, respectively. The mean convergence time of static Q4 model increases 16.8 minutes when compared to the QF3 model. Compared to the dual-frequency PPP, the quad-frequency kinematic PPP performances are obviously improved. The three-dimensional positioning accuracy of BDS and Galileo QF4 models are improved by 11.4% and 31.4%, respectively, when compared to the QF1 models. Furthermore, the BDS/Galileo kinematic PPP models perform better than the single-system solutions.

Key words: BDS; Galileo; precise point positioning; equivalence validation; quad-frequency

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China (NSFC-DFG) Project (No. 41761134092)

摘 要:北斗卫星导航系统和 Galileo 卫星系统都可以提供 4 个频率信号上的服务。本文通过与双频无电离层模型(DF)比较,评估分析了 4 种 BDS/Galileo 四频 PPP 模型性能,即四频无电离层双组合模型(QF1)、四频无电离层组合模型(QF2)、四频非差非组合模型(QF3)和附加电离层约束四频非差非组合模型(QF4),同时通过等价性原则理论上证明了 QF1、QF2、QF3 模型的等价性。此外,用 1 个月参考

站的静态数据和 1 组动态数据分析了四频静态,仿动态和动态 PPP 性能。试验结果表明,BDS-3 B1C 和 B2a 新频点伪距噪声要略大于 B1I 和 B3I 信号,Galileo 卫星 4 个频率上的伪距噪声相差并不明显。对于静态和仿动态 PPP 模型,QF1、QF2 和 QF3 模型定位性能基本上一致。通过附加外部电离层约束,四频 PPP 模型性能受到影响,BDS(BDS-2+BDS-3)静态 QF4 模型相比于 QF1、QF2 和 QF3 模型平均收敛时间分别减少了 4.4%、4.4% 和 5.4%,Galileo 静态 Q4 模型平均收敛时间相比于 Q3 模型增加了 16.8 min。对于动态 PPP,四频 PPP 模型相比于双频 PPP 性能得到提升显著,相比于 QF1 模型,BDS 和 Galileo 单系统 QF4 模型三维定位精度分别提高了 11.4% 和 31.4%。BDS/Galileo 双系统 PPP 性能要优于单系统 PPP。

关键词:北斗卫星导航系统;Galileo;精密单点定位;等价性原则;四频

中图分类号:P228

文献标识码:A

文章编号:1001-1595(2020)09-1189-13

基金项目:国家自然科学基金(NSFC-DFG)合作项目(41761134092)

全球卫星导航系统(GNSS)包括美国的 GPS、俄罗斯的 GLONASS、中国的 BDS 及欧盟的 Galileo 系统。GNSS 应用覆盖导航、授时、大地测量、地球大气环境监测等领域^[1-3]。其中,BDS 作为中国独立研制的导航系统,遵循三步走原则,即 BDS-1(演示系统),BDS-2(区域系统)和 BDS-3(全球系统)^[4]。BDS-2 包含 5 颗地球静止轨道(geostationary orbit,GEO)卫星,4 颗倾斜地球静止轨道(inclined geostationary orbit,IGSO)卫星和 4 颗中轨卫星(medium earth orbit,MEO)卫星,并提供 B1I(1 561.098 MHz),B2I(1 207.14 MHz)和 B3I(1 268.52 MHz)信号。BDS-3 系统从 2018 年 12 月 27 日开始提供全球定位、导航和授时(positioning, navigation and timing,PNT)服务并且能提供 B1C(1 575.42 MHz),B2a(1 176.45 MHz)和 B2b(1 207.14 MHz)新信号^[5-6]。对于 Galileo 系统,它能够提供高性能和可靠的民用和军事服务,其使用信号频率包括 E1(1 575.42 MHz),E5a(1 176.45 MHz),E5b(1 207.14 MHz),E5(1 191.795 MHz)和 E6(1 278.75 MHz)^[7]。

精密单点定位(precise point positioning, PPP)是从伪距标准单点定位(standard point positioning,SPP)延伸过来,此概念被提出后就引起了广泛的兴趣并且得到了飞速的发展^[8]。近年来许多学者分析了 GNSS 多频多系统 PPP 模型性能,文献[9]评估了 BDS-2 三频静态和动态 PPP 模型性能,并验证了 3 种模型性能上基本一致。文献[10]基于原始观测值分析评估了单频和双频 PPP 性能,结论表明通过多系统组合单频和双频 PPP 收敛时间能显著提高 60% 以上。在 BDS/Galileo PPP 研究方面,文献[11]利用两台 Trimble Alloy 接收机数据全面分析了 BDS PPP

和实时差分定位(real time kinematic,RTK)性能。文献[12]评估了 BDS-2、BDS-2/BDS-3 和多系统 GNSS PPP 定位性能和天顶对流层延迟(zenith tropospheric delay,ZTD)精度。文献[13]系统性地比较了 BDS 单频、双频、三频和四频 PPP 性能。文献[14]利用 Galileo E1、E5a、E5b 和 E5 信号观测值分析了四频 PPP 精密时间频率传递性能。

BDS 和 Galileo 系统都可以观测到四频及更多频率的卫星信号,多频信号在许多方面都具有优势,如低噪声水平、电离层延迟消除、周跳探测,尤其对于 PPP 研究存在许多潜在优势。对于四频信号观测值,可以根据不同电离层处理策略建立不同四频 PPP 模型。已有的研究主要侧重于模型本身而缺少模型比较以及全面的性能分析。因此,本文比较和分析了 4 种 BDS/Galileo PPP 模型及其性能。首先,全文介绍了传统的双频无电离层 PPP 模型以及 4 种四频 PPP 模型,特别地,本文从理论上比较讨论了 3 种四频 PPP 模型的等价性,并分析了 BDS/Galileo 四频伪距观测值质量。最后通过实际数据分析比较了 BDS/Galileo 四频 PPP 静态,仿动态和动态定位性能。

1 四频 PPP 模型

单站绝对定位起始阶段利用的是伪距 SPP,但伪距观测值多路径噪声会掩盖原子钟的短期稳定性。通过联合载波相位观测值可以获得更高的稳定性,PPP 则是利用伪距和相位观测值联合精密产品获得高精度的位置信息。本节介绍传统的双频无电离层 BDS/Galileo PPP 模型和 4 种四频 BDS/Galileo PPP 模型,同时从理论上分析比较了几种四频 PPP 模型。

1.1 双频无电离层模型 (DF)

双频 PPP 可以使用双频无电离层组合消除一阶电离层的影响,本文统一用 DF 表示。假设

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{DF} \\ \Phi_{DF} \end{bmatrix} = \left[\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{B}, \mathbf{e}_2^T \otimes \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_m, \mathbf{n}_2 \otimes (\mathbf{f}_{1,2}^T \cdot \mathbf{\Lambda}_{1,2} \otimes \mathbf{I}_m) \right] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \bar{dt}_r \\ \text{ISB} \\ \mathbf{a}' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{P,DF} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi,DF} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{1,2}^T \cdot (\mathbf{q}' \otimes c_P) \cdot \mathbf{f}_{1,2} \\ \mathbf{f}_{1,2}^T \cdot (\mathbf{q}' \otimes c_{\Phi}) \cdot \mathbf{f}_{1,2} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{Q}_m$$

式中, \mathbf{P} 和 Φ 表示伪距和相位观测向量; \mathbf{x} 表示三维位置增量以及对流层天顶湿延迟 (zenith wet delay, ZWD); \mathbf{B} 为其设计矩阵; \bar{dt}_r 为估计的接收机钟差; ISB 表示 BDS 和 Galileo 系统间偏差 (inter system bias, ISB), 当使用单系统 BDS 或 Galileo 卫星时, 不需要考虑 ISB 参数; \mathbf{e}_m 表示 m 行 1 列向量, 其值全为 1; $\mathbf{a}'^T = [\mathbf{a}'_1 \quad \mathbf{a}'_2]$ 表示模糊度向量, 其中 \mathbf{a}'_i 为第 i 频率上的模糊度; $\mathbf{n}_2 = [0 \quad 1]^T$; $\mathbf{f}_{m,n}^T = [\alpha_{(m,n)} \quad \beta_{(m,n)}] = [f_m^2 \quad -f_n^2] / (f_m^2 - f_n^2)$, ($m, n = 1, 2, 3, 4$) 为无电离层频率因子向量, 其中 f 表示对应频率值; $\mathbf{\Lambda}_{m,n} = \text{diag}(\lambda_m, \lambda_n)$ 为波长的对角矩阵; \mathbf{I}_m 为 m 维单位阵; $\boldsymbol{\varepsilon}_P$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}$ 为伪距和相位观测值噪声向量, 对应地, c_P 和

有 m 颗 BDS 和 Galileo 观测卫星, DF 模型可以表示为^[15]

c_{Φ} 表示伪距和相位方差因子; $\mathbf{q}' = \text{diag}(q_1^2, q_2^2)$, 其中 q_i 表示观测值噪声比例; $\mathbf{Q}_m = \text{diag}(\sin^{-2}(E_1), \sin^{-2}(E_2), \dots, \sin^{-2}(E_m))$ 为余因式矩阵, 其中 E 表示卫星高度角; \otimes 为克罗内积。

1.2 四频无电离层双组合模型 (QF1)

四频观测值可以组合出多种双频无电离层观测值, 为了保证 BDS 和 Galileo 模型的一致性, 笔者使用了两组双频无电离层组合 (即 b_1/b_2 和 b_3/b_4 , b_i 表示第 i 频率观测值)。相比于 BDS 卫星, BDS-2 卫星缺少四频观测值, 这里只使用 b_1/b_2 无电离层组合观测值。本文统一用 QF1 表示该模型, 其线性观测方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{QF1} \\ \Phi_{QF1} \end{bmatrix} = \left[\mathbf{e}_4 \otimes \mathbf{B}, \mathbf{e}_2^T \otimes \mathbf{e}_4 \otimes \mathbf{e}_m, \mathbf{n}_4 \otimes \mathbf{I}_m, \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{C} \otimes \mathbf{I}_m \right] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \bar{dt}_r \\ \text{ISB} \\ \mathbf{t}_{IFB_{QF1}} \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{P,QF1} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi,QF1} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{1,2}^T \cdot (\mathbf{q}' \otimes c_P) \cdot \mathbf{f}_{1,2} \\ \mathbf{f}_{3,4}^T \cdot (\mathbf{q}'' \otimes c_P) \cdot \mathbf{f}_{3,4} \\ \mathbf{f}_{1,2}^T \cdot (\mathbf{q}' \otimes c_{\Phi}) \cdot \mathbf{f}_{1,2} \\ \mathbf{f}_{3,4}^T \cdot (\mathbf{q}'' \otimes c_{\Phi}) \cdot \mathbf{f}_{3,4} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{Q}_m \quad (2)$$

式中, $\mathbf{q}'' = \text{diag}(q_3^2, q_4^2)$; $\mathbf{t}_{IFB_{QF1}}$ 表示 QF1 模型中估计的频内偏差 (inter-frequency bias, IFB) 向量, IFB 参数可以消除不同接收机未校准伪距延迟 (uncalibrated code delay, UCD) 组合的不一致性; $\mathbf{n}_4 = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T$; $\mathbf{a}'^T = [\mathbf{a}'_1 \quad \mathbf{a}'_2 \quad \mathbf{a}'_3 \quad \mathbf{a}'_4]$;

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{1,2}^T \cdot \mathbf{\Lambda}_{1,2} & \\ & \mathbf{f}_{3,4}^T \cdot \mathbf{\Lambda}_{3,4} \end{bmatrix}^{\circ}$$

1.3 四频无电离层组合模型 (QF2)

四频观测值可以根据几何距离不变, 无电离层和最小噪声构造一组四频组合模型, 本文用

QF2 表示该模型。假设四频观测值噪声为 $q_1: q_2: q_3: q_4$, 确定四频组合系数 $\mathbf{k}^T = [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4]$ 的准则可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{e}_4^T \cdot \mathbf{k} &= 1 \\ \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{k} &= 0 \\ F &= \mathbf{k}^T \cdot \mathbf{q} \cdot \mathbf{k} = \min \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{u} = [1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4]^T$, 其中 $u_k = (f_1/f_k)^2$, ($k=2, 3, 4$) 表示频率相关乘数因子向量; $\mathbf{q} = \text{diag}(q_1^2, q_2^2, q_3^2, q_4^2)$ 。

因此, QF2 模型的组合系数可以表示为

$$k \begin{bmatrix} \frac{(u_2 - u_2^2) \cdot q_3^2 \cdot q_4^2 + (u_3 - u_3^2) \cdot q_2^2 \cdot q_4^2 + (u_4 - u_4^2) \cdot q_2^2 \cdot q_3^2}{-q_3^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_2 - 1)^2 - q_2^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_3 - 1)^2 - q_2^2 \cdot q_3^2 \cdot (u_4 - 1)^2 - q_1^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_3 - u_2)^2 - q_1^2 \cdot q_3^2 \cdot (u_4 - u_2)^2 - q_1^2 \cdot q_2^2 \cdot (u_4 - u_3)^2} \\ \frac{(u_2 - 1) \cdot q_3^2 \cdot q_4^2 + (u_2 \cdot u_3 - u_3^2) \cdot q_1^2 \cdot q_4^2 + (u_2 \cdot u_4 - u_4^2) \cdot q_1^2 \cdot q_3^2}{-q_3^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_2 - 1)^2 - q_2^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_3 - 1)^2 - q_2^2 \cdot q_3^2 \cdot (u_4 - 1)^2 - q_1^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_3 - u_2)^2 - q_1^2 \cdot q_3^2 \cdot (u_4 - u_2)^2 - q_1^2 \cdot q_2^2 \cdot (u_4 - u_3)^2} \\ \frac{(u_3 - 1) \cdot q_2^2 \cdot q_4^2 + (u_2 \cdot u_3 - u_2^2) \cdot q_1^2 \cdot q_4^2 + (u_3 \cdot u_4 - u_4^2) \cdot q_1^2 \cdot q_2^2}{-q_3^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_2 - 1)^2 - q_2^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_3 - 1)^2 - q_2^2 \cdot q_3^2 \cdot (u_4 - 1)^2 - q_1^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_3 - u_2)^2 - q_1^2 \cdot q_3^2 \cdot (u_4 - u_2)^2 - q_1^2 \cdot q_2^2 \cdot (u_4 - u_3)^2} \\ \frac{(u_4 - 1) \cdot q_2^2 \cdot q_3^2 + (u_2 \cdot u_4 - u_2^2) \cdot q_1^2 \cdot q_3^2 + (u_3 \cdot u_4 - u_3^2) \cdot q_1^2 \cdot q_2^2}{-q_3^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_2 - 1)^2 - q_2^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_3 - 1)^2 - q_2^2 \cdot q_3^2 \cdot (u_4 - 1)^2 - q_1^2 \cdot q_4^2 \cdot (u_3 - u_2)^2 - q_1^2 \cdot q_3^2 \cdot (u_4 - u_2)^2 - q_1^2 \cdot q_2^2 \cdot (u_4 - u_3)^2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

特别地,对于 BDS-2,本文使用 BDS-2 b_1/b_2 参数。不考虑这种情况时, QF2 模型可以表示为无电离层组合观测值,在此情形下,需要估计 IFB

$$\begin{bmatrix} P_{QF2} \\ \Phi_{QF2} \end{bmatrix} = \left[e_2 \otimes B, e_2^T \otimes e_2 \otimes e_m, n_2 \otimes (k^T \cdot \Lambda_{1,2,3,4} \otimes I_m) \cdot a \right] \begin{bmatrix} x \\ dt_r \\ ISB \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{P,QF2} \\ \epsilon_{\Phi,QF2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} k^T \cdot (q \otimes c_p) \cdot k \\ k^T \cdot (q \otimes c_\phi) \cdot k \end{bmatrix} \otimes Q_m$$

式中, $\Lambda_{1,2,3,4} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ 。

1.4 四频非差非组合模型(QF3)

四频非差非组合模型将斜电离层当作未知参

数解算,本文用 QF3 表示。QF3 模型的线性观测方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} P_{QF3} \\ \Phi_{QF3} \end{bmatrix} = \left[e_8 \otimes B, e_2^T \otimes e_8 \otimes e_m, n'_2 \otimes n'_4 \otimes I_m, n''_2 \otimes u \otimes I_m, n_2 \otimes \Lambda_{1,2,3,4} \otimes I \right] \begin{bmatrix} x \\ dt_r \\ ISB \\ t_{IFBQF3} \\ \tau \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{P,QF3} \\ \epsilon_{\Phi,QF3} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} q \otimes c_p \\ q \otimes c_\phi \end{bmatrix} \otimes Q_m$$

式中, t_{IFBQF3} 表示 QF3 模型估计的 IFB 向量,分别用来消除第 3 和第 4 频点上的伪距观测值偏差影响; τ 表示估计的斜电离层向量,其值掺杂了 b_1/b_2 接收机差分码偏差值(differential code bias, DCB); $n'_4 = [0 \ 0 \ 1 \ 1]^T$; $n'_2 = [1 \ 0]^T$; $n''_2 = [1 \ -1]^T$ 。

1.5 附加电离层约束四频非差非组合模型(QF4)

基于原始观测值的灵活性,利用外部电离层产品如全球电离层格网(global ionosphere map, GIM)或电离层物理机制可以对电离层观测值附加外部约束,本文用 QF4 表示附加电离层约束四频非差非组合模型,其线性观测方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} P_{QF4} \\ \Phi_{QF4} \\ \tau_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_8 \otimes B & e_2^T \otimes e_8 \otimes e_m & n'_2 \otimes n'_4 \otimes I_m & n'_2 \otimes n''_4 \otimes I_m & n''_2 \otimes u \otimes I_m & n_2 \otimes \Lambda_{1,2,3,4} \otimes I_m \\ O & O & O & O & I_m & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ dt_r \\ ISB \\ t_{IFBQF4} \\ DCB \\ \tau \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{P,QF4} \\ \epsilon_{\Phi,QF4} \\ \epsilon_\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \otimes c_p \\ q \otimes c_\phi \\ \sigma_\tau^2 \end{bmatrix} \otimes Q_m \quad (7)$$

式中, $t_{\text{IFB}_{\text{QF4}}}$ 表示 QF4 模型估计的 IFB 向量; DCB 表示接收机 b_1/b_2 DCB 值; $n''_4 = [\beta_{(1,2)} \quad -\alpha_{(1,2)} \quad u_3 \cdot \beta_{(1,2)} \quad u_4 \cdot \beta_{(1,2)}]^T$; τ_0 表示电离层先验观测值向量; ε_r 表示电离层先验观测值精度向量; σ_r 表示电离层先验方差。在 QF4 模型中, 为了获取纯净的电离层观测值, 需要额外估计接收机 DCB 值将其有效分离。

1.6 PPP 模型理论比较

为了证明 QF1、QF2 和 QF3 模型的一致性, 首先引入等价性原则^[16-17]:

分别使用包含 $n-t$ 和 t 个参数的向量 x_1 和 x_2 , 即

$$y = A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + \varepsilon, Q \quad (8)$$

通过最小二乘方法, 可以得到 \hat{x}_1 向量的估值为

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_1 &= [A_1^T \cdot (I - Q^{-1} \cdot A_2 \cdot N_{22}^{-1} \cdot A_2^T) \cdot \\ &Q^{-1} \cdot A_1]^{-1} \cdot A_1^T \cdot (I - Q^{-1} \cdot A_2 \cdot \\ &N_{22}^{-1} \cdot A_2^T) \cdot Q^{-1} \cdot y \\ Q_{\hat{x}_1 \hat{x}_1} &= (A_1^T \cdot (I - Q^{-1} \cdot A_2 \cdot N_{22}^{-1} \cdot A_2^T) \cdot \\ &Q^{-1} \cdot A_1)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

若存在转换矩阵 T 满足以下条件

$$\left. \begin{aligned} T^T \cdot A_2 &= 0 \\ \text{rank}(T) \cdot A_2 &= n - t \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

则观测值向量也可以表示为

$$\left. \begin{aligned} y' &= T^T \cdot y = T^T \cdot A_1 \cdot x_1 + \\ &T^T \cdot \varepsilon, T^T \cdot Q \cdot T \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

因此, \hat{x}'_1 也可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}'_1 &= [A_1^T \cdot T \cdot (T^T \cdot Q \cdot T)^{-1} \cdot T^T \cdot A_1]^{-1} \cdot \\ &A_1^T \cdot T \cdot (T^T \cdot Q \cdot T)^{-1} \cdot T^T \cdot y \\ Q_{\hat{x}'_1 \hat{x}'_1} &= [A_1^T \cdot T \cdot (T^T \cdot Q \cdot T)^{-1} \cdot T^T \cdot A_1]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由上式可以看出, 式(9)和式(12)是否等价取决于是否存在转换矩阵 T 。

文献[18]证明了差分和非差观测值在理论上是等价的。为了将观测值向量简化以及消除接收机端伪距和相位硬件延迟, 本文使用星间单差 (between-satellite single-difference, BSSD) 观测值表示 QF1、QF2 和 QF3 模型。其中, QF3 模型的 BSSD 观测值可以表示为

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= [e_8 \otimes B, e_8 \otimes e_m, n_2 \otimes A_{1,2,3,4} \otimes I_m] \\ A_2 &= [n''_2 \otimes u \otimes I_m] \\ x_1 &= [x, dt_r, a]^T \\ x_2 &= \tau \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

而对于 QF1 和 QF2 模型, 满足式(10)条件的转换矩阵分别可以表示为

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{QF1}}^T &= \left[\begin{array}{c} f_{1,2}^T \\ f_{3,4}^T \end{array} \right] \otimes I_m \\ T_{\text{QF2}}^T &= k^T \otimes I_m \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

因此, 可以认为 QF1、QF2 和 QF3 模型理论上是等价的。也就是说, 当 3 个 PPP 模型方差协方差矩阵遵循误差传播率, 3 个模型性能在定位误差收敛后会表现一致。由于对 QF4 模型附加了电离层外部约束, QF4 模型性能会受到影响。

本文假定伪距和相位观测值先验噪声一样并且互不相关。表 1 提供了对应的 PPP 模型特性, 包括模型类型、观测值、组合系数, 相对于 BDS B1I 电离层系数和噪声放大系数。其中, QF2 模型四频无电离层组合放大噪声系数最小, 而在缺失某一频率的情况下, QF3 和 QF4 模型数据处理更加灵活。

2 数据处理策略

表 2 给出了 BDS/Galileo PPP 详细数据策略。本文着重分析了 BDS/Galileo 双频和四频 PPP 定位性能, 此外, 本文比较了 BDS-2 双频 PPP 的定位性能, 并分析了 BDS 单系统和 Galileo 单系统及 BDS/Galileo 静态, 仿动态以及动态 PPP 的定位性能。其中, BDS-2 GEO 和 MEO/IGSO 权重比值设置为 $1 : 10$ ^[19]。为了减弱 BDS-2 和 BDS-3 之间存在的时间延迟偏差的影响 (receiver time delay bias, TDB), 本文将 BDS-2 和 BDS-3 MEO 卫星观测值权重设置为 $1 : 3$, Galileo 卫星和 BDS-3 MEO 卫星观测值权重设置为 $2 : 1$, 伪距和相位观测值权重比为 $100 : 1$ ^[20]。电离层先验观测值的定权方法参考文献[21]。

3 BDS/Galileo PPP 性能分析

3.1 BDS 伪距观测值数据质量分析

伪距噪声是由连续独立的钟跳导致的。多路径组合 (multipath combination, MPC) 可以分析不同频率观测值的多路径和伪距噪声状况, 它是通过单频伪距和双频相位观测值构建而成, 可以表示为式(15)^[29]

$$\left. \begin{aligned} \text{MPC}_i &= p_i + (\beta_{(i,j)} - \alpha_{(i,j)}) \cdot l_i - 2\beta_{(i,j)} \cdot l_i \\ \text{MPC}_j &= p_j - 2\alpha_{(i,j)} \cdot l_i + (\alpha_{(i,j)} - \beta_{(i,j)}) \cdot l_j \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中, p_j 和 l_j 表示原始伪距和相位观测值; MPC 延迟以及伪距噪声。包含载波相位整周模糊度、接收机端伪距和相位

表 1 BDS/Galileo 双频和四频 PPP 模型比较

Tab.1 Comparison of BDS/Galileo dual- and quad-frequency PPP models

模型	观测值	e_1	e_2	e_3	e_4	电离层系数	噪声
DF;C	B1I/B3I	2.944	-1.944	0.000	0.000	0.000	3.528
DF;E	E1/E5a	2.261	-1.261	0.000	0.000	0.000	2.588
QF1; C	B1I/B3I	2.944	-1.944	0.000	0.000	0.000	3.528
	B1C/B2a	0.000	0.000	2.261	-1.261	0.000	2.588
QF1; E	E1/E5a	2.261	-1.261	0.000	0.000	0.000	2.588
	E5b/E5	0.000	0.000	39.585	-38.585	0.000	55.279
QF2; C	B1I/B3I/B1C/B2a	1.171	-0.336	1.224	-1.058	0.000	2.025
	B1I/B3I	2.944	-1.944	0.000	0.000	0.000	3.528
QF2; E	E1/E5a/E5b/E5	2.317	-0.606	-0.274	-0.437	0.000	2.450
	B1I	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	1.000
QF3/QF4; C	B3I	0.000	1.000	0.000	0.000	1.514	1.000
	B1C	0.000	0.000	1.000	0.000	0.982	1.000
	B2a	0.000	0.000	0.000	1.000	1.761	1.000
	E1	1.000	0.000	0.000	0.000	0.982	1.000
QF3/QF4; E	E5a	0.000	1.000	0.000	0.000	1.761	1.000
	E5b	0.000	0.000	1.000	0.000	1.672	1.000
	E5	0.000	0.000	0.000	1.000	1.716	1.000

表 2 BDS/Galileo PPP 处理策略

Tab.2 BDS/Galileo PPP processing strategies

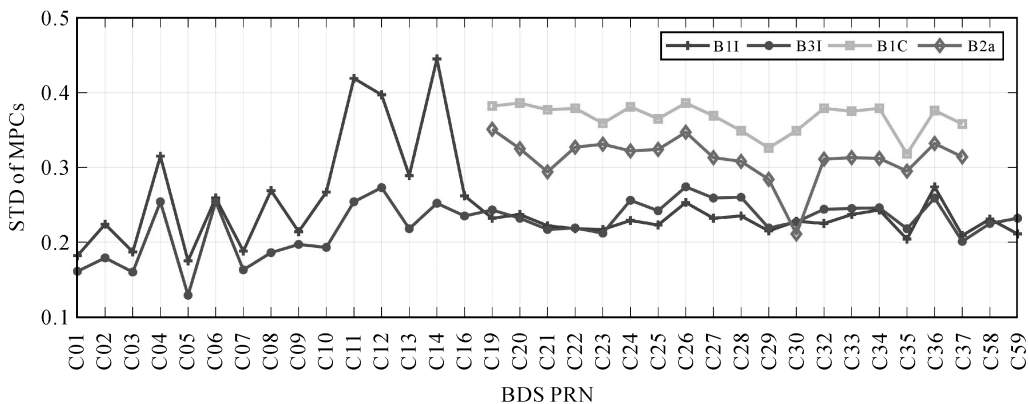
项目	方案
模型	BDS(BDS-2 + BDS-3) 单系统, Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统 DF、QF1、QF2、QF3、QF4 模型
截止高度角	7°
卫星轨道	武汉大学精密轨道产品 ^[22]
卫星钟差	武汉大学精密钟差产品 ^[22]
卫星 DCB	多系统试验网(multi-GNSS experiment, MGEX)提供值
地球自转	模型参考文献 ^[23]
相对论效应	模型参考文献 ^[24]
天线相位缠绕	模型参考文献 ^[25]
潮汐影响	固体潮, 极潮和海洋潮模型 ^[23]
卫星和接收机天线	MGEX 参考值
测站坐标	静态 PPP: 常数估计
	动态 PPP: 白噪声估计(100 m ²)
接收机钟差	白噪声估计(10 ⁵ m ² /s)
对流层延迟	干延迟: GPT3 和改进的 Hopfield 模型;
	湿延迟: 随机游走估计(10 ⁻⁹ m ² /s), VMF3 投影函数 ^[26-28]
接收机 DCB 和 IFB	接收机钟差吸收或常数估计
电离层延迟	无电离层组合消除电离层一阶项或白噪声估计(10 ⁴ m ² /s)
模糊度	常数估计

(international GNSS continuous monitoring and assessment system, iGMAS) XIA3 站观测到的 BDS 和 MGEX AREG 站观测到的 Galileo 四频观测值 MPC 标准差(standard deviation, STD)。对于 BDS 卫星, BDS-2 GEO 卫星 MPC 噪声略小于 BDS-2 IGSO 和 MEO 卫星, BDS-3 MEO 卫星伪距噪声整体上要小于 BDS-2 MEO 卫星; BDS-2 卫星 B1I 伪距噪声整体上要大于 B3I 信号, BDS-3 B1C 和 B2a 新频点伪距噪声要略大于 B1I 和 B3I 信号。而对于 Galileo 卫星来说, 不同 Galileo 卫星的伪距噪声基本上一致, Galileo 卫星 4 个频率上的伪距噪声相差并不明显。

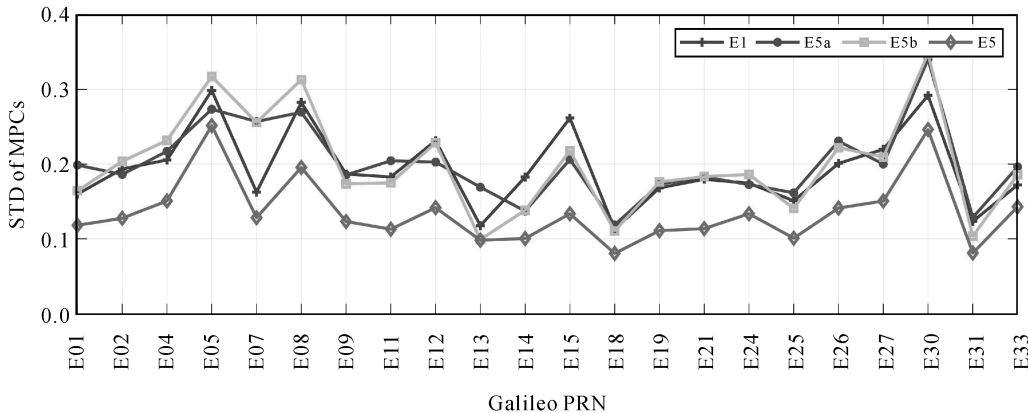
3.2 BDS/Galileo 静态 PPP

为了保证能够观测到足够的 BDS 和 Galileo 卫星多频数据, 本文选取了 2020 年年积日(day of year, DOY)1 到 31 号 10 组 MGEX 测站进行 BDS/Galileo PPP 测试。所选的 MGEX 测站可以观测到 BDS-3 四频观测值以及可以观测到 Galileo 四频观测值。表 3 提供了所选测站的基本信息, 包括测站名、接收机类型和天线类型。对于 10 组测站, 分别分析了 BDS(BDS-2 + BDS-3) 单系统, Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统 DF、QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型性能。

图 1 给出了国际 GNSS 连续监测和评估系统



(a) BDS伪距MPC



(b) Galileo伪距MPC

图 1 BDS 和 Galileo 伪距 MPC STD

Fig.1 STDs of the BDS and Galileo pseudoranges MPCs

表 3 所选 MGEX 测站信息

Tab.3 Information of the selected MGEX stations

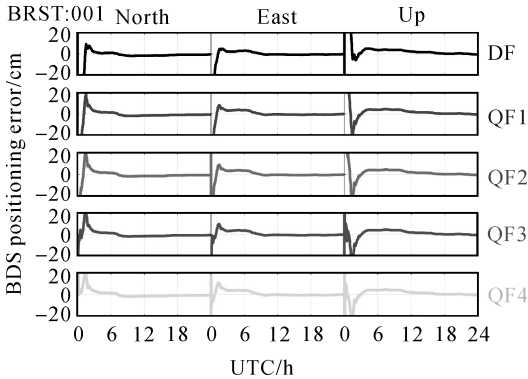
测站名	接收机类型	天线类型
BRST,LMMF	Trimble Alloy	TRM57971.00
CEBR,KIRU,KOUR、 NNOR,REDU	SEPT POLARX5	SEPCHOKE_ B3E6
FAA1,MAS1,MGUE	SEPT POLARX5	LEIAR25.R4

以 MGEX 站 BRST (DOY: 1, 2020) 为例, 图 2 给出了 BDS 单系统, Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统 PPP 模型定位误差。对应地, 图 3 给出了该测站 BDS, Galileo 和 BDS/Galileo 观测卫星数量和位置精度因子 (position dilution of precision, PDOP) 值。其中, BDS、Galileo 和 BDS/Galileo 平均观测卫星数量为 6.7、6.9 和 13.7, 对应平均 PDOP 值分别为 2.7、2.2 和 1.4。由于使用了更多卫星观测值, 相比于单系统 PPP, 双系统多频 PPP 性能得到显著提升。对于 BDS/Galileo 静态 PPP 而言, 定位误差收敛后在北、东和天顶方向的精度可以达到厘米级。QF1、

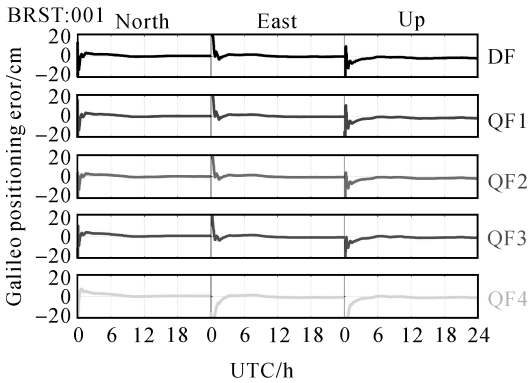
QF2 和 QF3 模型定位性能基本一致。通过引入外部电离层模型 GIM 约束电离层参数, QF4 模型性能一定程度上会受到影响。

图 4 和图 5 阐明了 BDS 单系统、Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统静态 DF、QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型收敛时间以及三维定位误差均方根误差 (root mean square, RMS) 箱型图, 收敛标准为当前历元和接下来 20 个历元定位误差小于 0.1 m。每个箱型图有 5 条直线, 从底部到顶部分别代表 0%、25%、50%、75% 和 100% 分位数。每个图也提供了统计值的中位数和平均值。由图可知, QF1、QF2 和 QF3 模型性能基本上一致, 如 BDS PPP 3 个模型平均收敛时间分别为 61.8、61.6 和 62.5 min。相比于 Galileo 单系统 PPP, BDS 单系统 PPP 收敛时间较长, 随着 BDS 系统全面建设完成以及 BDS 系统轨道和钟差产品的逐步完善, BDS PPP 性能将逐步提高。对于静态 PPP 而言, 四频 PPP 模型要优于双频 PPP 模型。通过附加外部电离层约束, BDS 四频 PPP 性能得

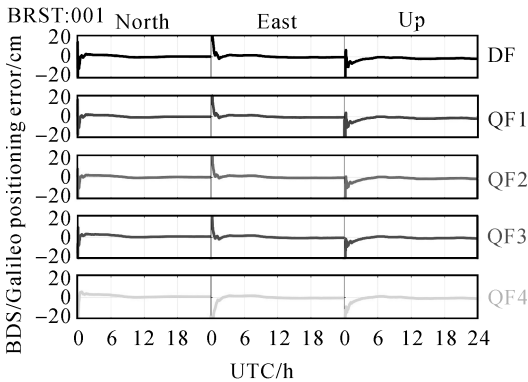
到提升,BDS QF4 模型相比于 QF1、QF2 和 QF3 模型平均收敛时间分别减少了 4.4%、4.4%和 5.4%。而对于 Galileo PPP 模型,附加电离层约束会导致收敛时间变长,如 Galileo Q4 模型相比于 Q3 模型平均收敛时间增加了 16.8 min,这是由于初始阶段 GIM 模型精度较低造成的。对于 BDS/Galileo 双系统 PPP 模型,其收敛时间和定位精度要明显优于 BDS 和 Galileo 单系统 PPP。



(a) BDS单系统



(b) Galileo单系统



(c) BDS/Galileo系统

图 2 MGEX 站 BRST (DOY: 1, 2020) BDS 单系统, Galileo 单系统和 BDS/Galileo 静态 PPP 定位误差
 Fig.2 Positioning error of BDS-only, Galileo-only and BDS/Galileo static PPP models for the MGEX station BRST (DOY:1, 2020)

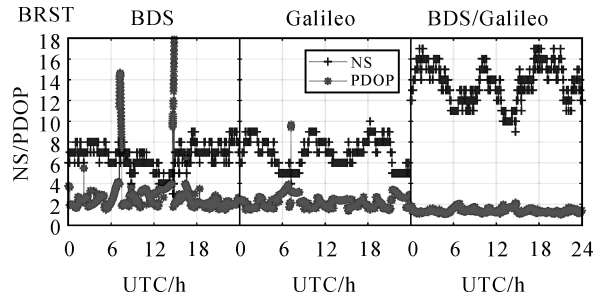
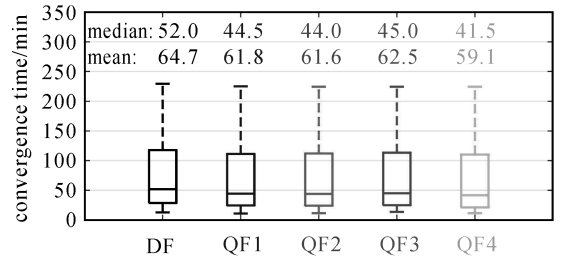
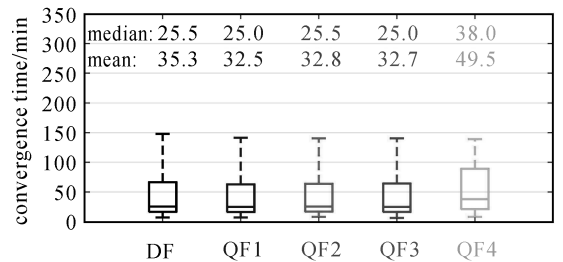


图 3 MGEX 站 BRST BDS 和 Galileo 观测卫星数以及对应 PDOP 值

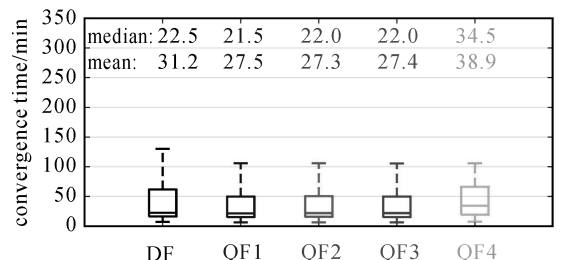
Fig. 3 Number of BDS and Galileo satellites and corresponding PDOP values at station BRST



(a) BDS单系统PPP



(b) Galileo单系统PPP



(c) BDS/Galileo双系统PPP

图 4 BDS 单系统、Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统静态 DF、QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型收敛时间

Fig.4 Convergence time of BDS-only, Galileo-only and BDS/Galileo static PPP with DF, QF1, QF2, QF3 and QF4 schemes

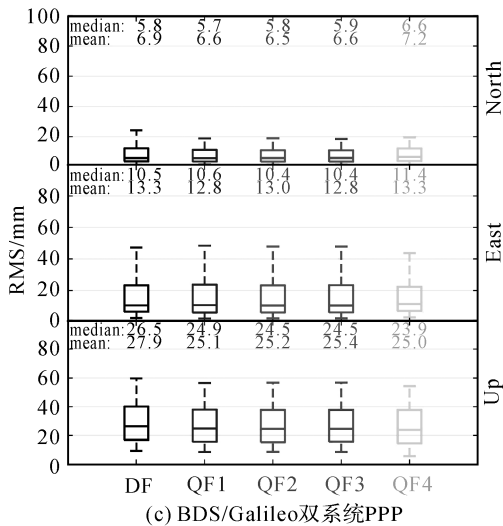
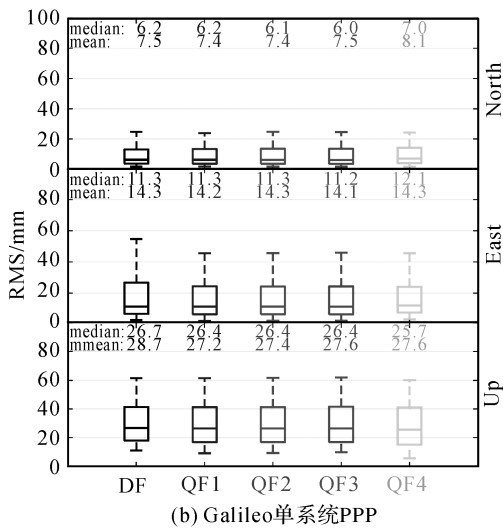
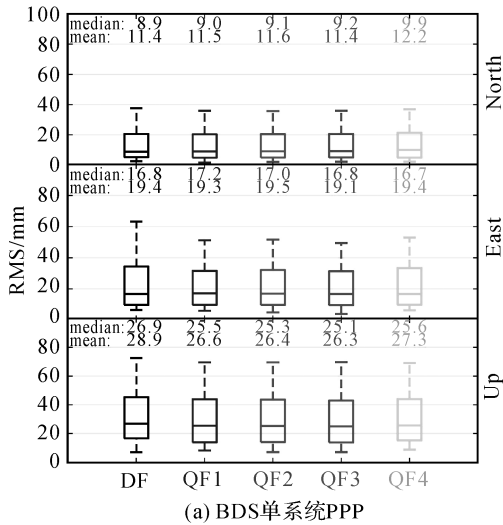


图 5 BDS 单系统、Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统静态 DF、QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型三维定位精度

Fig.5 Three-dimensional positioning accuracy of BDS-only, Galileo-only and BDS/Galileo static PPP with DF, QF1, QF2, QF3 and QF4 schemes

3.3 BDS/Galileo 动态 PPP

本文对选取的 MGEX 测站进行了多频仿动态 PPP 测试。图 6 给出了 2020 年 DOY 3 号 LMMF 站 BDS 单系统, Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统仿动态 PPP 定位误差。从图中可以看出, PPP 模型定位精度在收敛后可以达到厘米级, 当卫星数量不足或卫星分布较差时, 定位精度会达到分米级。同样, 图 7 和图 8 给出了 BDS 单系统, Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统仿动态 DF、QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型收敛时间以及定位误差 RMS 箱型图。相比于静态 PPP, 仿动态 PPP 的收敛时间要明显变长, 四频观测值对仿动态 PPP 性能的提升要更加明显, 如 BDS QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型相比于 QF1 模型收敛时间分别减少了 23.5%、21.9%、19.7% 和 5.7%。水平方向上, BDS 和 Galileo PPP 模型精度能达到厘米级, 而在高程上, BDS 单系统 PPP 模型精度在厘米级到分米级, Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统 PPP 精度在厘米级。

为了验证 BDS/Galileo 实测动态 PPP 的定位性能, 笔者于 2019 年 12 月 26 日在南京信息工程大学校园进行了动态试验。整个试验过程持续了 2 h 以上, 数据采样率为 1 Hz。图 9 给出了移动站轨迹和参考站位置。两台接收机都配备了 Trimble Alloy 接收机, 天线类型为 TRM57971.00。移动站接收机在静置超过 30 min 后, 试验者手持接收机开始在操场移动, 以模糊度固定双差 RTK 的结果当作动态 PPP 分析的真值, 在整个试验过程中, 基线的长度一直小于 400 m。

图 10 给出了 BDS 单系统, Galileo 单系统以及 BDS/Galileo 双系统 DF、QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型相对于 RTK 参考值的定位误差。为了便于比较, 本文也分析了 BDS-2 DF 模型的性能。表 4 给出了对应 PPP 模型的性能。由于初始阶段移动站处于静止状态并且定位结果并未收敛, 本文使用了最后 90 min 的结果进行统计。从图 10 和表 4 可以看出, BDS-2 双频 PPP 定位精度明显差于 BDS 双频和四频 PPP 定位结果, 尤其在高程方向上表现更明显。对于动态 PPP 而言, 四频 PPP 定位精度要明显优于双频 PPP, 在这一点上 Galileo PPP 比 BDS PPP 表现的更明显。对于四频 QF1、QF2 和 QF3 模型, 差异主要表现在初始阶段, 这主要是参数化差异和噪声水平导致而成。比如, 对于 QF3 模型而言, 它需要

更长的收敛时间来有效分离出斜电离层延迟和模糊度参数。通过附加外部电离层参数约束, BDS QF4 模型在北和东方向上的精度产生了较大变化, BDS 和 Galileo 单系统 QF4 动态模型三维精度得到轻微的提升, 如相比于 QF1 模型, BDS 和 Galileo QF4 模型三维精度分别提高 11.4% 和 31.4%。此外, 由于使用了更多的观测卫星, 双系统动态 PPP 定位性能要明显优于单系统。

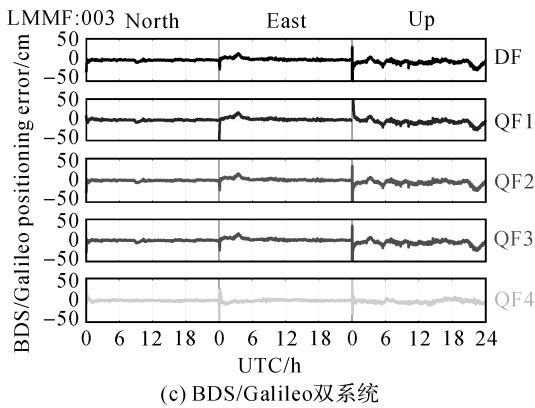
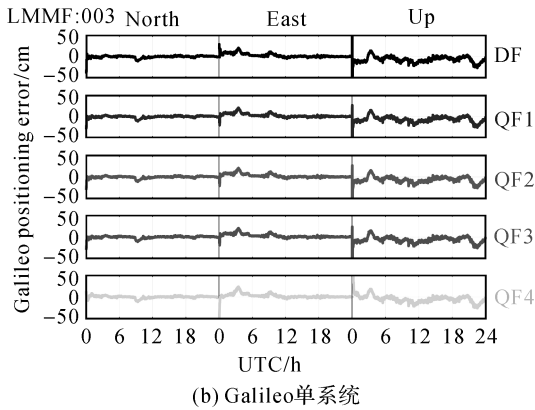
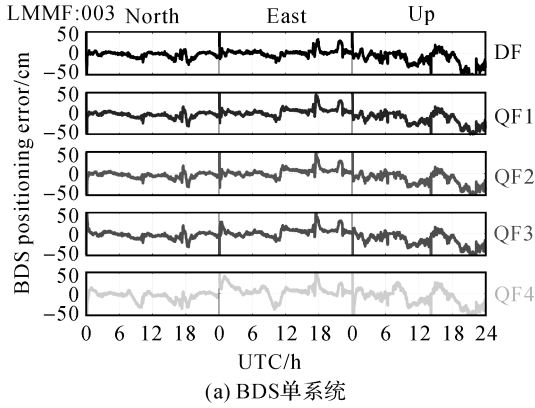


图 6 MGEX 站 LMMF (DOY: 3, 2020) BDS 单系统, Galileo 单系统和 BDS/Galileo 仿动态 PPP 定位误差

Fig.6 Positioning error of BDS-only, Galileo-only and BDS/Galileo simulated kinematic PPP models for the MGEX station LMMG (DOY: 3, 2020)

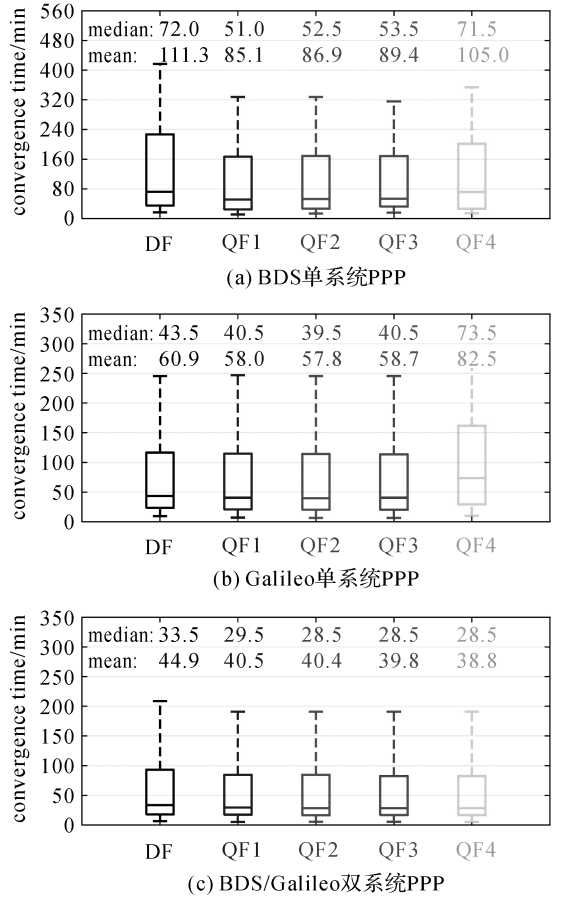
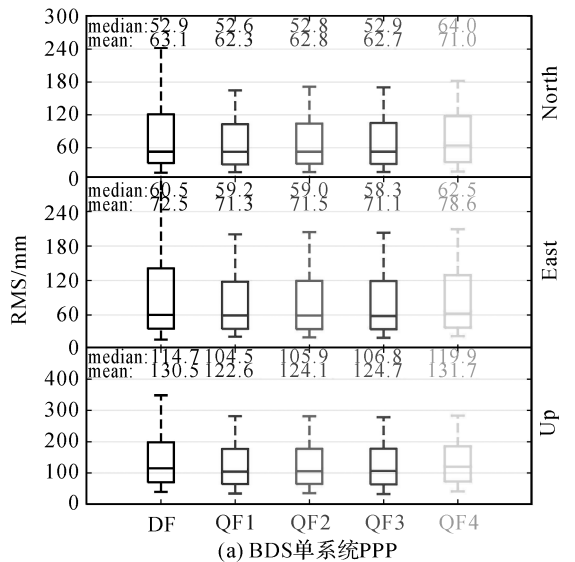
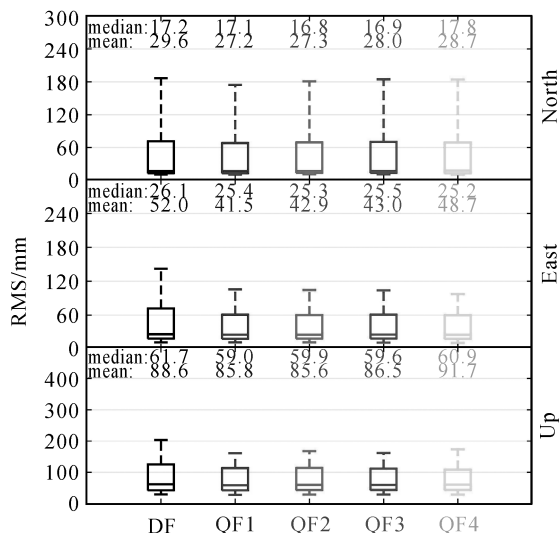


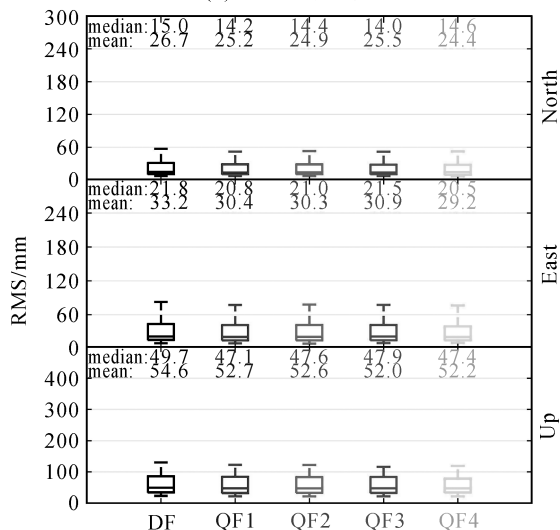
图 7 BDS 单系统、Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统仿动态 DF、QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型收敛时间

Fig.7 Convergence time of BDS-only, Galileo-only and BDS/Galileo simulated kinematic PPP with DF、QF1、QF2、QF3 and QF4 schemes





(b) Galileo单系统PPP



(c) BDS/Galileo双系统PPP

图 8 BDS 单系统、Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统仿动态 DF、QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型三维定位精度

Fig.8 Three-dimensional positioning accuracy of BDS-only, Galileo-only and BDS/Galileo simulated kinematic PPP with DF, QF1, QF2, QF3 and QF4 schemes

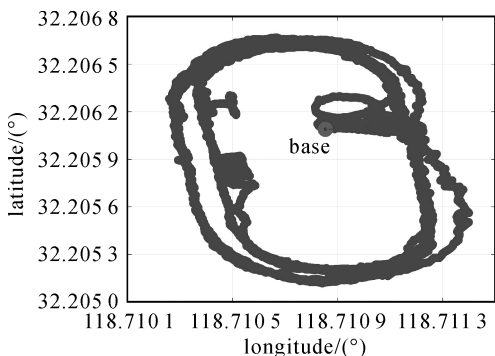
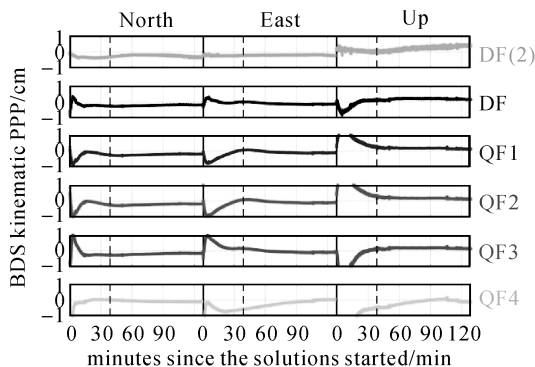
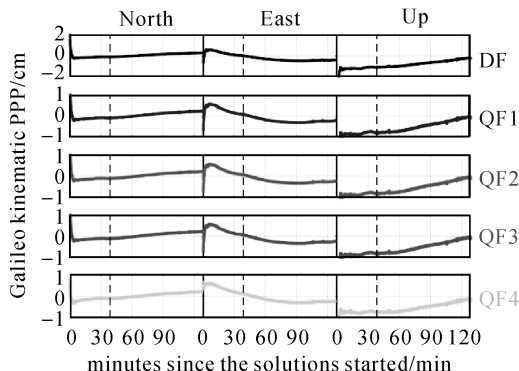


图 9 移动站轨迹和参考站位置

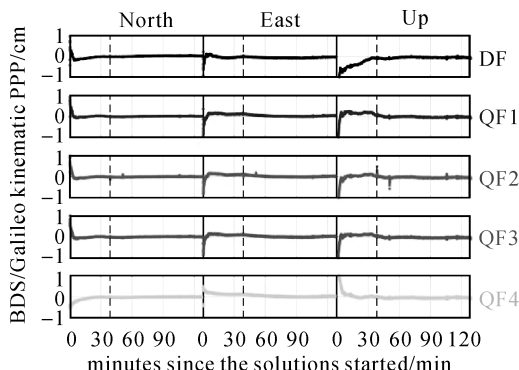
Fig.9 Trajectory of the rover station and the location of the reference station



(a) BDS单系统



(b) Galileo单系统



(c) BDS/Galileo双系统

图 10 BDS 单系统、Galileo 单系统以及 BDS/Galileo 双系统动态 DF、QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型三维定位误差

Fig.10 BDS-only, Galileo-only and BDS/Galileo kinematic PPP positioning errors for DF, QF1, QF2, QF3 and QF4 models in the north, east and up components

4 结论

本文提出了 4 种 BDS/Galileo 四频 PPP 模型,即 QF1、QF2、QF3 和 QF4 模型,并用等价性原则证明了 QF1、QF2 和 QF3 模型的等价性。本文通过实例数据分析得到了以下结论:

(1) BDS-2 GEO 卫星 MPC 噪声略小于 BDS-2 IGSO 和 MEO 卫星,BDS-3 MEO 卫星仿

距噪声整体上要小于 BDS-2 MEO 卫星。不同 Galileo 卫星的伪距噪声基本上一致, Galileo 卫星 4 个频率上的伪距噪声相差并不明显。

(2) 对于 BDS/Galileo 静态和仿动态 PPP, QF1、QF2 和 QF3 模型性能基本上一致。通过附加外部电离层约束, 四频 PPP 模型性能受到不同程度上的影响, BDS 静态 QF4 模型相比于 QF1、QF2 和 QF3 模型平均收敛时间分别减少了 4.4%、4.4% 和 5.4%, Galileo 静态 Q4 模型相比于 Q3 模型平均收敛时间增加了 16.8 min。

(3) 对于 BDS/Galileo 动态 PPP, 四频 PPP 定位精度要明显优于双频 PPP。QF1、QF2 和 QF3 模型的差异主要表现在初始阶段。通过附加外部电离层参数约束, 四频 PPP 模型性能得到轻微提升, 相比于 QF1 模型, BDS 和 Galileo QF4 模型三维精度分别提高 11.4% 和 31.4%。BDS/Galileo 双系统动态 PPP 性能要优于单系统 PPP。

表 4 BDS 单系统、Galileo 单系统和 BDS/Galileo 双系统 PPP 定位误差

Tab.4 Accuracy of positioning error for the BDS-only, Galileo-only and BDS/Galileo kinematic PPP models

RMS/cm	北	东	天顶	3D
C2 DF	24.0	20.0	28.1	42.0
C DF	21.3	13.3	19.2	31.6
C QF1	21.5	10.0	16.9	29.1
C QF2	21.7	9.7	17.0	29.2
C QF3	21.7	9.9	16.0	28.7
C QF4	9.0	21.6	15.5	28.0
E DF	14.7	43.4	72.6	85.9
E QF1	12.7	26.5	52.6	60.1
E QF2	12.7	26.5	52.5	60.1
E QF3	12.8	26.7	52.5	60.1
E QF4	12.3	23.8	52.5	58.9
CE DF	1.7	7.1	7.0	10.1
CE QF1	1.3	2.7	4.0	5.0
CE QF2	1.3	2.5	4.4	5.2
CE QF3	1.3	2.4	4.2	5.0
CE QF4	1.6	3.6	5.1	6.5

参考文献:

- [1] JIN Shuanggen, SU Ke. Co-seismic displacement and waveforms of the 2018 Alaska earthquake from high-rate GPS PPP velocity estimation[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(9): 1559-1569.
- [2] ZAVOROTNY V U, GLEASON S, CARDELLACH E, et al. Tutorial on remote sensing using GNSS bistatic radar of opportunity[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine, 2014, 2(4): 8-45.
- [3] PÍRIZ R, GARCÍA Á M, TOBIAS G, et al. GNSS interoperability: offset between reference time scales and timing biases[J]. Metrologia, 2008, 45(6): S87.
- [4] LI X X, LI X, YUAN Y, et al. Multi-GNSS phase delay estimation and PPP ambiguity resolution: GPS, BDS, GLONASS, Galileo[J]. Journal of Geodesy, 2018, 92(6): 579-608.
- [5] YANG Y, MAO Y, SUN B. Basic performance and future developments of BeiDou global navigation satellite system[J]. Satellite Navigation, 2020, 1(1): 1-8.
- [6] 陈秋丽, 杨慧, 陈忠贵, 等. 北斗卫星太阳光压解析模型建立及应用[J]. 测绘学报, 2019, 48(2): 169-175. DOI: 10.11947/j. AGCS.2019.20180097.
- CHEN Qiuli, YANG Hui, CHEN Zhonggui, et al. Solar radiation pressure modeling and application of BDS satellite[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2019, 48(2): 169-175. DOI: 10.11947/j. AGCS.2019.20180097.
- [7] DIESSONGO T H, SCHÜLER T, JUNKER S. Precise position determination using a Galileo E5 single-frequency receiver[J]. GPS Solutions, 2014, 18(1): 73-83.
- [8] ZUMBERGE J F, HEFLIN M B, JEFFERSON D C, et al. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 1997, 102(B3): 5005-5017.
- [9] GUO Fei, ZHANG Xiaohong, WANG Jinling, et al. Modeling and assessment of triple-frequency BDS precise point positioning[J]. Journal of Geodesy, 2016, 90(11): 1223-1235.
- [10] LOU Yidong, ZHENG Fu, GU Shengfeng, et al. Multi-GNSS precise point positioning with raw single-frequency and dual-frequency measurement models[J]. GPS Solutions, 2016, 20(4): 849-862.
- [11] ZHANG Zhiteng, LI Bofeng, NIE Liangwei, et al. Initial assessment of BeiDou-3 global navigation satellite system: signal quality, RTK and PPP[J]. GPS Solutions, 2019, 23(4): 111.
- [12] JIAO Guoqiang, SONG Shuli, GE Yulong, et al. Assessment of BeiDou-3 and multi-GNSS precise point positioning performance[J]. Sensors, 2019, 19(11): 2496.
- [13] JIN Shuanggen, SU Ke. PPP models and performances from single- to quad-frequency BDS observations[J]. Satellite Navigation, 2020, 1(1): 16.
- [14] ZHANG Pengfei, TU Rui, GAO Yuping, et al. Performance of Galileo precise time and frequency transfer models using quad-frequency carrier phase observations[J]. GPS Solutions, 2020, 24(2): 40.
- [15] LEICK A, RAPOPORT L, TATARNIKOV D. GPS satellite surveying[M]. 4th ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2015.

- [16] CLOSAS P, FERNÁNDEZ-PRADES C, FERNÁNDEZ-RUBIO J A. Maximum likelihood estimation of position in GNSS[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(5): 359-362.
- [17] 李博峰, 葛海波, 沈云中. 无电离层组合、Uofc 和非组合精密单点定位观测模型比较[J]. *测绘学报*, 2015, 44(7): 734-740. DOI: 10.11947/j.AGCS.2015.20140161.
LI Bofeng, GE Haibo, SHEN Yunzhong. Comparison of ionosphere-free, Uofc and uncombined PPP observation models[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2015, 44(7): 734-740. DOI: 10.11947/j.AGCS.2015.20140161.
- [18] XU Guochang, XU Yan. GPS: theory, algorithms and applications[M]. 3rd ed. Berlin: Springer, 2016.
- [19] SU Ke, JIN Shuanggen, GE Yulong. Rapid displacement determination with a stand-alone multi-GNSS receiver: GPS, BeiDou, GLONASS, and Galileo [J]. *GPS Solutions*, 2019, 23(2): 54.
- [20] SU Ke, JIN Shuanggen. Triple-frequency carrier phase precise time and frequency transfer models for BDS-3[J]. *GPS Solutions*, 2019, 23(3): 86.
- [21] SU Ke, JIN Shuanggen, HOQUE M M. Evaluation of ionospheric delay effects on multi-GNSS positioning performance[J]. *Remote Sensing*, 2019, 11(2): 171.
- [22] WANG Chen, ZHAO Qile, GUO Jing, et al. The contribution of intersatellite links to BDS-3 orbit determination: Model refinement and comparisons[J]. *Navigation*, 2019, 66(1): 71-82.
- [23] LI Z, WANG N, WANG L, et al. Regional ionospheric TEC modeling based on a two-layer spherical harmonic approximation for real-time single-frequency PPP [J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(9): 1659-1671.
- [24] LIU T, YUAN Y, ZHANG B, et al. Multi-GNSS precise point positioning (MGPPP) using raw observations[J]. *Journal of Geodesy*, 2017, 91(3): 253-268.
- [25] WU J T, WU S C, HAJJ G A, et al. Effects of antenna orientation on GPS carrier phase [C] // *Proceedings of Astrodynamics 1991 the AAS/AIAA Astrodynamics Conference*. San Diego, CA: Univelt, Inc., 1992: 1647-1660.
- [26] SU Ke, JIN Shuanggen. Improvement of multi-GNSS precise point positioning performances with real meteorological data [J]. *The Journal of Navigation*, 2018, 71(6): 1363-1380.
- [27] LANDSKRON D, BÖHM J. VMF3/GPT3: refined discrete and empirical troposphere mapping functions[J]. *Journal of Geodesy*, 2018, 92(4): 349-360.
- [28] FAN Haopeng, SUN Zhongmiao, ZHANG Liping, et al. A two-step estimation method of troposphere delay with consideration of mapping function errors[J]. *Journal of Geodesy and Geoinformation Science*, 2020, 3(1): 76-84. DOI: 10.11947/j.JGGS.2020.0108.
- [29] HAUSCHILD A, MONTENBRUCK O, SLEEWAEGER J M, et al. Characterization of compass M-1 signals[J]. *GPS Solutions*, 2012, 16(1): 117-126.

(责任编辑:陈品馨)

收稿日期: 2020-06-12

修回日期: 2020-08-21

第一作者简介: 苏珂(1994—),男,博士生,研究方向为GNSS导航定位与应用。

First author: SU Ke (1994—), male, PhD candidate, majors in the GNSS satellite navigation positioning and applications.

E-mail: ksu@shao.ac.cn

通信作者: 金双根

Corresponding author: JIN Shuanggen

E-mail: sgjin@shao.ac.cn